486.

Thaer 1331

Univ.-Bibl.
Giessen

Rep: 5. 254.

670

9.1
E.58.
1331

JOANNIS KEILL, M. D.
Regiæ Soc. Lond. Socii, In Acad. Oxon. Astronomiæ Professoris Saviliani

INTRODUCTIONES
AD VERAM
PHYSICAM
ET VERAM
ASTRONOMIAM.

Quibus accedunt
TRIGONOMETRIA.
DE VIRIBUS CENTRALIBUS.
DE LEGIBUS ATTRACTIONIS.

Editio Novissima.



BIBLIOTHEK
D. KÖNIGLICHEN
ACADEMIE
DES LANDBAUES
ZU MOEGLIN

LUGDUNI BATAVORUM,
Apud JOH. ET HERM. VERBEEK. Bibliop.
MDCCXXXIX.

IOANNIS KEILL, M. D.

PHYSICAM ASTRONOMIAM

DE VIRIBUS CENTRALIBUS

INDEX
IN
INTRODUCTIONEM
AD VERAM
PHYSICAM.

LECTIO 1. *De Methodo philosophandi.* pag. 11
2. *De corporis soliditate & Extensione.* 18
3. *De magnitudinum divisibilitate.* 25
4. *Respondet objectionibus contra materiæ divisibilitatem afferri solitis.* 34
5. *De Materiæ subtilitate.* 43
6. 7. 8. *De Motu, loco & tempore.* 61. 69. 76
9. 10. *Theoremata de Motus quantitate & spatiis a mobilibus percursis.* 86. 93
11. 12. 13. 14. *De legibus Naturæ.* 106. 115. 124. 138
15. 16. *De Descensu Gravium in Planis inclinatis & Pendulorum motu.* 152. 177

HUGENII THEOREMATA de Vi Centrifuga & motu circulari demonstrata. 196. seq.

INTRODUCTIO AD VERAM ASTRONOMIAM

LECTIO. 1. *De Motu visibili seu Apparente.* 225
2. *De Motu apparenti, qui ex Observatoris motu oritur.* pag. 232
3. *De Systemate Mundi.* 236
4. *In qua probatur Systema superius expositum esse verum Mundi Systema.* 242
5. *De Maculis solaribus, & Solis & Planetarum circa proprios Axes, vertigine, & de stellis fixis.* 251
6. *De magnitudine & ordine Fixarum, de Constellationibus, stellarum Catalogis, & Mutationibus, quæ fixis accidere visæ sunt.* 255
7. *De motu Telluris annuo circa Solem & circa proprium axem, & de motu apparente solis & cœli inde orto.* 263
8. *De Variis Phænomenis ex motu terræ pendentibus.* 273
9. *De Luna ejusque Phasibus & motu.* 283
10. *De inæqualitate motuum lunarium, de Lunæ facie, ejusque montibus & vallibus.* 290
11. *De Solis & Lunæ deliquiis, seu de Eclipsibus.* 296
12. *De Penumbra ejusqu cono, de coni umbrosi altitudine, & umbrarum diametris apparentibus* 301

13. *De*

LECTIO 13. *De Projectione umbræ lunaris in Telluris discum.* 307
14. *Nova methodus computandi Eclipses Solis e dato loco visibiles.* 316
15. *De Phænomenis ex motibus Telluris & duorum Planetarum inferiorum Veneris & Mercurii ortis.* 328
16. *De Motibus Planetarum superiorum Martis, Jovis & Saturni, & Phænomenis inde ortis.* 339
17. *De Cometis.* 353
18. *Doctrina Sphærica, seu de circulis sphæræ.* 364
19. *De Doctrina Sphærica.* 373
20. *De crepusculis, & siderum refractione.* 384
21. *De Parallaxi siderum.* 395
22. *Theoria Motus Telluris annui.* 413
23. *De Motu Planetæ in Ellipsi, & solutio problematis Kepleri, de sectione areæ Ellipticæ.* 422
24. *De Problematis Kepleri solutione Newtoniana & Wardi Hypothesi Elliptica.* 434
25. *De Temporis Æquatione.* 447
26. *De Reliquorum planetarum Theoriis.* 459
27. *De planetarum stationibus.* 472
28. *De Temporis partibus.* 484
29. *De Kalendario, & Cyclis seu Periodis.* 491
30. *Appendix continens descriptionem & usum utriusque Globi; & Problemata quædam sphærica, calculo Trigonometrico absolvenda. Ex Nicolai Mercatoris Astronomia.* 501

TRIGONOMETRIÆ PLANÆ ET SPHÆRICÆ ELEMENTA 517

ITEM DE NATURA ET

ARITHMETICA LOGARITHMORUM TRACTATUS. 551

CAP. 1. *De ortu & natura Logarithmorum.* 553
—— 2. *De Logarithmorum Arithmetica ubi numeri sunt integri, vel integri cum decimalibus adjunctis.* 562
—— 3 *De Arithmetica Logarithmorum, ubi numeri sunt fractiones.* 564
—— 4. *De Regula proportionis seu aurea Logarithmica.* 569
—— 5. *De proportionalium Quantitatum continuis Incrementis, & de modo inveniendi per Logarithmos, Terminum quemlibet in serie proportionalium, sive crescente, sive decrescente.* 571
—— 6. *De methodo, qua* Henricus Briggius *Logarithmos suos supputavit, ejusque demonstratio.* 578

DE LEGIBUS VIRIUM CENTRIPETARUM. 585
DE LEGIBUS ATTRACTIONIS, aliisque PHYSICES PRINCIPIIS. 621

INTRODUCTIO
AD
VERAM PHYSICAM:
SEU
LECTIONES PHYSICÆ

Habitæ in Schola Naturalis Philoſophiæ Academiæ
OXONIENSIS An. Dom. 1700.

Quibus accedunt Theorematum Hugenianorum de Vi Centrifuga & Motu Circulari demonſtrationes.

Authore

JOANNE KEILL, M. D.

Aſtronomiæ Profeſſore Saviliano. R. S. S.

NOBILISSIMO ET HONORATISSIMO

D^NO. D^NO. THOMÆ
COMITI
PENBROCHIÆ,
ET
MONTGOMERIÆ, &c.

Nobiliſſimi Ordinis Periſcelidis Equiti,

SUMMO

CLASSIUM BRITANNICARUM

PRÆFECTO.

TIBI, Vir Honoratiſſime, Exercitationes haſce deſtinantem, merito me deterreret Dignitatis Tuæ ſplendor & amplitudo, niſi illis aditum aperire præ ſe ferret ea, quam Tu foves & ornas, Philoſophia. Cum enim graviſſimis Reipublicæ negotiis ingenua literarum ſtudia admiſcere ſoleas, eum ad Te haud ægre fines accedere, qui tantas quidem curas Tuas interpellare minime audet, otio tamen aliquid liberalis oblectamenti offerre magnopere cupit. Hoc enim cum paucis commune habes, ut idem & in literis optime verſatus ſis, & in Republica; idem tam philoſophorum ſcholis, quam Regum conciliis præeſſe merearis.

Dum itaque in idoneis conſiliis adhibendis quam ſapiens ſis, Regum ſapientiſſimus; in fœderibus ſanciendis quam

prudens ſis, univerſa loquitur *Europa*; quam interim de literis meritus es laudem, ab Academico ne recuſes.

Liceat etiam & nobis, Tibi de noviſſimis Tuis honoribus gratulari, liceat nobis cum patria una gaudere, id Tibi deferri munus, quod non modo virum in rebus gerendis fidum fortemque, ſed reconditiore matheſeos ſcientia optime inſtructum deſiderat. Hiſce ſtudiis ita animum imbuiſti Tuum, ut in Tuis manibus Præfectura Claſſium & Oceani Imperium, hoc eſt, populi *Anglicani* ſalus & tutela tuto poſſit deponi. Dum itaque eo in munere verſaris, ut ejuſmodi literaturæ ſepoſitam olim apud Te ſupellectilem reviſere denuo & in lucem proferre liceat; ſinas Vir Nobiliſſime, ut hoſce in re phyſica conatus mathematicis argumentis potiſſimum innixos, ad Te haud importunus deducam, qui quidem quocunque rationis pondere fulciri videantur, ad judicium Tuum non appellant, ſed implorant Patrocinium.

Illuſtriſſimæ Meritiſſimæque Dignitatis,

Nobilitatis, & Magnitudinis Tuæ

Oxoniæ,
Feb. 14. 1701.

Obſervantiſſimus Cultor

Jo. Keill.

PRÆFATIO.

QUAMVIS nunc dierum celebretur Philosophia Mechanica, & insignes in hoc ævo obtineat sui cultores; in plerisque tamen physicorum scriptis, vix quicquam mechanicæ præter ipsius nomen inveniri potest. In cujus locum substituunt philosophi corpusculorum quæ nunquam viderunt, figuras, vias, poros & interstitia, partium intestinum motum, pugnas & conflictus Alkali & Acidi, & quid boni malive exinde oritur ita ad amussim narrant, ut nihil in historia naturali præter fidem desideretur, quoties materiæ subtilis miracula prædicant; miracula dico, nam illud proculdubio miraculi instar est, quod contra passim notas naturæ leges, & stabilita mechanicæ principia evenit; qualia futura essent omnia naturæ phænomena, si à materia subtili & methodo operandi à Physicis tradita producerentur.

Ad ipsam naturam explicandam postulata adhibent quæ nec concedi possunt, nec intelligi; & quæ magis implicata sunt, quam illa ipsa phænomena quorum causas investigant. Quod si ipsis sua concedantur postulata, non tamen exinde orientur effectus isti, quorum rationes & origines se enucleasse gloriantur.

Ne vero quisquam hoc gratis & malevole à nobis dictum suspicetur,

cetur, Theoriam illam, quam ad explicandam affectionem corporum terrestrium omnium maxime universalem condiderunt, examini subjiciamus; Gravitatem intelligo, quam ex legibus mechanicis per materiæ subtilis actionem se deduxisse maxime jactitant.

Cartesiani gravitatem ab actione materiæ cœlestis oriri volunt, quæ in vortice agitata circa terram defertur, & proinde quantum possit à terra recedit, & corpora terrestria minus agitata versus terram propellit. Vel, ut clarius recentiores mentem suam explicant, cum materia ætherea continuos circa terram gyros perficiat, corporum in circulo moventium ritu, conatum à centro motûs recedendi habebit, adeoque corpora terrestria minorem vim habentia versus centrum protrudet; ut aqua versus terram gravitans corpora minoris pro mole ponderis demersa sursum seu ad circumferentiam pellit.

Hæc utcunque speciosa prima facie videantur, si ad examen revoces, omnibus fere naturæ legibus adversari invenies. Nam primo Cartesiani postulant materiam ætheream circa terram in circulis deferri; at qua ratione motus iste oriatur, aut quo pacto conservetur, æque arduum esset exponere, ac ipsius gravitatis rationem reddere: Qui igitur gravitatem exinde ortum suum ducere contendunt, ignotum per ignotius explicare suscipiunt; præsertim cum non pauca adduci possunt argumenta quibus istiusmodi rotatio penitus evertitur. Verum Cartesianis concedamus illud postulatum, & videamus utrum exinde sequetur quod volunt Phænomenon. Cum necesse sit ut vorticis terram circumrotantis velocitas ad terræ superficiem, sit æqualis ipsius terrenæ rotationis velocitati (nam si major esset, aliqua motus pars in terram impenderetur, quo fieret ut ipsius velocitas semper minueretur & terræ augeretur donec ad æqualitatem pervenirent,) unde ex notis Terræ magnitudine & tempore rotationis, dabitur spatium, quod corpus, urgente vi centrifuga materiæ cœlestis, percurrere potest, in dato tempore; æquale scil. arcus interea descripti quadrato ad circuli diametrum applicato. Per Lem. 2. ad demonstrationes Theorematum Hugenii de Vi Centrifuga & Motu Circulari. Ex quo principio si calculus meatur, inveniretur spatium, tempore unius scrupuli secundi

cundi à corpore vi centrifugâ ætheris agitato percurrendum, non excedere pedem dimidium: Si igitur mechanicè produceretur effectus gravitatis, tempore unius ſcrupuli ſecundi gravia non ultra dimidium pedem deſcenderent: At gravia in motu ſuo deorſum pedes 15 in eo tempore percurrunt; adeoque ſi hoc modo æther gravitatis cauſa eſſet, contra mechanicæ leges ageret, efficiendo ut corpus per pedes 15 in ſcrupulo ſecundo deſcendat.

Ut hujus objectionis vim effugiant, ſupponunt materiæ æthereæ vertiginem vertigine terræ multo celeriorem. Quod licet fieri non poſſit, illud tamen ſi denuo iis concedamus, nec inde ſequetur mechanica gravitatis actio. Nam cum materia vorticis ſemper defertur in circulis æquatori parallelis, & virium centrifugarum directiones ſecundum lineas in planis horum circulorum jacentes ſemper fiant, oportet ut corpora omnia in iiſce planis deſcendant, & perpendiculariter ad axem, non ad ipſam terram tendant. Si igitur materia ſubtilis mechanice ageret, corpora ad axem rectà pelleret; unde cum ſecundum hos Theoriſtas ad centrum terræ tendere cogit, effectum à veris mechanicæ legibus abhorrentem producit.

Ut hanc difficultatem tollant, ulterius ſupponunt materiam ætheream non in circulis æquatori parallelis, ſed in magnis ſphæræ circulis deferri: At quo pacto hoc concipi poſſit, plane neſcio; cum enim quivis circulus maximus alios omnes infinitos bis ſecet, oportet ut motus particulæ cujuſvis ab aliis infinitis ſecundum diverſas vias pergentibus impediatur, atque tandem motus ejus ſiſtatur, ſi primò in omnes partes æqualis impreſſa fuerit motus quantitas; vel ut ultima in circulis parallelis omnis deferatur, ſi major fuit ab initio motus verſus unam partem quam aliam. Quin & illud etiam quæri poteſt, unde fit ut materia ætherea in ſuperficie ſphæræ extimæ moveatur; cum vim centrifugam habeat, videtur ipſam debere inde recedere; quid igitur eſt quod ipſam inhibeat? Dicunt alia corpora ambientia materiam in extima ſuperficie coarctare & ejus receſſum impedire. Cum autem oporteat ut materia hæc alia corpora ipſam ambientia premat, neceſſe eſt ut motum ipſis communicet; & hæc corpora aliis ipſa ambientibus motum pariter impriment, atque ſic in infinitum propagabitur mo-

tus

tus materiæ ſubtilis, unde neceſſe eſt ut celeritas ipſius paulatim langueſcat.

Aliæ quam plurimæ difficultates, mechanicas haſce gravitatis explicationes urgent, quarum unam ad omnes iſtiuſmodi ipſius Theorias ſe extendentem libet proponere. Scilicet ſi corpus deorſum à materia ſubtili, quovis modo pellatur, vis quæ pellitur neceſſario erit ut numerus particularum, quibus ſimul agentibus verſus terram truditur: Sed numerus particularum eſt ut corporis ſuperficies; quare erit vis quâ corpus deorſum premitur ut ejuſdem ſuperficies, & non ut ipſius quantitas materiæ, quod experientiæ contradicit. Nec minus cæteras pleraſque omnes, quas de aliis rebus condunt hypotheſes, ſi ad examen reducantur, naturæ legibus repugnantes inveniemus.

Omnes errores ex hoc fonte promanaſſe videntur, quod homines ignari Geometriæ philoſophari auſi ſunt, & rerum naturalium cauſas reddere. Quid enim aliud præter hallucinationes ab iis exſpectandum, qui Geometriam totius phyſicæ fundamentum neglexerunt; & ignotis naturæ viribus per Geometriam tantum æſtimandis, ipſius tamen operationes, methodo regulis mechanicis minime congruâ explicare ſunt agreſſi?

Inter hujuſmodi philoſophos Carteſius *agmen ducit, qui etiamſi Geometra fuerit inſignis, ignavo tamen & deſidi ut placeret philoſophantium populo, nullum Geometriæ uſum in philoſophia adhibuit: Et quamvis profiteatur ſe omnia mechanice per materiam & motum explicaturum, Philoſophiam tamen excogitavit, quæ à veris Mechanicæ legibus tantum abhorret quantum quæ longiſſime. Illius ſectæ nomina dant, quicunque rectè, hoc eſt Geometrice, philoſophandi laborem refugiunt: Magna equidem turba per orbem terrarum longe lateque diffuſa.*

At licet tanta philoſophantium pars umbram philoſophiæ, non ipſam ſubſtantiam amplexa ſit; non tamen deſunt (nec ut ſpero unquam deerunt) qui in veris naturæ legibus perſcrutandis, & rerum cauſis per principia mechanica exinde inveſtigandis, haud inanem poſuerunt operam.

