Der

Rechenstab

aus dem

Mechanisch-mathematischen Institut

von

Dennert & Pape.

Altona,

Friedenstrasse.

Altona, 1873.

Inhalt.

Vorbemerkung. Sollte der Schieber sich Anfangs zu klamm bewegen, oder ein sanfter Gang desselben später durch eingedrungenen Staub oder Sand behindert werden, so ziehe man den Schieber ganz aus dem Lineal, reinige die Nuthen und Schieberkanten durch einen trockenen Pinsel von allem Staube, befeuchte die letzteren mit ganz wenig reinem Knochenöl und führe sodann den Schieber im Lineal mehrfach auf und ab. Die Bewegung wird dann sehr bald eine ganz geläufige. Die Nuthen des Lineals sind überhaupt thunlichst vor Staub und Sand zu schützen.

Einleitung.

Zweck und Anwendbarkeit des Rechenstabes.

Benennungen.

Der Rechenstab besteht aus Lineal, darin gleitendem Schieber und metallenem Läufer. Der letztere dient dazu, mittelst der beiden Indexstriche jede aufgefundene oder durch Rechnung gewonnene Ablesung festzuhalten, während man mit dem Schieber darunter weiter operirt. Ferner kann man den Läufer benutzen, um die obere und untere Scala in Verbindung zu bringen (z. B. beim Quadriren &c.)

Die Theilungen.

Die auf der Oberseite des Lineals und dem Schieber enthaltenen Theilungen sind nichts anderes als Logarithmentafeln in einer höchst sinnreichen Gestalt und Combination, welche die Ausführung der verschiedenartigsten Operationen auf äusserst bequeme Weise ermöglichen.

Mögliche Rechnungsarten.

Dahin gehören alle diejenigen Rechnungen, welche sich aus Multiplication, Division, Potenzirung, Radizirung und trigonometrischen Operationen zusammensetzen, also überhaupt fast alle vorkommenden Rechnungen mit alleiniger Ausnahme der Addition und Subtraction. *)

Die Genauigkeit der Resultate ist — bei einiger Uebung im Ablesen der Theilungen — für alle in der Praxis vorkommenden Fälle eine völlig ausreichende, mit einziger Ausnahme der wenigen Fälle, wo das Endresultat eine grosse Anzahl von Ziffern haben muss. Es ist hierbei als besonderer Vortheil zu beachten, dass man bei combinirten Rechnungen die Zwischenresultate nicht abzulesen braucht, sondern zweckmässiger Weise die Rechnung ohne dieses bis zu Ende durchführt, so u. A. namentlich die vorkommenden Divisionen (nach Maassgabe von Beispiel 9 und 11) gleich mit den Multiplicationen verbindet, weil dadurch die Ablesung des Resultates an Genauigkeit gewinnt.

Uebung im Ablesen.

Die einzige, jedoch sehr bald überwundene Schwierigkeit für den Gebrauch des Rechenstabes liegt in der Gewandtheit des Ablesens der ungleichmässigen — weil logarithmischen — Theilungen. Um sich dieselbe rasch und sicher anzueignen, wird empfohlen, zunächst nur die Multiplication und Division, und zwar Anfangs nur auf einer (der unteren) Scala nach Maassgabe der unter I, 1 nebst Beispielen gegebenen Anleitung und zwar bei **jeder** vorkommenden Rechnung zu üben. Nachdem auf diese Weise die Sicherheit im Ablesen bald erlangt ist, werden die weiter folgenden Operationen leicht zu erlernen sein.

Erleichterung bei allen technischen Rechnungen.

Was speciell die technischen Rechnungen betrifft, so werden sie sämmtlich, besonders die complicirteren durch die Anwendung des Rechenschiebers in ganz eminenter Weise erleichtert, so z. B. die Berechnung von Inhalten, Gewichten, Maass-Reductionen, Biegungs-, Widerstand-Trägheitsmomenten, Wellendurchmessern, überhaupt alle im Maschinenbau vorkommenden Rechnungen; die Ermittelung von Winkeln, Tangenten- und Curvenlängen, Bogenhöhen (Curvenabstand) beim Feldmessen u. s. f.

Sobald man sich den steten Gebrauch des Rechenstabes angeeignet hat, wird man finden, dass derselbe unendlich viel Zeit erspart, weniger Irrthümer und weniger geistige Ermüdung im Gefolge hat, als die gewöhnliche Rechnung und deshalb nicht dringend genug empfohlen werden kann.

Maassstab zum Zeichnen.

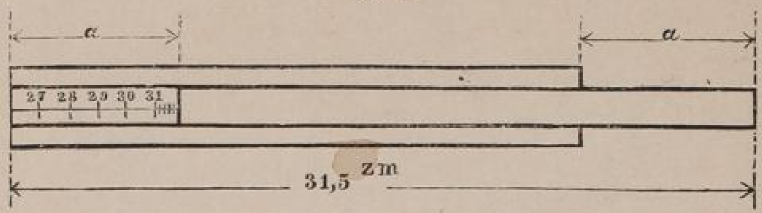
Ausser den zum Rechnen dienenden Scalen hat das Lineal an der schrägen Fläche einen fein getheilten Metermaassstab, welcher zum Gebrauch beim Zeichnen vortrefflich geeignet ist, da die betreffenden Maassstäbe bei Anwendung des Metermaasses fast immer ein decimales oder ähnliches Verhältniss haben werden (1 : 10, 100, 1000, 2000, 5000 u. s. f.)

---

*) Eine geringe Veränderung würde übrigens den Rechenstab auch für die Addition und Subtraction nutzbar machen. Dies dürfte besonders zweckmässig sein für combinirte Rechnungen von der Form $a - b + c - d + e - f \ldots\ldots$ (wie sie z. B. beim Ausrechnen von Nivellements vorkommen); ferner für das Hinzufügen einer constanten (positiven oder negativen) Differenz zu einer Reihe von Zahlen; endlich zu rascher Controlle langer Summirungen.

Stichmaass. Ferner findet sich an der anderen schmalen Kante eine als Stichmaass *) zu benutzende Theilung, welche sich auf dem Grunde der Auskehlung mit 27 zm fortsetzt und somit gestattet, ein Stichmaass bis etwa 50 zm zu nehmen, z. B.:

Fig. 1.



Zahlenwerthe der Rückseite. Auf der Rückseite des Lineals sind verschiedene nützliche Zahlenwerthe angegeben, so u. A. die am häufigsten vorkommenden Reductionsverhältnisse zwischen Preuss. resp. Englisch und Metermaass, sowie die spezifischen Gewichte und zulässigen Beanspruchungen für die wichtigsten Materialien. Bei den Gewichtsangaben finden sich zugleich deren reciproke Werthe und für einen Theil derselben der Quotient $\frac{4}{\gamma\pi}$; weil nämlich bei Gewichtsberechnungen schon mindestens eine Multiplication $(a \,.\, b)$ vorhergeht, so ist die hinzukommende Division $\frac{a\,b}{1/\gamma}$ für den Gebrauch des Rechenschiebers bequemer als die wiederholte Multiplication $a \,.\, b \,.\, \gamma$, wie die Anwendung bald zeigt. Der Quotient $\frac{4}{\gamma . \pi}$ ist zur Gewichtsberechnung von cylinderförmigen Körpern (also vorzugsweise im Maschinenbau) sehr bequem, indem der Ausdruck

$$Q = \frac{l \,.\, d^2\,\pi}{4} \,.\, \gamma = \frac{d^2 \,.\, l}{\frac{4}{\gamma . \pi}}$$

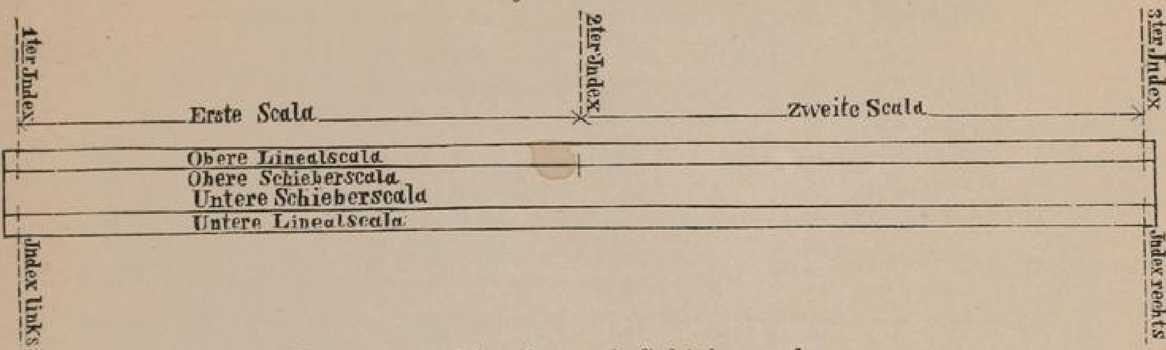
in der letzteren Form für den Rechenstab ausserordentlich einfach herzustellen ist (s. unten Beispiel 20).

*) Diese Eigenschaft macht es zweckmässig, den Rechenstab an Stelle eines Taschenmaassstabes bei sich zu führen, da er diesen ersetzt und dann ausserdem jederzeit zum Rechnen bereit ist. So besonders zu empfehlen bei allen geometrischen Arbeiten, namentlich Eisenbahn-Vorarbeiten.

I. Die Vorderseite des Schiebers.

Für die Vorderseite des Rechenstabes gelten im Folgenden die nebenstehend angedeuteten Bezeichnungen:

Fig. 2.



1. Die untere Lineal- und Schieberscala.

Dieselbe enthält vom Index links anfangend die **Längen** der Logarithmen von 1 bis 10. Es ist also z. B.:

Log. 1 = 0
Log. 2 = der Länge 1 — 2 *)
Log. 3 = der Länge 1 — 3
. . . .
Log. 10 = ... 1 — 1

Diese letztere Länge (25 zm) ist also die Einheit der unteren Scala.

Die Unterabtheilungen dieser Längen ermöglichen die Auffindung mehrziffrigen Zahlen und zwar liest man direct mittelst der Theilstriche die zweite Stelle überall; dagegen die dritte Stelle: im ersten Intervall (1 — 2) immer, im zweiten und dritten Intervall (2 — 4), wenn die Ziffer gerade ist (also 2, 4, 6, 8), im vierten bis neunten, wenn sie 5 oder 0 ist. Ausserdem schätzt man zwischen den Theilstrichen ein und lernt bei einiger Uebung bald in den ersten 2—3 Intervallen 4, in den anderen Intervallen 3 Ziffern mit Sicherheit abzulesen.

Es ist hierbei zu beachten, dass die Mantisse der Logarithmen unabhängig ist von dem Stellenwerth der betreffenden Zahl, dass man also z. B. an demselben Punkte einer Theilung abliest

2,1	oder	auch	0,21
21	„	„	0,021
210	„	„	0,0021
2100	„	„	u. s. f.

überhaupt $21 \cdot 10^n$ wo n jede positive und negative Ganzzahl sein kann. **)

Um nun mit der unteren Scala zu rechnen, beachte man, dass die Multiplication durch Addition der Logarithmen, die Division durch Subtraction derselben geschieht. Beides wird besorgt, indem man logarithmische Längen auf Lineal und Schieber aneinandersetzt (ähnlich wie man auch mit dem Zirkel Längen addirt und subtrahirt.)

---

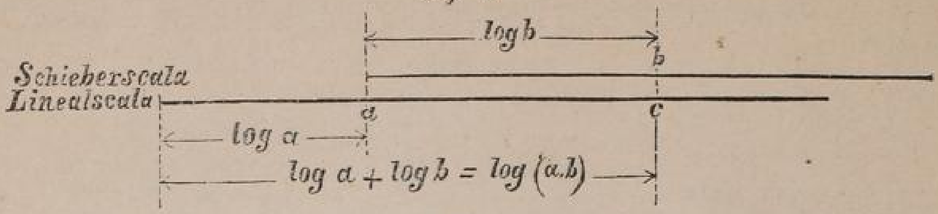
*) NB. Abgesehen von den in dem ersten Intervall vorkommenden kleinen Zahlen 1 — 9, welche die Unterabtheilungen angeben.

**) Für die zunächst erforderliche Uebung im Ablesen ist es zweckmässig, vorläufig von dem Decimalwerthe der Zahlen abzusehen, das Komma Anfangs nach einer vom Rechenstabe unabhängigen Erwägung dem gewonnenen Resultat einzufügen und erst nach der bald erlangten Sicherheit der Ablesung die unten folgenden Regeln für die Bestimmung der Stellenzahl sich anzueignen.

a. Multiplication.

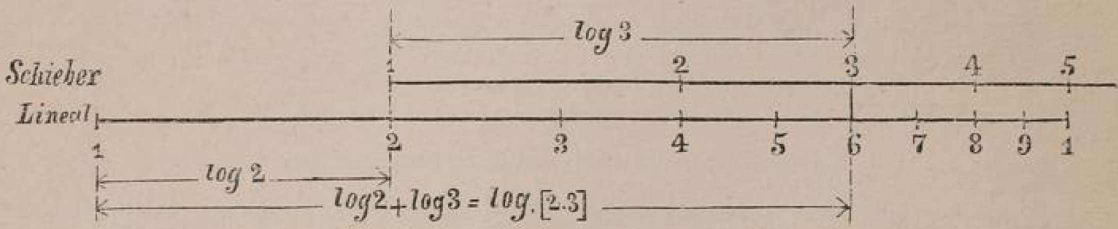
Princip $a \cdot b = c$.