Inter antiquos phyſicos præcipue eminuit Divinus Archimedes, *qui præter illa Geometrica ſua monumenta, Mechanicæ &*

Staticæ

Staticæ principia duobus libris De Æquiponderantibus & De Humido Insidentibus *nobis demonstrata reliquit. Post hunc per longam annorum seriem delituit mechanica philosophia, nec nisi paucis quibusdam accuratioris ingenii viris exculta est. Inter quos* Rogerus Bacon Oxonienſis & Hieronymus Cardanus *meritò nominandi sunt. Tandem sub initio seculi ultimo elapsi, nobilis ille Lynceus philosophus* Galileus, *clave Geometrica rursus reseratis naturæ claustris, novam condidit de Motu scientiam, & methodum monstravit, qua rerum causæ mechanicæ sint indagandæ. Ejus vestigiis insistentes, insignes viri* Torricellius & Paschalius *philosophiam novis speculationibus adauxerunt. Postquam vero à duobus potentissimis Regibus, societates* Londinenſis & Parisienſis *ad philosophiam excolendam institutæ fuerint, miris inventis ampliata est rerum naturalium scientia, non iis solum quæ in nuda speculatione versantur, sed aliis quamplurimis quæ hominum utilitatibus inserviunt. Arduum esset negotium innumera illa recensere beneficia, quæ ex utriusque societatis laboribus humano generi provenerunt: Nec facile est ostendere, quantum debebit omnis posteritas illustris* Hugenii *Geometricis de motu Pendulorum demonstrationibus, aut egregiis nobilis* Boylei *experimentis, quibus ille admiranda plurima retegit naturæ arcana.* Wallisii *Geometriam de Motu, Opus in suo genere perfectissimum, grato animo revolvent seri nepotes. Non ulterius torquebunt philosophos fluviorum & ventorum causæ ab acutissimo Geometra* Halleio *in Actis Philosoph. traditæ, ante ipsum frustra tentatæ.*

Ad aliorum erga rempublicam philosophicam merita commemoranda pergerem, nisi circa Newtoni *præclara inventa non subsistere nefas ducerem, cujus sagacissimum ingenium plura & abstrusiora patefecit naturæ mysteria quam sperare mortalibus fas erat; cumque illius inventa intra angustos hujus præfatiunculæ limites non sunt coarctanda, sufficiat hoc solum indicasse; quod quæcunque Patres nostri ab omni temporum memoria de philosophia mechanica nobis tradiderunt, ea ne ad decimam eorum assurgunt partem, quæ proprio Marte, per summam in Geometria peritiam, adinvenit* Newtonus. *Quam facile autem ad rerum à nobis longe dissitarum affectiones explicandas, Planetarum scil. motus ipsorum-*

que inæqualitates, adhiberi possint principia Mechanica, nuper literato orbi innotuit per Elementa Astronomiæ Physicæ & Geometricæ à D. Gregorio *Astronomiæ Professore Saviliano Edita: Opus cum Sole & Luna duraturum.*

Cum vero talis sit philosophiæ mechanicæ status, ut nulla alia ratione quam per Geometriam aditus ad ipsam pateat; id a me efflagitabant amici mei ut ipsius principia faciliora à primis tantum Geometriæ Elementis pendentia, & quæ exinde fluunt phænomena, Juventuti Academicæ exponenda susciperem; quod etiam à me non iniquo jure postulavit Vir Clarissimus & omni literarum genere ornatus Dominus Thomas Millington *Eques M. D. Philosophiæ Naturalis in hac Academia Professor* Sidleianus, *& Collegii Medicorum apud* Londinenses *Præses, cum me ad munus hoc obeundum in scholis publicis suffecit. Illius consilio sequentes in Academia lectiones habui: In quibus id præcipue mihi curæ fuit, ut discentium conceptus de generalibus corporum affectionibus rite & distincte formarentur; ab obscuris enim & falsis de rebus ideis, omnes in re physica errores originem ducunt; ideoque corporis extensionem, soliditatem, & divisibilitatem à plerisque satis obscure traditas, quantum potui, dilucide exposui: Deinde motus naturam & proprietates, ab omnibus præterquam quibusdam philosophis satis clare concipiendas, explicui, & leges naturæ exinde deduxi; vim gravitatis seu pondera corporum quantitatibus materiæ in iisdem proportionalia esse, & principium quo per machinas magna pondera elevantur ostendi. Motus deinde leges, & causam accelerationis gravium ab iisdem pendentem, & qua proportione crescunt vel decrescunt spatia à gravibus pro variis temporum intervallis percursa monstravi. Hisce succedunt regulæ congressuum tam in corporibus duris quam elasticis, & modus quo ictus magnitudo æstimanda est: Quibus adjunxi motuum compositiones & resolutiones, & alia quædam Theoremata, quorum haud exiguus est in philosophia usus: Et ut ulterius videant philosophi, quousque se extendat in scientia rerum naturalium Geometriæ etiam elementaris usus, pulcherrima illa* Hugenii *Theoremata de Vi Centrifuga & Motu Circulari ex Elementis demonstravi.*

INTRO-

INTRODUCTIO
AD
VERAM PHYSICAM.

LECTIO I.

De Methodo Philosophandi.

QUandoquidem Muneris Nostri institutum postulat, ut coram vobis, Academici, corporum naturas & affectiones explicandas suscipiamus, necessarium duximus, priusquam rem ipsam aggrediamur, quædam, de Physicorum sectis, principiis, & methodis præfari; eamque rationi exponere, quam amplexuri sumus in scientia corporum naturalium investiganda.

Philosophorum, qui de rebus physicis scripserunt, quatuor præ cæteris genera inclaruerunt. Primum est eorum, qui rerum naturas per numerorum & figurarum Geometricarum proprietates illustrarunt, dicam? An occulerunt? Quales scil. fuere Pythagorici & Platonici, quippe qui dogmata sua temere in profanum vulgus effundere non sustinuerunt, ideoque larvis & Hieroglyphicis ex Geometria & Arithmetica petitis Physicam suam velarunt, nec quisquam eorum discipulus, nisi post plures exactos probationis annos, ad veram Physicam atque arcanam illorum Philosophiam perdiscendam admissus fuit. Quamvis hoc modo sua Philosophiæ dignitas conservata fuerit; pessime tamen nobis horum Philosophorum posteris consultum est; exinde enim adeo larvata atque tenebris involuta ad nostras pervenere manus eorum dogmata, ut, quales fuerint veræ de rebus atque rerum naturis sententiæ, parum constet: quantumvis autem obscuram accepimus hujus sectæ Philosophiam, certius tamen ex ea liquet Philosophos illos Geometriam & Arithme-

ticam ad ſolvenda naturæ phænomena neceſſarias duxiſſe, atque in hunc finem eas adhibuiſſe.

Secunda Phyſicorum gens à Schola Peripatetica originem duxit; hæc ſecta per materiam & formas, privationes, virtutes elementares, qualitates occultas, Sympathias & Antipathias, facultates, attractiones & id genus alia, Phyſicam ſuam explicavit. Verum, ut opinor, hujus nominis philoſophi non tam rerum cauſas indagaſſe viſi ſunt, quam idonea rebus ipſis impoſuiſſe nomina, atque terminos adinveniſſe, quibus Actiones naturales rite deſignare poſſumus.

Tertium Philoſophantium genus per experimenta procedit, atque in id ſolum incumbit, ut corporis cujuſque proprietates, & actiones omnes, per ſenſuum repræſentamina nobis innoteſcant. Hujus ſectæ laboribus haud exigua debet philoſophia incrementa; plura fortaſſe exinde receptura, ſi methodi experimentalis ſectatores nullas ſibi ipſis finxiſſent Theorias, ad quas confirmandas experimenta ſua peſſime detorſerunt.

Quarta denique Phyſicorum claſſis Mechanica dici ſolet, & qui huic ſectæ nomina dant, omnia naturæ phænomena, per materiam & motum, partium figuram atque texturam, particulas ſubtiles, atque effluviorum actiones, ſe poſſe enodare putant, atque horum operationes ſecundum notas atque ſtabilitas mechanicæ leges fieri contendunt.

Ex variis hiſce philoſophandi methodis, uti nulla eſt in qua omnia placent, ita in omnibus quædam probare poſſumus; quocirca ut delectus habeatur oportet, ea eligendo quæ uſui maxime futura ſunt, & rationem ex hiſce omnibus compoſitam ſequendo.

Et primo, cum antiquis Pythagoricis & Platonicis, Geometriam & Arithmeticam, tanquam artes ad rite philoſophandum neceſſarias, in auxilium accerſemus, ſine quibus parum admodum certi de cauſis naturalibus conſtabit. Cum enim omnis actio phyſica à motu dependeat, aut ſaltem non fiat abſque motu, motûs quântitas & proportio, corporum motorum magnitudines, figuræ, numerus, colliſiones, & vires ad alia corpora movenda, inveſtiganda erunt. Verum

hæc

hæc omnia, nisi ex notâ quantitatis & proportionis natura, determinari non possunt: adeoque opus erit iis artibus, quæ harum proprietates demonstrant: & proinde Geometria & Arithmetica necessariæ ad rite philosophandum censendæ sunt.

Secundo cum Peripateticis non verebimur usurpare terminos Qualitatis, Facultatis, Attractionis, & similium; non quod his vocibus veram causam seu rationem physicam, & modum actionis definimus, sed quia actiones hæ possunt intendi & remitti; adeoque cum illâ qualitatum proprietate gaudeant, jure possunt earum titulo insigniri, & sub hoc nomine, virium seu intensionis & remissionis rationes expendi possunt. *v. g.* possumus gravitatem qualitatem dicere, qua corpora omnia deorsum feruntur, sive ejus causa à virtute corporis centralis oriatur, sive sit corporibus innata, seu ab actione ætheris vi centrifuga agitati & altiora petentis procedat; sive demum alio quocunque producatur modo. Sic etiam corporum conatus ad se mutuo accedendi Attractionis vocabimus, qua voce non determinamus actiones istius causam, sive fiat ab actione corporum vel se mutuo petentium, vel per effluvia emissa se invicem agitantium, seu ab actione ætheris, aut aëris, aut medii cujuscunque corpora innatantia ad se invicem utcunque impellentis, possumus, inquam, has actiones illis vocibus denotare. Et si veræ illarum causæ nos lateant, quidni etiam qualitates occultæ dici mereantur? Eodem sane jure, quo in æquatione Algebraica incognitas quantitates literis x vel y designamus, & methodo haud multum absimili, harum qualitatum intensiones & remissiones, quæ ex positis quibuscunque conditionibus sequuntur, investigari possunt. Libet hanc rem exemplo illustrare.

Utcunque ignota sit qualitatum natura, utcunque nos lateat operandi modus, possumus tamen de earum intensione & remissione sequens demonstrare Theorema; scil. quod Qualitas seu virtus omnis, quæ undique à centro per rectas lineas propagatur, remittitur in ratione distantiæ duplicata.

TAB. I. *fig.* 1. Sit A punctum, à quo undique diffunditur qualitas quæcunque, ſecundum rectas AB, AC, AD, & cæteras innumeras per totum ſpatium indefinite protenſas. Dico intenſionem iſtius qualitatis decreſcere in ratione ejus, qua creſcunt diſtantiæ, duplicatâ; ſeu quod idem eſt, intenſionem ejus in diſtantia æquali ipſi AB eſſe ad illius intenſionem in diſtantia æquali rectæ AE, reciproce in duplicata ratione diſtantiæ AE ad diſtantiam AB, hoc eſt, ut quadratum ipſius AE ad quadratum ipſius AB. Cum ex hypotheſi qualitas per rectas lineas undique in orbem propagatur, erit ejus intenſio, in quavis à centro diſtantia, ſpiſſitudini radiorum in ea diſtantiâ proportionalis; per radios hîc intelligimus vias rectilineas per quas diffunditur qualitas; at radii, qui ad diſtantiam AB diffunduntur per ſuperficiem ſphæricam BCDH, ad diſtantiam AE per totam ſuperficiem ſphæricam EFGK ſeſe diſpergunt; ſed datorum radiorum ſpiſſitudines ſunt reciproce ut ſpatia quæ ab iis occupantur; nempe ſi ſuperficies EFGK ſit dupla BCDH, erunt radii ad ſuperficiem BCDH duplo confertiores, quàm iidem radii ſunt ad ſuperficiem EFGK, & ſi ſuperficies EFGK ſit tripla ſuperficiei BCDH, erunt quoque radii ad ſuperficiem BCDH triplo denſiores quàm iidem radii ſunt ad ſuperficiem EFGK: & univerſaliter quamcunque proportionem habet ſuperficies EFGK ad ſuperficiem BCDH, eandem habebit reciproce denſitas radiorum ad ſuperficiem BCDH, ad denſitatem eorundem ad ſuperficiem EFGK. Sed ut conſtat ex *Archimedis libris de ſphæra & cylindro*, ſuperficies ſphæricæ ſunt in duplicata ratione diametrorum vel ſemidiametrorum; eſt igitur ſpiſſitudo ſeu denſitas radiorum per quos propagatur qualitas ad diſtantiam æqualem diſtantiæ AB, ad eorundem denſitatem in diſtantia æquali AE, reciproce in duplicata ratione ſemidiametri ſeu diſtantiæ AE ad ſemidiametrum ſeu diſtantiam AB. Sed ut hactenus dictum eſt, intenſio qualitatis in quavis data diſtantia eſt ſemper ut ſpiſſitudo radiorum per quos propagatur in ea diſtantia; quare erit etiam intenſio qualitatis ad diſtantiam æqualem ipſi AB ad ejuſdem intenſionem ad diſtantiam æqualem ipſi AE, reciproce

ce in duplicata ratione distantiæ AE ad distantiam AB.

Theorema hoc universaliter demonstravimus, quæcunque sit Qualitatis natura, modo secundum rectas lineas agat; atque hinc sequitur luminis, caloris, frigoris, odorum, & istiusmodi qualitatum intensiones esse reciproce ut quadrata distantiarum à puncto unde procedant. Hinc etiam comparari inter se possunt actiones Solis in diversos Planetas, sed hæc non sunt præsentis instituti.

Post notas virium rationes in datis conditionibus seu suppositionibus, conferendæ sunt rationes illæ cum naturæ phænomenis, ut innotescat quænam virium conditiones singulis corporum generibus competant. Verum ut hoc fiat, plurima in subsidium advocanda sunt experimenta, qualia scilicet tertiæ sectæ Philosophi nobis tradiderunt: haud sine cautela tamen illa adhibenda sunt, quæ non nisi à *Theorista* aliquo ad suam probandam hypothesin adducuntur; novimus enim hoc hominum genus, quam impense suis faveant Theoriis, quam vellent esse veras, quam facile vel alios decipiant, vel seipsos in experimentis perficiendis decipi patiantur; quæ autem ab omnibus afferuntur, quæ quotiescunque tentata succedunt, ea tanquam indubitata principiorum seu axiomatum loco habebimus, simpliciſſimis tamen & monstratu facillimis plus est fidendum, quam magis compositis & exploratu difficilioribus.

Denique, Academici, cum antiquis Atomistis, & novæ philosophiæ sectatoribus, experiemur, quæ & qualia phænomena per materiam & motum, & notas atque stabilitas Mechanicæ leges explicari possunt.

Ut vero tutius in hoc negotio progrediamur, & quantum possumus erroris periculum evitemus, sequentes regulas nobismet observandas proponimus. Primo, secundum Geometrarum methodum Definitiones ad rerum notitiam necessariæ ponendæ sunt: Nolim tamen ut à me exspectetis definitiones Logicas ex genere & differentia constantes, vel eas quæ intimam rei definitæ essentiam & ultimam causam prodant: Has aliis disputandas relinquo. Ut ingenue fatear

tear ignorantiam, me latent intimæ rerum naturæ & cauſæ; quicquid mihi de corporibus eorumque actionibus compertum eſt, illud vel à ſenſibus hauſi, vel ex aliqua eorum proprietate mihi per ſenſus notâ, deduxi. Sufficiat ergo, ſi loco iſtiuſmodi definitionis (quam afferunt Logici) deſcriptionem adhibeamus; qua ſcilicet res deſcripta clare & diſtincte concipiatur, & ab omni alia diſcernatur. Res igitur per proprietates definiemus, unam aliquam ſimplicem aſſumendo, vel etiam plures, quas experientiâ rebus ipſis competere certiſſime novimus, atque ex illis, alias earundem proprietates methodo geometrica deducemus. Contra hanc regulam peccant plerique Philoſophiæ novæ magiſtri, qui res definiunt non quidem per proprietates rebus ipſis certo competentes, ſed per eſſentias & naturas quas ineſſe rebus ſupponunt. Supponunt quidem, at minime interim conſtat an quales illi definiunt naturas rebus ipſis revera inſint, *e. g.* Carteſiani dicunt fluidum eſſe, cujus partes in continuo motu verſantur; verum nec ſenſu, nec experientiâ, nec ratione proditum eſt, talem eſſe fluidi naturam: imo, quod illi afferunt argumentum ad hypotheſin ſuam ſtabiliendam, hoc ipſum demonſtratione Geometrica evertemus. Volunt enim corporis in fluido moventis minorem eſſe reſiſtentiam, ſi partes fluidi motu inteſtino cieantur, quam ſi nullus talis adeſſet fluidi motus; cujus contrarium, cum de fluidorum reſiſtentia agetur, demonſtrabimus.

Quanto rectius philoſophiæ Mathematicæ ſcriptores, qui ex notiſſima fluidi proprietate illius deſumunt definitionem: fluidum dicunt eſſe corpus cujus partes vi cuicunque illatæ cedunt, & cedendo facile moventur inter ſe: ex qua definitione pulcherrima condunt Theoremata ad uſus humanos maxime accommoda, cum interea philoſophi Carteſiani nihil certum aut ſolidum, nedum utile, ex ſua protulerunt.

2*do* In veritate phyſica inveſtiganda, utile erit conditiones ſolum primo poſitas conſiderare, & ab omnibus aliis interea temporis abſtrahere. Mens enim humana, finita cum ſit, ſi nimia rerum multitudine implicita diſtrahatur, parum habilis ad Theoremata detegenda reddetur. Hanc regulam

gulam obſervant ſcriptores Mechanici in ſpatiis comparandis à duobus mobilibus percurſis: corpora enim mota in illo caſu tanquam puncta conſiderant, ab illorum magnitudine, figura, & colore abſtrahentes, quæ longitudinem percurſam nullo modo variant.

3*tio*. Neceſſe erit à ſimpliciſſimis caſibus ordiri, atque illis ſemel ſtabilitis, exinde ad magis compoſitos progredi licebit; ſic iidem Mechanici corporum motus in vacuo ſeu medio non reſiſtente fieri ſupponunt, atque motus legibus in illo caſu indagatis, exinde ad medii reſiſtentiæ leges inveſtigandas procedunt, & quales mutationes ex eâ corporibus motis oriri debeant, deinde contemplantur. Quo vero minus corporum motibus reſiſtit medium, eo minus recedunt corporum in eo medio motorum leges à legibus prius inventis. Sic etiam in Hydroſtatica, ſupponitur nullam eſſe fluidi tenacitatem, ſeu partium cohærentiam, ſed eas poſſe minima qualibet vi à ſe invicem divelli; ex qua ſuppoſitione corporum demerſorum preſſiones & poſitiones determinantur. Verum fortaſſe nullum eſt in natura fluidum, cujus partes omni cohæſione deſtituuntur, adeoque variatio, ſeu à legibus prius inventis diſcrepantia inveſtiganda erit; & ſi parva admodum ſit partium cohærentia, parva erit etiam & vix ſenſibilis à prædictis legibus diſcrepantia.