Fig. 3.



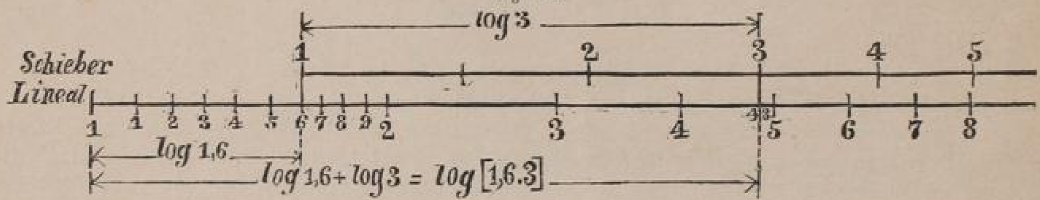
Beispiel 1) $2 \cdot 3 = 6$.

Fig. 4.



Beispiel 2) $1{,}6 \cdot 3 = 4{,}8$.

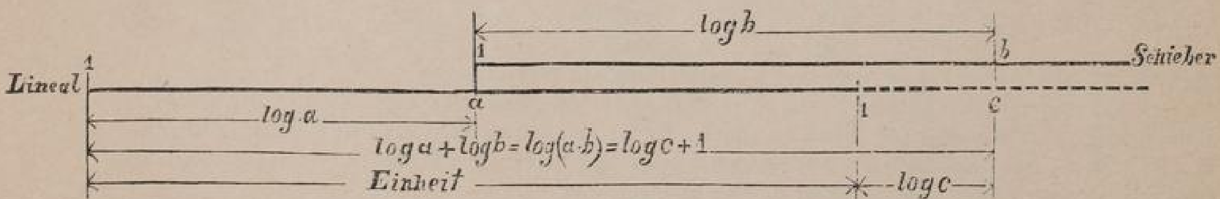
Fig. 5.



N.B. Bei derselben Stellung des Schiebers liest man alle Producte ab, deren erster Factor derselbe ist (also z. B. $1{,}6 \cdot 2$; $1{,}6 \cdot 4$ u. s. f oder im ersten Beispiel $2 \cdot 2$; $2 \cdot 4$; $2 \cdot 5$ und was dazwischen liegt.)

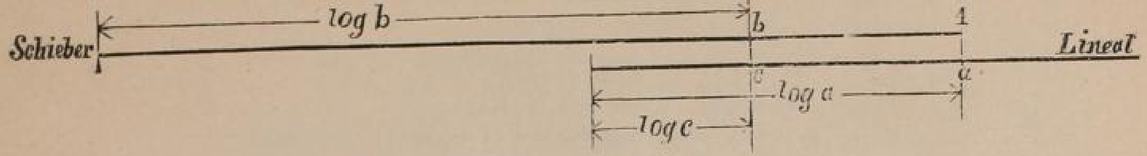
Fällt das Product über das Ende der Linealtheilung hinaus, so stelle man sich vor, die letztere werde unter dem überstehenden Ende des Schiebers wiederholt.

Fig. 6.



Es ist dann $\log. (a.b) = \log. c + 1$, d. h. das Resultat ist $= c$ nur um eine Potenz von 10 höher, also das Komma um eine Stelle vorzurücken. Da man aber bei c nicht ablesen kann, so halte man a mit dem Läufer fest und stelle den Schieber soweit nach links, dass der andere rechte Index desselben über a steht. Dann liest man dasselbe Resultat c auf dem Lineal unter b.

Fig. 7.

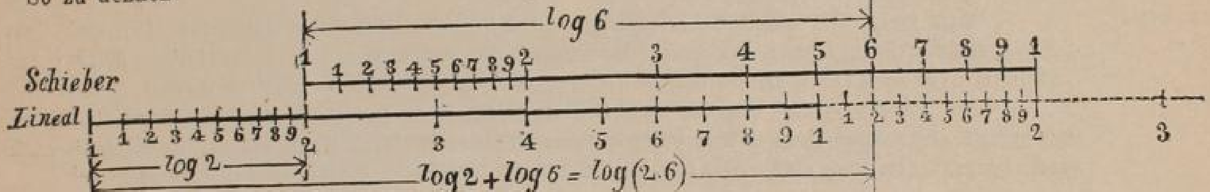


$\log (a \, . \, b) = \log c + 1$ d. h. $a \, . \, b = c \, . \, 10$

Beispiel 3) $2 \, . \, 6 = 12$.

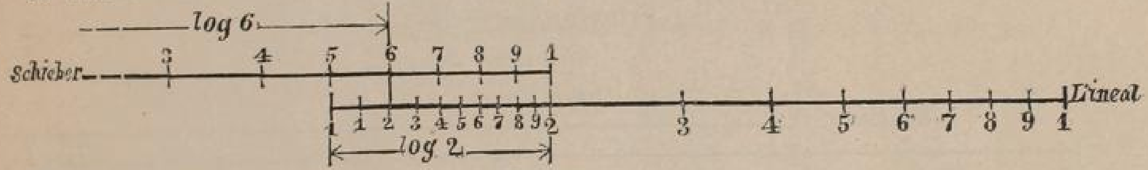
So zu denken:

Fig. 8.



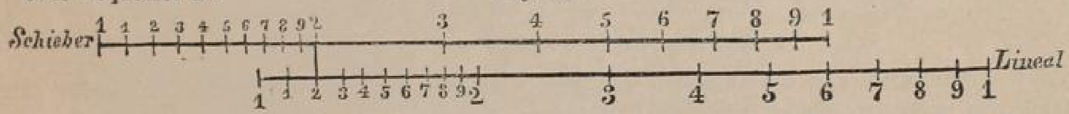
so auszuführen:

Fig. 9.



oder bequemer so:

Fig. 10.



Stellenzahl des Productes.

Man hat hier zugleich die allgemeine Regel zur Bestimmung der Stellenzahl des Productes: „Die Stellensumme beider Factoren ist um 1 zu vermindern, wenn das Product „rechts vom ersten Factor in derselben Scala erscheint.“ (Beispiel 1 und 2.)

Im anderen Falle, wenn das Product links erscheint, wenn also der rechte Schieberindex benutzt wurde, hat man als Stellenzahl des Productes einfach die Stellensumme beider Factoren. (Beispiel 3.) *)

Anwendungen.

1) $24 \, . \, 1{,}6 = 38{,}4$

Stellensumme . . . . $2 + 1 = + 3$
Resultat rechts, mithin . . . $= - 1$

Stellenzahl $= + 2$

2) $0{,}024 \, . \, 1{,}6 = 0{,}0384$

Stellensumme . . $(- 1) + 1 = 0$
Resultat rechts, mithin . . . . . $- 1$

Stellenzahl $= - 1$

*) Ein Decimalbruch mit der Null vor dem Komma hat die Stellenzahl 0, ein Bruch von der Form 0,045 die Zifferzahl — 1 u. s. f.

3) $2,4 \cdot 4,8 = 11,52$

Stellensumme . . . . . $1 + 1 = + 2$

Resultat links, mithin

Stellenzahl . . . $= + 2$

4) $0,0024 \cdot 0,048 = 0,0001152$

Stellensumme $(-2) + (-1) = -3$

Resultat links, mithin

Stellenzahl $= -3$

Reduction von Meter- und Fussmaass.

Beispiel 4. Es ist eine Reihe von Zahlen, welche preuss. Fuss bezeichnen in Metermaass umzurechnen oder umgekehrt.

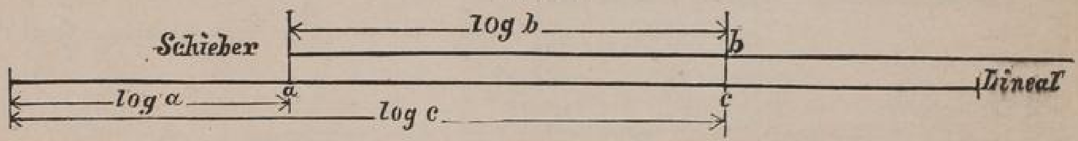
Man stellt den linken Schieberindex auf die Reductionszahl **0**,3139 (fast 314) und liest die betreffenden Fussangaben auf dem Schieber und die Meter darunter, z. B. **11**,5′ = **3**,61 m; **12**′ = **3**,765 m; **15**′ = **4**,71 m; **20**′ = **6**,275 m u. s. f. oder **1**,15′ = **0**,361 m; **1**,2′ = **0**,376 m u. s. f.

Auf gleiche Weise benutzt man den Rechenstab zu jeder anderen derartigen Reduction und gerade diese Anwendung bildet einen ausserordentlichen Vortheil, indem der Rechenstab nach geschehener Einstellung eine vollständige Tabelle für jeden einzelnen Fall ersetzt.

b. Division.

Princip: $\frac{c}{b} = a$.

Fig. 11.

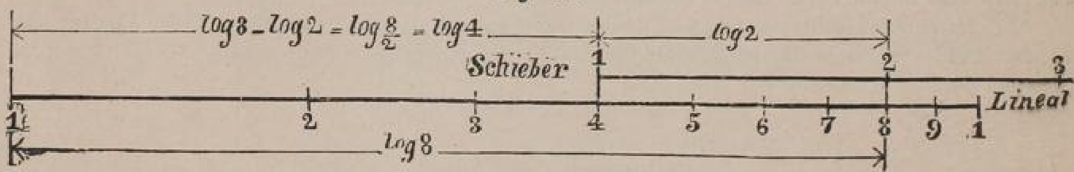


$$\log. a = \log. c - \log. b = \log. \left(\frac{c}{b}\right)$$

Man stellt also den Divisor b mit dem Schieber über den Dividend c und findet den Quotient a unter dem linken Index des Schiebers.

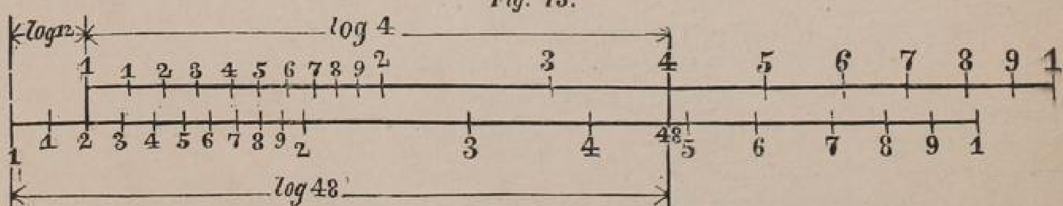
Beispiel 5) $\frac{8}{2} = 4.$

Fig. 12.



Beispiel 6) $\frac{48}{4} = 12.$

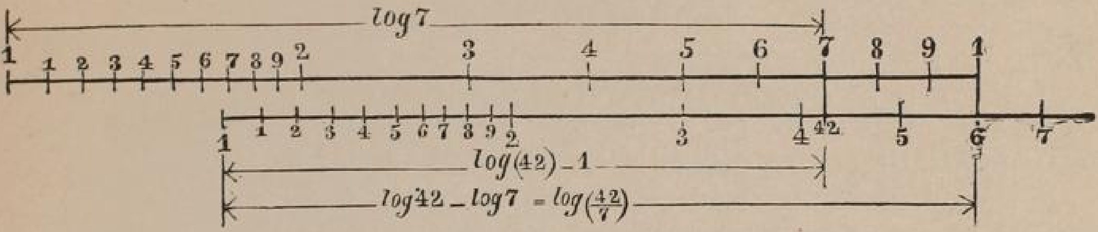
Fig. 13.



Fällt das Resultat links über das Lineal hinaus, so denke man sich auch hier die Linealscala wiederholt und lese statt dessen an dem rechten Schieberindex ab, in diesem Falle liegt also das Resultat in der nächst vorhergehenden Potenz von 10, d. h. die Stellenzahl ist um 1 geringer und zwar gleich der Stellendifferenz beider gegebenen Zahlen; s. u.

Beispiel 7) $\frac{42}{7} = 6.$

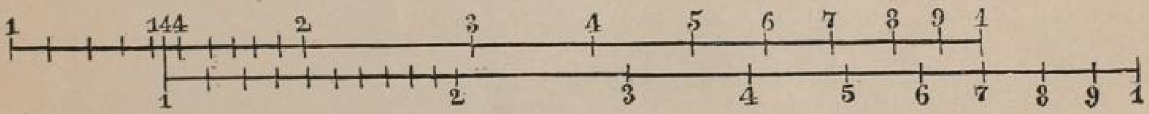
Fig. 14.



Beispiel 8.

Hat man eine Reihe von Zahlen durch dieselbe Zahl zu dividiren, z. B. durch 144, so bildet man zunächst $\frac{1}{144}$, indem man die Zahl 144 mit dem Schieber über den linken Index des Lineals stellt und

Fig. 15.



liest dann jeden Quotienten bei derselben Stellung des Schiebers direct auf dem Lineal ab. Man rechnet also: $\frac{1}{144} \cdot a$; $\frac{1}{144} \cdot b$ u. s. f. (vergleiche d. Folgende unter *c*).

Stellenzahl des Quotienten.

„Die Stellendifferenz ist um 1 zu vermehren, wenn das Resultat links vom „Dividenden in derselben Scala erscheint."

Erscheint das Resultat rechts in derselben Scala, so hat man als Stellenzahl des Quotienten einfach die Stellendifferenz. (Stellenzahl des Zählers minus Stellenzahl des Nenners.)

Anwendungen.

$$\frac{384}{24} = 16$$

Stellendifferenz . . . . . . $3 - 2 = 1$
Resultat links, mithin . . . . $+ 1$

Stellenzahl . . . . $= 2.$

$$\frac{0{,}0384}{2{,}4} = 0{,}016$$

Stellendifferenz . . . . $(-1) - 1 = -2$
Resultat links, mithin . . . . $+ 1$

Stellenzahl . . . . $= -1$

$$\frac{1152}{48} = 24$$

Stellendifferenz . . . . $4 - 2 = 2$

Resultat rechts, mithin Stellenzahl $= 2$.

$$\frac{0{,}01152}{4{,}8} = 0{,}0024$$

Zifferndifferenz . . . . $(-1) - 1 = -2$

Resultat rechts, mithin Stellenzahl $= -2$.

c. Combinirte Multiplication und Division.

Princip $x = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{a}{c} \cdot b$

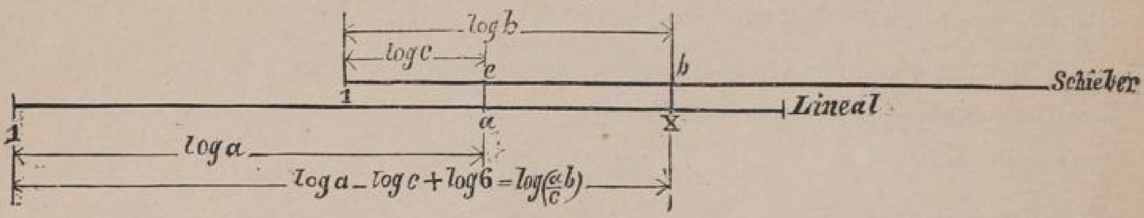


Fig. 16.

Beispiel 9.

$$\frac{36 \cdot 4{,}2}{22{,}4} = \frac{36}{22{,}4} \cdot 4{,}2 = 6{,}75$$

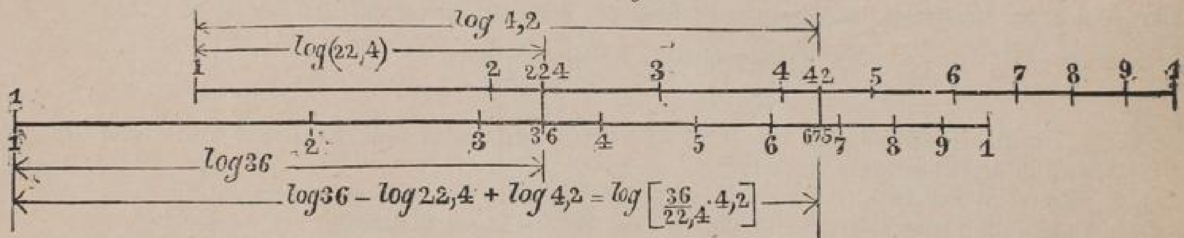


Fig. 17.

Stellenzahl $= 2 - 2 + 1 = 1$ für die Division und weiter $1 + 1 - 1 = 1$ für die folgende Multiplication.

Man sucht also mit dem Läufer auf dem Lineale 36, stellt mit dem Schieber 224 darüber und liest unter 42 des Schiebers das Resultat ab; man nimmt demnach zweckmässiger Weise zuerst die Division und dann die Multiplication vor. Fällt das Resultat über den rechten oder linken Index hinaus, so hält man mit dem Läufer den Quotienten unter dem linken resp. rechten Schieberindex fest und stellt den Schieber um, wie vorstehend bei Beispiel 3 angegeben. (Selbstredend braucht man den Quotienten nicht erst abzulesen.)

Bei Bestimmung der Stellenzahl des Resultats braucht man nicht auf die Multiplication und Division zurückzugehen, sondern kann dieselbe nach folgender Regel feststellen:

Die totale Stellendifferenz (d. h. Stellensumme des Zählers minus Stellenzahl des Nenners) wird um 1 vermindert, wenn bei der Operation eine ganze Schieberumstellung nach rechts, dagegen um 1 vermehrt, wenn eine ganze Schieberumstellung nach links erforderlich wurde. War eine ganze Schieberumstellung überhaupt nicht nöthig, so hat man als Stellenzahl die unveränderte Stellendifferenz. Z. B.

$$\frac{36\,.\,15}{62{,}5} = 8{,}65;\ (2+2-2)-1 = 1$$

$$\frac{36\,.\,6{,}8}{22{,}4} = 10{,}92;\ (2+1-2)+1 = 2$$

Beispiel 10. Eine bei Eisenconstructionen häufig vorkommende Aufgabe ist die Verwandlung von Zollen in Millimeter. Wieviel ^{mm} sind z. B. $^3/_8''$, $^1/_2''$, $^3/_4''$; $2^1/_2''$, $3''$, $3^1/_2''$ u. s. f.? Reduction von Millimeter und Zoll-Maass.

Man bildet das Product 3,186 . 12, da $1^m = 3{,}186$ Fuss preuss. und $1' = 12''$ ist, hält das auf dem Lineal erscheinende Resultat mit dem Läufer fest und stellt nun über dem Strich des letzteren der Reihe nach die mit (3,186 . 12) zu dividirenden Zahlen, liest also das Resultat über dem linken oder rechten Linealindex auf dem Schieber ab; (man macht also die Operation $\frac{x''}{3{,}186}\frac{1000}{12}$)

z. B.: $^3/_8''$	$= 0{,}375''$	$= 9{,}8^{mm}$		$2{,}5''$	$= 65{,}4^{mm}$	
$^1/_2''$	$= 0{,}5''$	$= 13{,}1^{mm}$		$3''$	$= 78{,}5^{mm}$	
$^3/_4''$	$= 0{,}75''$	$= 19{,}6^{mm}$		$3{,}5''$	$= 91{,}5^{mm}$	u. s. f.

Dieselbe Aufgabe lässt sich noch auf andere Weise einfacher lösen, indem man mit Hülfe der auf der Rückseite des Stabes angegebenen Reductionszahl ($1'' = 26{,}154^{mm}$), je nach Bedürfniss den linken oder rechten Schieberindex auf die Zahl 26,15 der Linealscala stellt und wie in Beispiel 4 und 8 damit multiplicirt, d. h. die gesuchten Werthe wie in einer Tabelle abliest.

---

2. Die obere Scala auf Lineal und Schieber.

Die obere Theilung beruht auf demselben Princip wie die untere, nur ist die Einheit derselben genau halb so gross; es sind dem entsprechend zwei gleiche Theilungen hintereinander gesetzt. Dieselben Operationen, wie sie für die untere Scala vorstehend beschrieben sind, lassen sich auch oben ausführen und zwar eignet sich die obere Scala für alle diejenigen Fälle, wo die vorkommenden Zahlen nicht zu viel Ziffern enthalten, deshalb besonders, weil das Umstellen des Schiebers hier wegfällt, da die über die nächste 1 hinausfallenden Resultate in der folgenden zweiten Scala sofort abgelesen werden. Somit ist der Gebrauch der oberen Scala besonders für die in Beispiel 8 und 10 angeführten Fälle — mit der eben bezeichneten Einschränkung einer nicht zu grossen Zifferzahl — sehr bequem.

Zur Verwandlung von preuss. Fuss in Meter und umgekehrt dient hier zugleich der die Zahl $\pi = 3{,}14$ darstellende Strich auf der ersten oberen Linealscala, indem man mit 0,314 (genau 0,3139) multiplicirt. Derselbe Strich wird also zugleich zur Ermittelung von Kreisumfängen, überhaupt zur Multiplication und Division mit der Zahl π benutzt. — Als Beispiele können die vorangeführten auch für die obere Scala gelten. Besonderer Strich für π und zugleich zur Reduction von preuss. Fuss auf Meter.

---

3. Wiederholte Multiplication und Division.

Die Operation $a.b.c.d.e\ldots$ wird in der Weise ausgeführt, dass man nach der ersten Multiplication $a.b$ das Resultat mit dem Läuferstrich festhält, ohne es abzulesen den ersten (oder zweiten) Index des Schiebers darunter bringt, die 2te Multiplication $(a.b)\,.\,c$ ausführt, das Resultat wieder mit dem Läufer festhält u. s. f.

Wiederholte Division und wiederholte Combinationen aus beiden Operationen werden in ganz gleicher Weise mit Hülfe des Läufers ausgeführt. In letzterem Falle ist es vortheilhaft, immer einen Factor und einen Divisor zusammen zu nehmen, solange noch ein solcher vorhanden, also die Operation

$$\frac{a \,.\, b \,.\, c \,.\, d \,.\, e}{m \,.\, n \,.\, o \,.\, p \,.} \text{ in der Form } \frac{\frac{\frac{\left(\frac{a}{m} \cdot b\right)}{n} \,.\, c}{o} \,.\, d}{p} \,.\, e$$

oder $\frac{a\,b}{m} \cdot \frac{c}{n} \cdot \frac{d}{o} \cdot \frac{e}{p}$ auszuführen, indem man $\frac{a}{m} \,.\, b$ dann $\frac{\left(\frac{a\,b}{m}\right)}{n} \,.\, c$ u. s. f. bildet.

Bestimmung der Stellenzahl. Allgemeine Regel zur Bestimmung der Stellenzahl bei wiederholt einfacher und wiederholt combinirter Multiplication und Division.

Man hat der abgebraischen Stellensumme (d. h. Stellensumme des Zählers minus Stellensumme des Nenners),

„so oft 1 zuzusetzen, als ein Divisionsresultat in derselben Scala links;"
„so oft 1 abzusetzen, als ein Multiplicationsresultat in derselben Scala rechts
„vom letztvorhergehenden Resultat erscheint."

Bemerkung. Die Worte „in derselben Scala" beziehen sich auf das Rechnen mit der oberen Theilung; falls daselbst ein Multiplicationsresultat in die rechts folgende Scala fällt, so hat dies auf die Stellensumme also keinen Einfluss, ebensowenig wie ein auf der unteren Scala links erscheinendes Multiplicationsresultat.

Beispiel 11. $\frac{12 \,.\, 27 \,.\, 36{,}5 \,.\, 57}{13 \,.\, 35 \,.\, 46 \,.\, 17} = \frac{12}{13} \cdot \frac{27}{35} \cdot \frac{36{,}5}{46} \cdot \frac{57}{17}$ giebt in der vorstehend beschriebenen Weise ausgeführt ohne Ablesung der Zwischenwerthe das Resultat 1895. Die Stellensumme ist $= 0$, bei der Operation fällt aber ein Divisionsresultat (und zwar das letzte) links in dieselbe Scala; mithin ist die Stellenzahl des Resultates:

$$0 + 1 = 1, \text{ demnach das Resultat } = 1{,}895.$$

Beispiel 12. $\frac{25 \,.\, 6}{16 \,.\, 5{,}4 \,.\, 14{,}5 \,.\, 106} = 0{,}001129.$

Stellensumme $(2 + 1) - (2 + 1 + 2 + 3) = -5.$

Die Resultate erscheinen (unten gerechnet):

Das erste $\left(\frac{25}{16}\right)$ als Quotient links, mithin zur Stellenzahl						$+ 1$
Das zweite $\left(\frac{25}{16}\right) . 6$ als Product	rechts,	„	„	„		$- 1$
Das dritte, Quotient,	links	„	„	„		$+ 1$
Das vierte, Quotient,	links	„	„	„		$+ 1$
Das fünfte, Quotient,	links	„	„	„		$+ 1$
						$+ 4 - 1 = + 3.$

Demnach Stellenzahl des Resultats: $-5 + 3 = -2.$

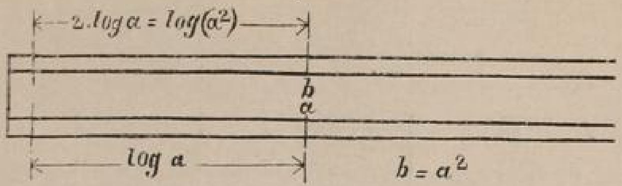
Mithin ist letzteres wie oben angegeben.

Die Anwendung dieser Regel, welche in der schriftlichen Darlegung etwas umständlich erscheint, ist in der Ausführung durchaus einfach. Es wird jedoch ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, dass es unrichtig wäre, wenn man bei der etwaigen Schreibweise $\frac{25}{16} \cdot \frac{6}{5{,}4} \cdot \frac{1}{14{,}5} \cdot \frac{1}{106}$ die durch 1 dargestellten Zähler bei der Stellensumme berücksichtigen wollte, da die Einheit als Factor oder Divisor niemals das Resultat verändern kann.

4. Quadriren und Wurzelausziehen.

Da die logarithmischen Längen der oberen Scala im halben Maassstabe der unteren aufgetragen sind, so bezeichnet dieselbe Länge, welche unten $\log a$ (z. B. $\log 2$) darstellt,

Fig. 18.



oben $2 \log a = \log a^2$ (z. B. $\log 4$); man liest also mit Hülfe des Läufers oder des (ersten oder dritten) Schieberindex die Quadrate der unten angegebenen Zahlen einfach gerade darüber auf der oberen Scala. Bei dem Ausziehen der Quadratwurzel hat man zu beachten, dass die Wurzel für jede 1,3,5 .... stellige Zahl, (also mit geraden Potenzen von 10) unter der ersten Scala, für jede 2,4,6 ... stellige Zahl (also mit ungeraden Potenzen von 10) unter der zweiten Scala erscheint.