Contra hanc methodi legem peccant plerique *Theoriſtæ*, qui, primis & ſimplicioribus Mechanicæ philoſophiæ neglectis vel non ſatis intellectis principiis, ardua & difficillima problemata ſtatim aggrediuntur, & quo pacto mundus aut planeta aut animal fabricari poſſint, temerario auſu oſtendere conantur; quibuſdam in Geometria ſciolis haud abſimiles, qui cum elementa Geometriæ vix primis labiis tetigerunt, Quadraturam circuli, anguli Triſectionem per rectas lineas & circulares, Cubi Duplicationem & id genus alia ſtatim adoriuntur. Ita noſtri Theoriſtæ, haud bene jactis fundamentis, inſanum exſtruunt ædificium; unde nil mirum erit, ſi tantæ molis opus ſtatim collabatur, haud ſine ingenti fabricantium dedecore. At rite philoſophantibus alia tentanda eſt via, alia progrediendum eſt methodo, &

quamvis nec Mundum, nec Terram, nec alium quemvis Planetam condituri sunt, efficere tamen possunt, ut Philosophiae Mechanicæ principia & fundamenta firmiter stabiliantur, &, quæ exinde consequi possint phænomena, explicentur.

LECTIO II.

De Corporis Soliditate & Extensione.

CORporis definitionem non hic afferemus ex ejus intima natura seu essentia desumptam, qualem non satis perspectam habemus; nec fortasse ad ejus cognitionem unquam sumus perventuri: verum secundum regulam in priore lectione nobis propositam, per notas quasdam illius proprietates, illud ab omni alio entis genere distinguendo, definiemus: idque *Corpus* dicimus *quod extensum est, solidum & mobile.*

Nemo, ut opinor, adeo hebeti est ingenio, quin facile percipiat omnis corporis finiti aliquos esse terminos, quos superficies vocamus, harumque unam aliquam ab opposita distare: quin & hujus rursus superficiei, (cum infinita non sit) dantur extrema, quæ lineas dicimus, quarum necesse est aliquam esse à se invicem distantiam. Etiam & harum linearum erunt aliqui termini, quos puncta nominamus, inter quæ denique aliquod intervallum poni oportet: Ex hisce omnibus distantiis simul junctis, claram extensionis in trinam dimensionem ideam percipimus. Etenim distantia inter duas oppositas ejusdem corporis superficies, illius crassities seu profunditas dicitur; distantia inter binas oppositas ejusdem superficiei lineas, latitudo vocatur; & distantia inter utramque lineæ extremitatem, corporis longitudo nominari potest. Nullum est corpus cui trina hæc dimensio non congruit, & quantulumcunque corpus esse supponamus, necesse tamen erit ut crassitiem, latitudinem & longitudinem habeat: quod autem in corpore est, hisce omnibus destitutum, illud non corpus, sed punctum est, nec ipsa magnitudo sed magnitudinis initium aut finis.

Soli-

Soliditas est ea corporis proprietas, per quam omnibus aliis corporibus undequaque prementibus resistit, & quamdiu aliquem occupat locum, alia corpora omnia, quantacunque cum vi illud urgeant, in eundem intrare prohibet. Sic *v. g.* si corpus aliquod intra manus teneatur, quantumvis magna vi prematur, manus tamen ad mutuos contactus pervenire non patietur.

Hæc est illa proprietas, quam plerique Peripatetici Impenetrabilitatem vocant, qua scil. duo corpora non possunt esse simul in eodem loco, vel se mutuo penetrare; ego tamen cum illustri hujus ætatis Philosopho, soliditatem malui appellare. Hæc etiam proprietas ita omnibus corporibus essentialis videtur, ut nihil aliud in rerum natura sit, cui ea competere possit: Etsi enim dantur aliæ magnitudinis species, sola tamen magnitudo corporea soliditatem admittit; reliqua quanta, vel etiam non quanta seu puncta, possunt sese mutuo penetrare, uniri, & in eodem esse loco: quippe si duo globi sibi mutuo occurrant, in concursu punctum unius unietur cum puncto alterius, seu congruent vel in eodem erunt spatii puncto. Similiter si sint duo cubi æquales, potest eorum unus super alterum imponi, ita ut duæ eorum superficies quadratæ congruant, latera nempe unius quadrati cum alterius quadrati lateribus coincident; & anguli unius cum alterius angulis unientur, quæ proinde quantitates sese penetrabunt & in eodem erunt loco, quod ut ipsis contingat corporibus impossibile est.

Hinc facile perspicitis, Academici, quam diverso sensu *Soliditatis* vocem usurpamus, ab eo qui apud Geometras habetur, qui solida sese mutuo penetrare posse, supponunt; *v. g.* cum demonstrat Euclides (Elemento undecimo) duo solida parallelepipeda super eadem basi, inter eadem parallela plana constituta, esse inter se æqualia; cum autem duo diversa parallelepipeda sic constituta sese penetrare necesse est, liquet Geometras sua solida tanquam penetrabilia supponere. Soliditatis igitur vocem, diverso prorsus sensu accipiunt Geometræ, quam Philosophi, nec sua solida magnitudini penetrabili opponunt, sed planæ seu superficiebus, angulis

planis, & lineis; omne enim illud apud eos ſolidum eſt, quod trina dimenſione conſtat.

At alterius generis eſt corporum ſoliditas, quam ut ad corpora ſolummodo pertinere diximus, ita etiam omnibus corporum generibus ineſt, ſive fluida ſint ſive dura, ſive firma & fixa ſint, ſeu facile mobilia & ictui cedentia, ſeu gravia admodum ſint, ſive parum habeant ponderis vel ſi omnino levia fuerint, ſi modo talia darentur corpora: non enim minus prohibet duorum quorumvis corporum contactum gutta aquæ, vel aëris particula inter duo illa corpora immota manens, quam duriſſimum ferrum aut adamas.

Per hanc denique proprietatem, diſtinguitur corpus ab alio extenſionis genere, quod penetrabile concipimus, & *Spatium* vocamus, in quo omnia corpora locari & moveri cernimus, illud ipſum ut immobile ſpectantes.

Carteſiani, qui corpus per ejus naturam (quam in ſola extenſione conſiſtere volunt) definiunt, nullum agnoſcunt ſpatium, ſeu extenſum, quod non ſit corporeum: verum cum nos ſpatii ideam, à corporis idea diſtinctam habemus, vel ſaltem nos habere imaginamur; peccant contra bonæ methodi leges, qui corporis naturam ſeu eſſentiam intimam, in aliquo ejus attributo ponunt, quod an illi ſoli competat non certe conſtat.

At dicunt Carteſiani Corporis naturam in alio nullo illius attributo conſiſtere poſſe, cum nec durities, nec colores, nec pondus, nec figuræ, nec ſapores, nec quælibet iſtiuſmodi qualitatum ſenſum afficientium, illius eſſentiam conſtituere poſſunt. Omnia quippe hæc attributa poſſunt à corpore tolli, integra tamen manente corporis natura; ſublata tamen extenſione, ſtatim tolletur Ens corporeum, adeoque in ſola extenſione corporis naturam ſitam eſſe neceſſe eſt.

Hoc eſt ipſius Carteſii argumentum, philoſopho prorſus indignum: nihil enim exinde ſequitur, niſi quod ſenſibiles illæ, quas affert, qualitates non ſunt de eſſentia corporis, extenſionem tamen eſſe attributum corpori neceſſarium & *eſſentiale*. At quid inde? poteſtne unum univerſale attributum-

butum duabus diverſis rerum ſpeciebus convenire? An neceſſe eſt ut res omnes, quæ idem habent attributum, eandem habeant etiam naturam & eſſentiam? Si verum hoc ſit, nulla erit rerum diſtinctio, nulla diverſitas. Quamvis igitur ſpatium & corpus, unum & idem habeant eſſentiale attributum utrique commune, ſunt tamen res omnino diverſæ; & alia dantur etiam eſſentialia attributa, ſingulis propria, per quæ ſatis diſtinguuntur.

In primis ſupra deſcripta ſoliditas ſolis corporibus propria eſt, & illis omnibus ita eſſentialis, ut eam ab iis ne vel cogitatione divellere poſſis, quin ſimul ſuſtuleris ipſam, quam aſſumpſiſti, corporis ideam; adeoque ſi in uno aliquo attributo, corporis eſſentia & intima natura ponenda ſit, multo potiore jure hanc ſibi vindicabit ſoliditas quam extenſio; præſertim cum aliud videtur eſſe entis genus à corpore diverſum, quod ſpatium dicimus, cui etiam congruit extenſio; ſaltem contrarium nondum conſtat.

Præterea, hujus ſpatii ideam à corporis idea omnino diſtinctam habemus; utrumque vindicare videtur attributa non diverſa ſolum & ſibi propria, ſed ita contraria ut impoſſibile ſit, illa tanquam uni & eidem inhærentia ſubjecto concipere: Corpus nempe, tanquam ſolidum ſeu impenetrabile, mobile, & diviſibile apprehendimus, cujus partes disjungi, ſeparari, & ad quamlibet à ſe invicem diſtantiam poni poſſunt. Poteſt unum corpus alteri corpori moventi obſtare; poteſt ipſius motum ſiſtere, vel ſaltem diminuere; poteſt etiam corpus alteri quieſcenti, vel minori cum vi ad eandem vel contrarias partes moventi, motum ſuum communicare, atque illud ſecum abripere.

E contra, Spatium concipimus, tanquam illud in quo corpus omne locatur, ſeu ſuum habet *Ubi*; quod omnino penetrabile ſit, omnia in ſe recipiens corpora, nec ullius rei refugiens ingreſſum; quod immobiliter fixum eſt, nullius actionis, formæ, ſeu qualitatis capax; cujus partes à ſe invicem ſeparari nulla vi poſſunt, ſed ſpatium ipſum immobile manens, mobilium ſucceſſiones excipit, motuum velo-

citatem determinat, & rerum distantias metitur: hæc spatii & corporis tam dissona & repugnantia attributa eidem subjecto competere impossibile est.

Respondebunt forte Cartesiani, ideam illam, qualem nos dedimus spatii à corpore distincti, imaginariam prorsus esse & chimæricam, cui scil. aliquid simile, in rerum natura, nullâ potentiâ existere potest. Verum contra Cartesianos in promptu est demonstrare, revera dari spatium à corpore distinctum, vel spatium & corpus non esse prorsus idem: sed primo advertendum est, nos realem spatii corporis vacui existentiam in hoc loco non esse evicturos; illud in alia lectione præstandum erit: sufficiet in præsentia illius possibilitatem adstruere.

Ponamus ergo vas quodcunque, & aëre primo repleatur, deinde exhauriatur intra vas contentus aër, vel per divinam potentiam annihiletur, & omne aliud corpus in illius locum ingredi prohibeatur; quæro jam an in tali rerum conditione, spatium futurum sit à corporibus vacuum? Corpus omne quod in vase continebatur, destructum est, omnis alterius corporis ingressus prohibetur, & vas suam figuram conservare supponitur, certe necessarium esse videtur, ut Vacuum seu spatium corpore non repletum detur: Respondent Cartesiani hisce suppositis, vasis latera corruitura, & ad se invicem necessario accessura. At cum secundum ipsos Cartesianos nullum corpus potest seipsum movere, cumque ex hypothesi, nullum aliud est corpus quod vasis latera ad se invicem pellat, nullus etiam sequetur eorum ad se invicem accessus, dicent forsan aërem undequaque diffusum & vasis latera circumcirca prementem, istius motus causam fore. Verum cum pressio aëris sit vis finita, talis potest esse vasis firmitas, quæ isti pressioni æquipollere possit, adeoque vas suam conservabit figuram: sed demus illis vasis latera corruitura, quæro quodnam corpus in illorum locum succedsurum erit? (respondebunt) aër; quodnam corpus locum ab eo aëre derelictum possidebit? Alius (fortasse dicent) aër succedsurus erit; at tandem subsistere oportet, & ad corpus aliquod pervenire necesse est, in cujus locum nullum

lum aliud corpus ingreditur; abſurdum enim eſt dari progreſſum in infinitum: Vacuum igitur in illo caſu neceſſario dabitur.

Sed & alia invicta demonſtratione ex Geometria petita, ſpatii corporis vacui poſſibilem ſaltem exiſtentiam oſtendemus: ad quod præſtandum præmittimus duo ſequentia effata tanquam axiomata a nemine philoſophorum in dubium vocanda. Primum eſt, quod corpus nullum, aut nulla materiæ pars, alterius corporis exiſtentiâ indigeat, ad ſuam exiſtentiam, *v. g.* Poteſt ſphæra exiſtere ſive aliud quodcunque corpus exiſtat aut non exiſtat; hoc ex natura ſubſtantiæ clare ſequitur. *2do.* Poteſt corpus aliquod, ſaltem ſi durum ſit, ſuam conſervare figuram, ſi nulla ſint corpora externa, vel nulla agentia quæ ei mutationem inferre conantur. Certe agnoſcendum eſt, Deum poſſe corpus quodlibet in eodem ſtatu atque ſitu conſervare, & quæcunque extrinſecus accidant, poteſt nihilominus figura corporis immutata manere.

Cum igitur ſphæra una vel etiam plures poſſunt exiſtere, nullis aliis exiſtentibus corporibus; ponamus omnia alia corpora à Deo annihilari, præter duas ſphæras; vel potius fingamus omnem materiam mundanam in duas ſphæras coacervari, quæ exponantur per duos circulos, quorum centra ſint A & B, cumque ſupponitur nullum aliud exiſtere corpus, poſſunt corpora illa ſphærica ſuam conſervare figuram, cum nullum ponitur agens externum quod figuram ſphæricam deſtruat vel mutet: duæ igitur illæ ſphæræ, vel contiguæ ſunt vel disjunctæ: Disjunctæ ſi ſint, erit ſpatium aliquod intermedium, nullo corpore repletum; adeoque omne ſpatium non erit corpus. Si vero ſphæræ ſeſe mutuo tangant; illas ſphæras in unico puncto ſeſe tangere neceſſe eſt, per demonſtrata in Elementis; inter alia igitur ſphærarum puncta eſt aliqua diſtantia, hoc eſt ſpatium aliquod interjacebit. Sumantur enim duo quæcunque extra contactum puncta puta D & E, ſi inter illa nullum interveniat ſpatium, hoc eſt nulla diſtantia, ſphæræ illæ in eiſdem punctis ſeſe contingent, quod eſt impoſſibile. TAB. I. *fig.* 2.

Vel

Vel ulterius ſic oſtenſive demonſtrari poteſt ſpatium ab omni corpore vacuum. Ponamus duas ſphæras, in quibus omnis materia mundana cumulari ſupponitur, eſſe æquales; in utraque accommodentur rectæ CD, CE ſemidiametro utriuſvis ſphæræ æquales, jungatur DE; erit hæc recta ſemidiametro ſphæræ æqualis, ducantur enim AD, BE, & quia in triangulis æquilateris ACD, BCE anguli ACD, BCE ſunt utervis duorum rectorum pars tertia, erit angulus DCE duorum rectorum etiam pars tertia, omnes enim anguli ad punctum C conſtituunt duos rectos; unde cum DC, CE æquales ſunt, erunt anguli CDE & CED etiam æquales, & ſimul ſumpti conficient duorum rectorum duas partes tertias; quare utervis erit duorum rectorum una pars tertia, æquiangulum igitur erit triangulum DCE; adeoque erit DE æqualis ſemidiametro utriuſvis ſphæræ, nec in hoc caſu major vel minor eſſe poteſt. Similiter inter alia quæcunque ſphærarum puncta, extra contactum ad C, erit diſtantia quædam ad ſphærarum diametrum determinabilem habens rationem, adeoque erit inter eas ſphæras ſpatium certum & determinatum, nullo corpore repletum; verum in eo ſpatio poteſt admitti corpus, cujus dimenſiones dictis congruunt diſtantiis, quod vero majores habet dimenſiones, nullâ potentiâ poteſt in prædicto ſpatio locari; unde cum proprietates tales prædicto ſpatio demonſtrative congruant, & nemine cogitante poteſt tale ſpatium revera exiſtere, clare ſequitur contra Carteſianos, ideam quam de ſpatio habemus non eſſe Chimæricam aut imaginariam; quod enim Chimæricum eſt, nullam habere poteſt extra intellectum exiſtentiam.

Statuendum igitur eſt revera eſſe ſpatium ab omni corpore diſtinctum; quod ſit quaſi vas univerſale intra quod omnia corpora continentur & moventur. At qualis ſit hujus ſpatii natura, num ſit quid poſitivum, actu per ſe extenſum, & reali dimenſione præditum; ſive ejus extenſio oriatur ex relatione corporum in eo exiſtentium, adeo ut ſit mera capacitas, *ponibilitas*, ſeu *interponibilitas*, ut nonnullis loqui placet, & in eadem entium claſſe ponendum, qua mobilitas

tas & contiguitas ; Sive ſpatium noſtrum ſit ipſa divina immenſitas, quæ eſt per omnia & in omnibus, ſive ſit creatum aut increatum, finitum vel infinitum, à Deo dependens vel independens, hic non diſquiremus ; hæc omnia Metaphyſicis diſputanda relinquimus. Noſtro negotio ſufficiet quaſdam illius proprietates expoſuiſſe, & ejus diſtinctionem ſeu naturam à corporis natura diverſam adſtruxiſſe & demonſtraſſe ; qui plura velit, Philoſophos conſulat.

Lectio III.

De Magnitudinum Diviſibilitate.

QUamvis, Academici, ſpatium à corpore realiter diſtinctum eſſe plurimis demonſtrari poteſt argumentis, & hactenus quædam attulimus quæ inſolubilia eſſe videntur ; in eo tamen conveniunt ambo, quod extenſio univerſale ſit attributum ad utrumque neceſſario & eſſentialiter pertinens. Priuſquam igitur ulterius progrediamur, non à re alienum erit, generalem quandam extenſionis affectionem, illius nempe diviſibilitatem exponere.