Also z. B. $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{40} = 6{,}325$:

Fig. 19.

(Dasselbe würde man erhalten, wenn man unten $\sqrt{4} = 2$ mit $\sqrt{10} = 3{,}162$ multiplicirte.)

Stellenzahl von Quadrat und Quadratwurzel.

Allgemein hat man für die Aufsuchung der Quadratwurzel und für die Bestimmung der Stellenzahl bei Quadrat und Wurzel folgende Regel:

Hat die zu quadrirende Zahl n Stellen, so hat das Quadrat:

„$2n$ Stellen, wenn es in der 2ten,

„$(2n - 1)$ Stellen, wenn es in der 1ten oberen Lineal-Scala erscheint."

Beim Aufsuchen der Quadratwurzel theilt man den Radikanden vom Komma aus in Gruppen von je 2 Ziffern. Enthält die erste Gruppe links (resp. bei echten Decimalbrüchen die erste Gruppe mit Zahlen, welche nicht 0 sind):

„1 Ziffer, so liegt die Wurzel unter der ersten,"

enthält dieselbe dagegen

„2 Ziffern, so liegt die Wurzel unter der 2ten oberen Lineal-Scala."

In beiden Fällen ist die

„Stellenzahl der Wurzel gleich der Gruppenzahl des Radikanden vor dem Komma."

Bemerkung. Bei echten Decimalbrüchen von der Form 0,36; 0,036; 0,0036 u. s. f. hat also die erste Gruppe

in der Zahl	0,03'6	— eine Ziffer,	
„ „ „	0,00'36	— zwei „	
„ „ „	0,00'03'6	— eine „	
„ „ „	0,00'6	— zwei „	(0,00'60)
„ „ „	0,00'06	— eine „	

Je 2 Nullen rechts vom Komma bilden zusammen eine **negative Gruppe**, für welche also die Wurzel eine negative Stelle, d. h. eine Null rechts vom Komma erhält.

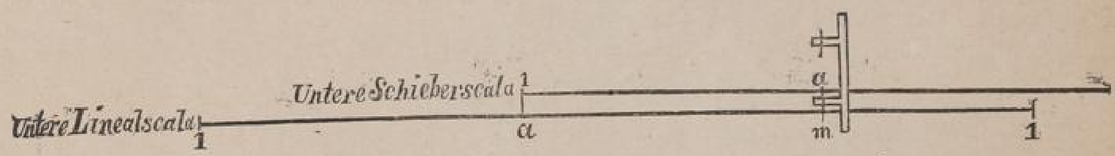
Folgende Tabelle mag die Anwendung veranschaulichen:

Gegebener Radikand	Eintheilung in Gruppen	Demnach die Wurzel unter der	Gruppenzahl = Stellenzahl der Wurzel	Mithin Wurzel
36000	3'60'00	ersten Scala	3	189,7
3600	36'00	zweiten „	2	60,0
360	3'60	ersten „	2	18,97
36	36	zweiten „	1	6,0
3,6	3,'36	ersten „	1	1,897
0,36	0,'36	zweiten „	0	0,6
0.036	0,03'6	ersten „	0	0,1897
0,0036	0,00'36	zweiten „	— 1	0,06
0,00036	0,00'03'6	ersten „	— 1	0,01897
0,000036	0,00'00'36	zweiten „	— 2	0,006
0,0305	0,03'05	ersten „	0	0,1747
0,003	0,00'30	zweiten „	— 1	0,0548

Andere Methode.

Das Ausziehen der Wurzel kann auch ohne Benutzung der oberen Scala geschehen, indem man auf der unteren Linealscala den Radikanden mit dem Läufer festhält und den Schieber so verstellt, dass derselbe unter dem Läuferindex diejenige Zahl zeigt, welche gleichzeitig der linke oder rechte Schieber-Index auf der Linealscala abschneidet:

Fig. 20.



Man hat also umgekehrt $a \,.\, a = a^2 = m$. Mithin $a = \sqrt{m}$

Diese Methode gestattet eine genauere Ablesung des Radikanden, ist mithin bei mehrziffrigen Radikanden vorzuziehen. Man hat hierbei die Regel: hat die erste Gruppe des Radikanden

1 **Ziffer**, so benutzt man den **linken** }
2 **Ziffern**, „ „ „ **rechten** } Index zur Aufsuchung der Wurzel;

z. B. $\sqrt{4} = 2$ Index links, }
$\sqrt{40} = 6{,}325$ Index rechts, } Stellenzahl = Gruppenzahl, wie oben.

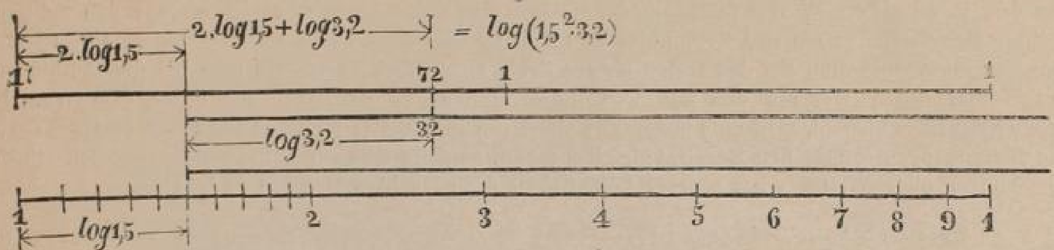
Combinirte Rechnungen.

Wie die verschiedenen mit Quadrirung und Radicirung combinirten Rechnungen, z. B. von der Form $a^2\, b$; $\frac{a^2}{b}$; $\frac{a^2\, b}{c}$; $\frac{a^2\, b}{c^2}$; $b\sqrt{a}$; $\frac{\sqrt{a}}{b}$; $\frac{b\sqrt{a}}{c}$; $k\,\frac{\sqrt{a\,b}}{c\,.\,d}$ u. s. f. sehr bequem mit Hülfe des Läufers auszuführen sind, ergiebt sich sehr bald durch den Gebrauch.

Hier einige Beispiele:

Beispiel 13. $1{,}5^2 \,.\, 3{,}2 = 7{,}2.$

Fig. 21.



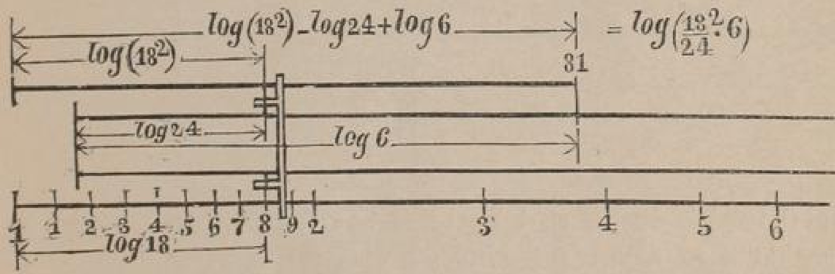
Beispiel 13.[b] Gesucht der Querschnitt einer Welle von $d = 6$ zm Durchmesser.

Man stellt den rechten Schieberindex auf die gegebene Zahl (6) der unteren Scala und liest auf der oberen Linealscala über dem bei $\frac{\pi}{4} = 0{,}785$ auf dem Schieber zu diesem Zwecke besonders angegebenen Strich das Resultat ab:

$$d^2 \,.\, \frac{\pi}{4} = 28{,}3 \,\square^{\text{zm}}.$$

Beispiel 14. $\frac{18^2 \,.\, 6}{24} = 81{,}0$:

Fig. 22.



Man stellt zuerst den Läufer auf 18 der unteren Linealscala, dann die Zahl 24 der oberen Schieberscala darüber und liest über 6 der letzteren auf der oberen Linealscala das Resultat ab.

Bei Bestimmung der Stellenzahl hat man auf die früher gegebenen Regeln zurückzugehen, also einmal die Stellenzahl des Quadrates und sodann die aus der Multiplication und Division hervorgehende zu beachten.

Beispiel 15.

Wassergeschwindigkeit im Canal nach der Eytelwein'schen Formel

$$v = k \sqrt{\frac{h}{l} \cdot \frac{f}{p}}$$

$$k = 90{,}9\,;\ \frac{h}{l} = \frac{3''}{100^0} = \frac{3}{100 \,.\, 12 \,.\, 12} = \frac{1}{4800}$$

$$f = 576 \,\square' \qquad p = 108'$$

$$v = 90{,}9 \sqrt{\frac{1}{4800} \cdot \frac{576}{108}} = 3'{,}03 \text{ (ohne Zwischenresultat abgelesen).}$$

Man nimmt zunächst $\frac{676}{108} \cdot \frac{1}{4800}$ auf der oberen zweiten Scala, nimmt mit dem Läufer aus dem Resultat die Wurzel (333) auf der unteren Scala des Lineals, stellt hierauf den unteren rechten Schieberindex ein und liest unter 90,9 das Resultat 3',03 unten auf dem Lineal ab. (Hätte man die erste Operation auf der ersten oberen Scala ausgeführt, so müsste man bei dem Ausziehen der Wurzel den Läufer auf den mittleren Index stellen, da der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen mit 10^{-3} beginnt, also eine ungerade Potenz von 10 enthält; meistens kann man dies wie auch die Stellung des Kommas dem Resultat gleich ansehen, so dass man zumal bei mehreren gleichartigen Rechnungen ohne Weiteres mit grosser Leichtigkeit die gesuchten Grössen findet.)

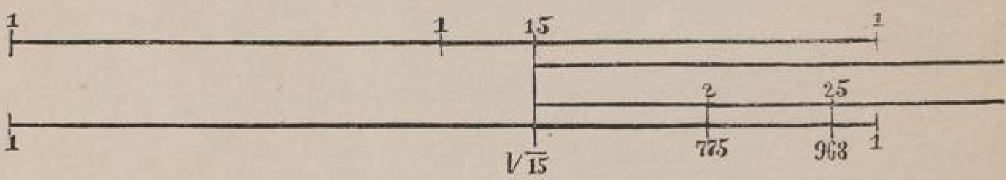
Beispiel 16. Widerstandsmoment W eines rechteckigen Balkens von der Breite $b = 20^{zm}$, Höhe $h = 25^{zm}$?

$$W = \frac{b\,h^2}{6} = \frac{20 \,.\, 25^2}{6} = \frac{25^2}{6} \,.\, 20 = 2080 \text{ in Cub.}^{zm}$$

Beispiel 17. Wie gross ist die Schlusssteinstärke für ein Gewölbe aus Bruchstein (resp. Quader) bei einem Scheitelradius $r = 15^m$ nach der englischen (auch in Süd-Deutschland und Frankreich vielfach gebräuchlichen) Formel $d = 0{,}25 \sqrt{r}$ resp. $d = 0{,}2 \sqrt{r}$?

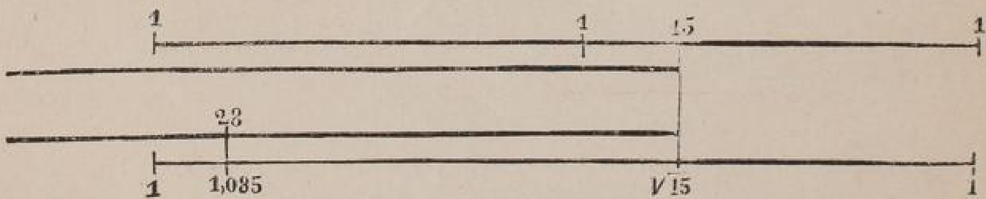
$$d = 0{,}25 \sqrt{15} = 0{,}968^m \text{ für Bruchstein,}$$
$$d = 0{,}2 \sqrt{15} = 0{,}775^m \text{ für Quader:}$$

Fig. 23.



Beispiel 18. Eisenstärke einer Kette, welche 1500 Kil. mit Sicherheit tragen soll nach Redtenbacher $d = 0{,}028 \sqrt{P} = 0{,}028 \,.\, \sqrt{1500} = 1{,}085^{zm}$:

Fig. 24.



Beispiel 19. Gewicht Q eines eichenen Balkens von $20 \,.\, 25^{zm}$ Querschnitt und 5^m Länge.

Auf der Rückseite des Rechenstabes findet man für Eichenholz $\frac{1}{\gamma} = 1{,}43$; demnach, wenn alle Dimensionen in Decimeter genommen werden: $Q = \frac{2 \,.\, 2{,}5 \,.\, 50}{1{,}43} = 174{,}8^k$.

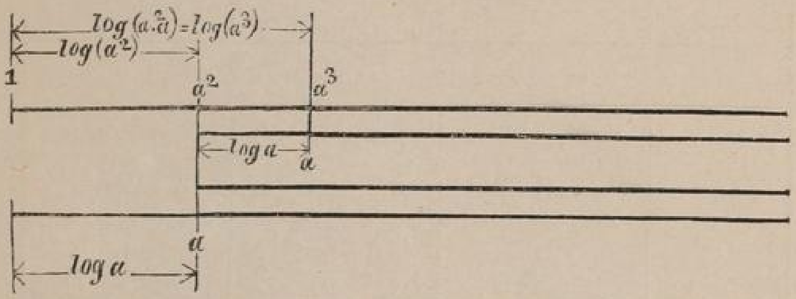
Beispiel 20. Gewicht G einer schmiedeeiserner Welle von 12^{zm} Durchmesser und 4^m Länge. Die Rückseite des Schiebers giebt $\frac{4}{\gamma\pi} = 0{,}163$ für Schmiedeisen;

$$\text{demnach } G = \frac{1{,}2^2 \cdot 40}{0{,}163} = 353{,}5^{\text{Kil.}}$$

5. a) Cubiciren und Cubikwurzel-Ausziehen.

a) Das Cubiciren geschieht durch die Operation: $a^2 \cdot a = a^3$

Fig. 25.