Hæc extenſionis proprietas omni magnitudinis ſpeciei, tam lineis quam ſuperficiebus, tam ſpatio quam corpori competit, & neceſſario ineſt. Per diviſibilitatem autem non hic loci intelligimus actualem partium à ſe invicem ſeparationem, quæ motum ſupponit, qualem quidem ſpatii natura non admittit, nec talem ſeparationem demonſtrationes ex Geometria accerſitæ probant ; verum noſtra, quam hic evincere conabimur, diviſibilitas, eſt ſolum magnitudinis cujuſvis in ſuas partes reſolutio, ſeu earum diſtinctio & aſſignabilitas, *v. g.* Cum docet Euclides, in propoſitione nona Elementi primi, angulum quemvis rectilineum bifariam ſecare, non in ea methodum oſtendit, qua una anguli pars media ab altera divulſa recedat, & ad datam ab eâ diſtantiam ponatur, ſed methodum tantum tradit qua linea ducatur, ita angulum in duos alios angulos dividens, ut qui ab una iſtius lineæ par-

te jacet angulus, æqualis ſit ei qui ad alteram partem exiſtit: Sic etiam cum, in propoſitione ſequenti, docet rectam quamvis biſecare, docet tantum aſſignare punctum medium datam rectam in duas partes æquales dirimens, quod ſit utriuſque partis communis terminus, ubi ſcilicet deſinit una partium æqualium, & incipit altera. Hæc magnitudinis in partes reſolutio ita ei intima & eſſentialis eſt, ut illud quod partes non habet, ſcil. punctum, non magnitudo, ſed magnitudinis initium dicatur vel finis; nec magnitudo quævis ex punctis poteſt conflari, licet numero infinitis; omnis verò magnitudo non ex punctis, ſed partibus, aliis nempe ejuſdem generis magnitudinibus componitur, quarum unaquæque ex aliis etiam conflatur partibus, & rurſus quælibet harum partium alias adhuc in ſe continet partes, & ſic in infinitum: nec unquam ad magnitudinem tam parvam pervenire poſſumus, quin adhuc in plures dividi poſſit partes, nullumque datur in quacunque magnitudinis ſpecie abſolutè minimum, ſed quicquid dividitur, dividitur in partes adhuc etiam diviſibiles. Hæc ſemper ulterior materiæ in partes reſolutio, illius *Diviſibilitas in infinitum* à philoſophis nuncupatur; & recte ſane, cum nulla aſſignari poteſt quantitas materiæ adeo minuta, & numerus finitus adeo magnus, quin numerus partium eam quantitatem componentium, in quas ſcil. reſolvi poteſt illa quantitas, major ſit numero illo utcunque magno; nam *illud infinitum vocamus quod omni finito majus eſt.*

Quoniam autem infinita hæc materiæ diviſibilitas rationibus ex Geometria petitis demonſtranda ſit, & cum hodie exſtent quidam Philoſophi, qui Geometriam ex Phyſica exulare cupiunt, eo quod ipſi Divinæ illius Scientiæ imperiti ſint; & dum inter doctiſſimos haberi ſatagunt, nullum non movent lapidem, quo harum demonſtrationum vim irrito utcunque convellant conatu; neceſſe erit, priuſquam argumenta noſtra Geometrica proferamus, eorum vim ſtabilire, & objectionibus quibuſdam reſpondere.

Cum itaque, inter hujus generis Philoſophos, emineat Vir Clar. *Joannes Baptiſta Du Hamel*, Philoſophiæ *Burgun-*

gundicæ ſcriptor, libet illius ſententiam ſuper hac re proferre. Dicit igitur Hypotheſes Geometricas nec veras eſſe nec poſſibiles, cum ſcil. nec puncta, nec lineæ, nec ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur, vere in rerum natura exiſtant; adeoque demonſtrationes, quæ ex his afferuntur, ad res actu exiſtentes applicari non poſſe, cum ſcil. nihil eorum vere exiſtit niſi in ideis noſtris: jubet igitur Geometras ſibi ſuas ſervare demonſtrationes, nec eas ad phyſicam transferre, quæ non lucem, ſed majores huic ſcientiæ offundant tenebras.

Miror ego hujus viri alias doctiſſimi in hacce re imperitiam; potuit ſane eodem jure ſuppoſitiones etiam quaſcunque phyſicas ſuſtuliſſe, cum hypotheſes Geometricæ æquè certæ & æquè poſſibiles ſunt & reales, ac illæ ſunt quas phyſicas dicit: imo ſi exiſtat corpus, neceſſario etiam exiſtent vera puncta, veræ lineæ, & veræ ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur; quod facile oſtendemus. Nam ſi detur corpus, illud cum infinitum non ſit, ſuos habebit terminos; corporis vero termini ſunt ſuperficies, & termini illi nullam habent profunditatem; ſi enim haberent, eo ipſo quod profunditatem haberent corpora eſſent, haberentque illa corpora alios rurſus terminos qui ſuperficies eſſent, adeoque eſſet ſuperficiei ſuperficies. Vel igitur ſuperficies illa omni deſtituta eſt profunditate, vel etiam profunditatem habebit: Si prius, habemus quod petimus; ſin poſterius, ad aliam rurſus pervenimus ſuperficiem; atque ſic progrederemur in infinitum, quod eſt abſurdum: quare dicendum eſt terminos illos omni profunditate privari, ac proinde veræ erunt ſuperficies, & prout à Geometris concipiuntur abſque profunditate, ſeu quæ longitudinem & latitudinem tantum habent ad ſuam eſſentiam conſtituendam.

Rurſus, cum ſuperficies illa infinita non eſt, ſuis etiam claudetur terminis; termini vero illi lineæ dicuntur, quæ revera nullam habent latitudinem, aliàs enim ſuperficies eſſent, & ſuos etiam haberent terminos, quos ſaltem concipere oportet omni latitudine deſtitutos; non enim (ut prius di-

ctum est) dari potest progressus in infinitum, unde sequitur dari lineas, quæ sunt tantum longæ absque omni latitudine: eodem prorsus modo & lineis sui etiam competunt termini, qui puncta vocantur, quibus nec longitudo, nec latitudo, nec profunditas convenit. Quare si corpus existere supponatur, necessario tam superficies, quam lineæ & puncta Geometrica, non tantum ut possibilia, sed etiam ut verè existentia ponentur.

Sed respondebunt puncta illa, lineas & superficies non esse materialia. Quid inde? Quis unquam dixit punctum Mathematicum materiam esse? Quis superficiem materialem agnoscit? Si materialis esset, suam haberet etiam superficiem sive terminum: superficiei autem superficiem quis unquam imaginatus est? Verum etiamsi nec superficies, nec lineæ, nec puncta sunt ipsa materia, in ea tamen existunt vel existere possunt, tanquam illius modi, termini seu accidentia; eodem prorsus modo, quo figura non est ipsum corpus, sed ejus tantum affectio, qua corpus sub datis terminis comprehenditur, habetque hæc proprietates reales à corporis proprietatibus omnino distinctas.

Sed rursus objiciunt nostri ἀγεωμέτρητοι Philosophi, nullam esse in rerum natura superficiem perfecte planam, nullum corpus perfecte sphæricum, quale sibi fingunt Geometræ, nec curvam ullam perfecte circularem. At quo pacto hoc illis innotuit? An omnia viderunt quotquot sunt in mundo corpora, & per microscopia ea contemplati sunt? Dicent fortasse, corporum superficies planas vel sphæricas esse non posse, quia in harum figurarum naturis est contradictio quædam & impossibilitas. At, ut contradictionem ostendant velim; corpus omne aliqua saltem figura terminari necesse est; superficies planæ vel sphæricæ sunt omnium conceptu facillimæ & simplicissimæ: Qualis igitur est in illis repugnantia, ut impossibile sit corpus sub istiusmodi superficiebus comprehendi? Credo neminem esse, qui Geometriam vel primis labiis tetigerit, quin harum figurarum naturam & proprietates magis perspectas habeat, & plures earum affectiones nôrit, quam omnes istiusmodi Philosophi intelligunt,

gunt, vel fortaſſe unquam ſunt intellecturi: At horum nemo talem deprehendit in hiſce figuris repugnantiam; nullus Geometra iſtiuſmodi contradictiones in figurarum naturis unquam ſuſpicatus eſt: è contra, harum poſſibilitatem evincunt tot pulchræ earum proprietates à Geometris detectæ atque demonſtratæ; nam rei impoſſibilis nulla eſt vera proprietas, nulla demonſtratio. Reſtat igitur, ut has figuras tanquam poſſibiles agnoſcant; & ſi poſſibiles ſunt, poteſt Deus corpora iſtiuſmodi ſuperficies habentia è materiâ formare. Ponamus igitur duo corpora, quorum unum planis, alterum ſphæricâ terminatur ſuperficie; ſi igitur corpus ſphæricum ſuper plano conſtituatur, illud vere continget: at continget in unico tantum & indiviſibili puncto, ſeu in puncto quod partes non habet, (per Cor. Prop. 2. El. 3tii) & proinde erit in illo caſu verum punctum. Sed ulterius, ponamus corpus ſphæricum ſuper plana ſuperficie moveri, ſeu progredi abſque omni circa axem aliquem rotatione, ita ſcil. ut punctum ſphæræ planum contingens ſemper in eodem plano inveniatur; eritque via, quam punctum illud motu ſuo deſcribit, linea vere mathematica abſque omni latitudine: & ſi quidem ſit via breviſſima inter duo quælibet puncta in illo plano, orietur ex motu illo linea recta, ſin alias, curva vel ex pluribus rectis compoſita, vel partim ex his partim ex illis conflata. Puncta igitur, lineæ, & ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur vel finguntur, ſunt poſſibilia, quod oſtendi oportebat. Aliis etiam innumeris modis poteſt eorum poſſibilitas demonſtrari, verum piget hiſce ineptiis diutius immorari. Hoc tantum libet admonere, quod inter duo quælibet duorum corporum puncta, erit diſtantia data & determinata; *v. g.* inter Solis & ſtellæ fixæ centra, eſt determinata diſtantia, quæ per rectam lineam menſuratur duo illa puncta interjacentem; quæ erit omnium linearum quæ à puncto uno ad alterum duci poſſunt, breviſſima, & minimo tempore data velocitate peragranda; hæc inquam diſtantia eadem manet, qualiſcunque futura ſit corporis intermedii figura, ſive planis claudatur, ſive ſphæricis contineatur ſuperficiebus, ſive demum abſit omne cor-

pus medium, & nihil interſit præter ſpatium; eadem manebit linea magnitudine & poſitione, quamdiu corporum centra immota manent.

Stabilitis jam principiis, ad propoſitum redeo, ut ſcil. demonſtretur extenſionem omnem, tam corpoream, quam incorpoream, in infinitum eſſe diviſibilem, ſeu partes habere numero infinitas; quod pluribus invictis rationibus probare conabimur. Prima ſit hæc; exponatur linea quævis AB; dico illam diviſibilem eſſe in partes numero omni finito numero dato majores.

TAB. I. *fig.* 3. Ducatur per A recta quævis AC, & huic per punctum B parallela ducatur BD, & in AC capiatur punctum quodvis C. Si igitur recta AB non eſt diviſibilis in infinitum partium numerum, diviſibilis tantum erit in numerum partium finitum; ſit ille numerus qualiſcunque *v. g.* ſenarius: In linea BD ad partes puncto C oppoſitas capiantur quotcunque puncta plura quam ſex *v. g.* puncta E, F, G, H, I, K, L, & ducantur per poſtulatum primum *Euclidis* CE, CF, CG, CH, CI, CK, CL: hæ ductæ divident rectam AB in tot partes quot ſunt rectæ: ſi enim non divident, ergo plures rectæ in uno aliquo puncto rectam AB interſecabunt; ſed omnes ſe interſecant in communi puncto C, quare duæ aliquæ rectæ ſeſe bis ſecabunt, & proinde vel ſpatium comprehendent, vel habebunt idem ſegmentum commune: quorum utrumque eſt contra axiomata in Elementis poſita. Dividitur igitur AB in tot partes diverſas, quot ſunt rectæ; ſed tot ſunt rectæ, quot puncta in recta BD ſumpta fuerint: quare cum ſumpta fuerint plura puncta quam ſex, erit linea AB in plures partes quam ſex diviſibilis. Eodem modo, quantumvis magnus ponatur numerus, oſtendi poteſt lineam AB eſſe diviſibilem in partes numero majores illo numero, majorem ſcil. aſſumendo in recta BD punctorum numerum (quod facile fieri poteſt, cum nullus ſit numerus finitus ita magnus, quin major ſumi poſſit, ideoque in data quavis ratione majoris inæqualitatis) atque ducendo rectas à puncto C ad puncta in recta BD aſſumpta; hæ quippe rectæ rectam AB dividunt in tot partes, quot ſunt rectæ, adeoque in plures par-

partes quam numerus primo positus, qui (utcunque magnus sit) constat unitatibus; erit itaque recta AB divisibilis in plures partes quam per ullum numerum finitum exprimi potest, adeoque erit divisibilis in infinitum: Q. E. D.

Argumentum secundum. Exponatur recta quæcunque AB, dico illam divisibilem esse in infinitas numero partes; si enim non est divisibilis in partes numero infinitas, divisibilis erit in partes numero finitas; sit ille numerus quivis *v. g.* quinarius; ducatur recta quævis AK angulum utcunque cum AB continens, in eaque, quantum opus est producta, capiantur quot volueris puncta plura quam quinque: sint *v. g.* C, D, E, F, G, H, K; jungatur KB; perque puncta C, D, E, F, G, H ducantur rectæ ipsi KB parallelæ, divident hæ necessario rectam AB in tot partes quot sunt rectæ: si enim non dividant, ergo plures rectæ in uno puncto concurrent: at non concurrent, cum parallelæ ponantur, quare unaquæque recta in diverso puncto rectam AB intersecabit, & omnes in tot partes rectam AB divident, quot sunt rectæ parallelæ ductæ. At ductæ sunt plures quam quinque, ergo divisa erit recta AB in plures partes quam quinque: idem de alio quovis numero dicendum erit. Quare nullus est numerus tam magnus, quin numerus partium, in quas recta AB est divisibilis, erit illo numero major, adeoque recta AB est divisibilis in infinitum. TAB. 1. *fig.* 4.

2110. Si quantitas non est divisibilis in infinitum, divisibilis erit in partes ulterius non divisibiles; at nulla est pars quæ ulterius dividi non potest: quia nulla datur quantitas tam parva, quin adhuc minor accipi possit, idque in data ratione minoris inæqualitatis. Sit enim recta AB, & ejus pars quantumvis parva sit AC, dico ipsâ AC minorem lineam accipi posse, in ratione quacunque minoris inæqualitatis, *v. g.* ut unum ad tria. Ducatur à puncto A recta quævis AD, inque ea capiantur rectæ AE, EF, FG æquales: jungatur GC & per E agatur EH ipsi GC parallela, erit recta AH ipsius AC pars tertia: demonstratio constat ex *nova propositione Elementi sexti*. Adeoque recta AC non erit minima quæ accipi potest. Idem de alia quavis recta demonstrari potest, TAB. 1. *fig.* 5.

poteſt, ac proinde nulla eſt in natura quantitas minima.

Præterea, ſi quantitas ex indiviſibilibus componeretur, multa exinde ſequerentur abſurda; ſint enim *v. g.* duo circuli ABCD, EFGH concentrici, dividaturque circumferentia major in partes ſuas indiviſibiles, & ducantur à centro Q ad ſingulas haſce partes rectæ, QOM, QPN quæ circumferentiam utramque in æquales numero partes dividunt, & circumferentia major ABCD in partes ſuas minimas diviſa erit; quare & circumferentia minor EFG tot partibus minimis ſeu indiviſibilibus conſtabit, quot conſtat ABC circumferentia: adeoque cum indiviſibile indiviſibili æquale ſit, erit circumferentia EFGH æqualis circumferentiæ ABCD; minor majori: quod fieri non poteſt. Tab. I. fig. 6.

Ultimo, ex hac quantitatis ex indiviſibilibus compoſitione ſequitur nullas dari magnitudines incommenſurabiles, contra quod à Geometris paſſim demonſtratur. Nam ſi magnitudo omnis ex indiviſibilibus conſtaret, indiviſibile illud eſſet omnium magnitudinum ejuſdem generis adæquata & communis menſura: in omnibus enim aliquoties exacte continebitur, adeoque omnes magnitudines communem menſuram habebunt, & latus quadrati illius diagonio eſſet commenſurabile; contra *ultimam Propoſitionem Elementi decimi.*

Innumeræ aliæ poſſunt adduci demonſtrationes, quibus continui infinita diviſibilitas oſtendatur, & indiviſibilium hypotheſis funditus evertatur. Sed quid opus eſt pluribus? Cum hactenus allata argumenta non minorem habeant vim ad aſſenſum cogendum, quam demonſtratio quævis in Elementis *Euclidis*; imo impoſſibile eſt ut ea convellantur, quin ſimul Geometriæ fundamenta corruant; quæ tamen nulla unquam ætas, nulla Philoſophorum hæreſis labefactare poterit.

Ut igitur argumentorum vim devitent Philoſophi, diſtinguunt inter corpus Mathematicum & corpus Phyſicum; Corpus ſcil. Mathematicum diviſibile eſſe in infinitum, demonſtrationum vi coacti, lubenter agnoſcunt; at Corpus Phyſicum in partes ulterius diviſibiles ſemper reſolvi poſſe negant. Sed quid quæſo eſt corpus mathematicum, niſi quiddam

dam in trinam dimenſionem extenſum? Nonne corpori mathematico competit diviſibilitas eo quod extenſum eſt? At eodem etiam modo extenditur corpus Phyſicum; quare cum diviſibilitas ab ipſius extenſionis natura & eſſentia dependeat, & inde ortum ſuum trahat, illam omnibus extenſis tam Phyſicis quam Mathematicis convenire neceſſe erit. Ut enim Logicorum phraſi utar, quicquid prædicatur de genere, prædicatur de omnibus ſpeciebus ſub eo genere contentis.

Eſt & alia apud Philoſophos haud abſimilis diſtinctio, qua corpus quodvis mathematice diviſibile eſſe in infinitum concedunt; diviſibile autem eſſe phyſice negant. Si ullus ſit horum verborum ſenſus, hic erit: Corpus eſſe Mathematice, hoc eſt, realiter & demonſtrative diviſibile in infinitum concedunt; Phyſice autem ſeu ſecundum falſam ſuam hypotheſin negant; atque ſic habebunt diſtinctionem, contra quam nihil urgeri poteſt.