Sobald hierbei die gesuchte Zahl über den 3ten oberen Linealindex hinausfallen würde, nimmt man zum Markiren der Zahl a den rechten unteren Schieber-Index (also sobald die Zahl a mit mehr als $4{,}64 = \sqrt[3]{100}$ beginnt).

Die Stellenzahl des Cubus bestimmt sich folgendermaassen: **Stellenzahl des Cubus.**

Hat die zu potenzirende Zahl n Stellen vor dem Komma (resp. negative Stellen, wenn die Zahl von der Form 0,03; 0,003 u. s. f. ist) so hat der Cubus

$3n - 2$ Stellen, wenn er in der ersten,

$3n - 1$ „ „ „ „ „ zweiten

oberen Linealscala erscheint; endlich:

$3n - 0 = 3n$ Stellen, wenn der rechte Schieberindex benutzt wurde, und das Resultat in der zweiten oberen Linealscala erscheint.

Die Anwendung der Regel mag folgende Tabelle veranschaulichen.

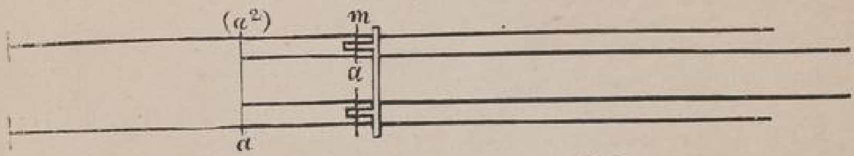
1. Resultat in der 1ten Scala.			
a	Stellenzahl von a	Stellenzahl von a^3	a^3
2100	4	$3.4 - 2 = 10$	9 261 000 000
210	3	$3.3 - 2 = 7$	9 261 000
21	2	$3.2 - 2 = 4$	9 261
2,1	1	$3.1 - 2 = 1$	9,261
0,21	0	$3.0 - 2 = -2$	0,00926
0,021	-1	$3.(-1) - 2 = -5.$	0,0000092
0,0021	-2	$3.(-2) - 2 = -8$	0,0000000092

a	Stellenzahl von a	Stellenzahl von a^3	a^3
2. Resultat in der 2ten Scala.			
300	3	$3.3 - 1 = 8$	27000000
30	2	$3.2 - 1 = 5.$	27000
3	1	$3.1 - 1 = 2$	27
0,3	0	$3.0 - 1 = -1$	0,027
0,03	-1	$3.(-1) - 1 = -4$	0,000027
0,003	-2	$3.(-2) - 1 = -7$	0,000000027
3. Rechter Schieberindex benutzt.			
500	3	$3.3 = 9$	125 000 000
50	2	$3.2 = 6$	125 000
5,0	1	$3.1 = 3$	125
0,5	0	$3.0 = 0$	0,125
0.05	-1	$3.(-1) = -3$	0,000125
0,005	-2	$3.(-2) = -6$	0,000000125

5. *b)* Das Ausziehen der Cubikwurzel.

Princip. Man stellt den oberen Läuferstrich auf den Radikanden in der oberen Linealscala und verstellt den Schieber so lange, bis die obere Schieberscala unter dem Läuferstrich und die untere Linealscala unter dem linken Schieberindex die gleiche Zahl zeigt:

Fig. 26.



Man hat dann rückwärts $a^2 \,.\, a = m$. Mithin $a = \sqrt[3]{m}$.

Hinsichtlich der Ausführung ist folgendes zu bemerken: Man theilt den Radikanden nach bekannter Weise in Gruppen von je 3 Stellen. Enthält dann die erste Gruppe links (resp. bei echten Decimalbrüchen die erste Gruppe mit wirklichen Zahlen):

1 Ziffer, so nimmt man den Radikanden in der ersten oberen Linealscala,
2 Ziffern, „ „ „ „ „ „ „ zweiten „ „
3 „ „ benutzt man den rechten unteren Schieberindex und nimmt den Radikanden in der 2ten Linealscala.

Die Stellenzahl der Wurzel ist gleich der Gruppenzahl des Radikanden, wie bei dem Quadratwurzelausziehen.

Bemerkung: Zu beachten ist hierbei, dass in echten Decimalbrüchen die Gruppe von der Form

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}80 = 0{,}800 \\ \text{oder} \quad 0{,}85 = 0{,}850 \end{array}\right\} \text{als 3ziffrig,}$$

0,08 = 0,080 oder 0,085 als 2ziffrig,
0,008 als einziffrig zu betrachten ist.

Folgende Tabelle zur Veranschaulichung.

a	Eintheilung in Gruppen	Benutzt wird: Ob. Linealscala No.	Unterer Schieberindex	Gruppenzahl = Stellenzahl	Mithin $\sqrt[3]{a}$
850000	850′000	II	rechts	2	94,7
85000	85,000	II	links	2	43,9(6)
8500	8′500	I	links	2	20,4
850	′850	II	rechts	1	9,47
85	85	II	links	1	4,39(6)
8,5	8,500	I	links	1	2,04
0,85	0,850	II	rechts	0	0,947
0,085	0,085	II	links	0	0,439
0,0085	0,008′50	I	links	0	0,204
0,00085	0,000′850	II	rechts	— 1	0,0947
0,000085	0,000′085	II	links	— 1	0,043
0,0000085	0,000′008′5	I	links	— 1	0,0204

Beispiel 21. Durchmesser einer schmiedeisernen Welle, welche bei $n = 60$ Umdrehungen pro Minute 14 Pferdekräfte übertragen soll.

Nach Redtenbacher ist: $d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 12 \sqrt[3]{\frac{14}{60}} = 7{,}39^{\,zm}$

Man bildet also zuerst auf der 2ten oberen Linealscala $\frac{14}{60}$, hält das Resultat mit dem Läufer fest, sucht die 3te Wurzel mittels des rechten unteren Schieberindex auf (da der Quotient $\frac{14}{60}$ in derselben Scala rechts liegt, mithin $2 - 2 = 0$ Stellen, also die Form 0,2... hat, demnach die Gruppe als 3ziffrig zu betrachten ist). Dieses Resultat $\sqrt[3]{\frac{14}{60}}$ hält man wieder mit dem Läufer fest und multiplicirt unten mit 12 (mittels ganzer Schieberumstellung). Die Operation ist in der Ausführung ungemein einfach.

Beispiel 22. Die unter Beispiel 13 nach der Eytelwein'schen Formel berechnete Wassergeschwindigkeit ist unter denselben Annahmen nach der neueren Hagen'schen Formel zu ermitteln (s. Architecten-Kalender. Beigabe).

$$v = 4{,}33 \sqrt[6]{\frac{h}{l}} \cdot \sqrt{\frac{f}{p}} = 4{,}33 \sqrt[2]{\sqrt[3]{\frac{1}{4800}}} \cdot \sqrt{\frac{576}{108}}$$

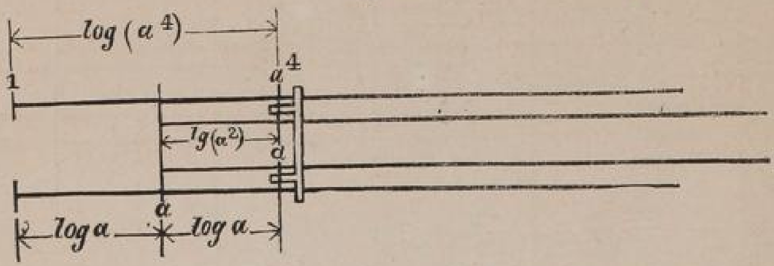
$$v = \frac{1}{\sqrt[2]{\sqrt[3]{4800}}} \cdot \left[\sqrt{\frac{576}{108}} \cdot 4{,}33\right] = \frac{1}{4{,}105} \cdot \left[\sqrt{\frac{576}{108}} \cdot 4{,}33\right] = 2{,}44'$$

Man berechnet zunächst $\sqrt[3]{4800}$ unter der 1ten oberen Scala, hält unten links die Wurzel (16,87) mit dem Läufer fest, sucht hieraus unten, Index rechts, die 2te Wurzel $= \sqrt[6]{4800} = 4{,}105$ und notirt diese Zahl. Sodann bildet man in bekannter Weise $\sqrt{\frac{576}{108}} \cdot 4{,}33$ (= 10,0) und dividirt dieses Resultat durch 4,105: giebt die Ablesung 2,439 oder 2,44′.

6. Die 4te Potenz und die 4te Wurzel.

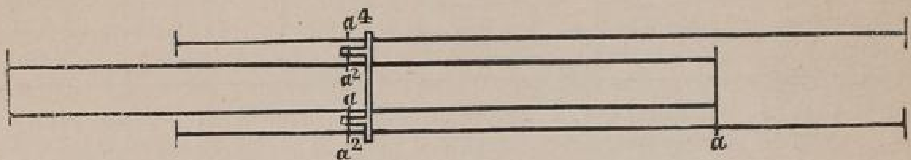
a) Die Bildung der 4ten Potenz geschieht durch die Operation: $(a \,.\, a)^2 = a^4$:

Fig. 27.



Würde das Resultat über den 3ten oberen Linealindex hinausfallen, so benutzt man den rechten unteren Schieberindex zum Markiren der Zahl a.

Fig. 28.



Hinsichtlich der Ausführung und der Stellenzahl hat man folgende Regel:
(Stellenzahl der Zahl $a = n$).

Benutzt man den Schieberindex	und fällt das Resultat in die	so hat dasselbe
links	I obere Linealscala	$4\,n - 3$ Stellen
links	II „ „	$4\,n - 2$ „
rechts	I „ „	$4\,n - 1$ „
rechts	II „ „	$4\,n - 0 = 4\,n$ „

So hat man beispielsweise

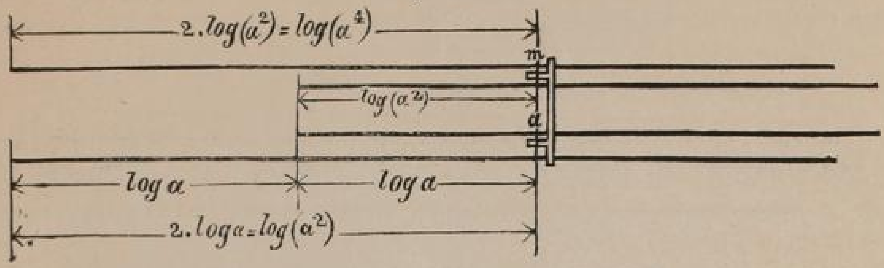
a	Unterer Schieberindex	Obere Linealscala	Stellenzahl	Resultat a^4
12	links	I	$4 \,.\, 2 - 3 = 5.$	20736 *)
1,2	„	„	$4 \,.\, 1 - 3 = 1$	2,073
0,12	„	„	$4 \,.\, 0 - 3 = -3.$	0,000207
2	links	II	$4 \,.\, 1 - 2 = 2.$	16
0,2	„	„	$4 \,.\, 0 - 2 = -2$	0,0016
0,02	„	„	$4 \,.\, (-1) - 2 = -6$	0,00000016
4	rechts	I	$4 \,.\, 1 - 1 = 3$	256
0,4	„	„	$4 \,.\, 0 - 1 = -1$	0,0256
6	rechts	II	$4 \,.\, 1 = 4$	1296
0,06	„	„	$4 \,.\, (-1) = -4$	0,0000129

*) Die letzte Ziffer 6 erkennt man daran, dass $2^4 = 16$ ist.

b) Das Ausziehen der 4ten Wurzel

geschieht entweder durch zweimaliges Ausziehen der Quadratwurzel oder in folgender Weise:

Fig. 29.



$$m = (a \, . \, a)^2$$

Mithin $a = \sqrt[4]{m}$

Man hält also den Radikanden m auf der oberen Linealscala mit dem Läufer fest und verstellt den Schieber derart, dass sein linker Index auf der unteren Linealscala dieselbe Zahl a abschneidet, welche gleichzeitig unter dem Läuferstrich auf der unteren Schieberscala erscheint.

Die Ausführung geschieht folgendermaassen:

Man theilt den Radikanden nach bekannter Weise in Gruppen von je 4 Stellen. Die Stellenzahl der Wurzel ist dann, wie immer, gleich der Gruppenzahl des Radikanden.

Ferner hat man folgende Regel:

Ziffernzahl der ersten Gruppe	so braucht man die obere	und den unteren Schieberindex	Beispiel a	Gruppenzahl = Stellenzahl	Resultat $\sqrt[4]{a}$
1	I Linealscala	links	2,073	1	1,2
2	II „	„	20,73	1	2,135
3	I „	rechts	207,3	1	3,79
4	II „	„	2073.	1	6,749
1	Fortsetzung für das Beispiel	links	2′0736	2	12
4	II Linealscala	rechts	0,2073	0	0,675
3	I „	„	0,0207	0	0,379
2	II „	links	0,0020′7	0	0,213
1	I „	„	0,0002′07	0	0,12
4	II „	rechts	0,0000′2070	— 1	0,0675
3	I „	„	0,0000′0207	— 1	0,0379

u. s. f.