Quoniam Philoſophi, contra quos diſputamus, demonſtrationibus Geometricis non ſatis aſſueti ſunt, & proinde earum evidentiam non facile perſpiciant; priuſquam huic lectioni finem imponemus, libet unum argumentum Phyſicum ex motu petitum, pro infinita continui diviſibilitate proferre; ſcil. ſi continuum ex indiviſibilibus conſtaret, ſequeretur omnes motus æquiveloces fore, nec minus in eodem tempore conficiet ſpatium ſegniſſima teſtudo, quam πόδας ὠκὺς Achilles. Ponamus enim Achillem velociſſime curſurum & teſtudinem ſegniſſime repturam: ſi continuum ex indiviſibilibus conſtaret, non poteſt teſtudo in aliquo dato tempore minus conficere ſpatium quam Achilles; nam ſi Achilles in uno temporis inſtanti, indiviſibile pertranſit ſpatium, non poteſt teſtudo minus ſpatium in eodem temporis momento tranſire, quia ex hypotheſi non datur minus. Indiviſibile enim alio indiviſibili minus non erit, ergo pertransibit æquale: idem de alio quovis temporis momento dicendum eſt: ergo ſemper ab utroque percurrentur ſpatia æqualia; & proinde Achilles velociſſimus non plus conficiet ſpatii quam teſtudo lentiſſima; quod eſt abſurdum. Alia ejuſ-

dem generis absurda ex eadem indivisibilium hypothesi deduci possunt; verum quæ dicta sunt sufficiant.

Lectio IV.

In qua respondetur objectionibus contra materiæ divisibilitatem afferri solitis.

HActenus, Academici, argumenta exposuimus, quibus continuam materiæ in infinitas numero partes divisionem clare satis demonstravimus; restat ut objectionibus seu Philosophorum argutiis respondeamus. Sunt enim Philosophi haud pauci, qui nescio qua idearum obscuritate laborantes, & demonstrationum, quas attulimus, evidentiam non satis perspicientes, contra rem tam manifeste veram argumenta sua proferre non audeant tantum, verum & confidant specioso demonstrationum titulo ea insignire. At ego, qui plures illorum evolvi libros, nunquam incidi in quicquam ab iis de hacce re scriptum, quod rationis quidem speciem haberet; adeo equidem sunt demonstrationibus destituti, ut ne minimam demonstrationis umbram in iis quisquam Geometra, etsi Lynceis donatus fuerit oculis, perspicere queat. Fateor tamen esse aliquid in natura infiniti, quod humano intellectui haud adæquate comprehensibile esse videtur; adeoque non mirum erit, si ex ea quædam sequuntur, quæ hominum mentes densa caligine involutæ concipere non possunt: & speciatim in hac, quam nunc prosequimur, quæstione, multa sunt, quæ quibusdam Philosophis hisce rebus minus assuetis paradoxa & incredibilia videntur: nihil tamen exinde sequitur, quod vel contradictionem implicat, vel cuivis axiomati aut demonstrationi repugnat. Sed videamus, quas afferunt Philosophi Atomistæ, argutias. Prima est ea Epicuri; si continuum divisibile esset in infinitum, contineret infinitas numero partes, adeoque finitum contineret infinitum, quod est absurdum. At rogo ut terminos suos explicent, & dicant quid per has voces intelligunt, *infini-*

finitum non posse contineri in finito; si dicant infinitam magnitudinem non posse in magnitudine finita contineri, hoc lubenter concedam; at hujus contrarium non sequitur ex ea, quam proposuimus, doctrinâ; nec unquam illud necessariâ consequentiâ exinde deducere possunt. Si dicant partes numero infinitas, & infinite exiguas, non posse finitâ magnitudine contineri, hoc illud ipsum est quod iis probandum incumbit. Non, ut opinor, dicent ipsis absque ratione credendum esse; nec illud tanquam propositionem per se claram inter axiomata reponent, cujus contrarium tot validis rationibus demonstrari potest. Urgeant itaque partes numero infinitas infinitam magnitudinem componere: sed hoc rursus est Principium petere; illud enim ipsum est de quo disputamus, utrum scil. finita magnitudo potest habere partes numero infinitas? Certum enim est, quotcunque partes habeat, sive finitas, sive infinitas, eas suo toti æquari: sicut enim decem partes decimæ unitatis efficiunt unitatem, centum centesimæ unitatis partes simul sumptæ etiam unitatem component, & mille partium millesimarum in unum collectarum summa toto non major erit; ita etiam partes infinitæ infinitesimæ alicujus magnitudinis ipsam magnitudinem adæquant. Vel sic: sit linea AB divisa in partes centum; erunt omnes hæ simul sumptæ ipsi AB æquales: & eodem modo, si recta AB dividi intelligatur in mille partes, harum partium mille simul sumptæ magnitudinem nec majorem nec minorem ipsa AB component. Vel etiam, si divideretur recta AB in milliones, partes hæ rursus simul sumptæ toti AB erunt æquales; & universaliter, si sint duæ magnitudines AB & C, habeatque C eandem rationem ad AB quam habet unitas ad numerum quemvis N, erit quantitas C per numerum N multiplicata ipsi AB æqualis. Cum enim quantitates C. AB, unitas & numerus N sint proportionales, erunt extremæ in se invicem ductæ mediis in se invicem ductis æquales; at cum AB per unitatem multiplicata ipsi AB est æqualis (unitas enim nec multiplicatione auget, nec divisione minuit) erit quantitas C per N numerum

TAB. I. *fig.* 7.

multiplicata ipsi AB æqualis : Quantumvis igitur magnus sive parvus sit numerus N, hic multiplicans quantitatem C faciet semper productum ipsi AB æqualem, modo C talis sit quantitas ut ad AB eandem habeat proportionem quam habet unitas ad dictum numerum N. Adeoque si N sit numerus infinitus, & C pars rectæ AB infinitesima, hoc est, si eandem habeat quantitas C rationem ad AB quam habet unitas ad numerum infinitum N, est etiam quantitas C per numerum infinitum N multiplicata, hoc est infinities sumpta, quantitati AB æqualis, nec eâ major, sicut nec minor esse potest. Si igitur partium magnitudo eadem ratione diminuatur, qua earum numerus augetur, totum ex hisce omnibus partibus conflatum idem manebit; nec æstimanda est quantitas aliqua ex partium numero, sed ex earum numero & magnitudine conjunctim; adeoque si partes infinite parvæ sint, necesse erit ut earum multitudo sit infinite magna, priusquam quantitatem quamvis dabilem exsuperare possunt. Sed præterea, plura possumus proferre exempla tam ex Arithmetica, quam ex Geometria, ubi, ipsis fatentibus adversariis, partium numerus erit infinitus, at ipsa magnitudo ex partibus istis infinitis composita finita erit. Sit primum exemplum series infinita numerorum in ratione quavis decrescentium, quæ finito adæquatur numero *v. g.* $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}$ &c. Hujus seriei in infinitum continuatæ summa erit unitati æqualis; at cum in infinitum extenditur series, erunt ejus termini numero infiniti; quare in hoc casu partes quantitatis numero infinitæ finitam efficiunt quantitatem. Similiter & hujus seriei summa $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{27}$, &c. cum in infinitum continuatur æqualis erit parti uni secundæ seu unitatis dimidio, ut in Arithmetica demonstratur; at nemo negabit seriem hanc in infinitum continuatam infinitas partes habere; quare possunt dari partes quantitatis numero infinitæ, quæ tamen unitatis partem dimidiam non exsuperant. Similiter in Geometria, notum est spatium posse dari infinite longum, quod tamen spatio finito perfecte adæquatur; hoc enim infinitis fere exemplis demonstraverunt Clarissimi Geometræ *Torricellius*, *Wallisius*, *Barovius* & alii, ex quibus

bus libet exempla quædam proferre. Et primo ſit Curva ABCD talis naturæ ut ſi ſumptæ fuerint in Aſymptoto EH rectæ EF, FG, GH, æquales, ſeu poſitis rectis EF, EG, EH in proportione Arithmetica; & ad puncta E, F, G, H ordinatim applicentur rectæ AE, BF, CG, DH, ſint ordinatæ hæ in proportione Geometricâ: curva ABCD dicitur curva Logarithmica, & ſpatium interminabile inter Aſymptoton & curvam infinite productas contentum, æquale erit ſpatio finito, ut à Clariſſimo *Barovio* in Lectionibus Geometricis demonſtratur; ex qua poteſt colligi ſupra nominata proprietas numerorum in proportione quavis Geometrica decreſcentium. Sed ut hoc ad propoſitum noſtrum applicemus; nemo non agnoſcet in ſpatio interminabili HGFEABCD, quod infinite longum eſt, eſſe partes numero infinitas; at omnes illas ſpatii partes eſſe ſpatio finito æquales demonſtrant Geometræ; quare ſunt aliquæ partes ſpatii numero infinitæ, quæ non ſpatium infinitum ſed finitum conficere poſſunt. Eodem modo, in Hyperbolis omnibus, Apollonianâ exceptâ, erit area inter curvam & Aſymptoton infinite protenſas perfecte quadrabilis, & areæ finitæ æqualis; ſed in areis hiſce omnibus ſunt partes numero infinitæ, quare erunt partes numero infinitæ æquales quantitati finitæ. Præterea, in Hyperbola Apolloniana CAB, etſi area interminabilis inter curvam AB & Aſymptoton EF in infinitum protenſas contenta, ſit area infinita, ſeu qualibet finitâ major; ſi tamen area illa infinita circa Aſymptoton ſuam revolvatur, generabitur ſolidum ſeu corpus vere infinite longum, quod tamen æquale erit ſolido ſeu corpori finito; ut elegantiſſime à *Torricellio* demonſtratum eſt, qui ſolidum hoc Hyperbolicum acutum nominavit: at in hoc ſolido ſunt partes numero infinitæ, cum ſcil. infinitè longum eſt; ergo partes corporis numero infinitæ finitum component corpus. Alia innumera proferre poſſumus hujus rei exempla, ſed diutius fortaſſe, quam par eſt, huic objectioni refellendæ immorati ſumus.

Tab. I. *fig.* 8.

Tab. I. *fig.* 9.

2*do* Objiciunt Atomiſtæ; ſi quantitas omnis eſt diviſibilis in infinitum, magnitudo quævis minima æquabitur maxi-

mæ, cùm ſcil. tot partes habet minima quot maxima. Qualis, quæſo, eſt hæc conſequentia? An quia ulna *Anglicana* dividi poteſt in centum partes, & pes Anglicanus etiam dividi poteſt in centum partes, ideo ſequitur pedem ulnæ æquari? At ovum ovo non ſimilius invenietur, quam eſt hæc argumentatio illorum objectioni; quæ falſiſſima innititur hypotheſi, qua magnitudines volunt ſolum per partium numerum, non item per earum quantitates eſſe menſurandas.

Ulterius objiciunt; ſi pes dividatur in infinitas partes æquales, & ulna etiam ita dividatur, ut pars unaquæque ulnæ ſit æqualis parti cuivis pedis, erit numerus partium in ulna triplus numeri partium in pede; unde cum numerus partium in pede ſit infinitus, erit numerus partium in ulna iſtius numeri infiniti triplus, & inde daretur infinitum triplo majus. At unde notum eſt illis hoc eſſe abſurdum? An contradicit axiomati alicui vulgo recepto? Nequaquam mehercule; nullum enim eſt axioma quod omnia infinita æqualia ponit. Nec infiniti naturæ repugnat ut ab alio infinito ſuperetur: nam ſi detur infinitum, infinita *v. g.* linea, erunt in ea infinita milliaria, plura ſtadia & multo plures pedes. Sic in ſpatio, quod undique extenſum imaginamur, ſi duæ lineæ parallelæ in infinitum producantur, erit area ab hiſce rectis comprehenſa revera area infinita, eo quod omnem aream finitam ſeu undique clauſam ſuperat; erunt igitur in eâ infinita jugera, plures perticæ quadratæ, & multo plures pedes quadrati; rurſus, ſi intra has lineas ducatur recta utrivis earum parallela, dividet hæc linea priorem aream in duas areas etiam infinitas; quæ igitur ſimul ſumptæ priori infinito adæquantur. Non igitur naturæ infiniti repugnat, illud poſſe ab alio infinito excedi, per aliud multiplicari, & in alia etiamnum infinita dividi; hæc, inquam, nullo modo repugnant, ſed ex ipſius rei natura facillime ſequuntur; imo nemo eſt, qui infinitum ſpatium concedit, quin ſimul agnoſcere cogatur iſtius ſpatii in alia infinita diviſibilitatem.

Aliud petunt argumentum contra infinitam materiæ diviſibilitatem ex omnipotentia divina. Dicunt enim Deum poſſe

se continuum quodvis in partes suas infinitesimas resolvere, atque partes hasce a se invicem separare: sed si hoc fiat, daretur pars ultima, & divisibilitas continui tandem exhauriretur; ergo continuum non in infinitum sectile est. Respondeo proculdubio Deum posse quicquid est possibile, aut quod immutabili ipsius naturæ non repugnat; at cum hactenus demonstravimus nullam dari posse materiæ particulam utcunque parvam, quæ non iterum secari potest in infinitas alias etiam particulas; liquet exinde Deum non posse ita secare materiam, ut detur pars ultima indivisibilis. Si enim ad hoc se extenderet potentia Divina, posset Deus aliquid quod contradictionem involveret, vel quod immutabili ipsius Essentiæ repugnaret. Sed ulterius urgent, si quantitas omnis sit divisibilis in infinitum, & partes actu sint in continuo, dabitur actu pars infinitè parva, adeoque ulterius non divisibilis. Respondeo primo; possum cum *Aristotele* negare esse partes actu in continuo, & inde corrueret eorum argumentum quod ut demonstrationem invictam tantopere prædicant. 2*do*. Concedamus illis partes esse actu in continuo, concedamus esse partes infinitè parvas & indivisibiles, concedamus denique argumentum, nihil tamen exinde infertur contra quantitatis non infinite parvæ continuam & in infinitum divisibilitatem; hæc in argumento supponitur, at non refellitur; an quia pars continui infinite parva non est ulterius divisibilis, ideo sequitur partem datam, seu partem non infinitè parvam, etiam non esse ulterius divisibilem? Si aliquid exinde sequatur, sequitur continuam omnem quantitatem in partes infinitè parvas posse resolvi, adeoque continuum esse in infinitum divisibile. Sed tertia & vera responsio sit; negando esse partes in continuo adeo minutas seu parvas, ut nequeant esse ulterius divisibiles; & quamvis darentur partes infinitè exiguæ, vel tales quæ eandem habent proportionem ad sua tota quam numerus finitus ad infinitum, vel spatium finitum ad infinitum; negamus tamen hasce partes non esse ulterius divisibiles: sed cum ipsæ sunt extensæ, erunt etiam divisibiles non tantum in duas, tres vel plures partes, sed etiam quælibet potest in infinitum secari: quantitatis

titatis infinite parvæ partes numero infinitæ, infiniteſimæ infiniteſimarum ſeu Fluxiones Fluxionum à Geometris dici ſolent, à quibus adhibentur ad plura problemata aliàs intricatiſſima ſolvenda. Præterea, & harum Fluxionum dantur & aliæ Fluxiones ſeu partes ſuis totis infinite minores, & harum rurſus partium erunt aliæ partes, atque ſic quouſque libet progredi licebit. Non diſſimulo ob humani ingenii imbecillitatem hoc conceptu eſſe difficillimum; non ideo tamen deſerenda eſt veritas validiſſimis ſuffulta argumentis, præſertim cum quædam ſunt, quæ à tenui noſtro intellectu difficulter admodum capiuntur, quæ tamen eſſe certiſſime novimus. Exempla poſſumus comparare plurima, at ea tantum adducemus quæ ad rem propoſitam illuſtrandam inſerviunt; quibus oſtendemus eſſe quantitates infinite minores aliis datis quantitatibus, quæ tamen erunt aliis infinite majores; ita, ſi dentur quædam quantitates infinite parvæ, erunt quædam etiam quantitates his infinite minores, & rurſus his ultimis fieri poſſunt aliæ infinite minores, & ſic ſemper deinceps uſque ad infinitum.

TAB. I. *fig.* 10. Primo igitur, ſic probamus dari quantitates, quæ quantitatibus infinitè parvis ſunt infinitè minores; ſit circulus ABF, cujus diameter AB, ſitque BF pars peripheriæ infinitè parva, cujus proinde chorda erit etiam infinitè parva, hoc eſt, chorda BF, ad magnitudinem quamvis determinatam, *v. g.* ad circuli diametrum AB, eam habebit proportionem, quam habet magnitudo quævis finita ad infinitam. Demiſſa intelligatur à puncto F ad AB, perpendicularis FG; erit BG rectâ BF infinitè minor. Ducatur enim AF, eritque angulus AFB in ſemicirculo rectus. Adeoque in triangulo AFB rectangulo ad F, ob demiſſam in baſim AB perpendicularem FG, erit, per 8^vam 6^ti El. AB ad BF ut BF ad BG. Sed, ex hypotheſi, AB infinitè major eſt quam BF, quare erit & BF infinitè major quam BG; erit igitur quantitas, quæ, etſi aliâ datâ quantitate ſit infinitè minor, alia tamen quantitate infinitè major erit.

Sic etiam in circulo notum eſt, Sinum cujuſlibet arcus eſſe ſuo arcu minorem, Tangentem vero eſſe arcu majorem, &

& proinde tangens arcûs erit etiam ejuſdem ſinu major. Sit itaque in circulo, cujus centrum C, & diameter AB, arcus infinite parvus BF, cujus tangens ſit BE, ſinus rectus GF, & ſinus verſus GB; per F ducatur FH ad AB parallela, erit HE æqualis differentiæ ſinus recti FG & tangentis BE, quæ ex jam oſtenſis non eſt omnino nihil. Jam in triangulis CBE, FHE æquiangulis, ob angulos ad H & B rectos & E communem, erit, per 4^tam 6^ti, CB ad BE ſicut FH eſt ad HE: ſed ex hypotheſi CB infinitè major eſt quam BE; quare erit & FH infinitè major quam HE: id eſt, in præſenti caſu, erit BG ſinus verſus arcus infinitè parvi infinite major quam differentia inter ſinum rectum & tangentem ejuſdem arcus. Cum igitur CB ſit infinitè major quam BE, & BE, ut ſuperius demonſtratum eſt, ſit infinitè major quam BG, & rurſus, per jam oſtenſa, BG infinite major quam HE, liquet propoſitum. TAB. I. *fig.* 11.

Ad uberiorem hujus doctrinæ illuſtrationem, aliud libet afferre exemplum, quod à ſummo illo Philoſopho & Geometra *Newtono* deprompſimus, in Scholio ſectionis primæ *Philoſophiæ Natur.* Sit curva AC Parabola Apolloniana, cujus axis AB, & AE tangens in vertice A. Demonſtrant ſcriptores Conici, ut in circulo, ſic etiam in Parabola, angulum contactus EAC eſſe angulo quovis rectilineo infinite minorem. Ad eundem jam axem AB & verticem A, deſcribi intelligatur alterius generis parabola, cubicalis ſcil. cujus ordinatim applicatæ creſcunt in ſubtriplicata ratione interceptarum; erit angulus contactus FAD angulo contactus Parabolæ FAC infinite minor; vel quod idem eſt, nullæ ſunt Parabolæ Apollonianæ, vel nulli circuli, quantumvis magna Parametro deſcribantur, qui inter Parabolam cubicalem & ejus ad verticem Tangentem duci poſſunt; quod facilè ſic demonſtratur. Dicatur Parabolæ Apollonianæ AC Parameter *a*; Parabolæ cubicalis AD Parameter ſit *b*; accipiatur in Tangente punctum E tale, ut ſit AE rectis *a* & *b* tertia proportionalis, hoc eſt, ut ſit $a \times AE \sqsupset b^2$; per punctum quodlibet F medium inter A & E ducatur FD ad axem parallela, curvæ AD occurrens in D; ducatur BCD ad tangentem pa- TAB. I. *fig.* 12.

rallela, & vocetur BD, in parabola AD ordinatim applicata, z; BC autem, ordinata in parabola AC, sit y; & intercepta AB sit x: Erit ex natura harum curvarum $ax = y^2$, & $b^2 x = z^3$, adeoque $\frac{y^2}{a} = x = \frac{z^3}{b^2}$; unde $b^2 y^2 = a z^3$, & igitur reducendo hanc æquationem ad analogiam, $b^2 : az :: z^2 : y^2$, hoc est, b^2 seu $a \times$ AE est ad az seu $a \times$ BD vel $a \times$ AF, ut BD^2 ad BC^2: sed est $a \times$ AE major quam $a \times$ AF, quare erit BD^2 major quam BC^2, & proinde BD major quam BC; punctum igitur C cadit intra parabolam AD. Idem verum est de omnibus ordinatis BC, quæ sunt recta AE minores; adeoque portio Parabolæ Apollonianæ AC ad verticem cadit intra Parabolam cubicalem. Eadem de quavis alia parabola Apolloniana est demonstratio; adeoque nulla potest duci parabola, & proinde nullus circulus (qui semper alicui parabolæ est æquicurvus) inter parabolam cubicalem & ejus ad verticem Tangentem.

Quantumvis igitur diminuatur angulus contactus parabolicus vel circularis, erit tamen angulo contactus ad verticem parabolæ cubicalis major; ideoque erit quivis datus angulus contactus circularis vel parabolicus angulo contactus ad verticem parabolæ cubicalis infinite major; quantitas enim alterâ infinite major est, quæ quantumvis diminuta alteram illam semper superat.

Adhuc, ad eundem axem & verticem, describi intelligatur alia curva parabolica AG, cujus ordinatim applicata quævis crescat semper in subquadruplicata ratione interceptæ; erit angulus contactus FAG angulo FAD infinitè minor; quod ratiocinio priori haud dissimili demonstrare facile est. Eodem modo ad eundem axem & verticem, potest alia describi curva parabolica AH, cujus ordinatim applicatæ crescunt in subquintuplicata ratione interceptarum, in qua sit angulus contactus FAH angulo FAG infinite minor; atque sic progredi licebit in infinitum, semper assignando alias atque alias figuras parabolicas, quarum anguli contactus infinite à se invicem differant: scil. erit angulus FAC infinite minor angulo quovis rectilineo, & angulus FAD infinite

te minor angulo FAC, & angulus FAG infinite minor angulo FAD: atque ſic habebitur ſeries angulorum contactuum in infinitum pergentium, quorum quilibet poſterior eſt infinite minor priore; imo inter duos quoſlibet angulos, alii interſeri poſſunt anguli innumeri, qui ſeſe infinite ſuperant. Sed & inter duos quoſvis ex hiſce angulis, poteſt ſeries in infinitum pergens angulorum intermediorum interſeri, quorum quilibet poſterior erit infinite minor priore. Quin etiam poſſunt eſſe anguli innumeri angulo contactus circulari infinite majores, qui tamen erunt angulo rectilineo infinite minores: Atque ſic progreditur in infinitum; *neque novit natura limitem.*

Hæc adhibui exempla, ut videant adverſarii, immane quantum diſcedunt à veris rerum naturis eorum de rebus ipſis ſpeculationes.

Lectio V.

De Materiæ Subtilitate.

Poſtquam infinitam materiæ diviſibilitatem validiſſimis (ut nobis videtur) propugnaverimus rationibus; objectionibus, quæ alicujus momenti ſunt, proſtratis prorſus & deletis; reſtat, ut mirandam naturæ ſubtilitatem, & minutiſſimas illas particulas, in quas materia actu dividitur, vel ex quibus componitur, pauliſper contemplemur; has quidem undique comparatis exemplis, ante oculos veſtros poni, ſenſibus obverti, & ipſarum exilitatem calculo oſtendi, facillimum foret: Nos autem pauca tantum proferemus.

Et primo, ex ſumma auri ductilitate, exiguam partium ipſius molem computatione collegerunt Doctiſſimi viri, *Rohaultus* Gallus in *Tractatu ſuo Phyſico*; Nobilis *Boyleus*, noſtras, in libro de *Effluviis*; & nuper Clariſſimus *Halleius* in *Actis Philoſophicis numero* 194. *Halleius* quidem demonſtravit unum auri granum in 10000 partes viſibiles poſſe ſecari; adeoque cum unum auri granum æquale ſit circiter $\frac{21}{100000}$ unius digiti cubici, ſequitur unum digitum cubicum

auri dividi posse in partes 47619047; quæ omnes erunt nudo oculo satis spectabiles.

Computavit præterea *Halleius* crassitiem istius lamellæ aureæ, quæ super argentea fila ab artificibus inducitur; invenitque eam $\frac{1}{124500}$ digiti non excedere; hoc est, si digitus longus dividatur in partes 124500, crassities istius lamellæ unam harum partium vix adæquabit, adeoque cubus partis centesimæ unius digiti, vel, quod idem est, digiti cubici pars $\frac{1}{1000\,000}$ potest continere 243 000 000 talium particularum.

Alia experimenta quamplurima tradit de hac re Insignis ille & nobilis Philosophus *Robertus Boyle*, in præfato libro *De Natura & Subtilitate Effluviorum*; quorum unum aut alterum hic adducere liceat. Et primo, dissolvit unum cupri granum in spiritu salis *Armoniaci*; & inde orta solutio, cum aqua distillata mixta, tincturam cœruleam saturam valde atque conspicuam largita est granis aquæ 28534; unde, cum aquæ quantitas, cujus pondus est unius grani, æqualis sit $\frac{37}{10000}$ unius digiti cubici, erunt grana aquæ 28534 magnitudine æqualia digitis cubicis 105, 57. Cum igitur unum cupri granum potest colorem cœruleum tantæ aquarum copiæ communicare, necesse erit ut sit pars aliqua hujus cupri in parte quavis visibili prædictæ aquarum copiæ; adeoque quot sunt partes in ea aquæ quantitate oculo visibiles, in tot ad minimum partes divisum erat unum cupri granum; at visu sensibilis est linea, cujus longitudo est pars digiti centesima, adeoque ejus lineæ quadratum aut cubus adhuc multo magis erit visu dignoscibilis: quare cum cubus cujus latus est pars digiti longi centesima, sit pars digiti cubici millionesima $\frac{1}{1\,000\,000}$, sequitur ad minimum in digitis cubicis aquæ 105, 57 esse partes sensu distinguibiles 105 570 000; adeoque per prædictam solutionem in tot ad minimum partes dividetur cu-

cupri granum. Eſt vero magnitudo unius cupri grani æqualis digiti partibus circiter $\frac{55}{100\,000}$, adeoque cum digitus cubicus contineat propemodum 20000 talium particularum, hinc ſequitur digitum cupri cubicum in partes 2 111 400 000 000 actu poſſe reſolvi: Et ſi accipiatur minutiſſima arenula, talis ſc. ut ejus diameter ſit pars digiti centeſima, vel quod tantundem eſt, ut ipſa arenula ſit pars digiti millioneſima, hæc duos milliones centum & undecim millia & quadringenti, ſeu 2111400 particularum, in quas diviſum eſt cuprum, continebit.

Secundum, quod proponimus, exemplum ex ſequentibus ducitur principiis.

Omnes recentiores conſentiunt Philoſophi, odores oriri à profluviis ex corpore odorifero prodeuntibus, & undique in medio diſperſis, quæ ope ſpiritus, quem per nares trahimus, in nervos olfactorios irruunt, eos irritant, atque ſic ſenſorium afficiunt; unde ſequitur, in quocunque loco odor cujuſvis corporis ſentitur, in eo eſſe aliquas particulas corporis odoriferi ſenſum afficientes. At plurima ſunt corpora odora, quæ ad diſtantiam quinque pedum facile olent, & ſenſum olfactorium movent; erunt igitur per omne illud ſpatium quædam corporis odori diffuſæ particulæ, ita ſcil. ut ubicunque in eo ſpatio ponantur nares, ibi aliqua eſſe corporis odoriferi effluvia neceſſe ſit; ſaltem quædam erunt in ea aëris quantitate, quæ ſimul per inſpirationem intra nares ducitur. Ponamus igitur eſſe unam tantum corporis odori particulam in unaquaque iſtius ſpatii parte, quæ digiti cubici partem quartam magnitudine adæquat: quamvis veriſimile ſit, effluvia tam rara vix ſenſum afficere poſſe, nolumus tamen plura aſſumere; tot igitur ad minimum erunt particulæ odorem producentes, quot ſunt in ſphæra, cujus ſemidiameter eſt quinque pedum, ſpatiola, quorum unumquodque æquale eſt digiti cubici parti quartæ: At in illa ſphæra ſunt ejuſmodi ſpatiola numero 57 839 616; tot erunt igitur in illo ſpatio particulæ odorem producentes.

Utcunque igitur definito effluviorum numero, progre-

diamur ad eorum magnitudinem determinandam. Cum quantum effluviorum à corpore quovis decidit, tantum neceſſe erit ut corpus illud de pondere ſuo amittat; erit pondus effluviorum omnium, in dato quovis tempore, à corpore odorifero prodeuntium æquale ponderi partis eo in tempore amiſſæ. Jam per experimenta comprobavit *Boyleus* determinatam quandam Aſſæ fœtidæ maſſam aperto aëri expoſitam, ſex dierum ſpatio, grani partem octavam de ſuo pondere amiſiſſe: cum vero continuus eſt effluviorum à corpore odorifero effluxus, patet oportere eum ſemper tempori proportionalem eſſe, adeoque tempore unius minuti primi erit pondus effluviorum ab Aſſa fœtida decidentium æquale grani parti $\frac{1}{69\ 120}$ Eſt autem magnitudo particulæ aqueæ, cujus pondus eſt unius grani, æqualis digiti cubici partibus $\frac{369}{100\ 000}$, & proinde ejuſdem aquæ particula, cujus pondus eſt pars grani $\frac{1}{69\ 120}$, magnitudine æqualis erit partibus digiti cubici $\frac{533}{10\ 000\ 000\ 000}$: Atqui eſt gravitas Aſſæ fœtidæ ad aquæ gravitatem (ut ipſe expertus ſum) ut 8 ad 7, & proinde magnitudo quantitatis Aſſæ fœtidæ, cujus pondus eſt unius grani pars $\frac{1}{69\ 120}$, æqualis erit partibus digiti cubici $\frac{466}{10\ 000\ 000\ 000}$; ſed effluviorum omnium numerus ſupra inventus ponitur 57 839 616, adeoque cum omnia hæc effluvia digiti cubici partes $\frac{466}{10\ 000\ 000\ 000}$ tantum adæquant, erit unaquæque particula æqualis digiti cubici partibus $\frac{466}{578\ 396\ 160\ 000\ 000\ 000}$; ſeu reducendo hanc fractionem ad

deci-

decimalem, erit uniuſcujuſque particulæ magnitudo æqua-

lis $\frac{8}{10\,000\,000\,000\,000\,000}$ digiti cubici partibus, ſeu decem-

millebillioneſimis partibus octo.

In hiſce ſuppoſuimus particulas odorem producentes eſſe ubique in prædicta diſtantia æqualiter diffuſas; at cum verſus centrum ſeu corpus odoriferum, à quo prodeunt, ſpiſſiores & plures ſunt quam verſus extimam ſphæræ ſuperficiem, multo plures erunt particulæ quam ſuperius determinavimus. Cum enim odores (ſicut cæteræ omnes qualitates, quæ à centro ſecundum rectas lineas propagantur) decreſcant in duplicata ratione diſtantiæ auctæ ab eodem centro, erit numerus particularum odorem producentium, & in dato ſpatio incluſarum, *v. g.* in digiti cubici quadrante, ad diſtantiam unius pedis, quadruplus numeri particularum quæ in ſpatio æquali ad diſtantiam duorum à centro pedum locantur: & novies major erit numero particularum ad diſtantiam trium pedum, & ſic de cæteris. At ſi ubique non plures forent quam ſunt ad extremam ſuperficiem, eſſet earum numerus ſupra inventus 57839616. Patet igitur revera eſſe ipſarum numerum numero prædicto multo majorem.

Ut igitur, in prædicto caſu, particularum odores producentium numerus determinetur, cognoſcenda eſt quantitas Aſſæ fœtidæ, quam aëri expoſuit *Boyleus*; at ex ipſius ſcriptis non conſtat quanta hæc fuit; neceſſe erit igitur ut aſſumamus aliquam illius quantitatem; ſed quo minorem ipſam ponamus, eo major evadit proportio numeri particularum ex ea profluentium ad numerum ſuperius inventum, cæteris omnibus pariter poſitis. Ut igitur numerum vero non majorem eruamus, aſſumenda eſt quantitas probabiliter major eâ quam aëri expoſuit *Boyleus*; ſitque ea æqualis ſphæræ cujus diameter ſit ſex digitorum, per circulum DBO hic repræſentatæ; ſitque recta AD quinque pedum, ſeu 60 digitorum; erit AB 63 digitorum. Ad punctum A ſuper AB erigatur perpendicularis AG, quæ repræſentet denſitatem ſeu numerum particularum intra datum ſpatium ad diſtantiam AB; & ſi in omnibus diſtantiis eadem eſſet particularum denſitas, TAB. 2. *fig.* 1.

ſitas, earum numerus per rectas innumeras EQ, *m* R, DH, &c. parallelogrammum AH complentes, hoc eſt, per ipſum parallelogrammum AH, exponi poſſit. Cum vero numerus particularum, in acceſſu ad centrum, ſupponatur creſcere in ratione diſtantiæ diminutæ duplicata; ad puncta E, *m*, D, & alia innumera in recta AB ſumpta, erigantur perpendicula EL, *mn*, DC, quæ ſint ad AG, ut quadratum rectæ AB ad quadrata rectarum EB, *m* B, DB &c. reſpective; & per puncta G, L, *n*, C, & alia innumera eodem modo determinata ducatur Curva; ſi jam AG repræſentet numerum particularum ad diſtantiam AB, EL repræſentabit earum numerum ad diſtantiam EB, poſito quod particularum denſitates ſunt reciproce in duplicata ratione diſtantiarum à centro: at EQ ipſarum numerum denotaſſet, ſi ubique eadem fuiſſet earundem denſitas; eodem modo *mn* exponet denſitatem particularum ad diſtantiam *m* B; at *m* R ipſarum numerum repræſentaſſet, ſi ubique uniformiter ſpiſſæ eſſent: ſic etiam DC denotabit numerum particularum ad diſtantiam DB poſitarum; ſi vero ubique æqualiter denſæ eſſent, numerus ille per DH repræſentandus foret: adeoque tota multitudo particularum, quæ à ſphæra DBO profluunt, & quarum denſitas decreſcit prout recedunt à centro in ratione diſtantiæ auctæ duplicata, eſt ad earum multitudinem, ſi ubique ipſarum denſitas ea eſſet, quæ eſt ad extimam diſtantiam AB quinque pedum, ut rectæ omnes DC, *mn*, EL, AG ad rectas DH, *m* R, EQ, AG; hoc eſt, ut area mixtilinea ADCG ad aream rectanguli GADH.

Eo igitur res reducta eſt, ut inquiramus proportionem, quam habet area GADC ad aream rectanguli AH. Cum autem eſt Curva GL *n* C talis naturæ, ut rectæ AG, EL, *mn*, DC ordinatim ad Aſymptoton AB applicatæ ſunt reciproce ut quadrata diſtantiarum à centro; erit curva hæc generis hyperbolici, & ſpatium interminabile CFBTS componitur ex elementis, quæ ſunt ſecundanorum reciproca; adeoque erit illud ſpatium, etiamſi interminabile, perfecte quadrabile & æquale duplo rectanguli CB; per ea quæ demonſtravit *Walliſius* in *Arithmetica Infinitorum*. Adeoque erit area interminabilis,

nabilis, seu indefinite protensa, CDTS ipsi CB rectangulo æqualis; & eodem modo area indefinitè protensa GATS æqualis erit rectangulo GB; erit itaque excessus, quo area CDTS superat aream GATS, æqualis excessui quo parallelogrammum CB superat parallelogrammum GB. Investigemus igitur horum rectangulorum differentiam. Cum ex hyp. sit AD 60 digitorum & BD trium, erit AB 63 digitorum; sitque AG unitas: cumque sit, ut DB^2 ad AB^2 ita AG ad CD, hoc est, ut 9 ad 3969, erit CD partium 441 qualium AG est 1; adeoque CD × DB, seu rectangulum CB, erit ad rectangulum BG, ut 1323 ad 63; & proinde rectangulorum differentia, hoc est area GADC, erit partium 1260, qualium scil. rectangulum AH est 60. Adeoque numerus particularum ex Assa fœtida prodeuntium, quarum densitates decrescunt in duplicata ratione distantiæ auctæ, & intra sphæram cujus diameter est 5 pedum contentarum, est ad earundem numerum, (si ubique earum densitas est æqualis ei quæ fit ad distantiam quinque pedum) ut 1260 ad 60; hoc est, ut 21 ad 1; si igitur numerus supra inventus 57839616 per 21 multiplicetur, productus dabit numerum particularum ex Assa fœtida prodeuntium, scilicet 1 214 631 936.