Beispiel 23. Es ist der Durchmesser einer langen Transmissionswelle von Schmiedeisen nach der von Redtenbacher hierfür gegebenen Formel:

$$d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$$

zu berechnen, wenn dieselbe bei 72 Umdrehungen pro Minute 25 Pferdekräfte übertragen soll.

Man sieht zunächst, dass $\frac{25}{75}$ von der Form 0,3.... sein, also in der 1te Gruppe 4 Ziffern haben wird, man berechnet also $\frac{25}{72}$ auf der oberen Linealtheilung so, dass das

Resultat gleich in die 2te Scala fällt und nimmt dann auf der unteren Scala mit dem rechten Schieberindex die 4te Wurzel (etwa 0,768, braucht aber nicht abgelesen zu werden, nur muss man merken, dass dieselbe die Form 0,7.. hat, weil der Radikand die Gruppenzahl 0) und multiplicirt diese durch Umstellen des Schiebers mit 12 : giebt auf sehr einfache Weise

$$d = 12 \cdot \sqrt[4]{\frac{25}{72}} = 9{,}22 \text{ zm}$$

Beispiel 24. Es ist der Querschnitt einer schmiedeisernen Schubstange vom Durchmesser $d = 8^{zm}$ durch einen rechteckigen von gleicher Steifigkeit zu ersetzen und hierbei das Verhältniss der Rechteckseiten $\frac{a}{b} = 2$ gewählt; es ist dann nach Redtenbacher

$$\frac{b}{d} = \sqrt[4]{\frac{6\,\pi}{32} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)}$$

Man bildet zunächst auf der oberen Linealscala $\frac{6\,.\,\pi}{32}\,.\,0{,}5$, nimmt das Resultat auf der 2ten Scala (weil von der Form 0,2 .... also mit 4 Ziffern in der ersten Gruppe) sucht mit dem rechten Index unten die 4te Wurzel (0,736) und multiplicirt diese unten mit $d = 8$; giebt $b = 8\sqrt[4]{\frac{6\,\pi}{32}\,.\,0{,}5} = 5{,}89^{zm}$ Demnach $a = 2\,.\,b = 11{,}78^{zm}$ und der Material-Verbrauch verhält sich nach Angabe des Rechenstabes, wie: $\frac{d^2\,\pi}{4} : ab = 50{,}1 : 68{,}3$.

II. Die Rückseite des Schiebers.

A. Die Winkelfunctionen.

7. Die Sinustheilung.

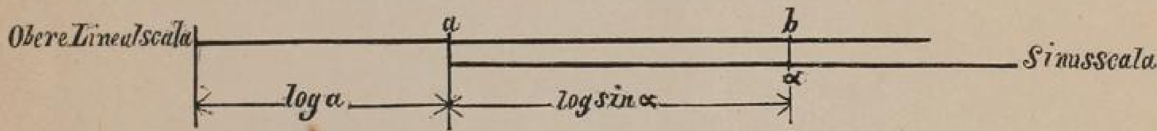
Man stecke den Schieber so ein, dass die auf der Rückseite befindliche mit *S* (Sinus) bezeichnete Theilung mit der oberen Linealtheilung koïncidirt. Man liest alsdann die Winkel in Graden und Minuten auf dem Schieber und die zugehörigen Sinus unmittelbar darüber auf der oberen Linealscala ab, und zwar gehen die Sinus in der ersten Scala von 0,01 bis 0,1 (sin. 0° 35′ bis sin. 5° 45′) in der zweiten Scaia von 0,1 bis 1,0 (sin. 5° 45′ bis sin. 90°). Die beigedruckten Zahlen bezeichnen also die Grade; die Werthe der Intervalle dazwischen sind je nach ihrer Anzahl zwischen zwei Gradstrichen leicht zu erkennen.

Die Operationen $a \,.\, \sin.\, \alpha = b$, $\dfrac{a}{\sin.\, \alpha} = c$

werden in derselben Weise mit der Sinusscala ausgeführt, wie einfache Multiplicationen und Divisionen mit der Vorderseite des Schiebers.

Princip 1) $a \sin.\, \alpha = b$.

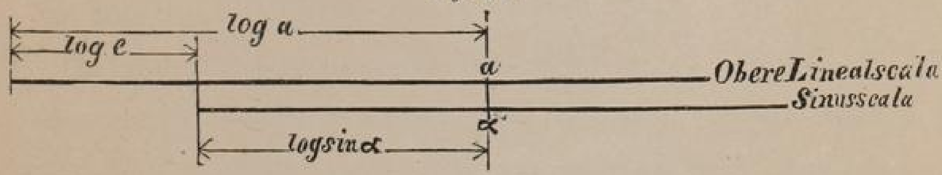
Fig. 30.



$\log a + \log (\sin.\, \alpha) = \log (a \,.\, \sin.\, \alpha) = \log b.$

2) $\dfrac{a}{\sin.\, \alpha} = c$

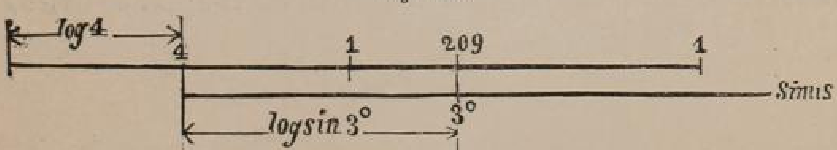
Fig. 31.



$\log a - \log (\sin.\, \alpha) = \log \left(\dfrac{a}{\sin.\, \alpha}\right) = \log c.$

Beispiel 25. 4 . sin. 3° = 0,209 (abgelesen):

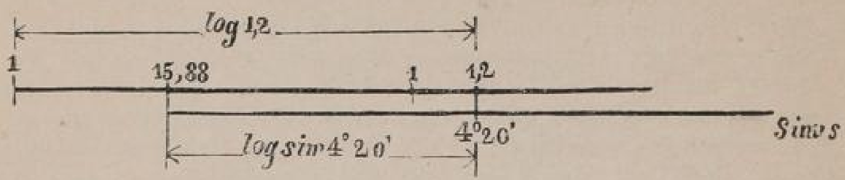
Fig. 32.



Fällt das Resultat über die Linealtheilung hinaus, so hat man auch hier den Schieber so einzustellen, dass das rechte Ende der Theilung (S) auf a zeigt, und zwar ist dies in den meisten Fällen bequemer, weil die grössere Zahl der Winkel in der zweiten Scala liegt.

Beispiel 26. $\frac{1{,}2}{\sin.\ 4^\circ\ 20'} = 15{,}88$ (abgelesen):

Fig. 33.



Zur Bestimmung der Stellenzahl hat man folgende Regel:
Ist z die Stellenzahl der mit sin. α zu multiplicirenden resp. zu dividirenden Zahl a, so hat:

1. Das Produkt

$z - 2$ Stellen, wenn es rechts von a in derselben Scala,
$z - 1$ { " wenn es rechts von a in der folgenden Scala, oder " " links von a in der vorhergehenden Scala,
z Stellen, wenn es links von a in derselben Scala,

2. Der Quotient.

$z + 2$ Stellen, wenn er links in derselben Scala,
$z + 1$ { " wenn er links in der vorhergehenden Scala, oder " er rechts in der folgenden Scala,
z Stellen, wenn er rechts in derselben Scala
erscheint.

Beispiele.

$5 \,.\, \sin.\ 1^\circ = 0{,}0873 \ ; \ z - 2 = -1$

$5 \,.\, \sin.\ 3^\circ = 0{,}2617 \ ; \ z - 1 = 0$

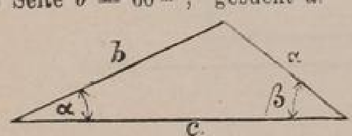
$5 \,.\, \sin.\ 15^\circ = 1{,}294 \ ; \ z = 1$

$\frac{0{,}5}{\sin.\ 2^\circ} = 14{,}35 \ ; \ z + 2 = 2$

$\frac{0{,}5}{\sin.\ 4^\circ} = 7{,}17 \ ; \ z + 1 = 1$

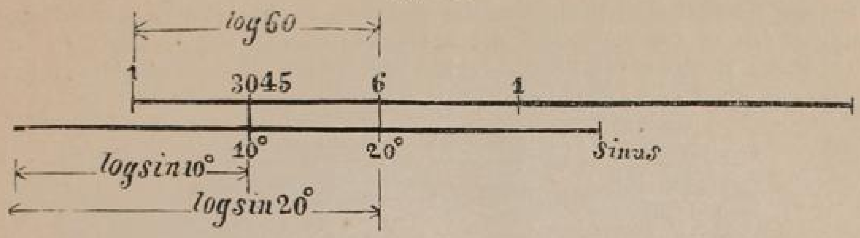
$\frac{0{,}025}{\sin.\ 30^\circ} = 0{,}05 \ ; \ z = -1$

Beispiel 27. Sinussatz. Gegeben zwei Winkel eines Dreiecks $\alpha = 10^\circ$; $\beta = 20^\circ$ und eine Seite $b = 60^m$; gesucht a.



$$a = \frac{60\ .\ \sin.\ 10^\circ}{\sin.\ 20^\circ} = 30{,}45^m :$$

Fig. 34.



Man bildet also durch **eine** Stellung des Schiebers

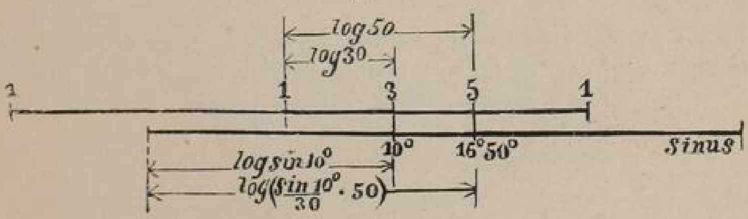
$$\log 60 - \log \sin. 20 + \log \sin. 10 = \log \frac{60 \cdot \sin. 10}{\sin. 20}$$

und liest das Resultat über dem Strich, welcher 10° bezeichnet. Stellenzahl von $b = n$, dann hat das Resultat

n Stellen, wenn es in dieselbe Scala fällt,
$n + 1$, wenn es in die folgende Scala fällt,
$n - 1$, wenn es in die vorhergehende Scala fällt.

Ist gegeben: 1 Seite $b = 50$, eine zweite Seite $a = 30$, und der Winkel $\alpha = 10^\circ$, gesucht $\angle \beta$, so hat man $\sin. \beta = \frac{\sin. 10^\circ}{30} \cdot 50 = \sin. (15^\circ \ 50')$. Man bringt den Theilstrich, welcher 10° auf der Sinusscala zeigt, unter die Zahl 30 der oberen 2ten Linealscala und liest unter 50 derselben Linealscala **auf dem Schieber** direct ab $\beta = 16^\circ \ 50'$:

Fig. 35.



Man bildet also

$$\log (\sin. 10^\circ) - \log 30 + \log 50 = \log \left(\frac{\sin. 10^\circ}{30} \cdot 50\right) = \log (\sin. 16^\circ \ 50').$$

Dagegen würde man bei Ermittelung von $\frac{\sin. 10^\circ}{30} \cdot 5$ oder $\frac{\sin. 10^\circ}{300} \cdot 50$ den Factor 5 in der vorhergehenden Scala zu nehmen haben, also in diesem Falle finden $\frac{\sin. 10^\circ}{30} \cdot 5 = \sin. (1^\circ \ 39{,}5')$. Wenn endlich die beiden gegebenen Längen um mehr als **eine** Stelle auseinander liegen, so kann man den Winkel nicht mehr direct ablesen, sondern ermittelt den Zahlenwerth, indem man mit dem Läufer die Lage des einen Schieberindex festhält, den Schieber selbst ganz herauszieht und umsteckt, so dass der entsprechende Index wieder dieselbe Stelle einnimmt und nun erst mit dem letzten Factor multiplicirt, z. B. $\frac{\sin. 10^\circ \cdot 0{,}5}{30} = 0{,}00289$

$$\frac{\sin. 10^\circ \cdot 0{,}5}{300} = 0{,}000289$$

u. s. f. Wie man in diesem Falle den (sehr kleinen) Winkel findet s. u. unter 10.

Hinsichtlich der Stellenzahl gilt in diesem Falle folgende Regel:

Fällt das Resultat nach Umdrehung des Schiebers rechts vom Läuferstrich in dieselbe Schieberscala, so hat es zur Stellenzahl die Stellendifferenz der beiden gegebenen Längen, fällt dasselbe links in dieselbe Schieberscala (oder rechts in die folgende) so hat man die Stellendifferenz um 1 zu vermehren; so z. B.

$$\frac{\sin.\ 10^\circ}{30}\ 0{,}5,\ \text{Stellenzahl} = 0 - 2 = -2$$

$$\frac{\sin.\ 10^\circ}{300}\ 0{,}5\ ,\ \text{Stellenzahl} = 0 - 3 = -3$$

Dagegen

$$\frac{\sin.\ 40^\circ}{30}\ .\ 0{,}05 = 0{,}00107,\ \text{Stellenzahl} = (-1-2) + 1 = -2.$$

Ferner hätte man auch

$$\frac{\sin.\ 40^\circ}{30}\ .\ 50 = 1{,}07,\ \text{Stellenzahl} = 0 + 1 = 1.$$

(Dass dieser Fall keinen sin. mehr darstellen, also bei geometrischen Beziehungen nicht vorkommen kann, versteht sich von selbst.)