Præterea si fractio $\frac{8}{10\,000\,000\,000\,000\,000}$, quæ magnitudinem particularum in priore casu exprimebat, per 21 dividatur, quotiens $\frac{8}{210\,000\,000\,000\,000\,000}$ seu $\frac{38}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$ exhibet veram magnitudinem uniuscujusque particulæ, in hoc posteriore casu.

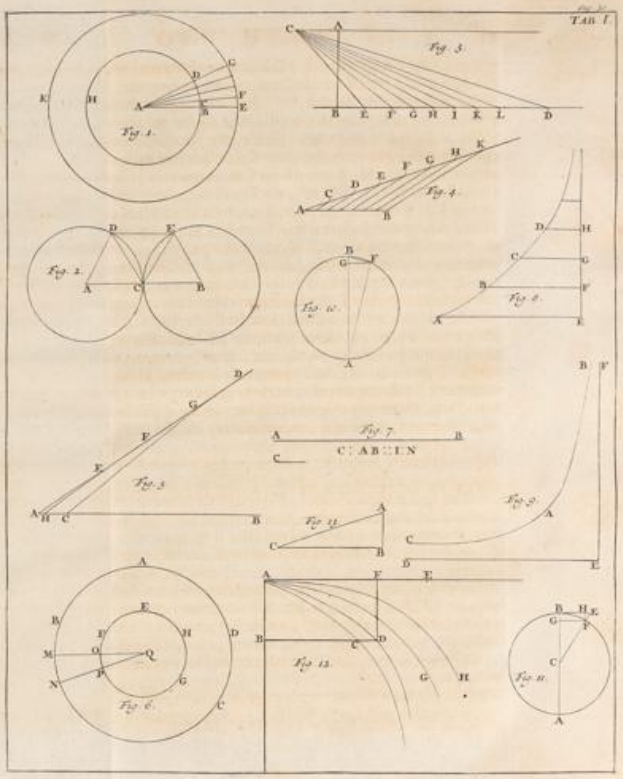
Hæc omnia ex eo sequuntur, quod homo potest Assæ fœtidæ odorem ad distantiam quinque pedum sentire: at sunt alia animalia, quorum sensus in odorando humanis sensibus sunt multo acutiores, qualia in primis sunt canes venatici, qui ferarum effluvia in terra relicta, longo post decessum ferarum tempore, percipiunt; & aves quædam, quæ pulveris pyrii odorem ad magnam distantiam sentiant. Oportet certe ut istiusmodi effluviorum subtilitas longe major sit ea,

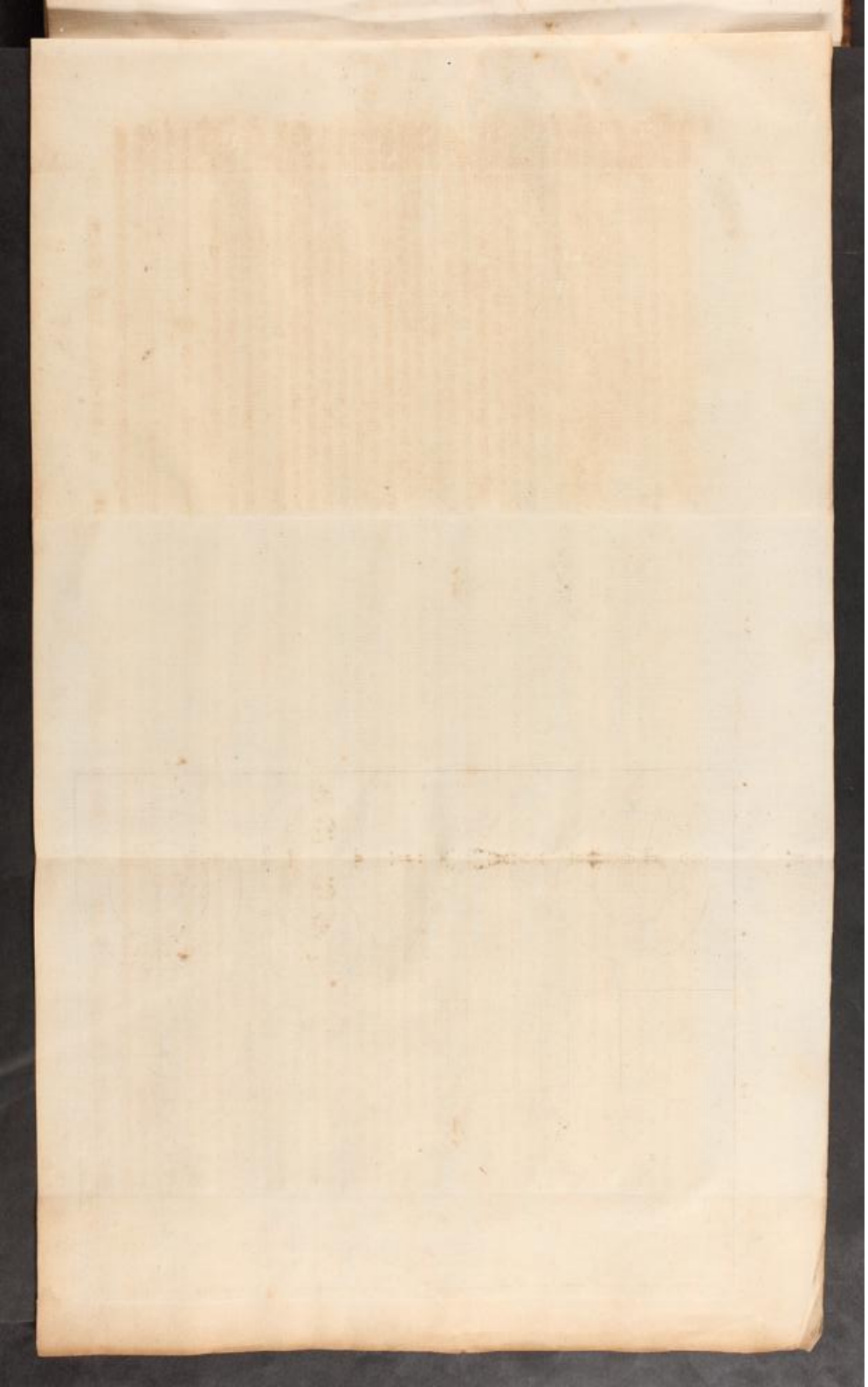
quam ex ſuperiore calculo elicimus; at ob experimentorum defectum non poteſt ea facile ad numeros revocari.

Ut materiæ ſubtilitatem ulterius oſtendant Philoſophi, in exemplum adducunt animalcula illa, quæ in aliorum animalium ſemine, & in aliis liquoribus natantia conſpiciuntur. Hæc quidem in quibuſdam fluidis adeo minuſcula ſunt, ut per microſcopia objectum multum augentia viſa ut puncta appareant. Imo ſolertiſſimus ille naturæ indagator *Leeuwenhoekius* plura horum animalculorum in lactibus unius Aſelli deprehendit, quam ſunt homines in tota terreni globi ſuperficie degentes. Sed lubet horum animalculorum magnitudinem veram inveſtigare: Ad quod præſtandum ſequentia ex Opticis ſuppono; Primo, Imaginem cujuſvis objecti ſub eodem angulo ex vertice emerſionis lentis apparere, quo viſibile ex vertice incidentiæ; hoc in Cl. *Gregorii* Elementis Dioptricis Prop. 18. demonſtratum eſt. 2*do*. Per experientiam comprobatum eſt ea objecta, quæ tanquam puncta videntur, hoc eſt, quorum partes à ſe invicem viſu diſtingui nequeunt, ſub angulo uno minuto primo non majori apparere. 3*tio*. Satis experiendo conſtat pleraque iſtiuſmodi animalculorum tantillæ eſſe magnitudinis, ut per lentem viſa, cujus diſtantia focalis eſt pars digiti decima, tanquam puncta appareant; hoc eſt, eorum partes nequeunt diſcerni; adeoque ſub angulo uno minuto primo non majori ex vertice iſtius lentis apparebunt. Eo igitur deventum eſt, ut inveſtigemus magnitudinem objecti, quod ſub angulo dato ad datam diſtantiam apparet; hoc eſt, ſi in præſenti caſu, ſit C vertex lentis, AB longitudo animalculi, BC ejus diſtantia à lente, æqualis ſcil. $\frac{1}{10}$ digiti, & angulus BCA ſub quo ad illam diſtantiam videtur ſit unius ſcrupuli; ex datis BC & angulo BCA invenienda eſt AB longitudo objecti. Jam in triangulo rectangulo ABC, ex datis (præter angulum ad B rectum) angulo BCA unius minuti primi, & latere BC æquali parti decimæ, per Trigonometriam innoteſcet latus AB æquale quam proxime $\frac{3}{100\ 000}$ unius digiti. Si igitur animalcula illa eſſent figuræ cubicæ, ejuſdem ſcil. longitudinis,

Tab. I. fig. 13.

TAB. I.


Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 2.
Fig. 10.
Fig. 6.
Fig. 5.
Fig. 7.
CABCIN
Fig. 11.
Fig. 9.
Fig. 6.
Fig. 12.
Fig. 8.



nis, craſſitiei & latitudinis; ipſorum magnitudo per cubum fractionis $\frac{3}{100\,000}$ exprimenda eſſet; ſcil. per numerum $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$; æquale ſcil. eſſet unumquodque viginti ſeptem partibus mille-billioneſimis digiti cubici.

Hinc, quod quidam Philoſophi de Angelis ſomniarunt verum erit de noſtris animalculis, nempe poſſe multa eorum millia ſuper parvæ aciculæ cuſpidem ſaltitare.

Hinc etiam colligitur quantum eſt intervallum, quantilla intercedit proportio inter minima hæc natantia animalia & illa maxima, immanes nempe Balænas, quæ in oceano montium inſtar apparent, quoties ex aquis ſua capita emergunt. Sunt enim in quibuſdam liquoribus animalcula tantillæ magnitudinis, ut ſi calculus ineatur, invenietur ingentem terræ molem non ſatis amplam futuram, ut ſit tertia proportionalis minutiſſimis his animalibus natantibus, & vaſtis Oceani Cetis: adeo ut ipſa terra, utcunque magna videatur, minorem tamen deprehenditur habere rationem ad piſces hos maximos, quam hi ad illos minimos, qui in animalium ſemine natantes per microſcopia conſpiciuntur.

Cum animalculum quodvis ſit corpus organicum, perpendamus pauliſper, quam delicatulæ & ſubtiles eſſe debent partes ad ipſum conſtituendum, & ad vitalem actionem conſervandam, neceſſariæ. Haud mehercule facile concipitur, quo pacto in tam anguſto ſpatiolo comprehendi poſſint, cor quod ipſius vitæ fons eſt, muſculi ad motum neceſſarii, glandulæ ad liquores ſecernendos, ventriculus & inteſtina ad alimenta digerenda, & alia membra innumera ſine quibus animal eſſe non poteſt. Sed cum ſingula memorata membra ſunt etiam corpora organica, alias etiam habebunt partes ad ſuas actiones neceſſarias. Conſtabunt enim ex fibris, membranulis, tunicis, venis, arteriis, nervis & hiſce ſimilibus canaliculis numero fere infinitis, quorum exilitas imaginationis vires ſuperare videtur. At his infinite propemodum minores eſſe debent partes fluidi, quod per

canaliculos hoſce decurrit, nempe ſanguis, lympha & ſpiritus animales, quorum in grandioribus animalibus incredibilis eſt ſubtilitas.

Libet craſſiores ſanguinis partes in his animalculis contemplari, globulos nempe qui in ſanguine natant, ipſorumque magnitudinem calculo eruere.

Ad quod præſtandum ſequentem adhibebimus hypotheſin; nempe quod diverſorum animalium ſimiles partes ſolidæ, hoc eſt, ſimiles particulæ corporeæ, ſeu partes trina dimenſione conſtantes, ſunt ut ipſorum animalium magnitudines. Unde ſequitur diverſorum animalium ſimiles dimenſiones lineares eſſe in ſubtriplicata ratione magnitudinum animalium; hoc eſt, ut harum magnitudinum radices cubicæ: *v. g.* Cor humanum eſt ad cor animalculi cujuſvis, per microſcopium viſi, ut ipſum corpus humanum ad corpus animalculi; & proinde, ſi utriuſque corda ſint corpora ſimilia, erit diameter unius ad alterius diametrum, ut radix cubica magnitudinis unius ad radicem cubicam alterius magnitudinis. Sic etiam vaſa ſanguifera minima in homine ſunt ad vaſa ſimilia minima in animalculo, ut magnitudo hominis ad animalculi magnitudinem; & diameter vaſis minimi in corpore humano erit ad diametrum vaſis minimi in corpore animalculi, ut radix cubica magnitudinis humanæ ad radicem cubicam magnitudinis animalculi.

Ponamus jam hominis mediocris magnitudinem eſſe trium pedum cubicorum, ſeu digitorum 5184: ut igitur magnitudo hominis mediocris ſeu digiti cubici 5184 ad magnitudinem animalculi ſuperius traditam, æqualem nempe digiti cubici partibus, $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$ ita vaſa minima in corpore humano ad ſimilia vaſa minima in animalculo; & ut radix cubica magnitudinis humanæ, ſeu ut radix cubica numeri 5184 ad radicem cubicam magnitudinis animalculi, ſeu ad radicem cubicam numeri $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$, hoc eſt, quam proxime ut 17 ad $\frac{3}{100\,000}$, ita diameter vaſis minimi

in

in corpore humano ad diametrum vasis minimi in animalculo. Verum Cl. *Leeuwenhoekius* istiusmodi vasa in corpore humano detexit ope microscopii, ut posita diametro unius arenulæ $\frac{1}{10}$ digiti, hæc contineret 2640 diametros talium vasculorum, quæ in humano corpore conspexit; adeoque erit diameter unius hujusmodi vasculorum æqualis $\frac{1}{2640} \times \frac{1}{30}$ digiti, hoc est, æqualis digiti parti $\frac{1}{79\,200}$: Et quamvis certum sit, hæc vasa non fuisse minima eorum quæ sunt in corpore humano, nam & alia hisce multo minora ibi esse oportere facile est ostendere; ponamus tamen ipsa fuisse minima. Fiat igitur ut 17 ad $\frac{3}{100\,000}$ ita $\frac{1}{79\,200}$ ad alium numerum, numerus ille exprimet in partibus digiti diametrum vasis minimi in animalculo; qui, operando per regulam Trium, invenitur $\frac{3}{1346400000}$. Hæc fractio ad decimalem reducta erit quam proxime $\frac{22}{1\,000\,000\,000\,000}$; vel (ut numeros rotundos adhibeamus) $\frac{2}{100\,000\,000\,000}$. Cum autem necesse sit, ut diameter globuli vel particulæ fluidi, quod in vase aliquo continetur, ipsa vasis diametro non sit major; erit diameter globuli sanguinei, qui per vasa hæc minima decurrit, non major digiti partibus $\frac{2}{100\,000\,000\,000}$; adeoque ipsorum globulorum soliditas seu magnitudo minor erit cubo istius diametri, hoc est, minor erit partibus digiti cubici $\frac{8}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$; hoc est, erit globulorum magnitudo minor ea digiti cubici parte, quæ exprimitur per fractionem, cujus numerator est numerus octonarius, denominator vero est numerus decem-

quintillionarius, seu qui scribitur per unitatem cum triginta tribus cyphris post se.

Cum fractio, qua globulorum magnitudo exprimitur, tam numerosis constet cyphris, ut vera ipsorum quantitas cum minutissimis arenulis, talibus scil. ut ipsarum diametri digiti partem centesimam non excedant, & denique minimas has arenulas cum aliis maximis terræ corporibus, ingentibus *e. g.* Montibus; ut videamus qualem ad se invicem obtineant rationem, atque sic multo melius particularum exilitas intelligetur. Sed cur hac utar voce? Cum potius dicendum est, comparatione sic facta, illorum subtilitatem prorsus incomprehensibilem fore. Nam exinde colligitur, ne quidem decies mille ducentos quinquaginta & sex altissimos totius telluris montes posse continere tot arenulas, quot potest una arenula continere globulos animalculorum sanguineos. Non mirum erit, Academici, si ad hæc attonitis hæreatis animis, & re tam prodigiosâ perculsi ipsam materiæ infinitam divisibilitatem, etsi validissimis suffultam demonstrationibus, in dubium vocetis. Utcunque vero res hæc prima facie prorsus incredibilis videatur, ipsam nihilominus ex claris & facillimis principiis deducemus.

Ut facilius calculus ineatur, vocemus decimam pedis partem unum digitum, & ponamus centum arenulas juxta se positas spatium istius longitudinis digitalis occupare; vel, quod idem est, supponantur mille arenulæ contiguæ per longitudinem pedis extendi: erunt igitur in uno digito cubico arenulæ 1 000 000, & in pede cubico erunt arenulæ 1 000 000 000. Sit milliare unum seu mille passuum æquale 5000 pedibus, erunt pedes cubici in uno milliari cubico 125 000 000 000; adeoque arenularum numerus, quæ in uno milliari cubico contineri possunt, erit 125 000 000 000 000 000 000.

Jam ut montium dimensiones habeamus, sumamus altissimum, ut vulgo creditur, totius telluris montem, eum nempe qui in Insula *Teneriffa* est, & *El. Pico de Terrario* dicitur, cujus altitudo perpendicularis vulgo æstimatur trium milliarium *Italicorum*. Supponamus montem hunc esse figuræ conicæ,

nicæ, atque hujus circuitum ad baſim eſſe triginta & quinque milliarium, erit area baſis 97, 5 circiter milliarium: nam ut 314 ad 100, hoc eſt, ut circuli circumferentia ad diametrum, ita 35 ad 11, 14 diametrum ſeu montis craſſitiem ad baſim; cujus pars quarta 2, 785 ducta in peripheriam 35 dat aream baſis, æqualem ſcil. 97, 5 milliaribus quadratis; cum igitur mons ex hyp. ſit figuræ conicæ, ſi baſis in tertiam altitudinis partem multiplicetur, productus in milliaribus cubicis exhibebit ipſius montis contentum ſolidum; atque tertia pars altitudinis ex hypotheſi æqualis eſt uni milliari, qui multiplicans numerum 97, 5, productus ſeu montis ſoliditas erit æqualis milliaribus cubicis 97, 5; qui numerus ſi rurſus multiplicetur per 125 000 000 000 000 000 000, productus ſeu numerus 12 187 500 000 000 000 000 000 exhibebit numerum arenularum ex quibus mons Inſulæ *Teneriffæ* componi poſſit.