8. Die Tangententheilung.

Bei derselben Stellung des Schiebers, welche auf der oberen Linealtheilung die Sinus der Winkel abzulesen gestattet, erscheinen auf der unteren Linealscala die Tangenten der unmittelbar darüber auf dem Schieber angegebenen Winkel, jedoch nur von 0,1 bis 1, also entsprechend den Winkeln 5° 43′ bis 45°.*)

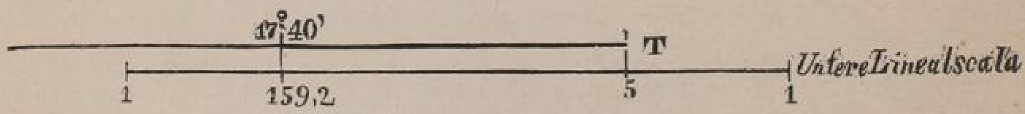
Die Operationen $a\ .\ \text{tg.}\ \alpha$, $\frac{a}{\text{tg.}\ \alpha}$ werden hier auf der unteren Scala genau so ausgeführt, wie oben beim Sinus beschrieben. Hinsichtlich der Stellenzahl hat man folgende Regel:

Ist z die Stellenzahl der mit tg. α zu multiplicirenden resp. zu dividirenden Zahl a, so hat
das Product z Stellen, wenn es links,
$z - 1$ „ „ „ rechts,
der Quotient $z + 1$ Stellen, wenn er links,
z „ „ „ rechts
von a erscheint.

Beispiel 28. Tangentenlänge einer 500 Meter-Curve bei einem Centriwinkel von 35° 20′

$$\text{Tgte.} = r\ .\ \text{tg.}\ \frac{\alpha}{2} = 500\ \text{tg.}\ 17^\circ\ 40' = 159{,}2:$$

Fig. 36.



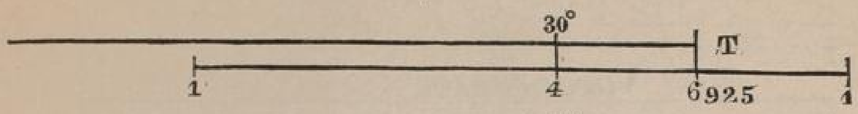
$$\log 500 + \log (\text{tg.}\ 17^\circ\ 40') = \log \left[500\ .\ \text{tg.}\ 17^\circ\ 40'\right] = \log 159{,}2.$$

*) Die Einrichtung der Tangentenscala entsprechend der unteren Linealscala, also in doppeltem Maassstabe ist eine Abweichung von dem französischen Rechenstabe, welche dadurch motivirt ist, dass der grösste Theil der Winkel zwischen 5° und 45° liegt und hierfür eine genauere Ablesung sehr wünschenswerth erscheint als sie bisher möglich war. (So besonders bei Berechnung von Tangentenlängen.)

Ist der betreffende Winkel $\beta > 45^\circ$, so nimmt man $\frac{a}{\text{tg.}\ (90^\circ - \beta)}$ statt $a\ .\ \text{tg.}\ \beta$, z. B.

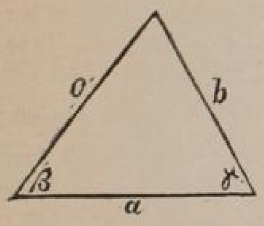
$$400\ .\ \text{tg.}\ 60^\circ = \frac{400}{\text{tg.}\ 30^\circ} = 692{,}5$$

Fig. 37.



$$\log 400 - \log\ (\text{tg.}\ 30^\circ) = \log \left(\frac{400}{\text{tg.}\ 30^\circ}\right)$$

Beispiel 29. Gegeben in einem Dreieck $a = 50^m$; $b = 42^m$; $\gamma = 62^\circ$; gesucht β.



Es ist $\text{tg.}\ \left(\beta + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{a+b}{a-b}\ .\ \text{tg.}\ \frac{\gamma}{2}$.

Man nimmt also zunächst mit Hülfe der Tangentenscala tg. 31° (= 0,601) mittelst des Läufers auf der unteren Linealscala, dreht den Schieber um, berechnet in bekannter Weise

$\frac{\text{tg.}31^\circ}{8}\ .\ 92 = 6{,}91$ und findet auf dem Schieber

$$\frac{1}{6{,}91} = 0{,}1446 = \text{cotg.} \left(\beta + \frac{\gamma}{2}\right).$$

Diese Zahl fixirt man sodann durch den Läufer auf der unteren Linealscala, dreht den Schieber wieder um und findet auf der Tangentenscala: *arc* . tg. 0,1446 = 8° 14′

Mithin $\beta + \frac{\gamma}{2} = 90 - (8^\circ\ 14') = 81^\circ\ 46'$ und $\beta = 81^\circ\ 46' - 31^\circ = 50^\circ\ 46'$

ferner $c = \frac{42\ .\ \sin.\ 62^\circ}{\sin.\ 50^\circ\ 46'} = 47{,}9^m$

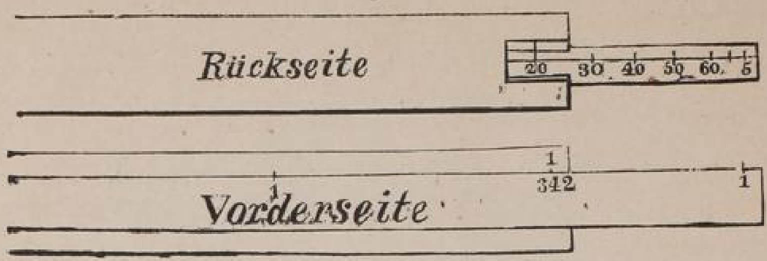
Die Tangenten der Winkel unter 5° 43′ ersetzt man durch die entsprechenden Sinus. Der hierbei begangene Fehler zeigt sich erst in der 4ten Decimalen (sin. 5° 42′ = 0,099320; tg. 5° 42′ = 0,099813) Bei Multiplication mit grösseren Zahlen (Radien) kann freilich die Differenz merklicher werden, und es ist dann zweckmässig für die Winkel von 3° 30′ bis 5° 43′ eine Correction anzubringen, indem man dem supponirten Sinus 3 Procent zufügt, also $\sin.\ \alpha + \frac{\sin.\ \alpha}{300}$ für tg. α einführt, während man für die Winkel unter 3° 30′ ohne Weiteres die Sinus mit den Tangenten vertauscht. Dadurch erhält man eine für alle Rechenstab-Operationen genügende Genauigkeit. (Streng genommen müsste natürlich die Correction veränderlich sein, jedoch genügt der Mittelwerth $\frac{1}{300}$ und hat den Vortheil, sich leicht dem Gedächtniss einzuprägen.) **Winkel unter 5° 43.**

9. Andere Methode zur Bestimmung der Sinus.

Die Sinus der Winkel können noch auf andere Weise gefunden werden, ohne die Sinus-Scala des Schiebers nach aussen zu kehren. Man zieht den Schieber soweit aus, dass der betreffende Winkel in der mit *S* bezeichneten Scala mit dem Indexstrich des Ausschnittes auf der Rückseite coïndirt, dreht den Stab um, und liest gerade darüber (an dem dritten Index der oberen Linealscala) den Werth des Sinus auf dem Schieber ab; z. B.

sin. 20° = 0,342
sin. 4° 20′ = 0,0755.

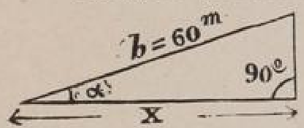
Fig. 38.



Braucht man sin.$^2\alpha$, so sucht man ohne den Schieber zu verstellen, die für sin. α gefundene Zahl, z. Z. 342 in der oberen Linealscala auf und liest darunter auf derselben oberen Schieberscala das Quadrat ab. (Man bildet somit $0{,}342 . 0{,}342$.)

Es ist hierbei wieder zu beachten, dass die in der ersten Schieberscala erscheinenden Sinus-Werthe $< 0{,}1$ also von der Form $0{,}0\,n$ die in der zweiten erscheinenden $> 0{,}1$ sind. Diese Methode ist besonders bequem zur Aufsuchung eines Winkels, dessen Sinus bekannt ist. Dieselbe kann ferner auch zu den Operationen a sin. α; $\frac{a}{\text{sin. }\alpha}$; $\frac{a}{\text{sin. }\alpha} . b$; u. s. f. bequem benutzt werden. Den Ausdruck sin.$^2 a$ kann man häufig sehr zweckmässig verwerthen, statt der Rechnung mit dem Sinus sehr grosser und den Cosinus sehr kleiner Winkel, indem man die Formel $1 - \text{cos. } \alpha = \text{sin. vers. } \alpha = 2 \text{ sin.}^2\frac{\alpha}{2}$ oder $\text{cos. } \alpha = 1 - 2 \text{ sin.}^2\frac{\alpha}{2}$ benutzt. Die Rechnung gewinnt dadurch sehr an Genauigkeit.

Beispiel 30. Reduction schiefgemessener Längen. Gegeben in einem rechtwinkligen Dreieck:



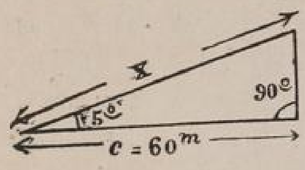
$\angle \alpha = 5^0$
$b = 60^m$
gesucht: x

$x = 60 . \text{cos. } 5^0 = 60 . \text{sin. } 85^0$
oder, da
$\text{cos. } 5^0 = 1 - 2 \text{ sin.}^2 (2^0\ 30')$:
$x = 60 - 120 . \text{sin.}^2 (2^0\ 30')$.

Der Rechenstab liefert sehr genau $120 . \text{sin.}^2 (2^0\ 30') = 0{,}228$.

Mithin $x = 60 - 0{,}228 = 59{,}772$.

Ist die Seite b gesucht, also etwa gegeben $c = 60$; $\alpha = 5^0$, gesucht x, so kann man



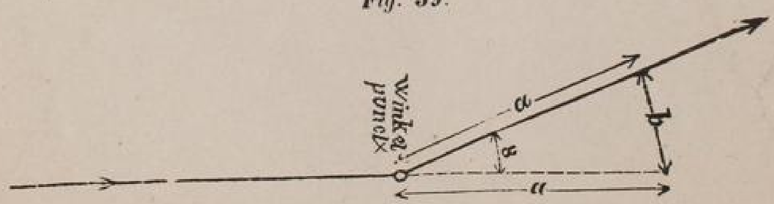
statt der gewöhnlichen Rechnung $x = \frac{60}{\text{cos. } 5} = \frac{60}{\text{sin. } 85}$ auch genauer mit Hülfe der sec. externa rechnen, nämlich:

$x = 60\ (1 + \text{sec. ext. } 5^0)$
$= 60 + 60 . \text{tg. } 5^0 . \text{tg. } 2^0\ 30' =$
$= 60 + 0{,}229 = 60{,}229$.

(60 . tg. 5° . tg. 2° 30′ mit der Sinusscala an Stelle der Tangentenscala gerechnet.)

Beispiel 31, wie es bei **Eisenbahn-Vorarbeiten** sehr häufig vorkommt. Auf dem Felde (mit der Kette) gemessen:

Fig. 39.

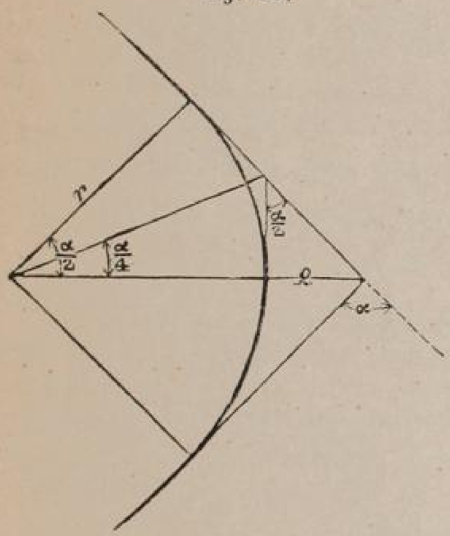


$b = 34{,}25^m$ $\qquad\qquad$ $a = 80^m$

Gesucht die Grösse des Winkels α, die Länge der Tangenten und die Bogenhöhe bei 600^m Radius. Man findet zunächst auf der unteren Scala: $\sin.\frac{\alpha}{2} = \frac{b}{2a} = 0{,}214$. Sodann stellt man den Schieber so, dass auf seiner zweiten oberen Scala (weil $\sin.\frac{\alpha}{2} > 0{,}1$) die Zahl 0,214 unter dem dritten Index der oberen Linealscala erscheint, dreht den Stab herum, und liest unten im Ausschnitt die Grösse des halben Winkels: $\frac{\alpha}{2} = 12^\circ\,21'$ ab. Mithin $\alpha = 24^\circ\,42'$. Um die Tangentenlänge zu finden, steckt man den Schieber um und wendet das oben (Beispiel 26) beschriebene Verfahren an, man liest ab: Tangente $= 600$ tg. $12^\circ\,21' = 131{,}2^m$

Die Bogenhöhe (Curvenabstand) findet sich sehr einfach durch die Formel:

Fig. 40.

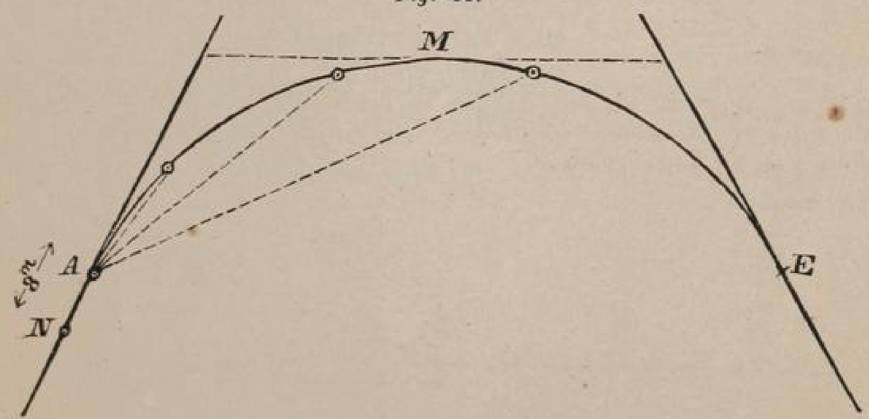


e = sec. externa $= r\,.\,\text{tg.}\,\frac{\alpha}{4}\,.\,\text{tg.}\,\frac{\alpha}{2}$. Man braucht also nur die schon berechnete Tangente noch mit tg. $\frac{\alpha}{4}$ zu multipliciren, im angeführten Beispiel also $= 131{,}2\,.\,\text{tg.}\,6^\circ\,10' = 14{,}20^m$ Diese sämmtlichen Operationen sind bei einiger Uebung im Ablesen in kaum einer Minute beendet und man kann nun sofort die Curve abstecken.

Beispiel 32. Curvenabsteckung mit dem Theodolith.

Es seien bereits abgesteckt Bogenanfang, Bogenmitte und -Ende A, M und E. Die Curve soll mit Hülfe des Theodolith und der Kette zugleich ausgesteckt und stationirt werden.

Fig. 41.



Der Theodolith sei in A aufgestellt, die Stationirung bis $N = 8^m$ vor dem Curvenanfang bereits vorgeschritten. Dann liegt der erste Stationspunkt der Curve bei 25^m langen Stationen $25 - 8 = 17^m$ von A nach der Curve hinein. Es sind nun die Peripherie-Winkel zu berechnen, welche die Visurstrahlen mit der Tangentenrichtung bilden. Curvenradius $R = 600^m$.

Der Winkel für den ersten Curvenpunkt ist $\alpha = \frac{3437{,}7}{2} \cdot \frac{17^m}{R} = 1719 \cdot \frac{17}{R} = 48{,}7$ Minuten,

für jeden folgenden Curvenpunkt kommt hinzu $\alpha_1 = 1719 \cdot \frac{25}{R} = 71{,}7$ Minuten $= 1^\circ\ 11{,}7'$.

Bei M und E ist Controle gegeben, dadurch, dass daselbst Winkel und Curvenlänge stimmen müssen. Die angewendete Formel ist der bekannte Satz: Peripherie-Winkel gleich dem halben Centriwinkel. Die Rückseite des Rechenstabes giebt (s. unter 10) die Zahl *arc* 1 Minute $= 1 : 3437{,}7$; die Operation $\frac{3437{,}7}{2} \cdot \frac{b}{R} = \frac{1719}{600} \cdot b$ ist auf der unteren Scala sehr leicht und genau auszuführen. Auch bei den sonstigen Methoden des Curvenabsteckens kann der Rechenstab sehr nützlich verwandt werden und die gebräuchlichen (Kröhnke'schen) Tabellen in vielen Fällen ersetzen, indem man entweder von der Tangente aus mit Hülfe der Annäherungs-Formel $y = \frac{b^2}{2r}$ oder von der Sehne aus mit Hülfe der Formel $y = \frac{a \cdot b}{2r}$ oder von der Secante aus nach der Formel $y = \frac{(a + c) \cdot c}{2r}$ schnell mit dem Schieber die nöthigen Ordinaten ermittelt (c darf nicht $> a$ genommen werden, gewöhnlich $= a$). Die Formel $y = \frac{a\,b}{2r}$ ist auch besonders geeignet zum Einschalten von bestimmten, z. B. Stations-Punkten in Curven, sowie zum Berechnen der Ordinaten gekrümmter Schienen u. s. f.

Fig. 42.

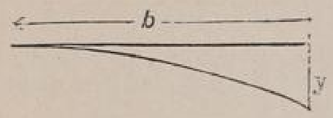


Fig. 43.

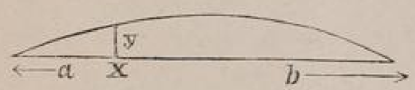
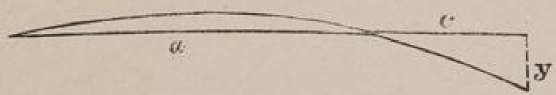


Fig. 44.



Curvenlänge. Die Bogenlänge findet man mit Hülfe der auf der Rückseite angegebene Zahl *arc* $1^\circ = 0{,}01745$, indem man diesen Werth auf der unteren Linealtheilung mit dem in Decimalwerth ausgedrückten Winkel (im obigen Beispiele also mit $\alpha = 24{,}70^\circ$ und mit $r = 600$ multiplicirt.

10. Kleine Winkel.

Für die Operation mit ganz kleinen Winkeln (besonders unter 35′) dienen die auf der Rückseite des Rechenstabes angegebenen Zahlenwerthe: *arc* $1' = \frac{1}{3437{,}7}$ und *arc* $1'' = \frac{1}{206265}$

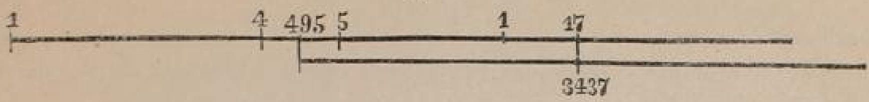
Es sind bei den kleinen Winkeln die Sinus und Tangenten gleich dem Arcus (bis 35′ noch in der sechsten Decimalstelle übereinstimmend,) man hat also z. B.

$$arc\ 1' = \sin.\ 1' = \text{tang.}\ 1' = 0{,}000291 = \frac{1}{3437{,}7}$$

$$arc\ 1'' = \sin.\ 1'' = \text{tang.}\ 1'' = \frac{1}{206265}$$

Man findet mithin z. B. $\sin.\ 0^\circ\ 17' = 17 \cdot \sin.\ 1' = \frac{17}{3437} = 0{,}00495$ (abgelesen),

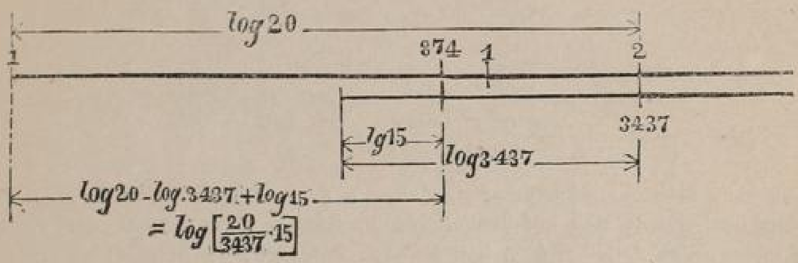
Fig. 45.



indem man auf dem Rechenstabe die Operation $\frac{17}{3437}$ in bekannter Weise ausführt.

Ferner z. B. $20 \,.\, \sin. 15' = \frac{20 \,.\, 15}{3437} = 0{,}0873.$

Fig. 46.



Ebenso die Operationen mit Secunden, z. B. sin. oder tg. $37'' = 37 \,.\, arc\ 1''$ u. s. f. Umgekehrt findet man den einem gegebenen oder berechneten Sinus Bogen- oder Tangentenwerthe a entsprechenden Winkel in Minuten oder Secunden ausgedrückt, (wie dies bereits im Beispiel 32 geschehen), indem man auf dem Rechenstabe die Operation

$$arc\ \sin.\ a = \frac{a}{1 : 3437} = a \,.\, 3437 \text{ Minuten},$$

$$arc\ \sin.\ a = \frac{a}{1 : 206265} = a \,.\, 206265 \text{ Secunden}$$

ausführt, also z. B.

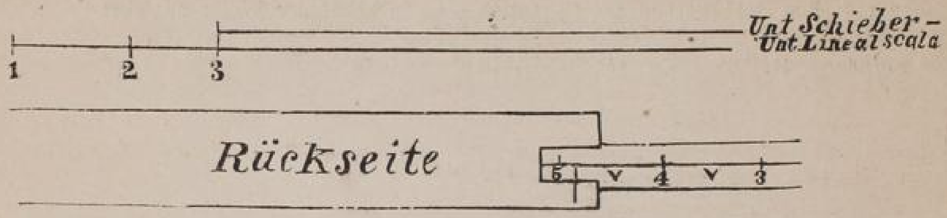
$$arc\ \sin.\ 0{,}00497 = 0{,}00497 \,.\, 3437 = 17,\ 1'.$$

Die Längen log. 3437 und log. 206265 sind auf der Sinus-Scala durch besondere Striche bezeichnet, so dass man auch diese statt der auf der oberen Schiebertheilung zu nehmenden Zahlen benutzen kann, um die Sinus kleiner Winkel und die Winkel kleiner Sinus zu finden, jedoch ohne weitere Multiplicationen direct damit verbinden zu können. Hat man dergl. Rechnungen mit ganz kleinen Winkeln häufig vorzunehmen, so ist es zweckmässig, den Minuten- und Secundenstrich auf der oberen (oder unteren) Schieber- oder Linealscala anbringen zu lassen, was auf Bestellung sehr leicht geschehen kann.

A. Die Logarithmen

werden abgelesen *) auf der mittleren Theilung der Rückseite des Schiebers und zwar am unteren Index in dem Ausschnitte des Lineals, den zugehörigen Numerus liest man auf der unteren Lineal-Scala am linken Schieberindex, z. B.

Fig. 47.



log. 3 . . . . . . lies 477

also log. 3 = 0,477 log. 0,3 = 0,477 — 1

log. 30 = 1,477 log. 0,03 = 0,477 — 2

u. s. f.

Diese Theilung kann also überall benutzt werden, wo man es mit solchen Potenzen oder Wurzelgrössen zu thun hat, welche sich mit den oberen Theilungen nicht direct oder nicht mehr genau genug finden lassen, also z. B. bei 5ten und höheren Potenzen, bei 5ten, 7ten, 11ten . . Wurzeln, welche sich nicht durch 2te, 3te und 4te Wurzeln ersetzen lassen; z. B. $\sqrt[5]{2560}$. Man findet log. 2560 = 3,4082, berechnet auf der unteren Schieberscala $\frac{3,408}{5} = 0,6816$ und liest den hierzu gehörigen Numerus: num. log. 0,6816 = $\sqrt[5]{2560} = 4,805$.

Die übrigen Anwendungen des Rechenstabes, welche so mannigfacher Art sind, dass sie unmöglich alle einzeln beschrieben werden können, sind bei Beachtung des den Theilungen zu Grunde liegenden Princips für die Zwecke des einzelnen Falls leicht herauszufinden.

*) Natürlich nur die Mantisse.

Bemerkung.

Der Rechenstab wurde von dem englischen Professor der Mathematik E. Gunter zu London im Jahre 1624 im Princip erfunden, später, 1627 von Wingate und weiter 1657 von Seth Partridge verbessert, welcher ihm die in der Hauptsache noch heute übliche Gestalt gab. Neuerdings hat jedoch der Rechenstab in der Hinzufügung des Läufers durch den französischen Artillerie-Lieutenant Mannheim zu Metz eine so wesentliche Vervollkommnung erfahren, dass eigentlich erst von da an seine so ausserordentlich vielseitige Verwendbarkeit datirt. Der Rechenstab ist in Frankreich und in anderer Gestalt auch in England sehr verbreitet, in Deutschland aber erst neuerdings in Aufnahme gekommen.*) Derselbe konnte bisher jedoch nur aus Frankreich und letzthin längere Zeit hindurch auch von da nicht bezogen werden, bis das **mechanisch-mathematische Institut** der Herren **Dennert & Pape**, in Altona (Friedenstrasse), in höchst dankenswerther Weise, trotz mancher entgegenstehender Schwierigkeiten, die Herstellung auch in Deutschland übernahm und somit zugleich Gelegenheit gab, die auf der Rückseite angebrachten Zahlenwerthe dem hier vorkommenden Bedürfnis besser anzupassen und die trigonometrischen Theilungen wesentlich zu verbessern, indem einmal die Sinusscala (bis 10°) durch kleinere Unterabtheilungen vervollkommnet und ferner die Tangentenscala statt bisher für die obere jetzt für die untere Linealscala eingerichtet, mithin zu der doppelten Genauigkeit erhoben wurde.

Halberstadt, im März 1873.

A. Goering,
Baumeister.

*) Die erste Hinweisung auf den Rechenstab dürfte in Deutschland durch die Beschreibung desselben von Redlich in der Zeitschrift für Bauwesen, Jhrg. 1859, pag. 594, erfolgt sein. — Sodann findet man das Referat über einen den Rechenstab betreffenden Vortrag von Haeseler im Arch.- u. Ing.-Verein zu Hannover, in dessen Zeitschrift, Jhrg. 1869, pag. 207.

Hamburg. Druck von G. F. Thiele.

E. 17
(2)

Der

chenstab

aus dem

-mathematischen Institut

von

ennert & Pape.

Altona,

Friedenstrasse.

Altona, 1873.