Hiſce inveſtigatis, videamus quot particulæ ſeu ſanguinei globuli in una arenula contineri poſſunt. Ex ſupra monſtratis uniuſcujuſque globuli magnitudo minor eſt digiti cubici partibus $\frac{8}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$; & magnitudo unius arenulæ æqualis eſt digiti cubici parti $\frac{1}{1\,000\,000}$; adeoque ſi poſterior hic numerus per priorem dividatur, quotiens $\frac{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}{8\,000\,000}$ ſeu $\frac{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}{8}$, hoc eſt, 125 000 000 000 000 000 000 000 000, minor erit numero globulorum ſanguinis, qui in magnitudine unius arenulæ contineri poſſunt; ſed numerus hic 125 000 000 000 000 000 000 000 000 diviſus per 12 187 500 000 000 000 000 000 numerum arenularum, quæ in monte Inſulæ *Teneriffæ* contineri poſſunt, quotiens major erit quam numerus 10 256; adeoque una arenula pluſ-

pluſquam decem-millies ducenties quinquageſies & ſexies plures globulos ſanguineos in ſe continere poteſt, quam altiſſimus totius telluris mons arenulas: vel, quod idem eſt, decem mille ducenti quinquaginta & ſex montes, quorum unuſquiſque æqualis eſt altiſſimo totius telluris monti, non tot poſſunt in ſe continere arenulas, quot una arenula poſſit in ſe continere particulas ſanguineas animalculorum, quæ per microſcopia in quibuſdam fluidis natantia cernuntur. Quod erat oſtendendum. Cum igitur globuli hi tantillæ ſint magnitudinis, quid ſentiendum erit de particulis fluidum componentibus, in quo iſtiuſmodi globuli vehuntur; & de ſpirituum animalium ſubtilitate? Hæc proculdubio tanta eſt, ut omnem calculum & imaginandi vim fugiat.

Supra modum mirabilis eſt hæc naturæ ſubtilitas; at ſunt aliæ materiæ particulæ memoratis multo ſubtiliores, ad quas ſi prædicti globuli referantur, non montium ſed ingentium terrarum inſtar apparebunt. Lucis intelligo particulas, quæ à corpore lucido ineffabili celeritate undiquaque projiciuntur, quarum ſubtilitatem animus humanus nunquam forte niſi poſt adeptam in cœlis perfectionem aſſequetur: immenſam tamen ipſam eſſe vel exinde colligitur, quod lumen tenuiſſimæ lucernæ in tempore omnino inſenſibili, & abſque ullo ſenſibili ipſius lucernæ decremento, ad diſtantiam duorum milliarium ab oculo ſentitur; unde neceſſe eſt, ut in omni aſſignabili parte ſphæræ activitatis iſtius lucernæ, cujus diameter quatuor millibus paſſuum major eſt, & in omni aſſignabili temporis particula, ſint quædam iſtius lucernæ particulæ, quæ oculum ingrediuntur vel ingredi poſſunt; quæ quidem in diverſis temporis partibus diverſæ erunt. Atque per ineffabilem illum lucis ſubtilitatem fit, ut Sol etiamſi continuo ab ipſius creationis exordio lucem celerrime in omnem mundi partem emittat, non tamen ſenſibile quidquam per omne illud tempus de ſua magnitudine amiſit, etiamſi quotidie per aliquam, inæſtimabilem licet, quantitatem decreſcat; unde etiamſi poſt ſex mille annos ejus diminutio nondum notabilis evaſerit, poſt finitam tamen annorum ſeriem, quamvis valde protractam, totus diſſipabitur. Ex quo-

ſe-

ſequitur Mundum hunc nec in æternum exiſtere poſſe, nec potuiſſe ab æterno exſtitiſſe.

Ex demonſtrata infinita materiæ Diviſibilitate, ſequentia Theoremata ejuſdem Raritatem & tenuem compoſitionem ſpectantia facile eliciuntur.

LEMMA.

Datâ quavis materiæ quantitate, ex eâ, vel ex quavis ejus parte, formari poteſt ſphæra concava, cujus ſemidiameter ſit datæ rectæ æqualis.

Sit materiæ particula a^3, & data recta ſit b. Ratio peripheriæ circuli ad Radium ſit p ad r. Dicatur ſemidiameter concavitatis x, & craſſities pelliculæ concavitatem ſphæræ ambientis erit $b-x$, & cylindrus ſphæræ circumſcriptus cujus radius eſt b erit $\frac{p \times b^3}{8r}$, unde ſphæra cylindro inſcripta erit $\frac{2 \times p b^3}{24r}$. Eâdem ratione ſphæra cujus radius eſt x erit $\frac{2 \times p x^3}{24r}$; quarum differentia $\frac{2p}{42r} \times \overline{b^3 - x^3}$ ponenda eſt ſphæricæ lamellæ æqualis, ſeu materiæ particulæ datæ; hoc eſt, erit $\frac{2p}{24r} \overline{b^3 - x^3} = a^3$ ſeu $b^3 - x^3 = \frac{24ra^3}{2p}$. Unde $x^3 = b^3 - \frac{24ra^3}{2p}$ & $x = \sqrt[3]{\overline{b^3 - \frac{24ra^3}{2p}}}$, adeoque craſſitiès lamellæ ſphæricæ ſeu $b-x$ erit $= b - \sqrt[3]{\overline{b^3 - \frac{24ra^3}{2p}}}$.

Eâdem ratione fieri poſſunt ex data materiæ quantitate Cubi *concavi*, Cylindri *concavi, vel corpora etiam alterius cujuſvis figuræ concavæ, quorum latera ſunt datæ rectæ æqualia.*

Theorema Primum.

Datâ quavis materiæ quantitate quantumvis exiguâ, & dato

ſpatio quovis finito utcunque amplo; quod v. g. *ſit cubus qui ſphæram Saturni circumſcriberet: Poſſibile eſt ut materia iſtius Arenulæ per totum illud ſpatium diffundatur, atque ipſum ita adimpleat, ut nullus ſit in eo porus cujus diameter datam ſuperet lineam.*

TAB. 2. *fig.* 2. Sit datum ſpatium Cubus cujus latus ſit recta AB, diametro ſcil. orbitæ Saturni æqualis; deturque materiæ particula cujus quantitas ſit b^3; & data recta (quâ pororum diametri non majores eſſe debent) ſit D. Dividi concipiatur recta AB in partes æquales rectæ D, quarum numerus finitus erit, cum nec recta AB ponitur infinitè magna, nec recta D infinitè parva: ſit numerus ille n, hoc eſt, ſit n D = AB, adeoque erit n^3 D^3 æqualis cubo rectæ AB. Concipiatur item ſpatium datum dividi in cubos quorum ſingulorum latera ſunt æqualia rectæ D, eritque cuborum numerus n^3; & hi cubi per ſpatia EFGH in figura repræſententur. Dividi porro ſupponatur particula b^3 in partes quarum numerus ſit n^3, & in unoquoque ſpatio cubico ponatur una harum particularum, & hac ratione materia b^3 per omne illud ſpatium diffundetur. Poteſt præterea unaquæque ipſius b^3 particula, in ſua quaſi cellâ locata, in ſphæram concavam formari, cujus diameter ſit æqualis datæ rectæ D: unde fiet, ut ſphæra quælibet proximam quamque tangat, & data materiæ particula utcunque exigua b^3, ſpatium datum ita adimpleat, ut nullus ſit in eo porus cujus diameter datam rectam D ſuperat. Q. E. D.

Cor. Hinc dari poteſt corpus, cujus materia, ſi in ſpatium abſolutè plenum redigatur, ſpatium illud fieri poteſt prioris magnitudinis pars quælibet data.

Theorema Secundum.

Poſſunt eſſe duo corpora mole æqualia, quorum materiæ quantitates ſint utcunque inæquales, & datam quamvis ad ſe invicem obtineant rationem; pororum tamen ſummæ, ſeu ſpatia vacua inter corpora, ad rationem æqualitatis ferè accedant.

Vel

Vel in ſtilo Carteſiano: *Spatium omne, quod à materiâ ſubtili intra unius corporis poros occupatur, poſſet eſſe fere æquale ſpatio quod à ſimili materiâ intra alterum corpus tenetur; licet materia propria unius corporis decies millies vel centies millies ſuperet materiam propriam alterius corporis, & corpora ſint mole æqualia.*

Ex gr. Sit digitus cubicus *Auri*, & digitus cubicus *Aëris* vulgaris non condenſati. Certum eſt quantitatem materiæ in *Auro* vicies millies circiter ſuperare materiam *Aëris*, attamen fieri poteſt, ut ſpatia in *Auro* vel abſolutè vacua, vel materiâ ſubtili repletâ, ſint ferè æqualia ſpatiis in *Aëre*, vel vacuis, vel materiâ tantum ſubtili repletis.

Sint A & B corpora duo, magnitudine æqualia: utrumque *v. gr.* ſit cubus uniûs digiti. Et corpus A decies millies ſit gravius corpore B, unde & corpus A quantitate materiæ decies millies ſuperabit corpus B. Ponamus jam materiæ quantitatem in A redigi in ſpatium abſolutè plenum, quod ſit digiti cubici pars centies milleſima; (liquet enim ex Coroll. præcedentis Theorematis id fieri poſſe.) Unde cum materia in A decies millies ſuperat materiam in B, materia illa in B, ſi in ſpatium abſolutè plenum compingatur, occupabit tantum digiti cubici partem $\frac{1}{1\,000\,000\,000}$, ſeu decies millies centies milleſimam: adeoque partes reliquæ 999999999 vel erunt abſolutè vacuæ, vel materiâ aliqua ſubtili, qualis ſupponitur Carteſiana, tantum repletæ. Porro, cum materiæ quantitas in A impleat tantum digiti partem centies milleſimam, erunt in corpore A partes 99 999 centies milleſimæ, vel vacuæ, vel materia ſubtili repletæ; hoc eſt, reducendo fractionem ad denominatorem prioris fractionis, erunt in A partes vacuæ 999 990 000 millies decies centies milleſimæ. Adeoque vacuitates in A erunt ad vacuitates in B, ut numerus 999 990 000 ad numerum 999 999 999, qui numeri ſunt ad ſe invicem ferè in ratione æqualitatis; nam eorum differentia, parvam admodum ad ipſos numeros obtinet ratio-

TAB. 2. *fig.* 3.

nem. Adeoque ſpatia vacua, vel materiâ ſubtili tantum repleta, quæ ſunt in duobus corporibus A & B, eandem cum ipſis numeris, ad ſe invicem rationem obtinentes, ſunt etiam ferè in ratione æqualitatis. Q. E. D.

Corpora autem omnia eſſe rariſſima, hoc eſt, pro mole ſua parvam admodum continere materiæ quantitatem, ex Diaphanorum proprietatibus certiſſimè conſtat: nam *radii lucis* intra vitrum vel aquam, non ſecus ac in aëre per rectas lineas diffunduntur, quæcunque luci expoſita ſit corporis Diaphani facies; Adeoque à minimâ quâvis aſſignabili Diaphani parte, ad aliam quamvis ejuſdem partem, ſemper extenditur in his corporibus porus rectilineus, per quem tranſiverit lux; atque hoc fieri non poteſt, niſi materia Diaphani ad ejus molem parvam admodum obtineat rationem; nec fortaſſe materiæ quantitas in Vitro, ad ejus magnitudinem majorem habet rationem, quam magnitudo unius arenulæ ad totam Terreni orbis molem: hoc autem non eſſe impoſſibile, ſuperius oſtenſum eſt. Unde cum aurum non ſit octuplo denſius vitro, ejus quoque materia, ad propriam molem, exiguam admodum obtinebit rationem.

Hinc ratio reddi poteſt, cur effluvia magnetica eadem ferè facilitate denſum aurum & tenuem aërem pervadunt.

Ex his etiam propoſitionibus, & ex maximâ lucis celeritate, ratio reddi poteſt, cur *Lucis* radii ex pluribus objectis prodeuntes & per tenue foramen tranſmiſſi, ſe mutuo non impediunt, ſed per eandem rectam in motu ſuo perſeverant: Quod per motum ſeu impulſum fluidi plenum efficientis vix explicari poteſt; *Corpus enim omne à pluribus potentiis, ſecundum diverſas directiones, ſimul impulſum, unam tantum & determinatam directionem accipit ex omnibus compoſitam.*

LECTIO VI.

De Motu, Loco, & Tempore,

CUM hactenus de corporum Soliditate, Extenſione Diviſibilitate. Subtilitate, ſatis à nobis dictum ſit; ad Motum jam, nobiliſſimam, qua gaudet corpus, affectionem, dilucidandum accedimus: quo mediante ſe prodit natura, eâ rerum varietate agentem, quæ videri non ſine ſtupore debet; quo ſublato, omnis periret mundi ornatus, & ſpectabilis pulchritudo; atque horrendæ tenebræ & infinitus torpor res omnes occuparent. Ab hoc pendent dierum & noctium viciſſitudines, frigoris & caloris, nivis, pluviæ & ſerenitatis, ſeſe mutuo excipientium tanta varietas, atque anni tempeſtates omnes. Per motum creſcunt plantæ, nutriuntur arbores, & vivunt animalia, cum ipſa vita non niſi in motu, hoc eſt, ſanguinis circulatione conſiſtit. Sed quid ſingulis enumerandis morer? Cum res omnes ex motu naſcuntur.

Scientia igitur de Motu, ad rite Philoſophandum adeo eſt neceſſaria, ut ne vel minimum naturæ opus abſque eo inveſtigari poſſit. Hinc celebre & veriſſimum illud Philoſophi effatum, Ἀναγκαῖον ἀγνοοῦντα κίνησιν ἀγνοεῖσθαι καὶ τὴν φύσιν. *Ignorato Motu Naturam ignorari neceſſe eſt.*

De motus natura, cauſis, & communicatione, multum inter ſe diſceptarunt Phyſici ſeu potius Metaphyſici; & mirum eſt quantas lites, de re ſatis clara, moverunt; & quæ Idearum confuſio, quæ tenebræ inde ſubortæ ſunt, adeo ut inter diſputandi ineptias, naturalis & ſimplex, quam de eo habuerunt notitia, ipſis elabi videatur. Vix enim è plebe quemquam, aut rudem artificem inveniemus, qui non plus novit de verâ naturâ, atque cauſa motus quam omnes hi diſputantes Philoſophi; quorum quidem aliqui eo pervenerunt inſaniæ, ut motum omnem tanquam rem impoſſibilem à corporibus ſuſtulerint, & argutias quaſdam propoſuerint, quibus illius impoſſibilitatem adſtruere ſibi viſi ſunt.

Liceat hic validiora quædam illorum argumenta proferre; & primum sit illud *Diodori Croni*: Nempe, si corpus moveatur, vel movetur in loco quo est, vel in loco quo non est, quorum utrumvis est impossibile; si enim movetur in loco quo est, ab illo loco nunquam exiret, adeoque nullus daretur motus: similiter non potest moveri in loco quo non est, quia nihil agit in loco quo non est, ergo non omnino movebitur corpus. Respondeo, nec corpus moveri in loco quo est, nec in loco quo non est, sed moveri è loco in locum.

Secundum argumentum est illud *Zenonis*, quod *Achillis* nomine insignivit, quo Zeno conatur probare, si daretur motus, Achillem etsi velocissimum Testudinem animalium tardissimam nunquam assecuturum: est autem ejusmodi. Ponatur Achillem à testudine distare per quodvis spatium finitum, *v. g.* mille passuum, atque eum centies velocius testudine moveri supponamus: ergo dum Achilles unum percurrit milliare, testudo milliaris partem unam centesimam conficiet, adeoque Achilles testudinem nondum est assecutus; & rursus dum Achilles partem illam milliaris centesimam conficit, testudo interim per milliaris partem decem-millesimam reptabit, adeoque nec adhuc testudinem erit assecutus Achilles. Eodem modo dum Achilles partem illam milliaris decem-millesimam decurrit, testudo per milliaris partem millionesimam promovebitur, adeoque nec adhuc testudinem attingere potest: atque sic progredi licebit in infinitum, nec unquam potest testudinem captare, sed semper erit aliqua inter Achillem & testudinem distantia.

Famosum est hoc Zenonis argumentum; ad quod solvendum scripserunt quidam integros tractatus: at nos facillime illius nodum dissolvemus, dicendo milliare una cum milliaris parte centesima, una cum milliaris parte decem-millesima, una cum milliaris parte millionesima, & sic in infinitum, quantitati finitæ æquipollere: hoc enim ab Arithmeticis demonstratum est, quod summa seriei cujusvis quantitatum in quavis proportione Geometrica in infinitum decrescentium, æqua-

qualis sit quantitati finitæ; sed milliaris pars $\frac{1}{100}$, una cum parte $\frac{1}{10\,000}$, una cum parte $\frac{1}{1\,000\,000}$, una cum parte $\frac{1}{100\,000\,000}$ centum-millionesima, & sic in infinitum, est series quantitatum in proportione Geometrica in infinitum decrescentium, adeoque illius summa, cum sit æqualis quantitati finitæ, à mobili cum data velocitate moto, finito in tempore percurri potest. Ponamus enim Achillem spatio unius horæ milliare peragrasse; ergo & partem milliaris centesimam in parte horæ centesima conficiet, & partem milliaris decem-millesimam, in horæ parte decem-millesima percurret; eodem modo pars milliaris millionesima in parte horæ millionesima peragrabitur, & sic de cæteris. Si igitur hora, una cum horæ parte centesima, una cum horæ parte decem-millesima, una cum horæ parte millionesima, $+\frac{1}{100\,000\,000}$, &c. in infinitum; si, inquam, summa hujus seriei in infinitum continuatæ infinito temporis spatio æquipolleret, certum est Achillem testudinem nunquam esse assecuturum in tempore finito: verum cum, ut hactenus dictum est, horæ pars $\frac{1}{100} + \frac{1}{10\,000} + \frac{1}{1\,000\,000}$, &c. sit series quantitatum in proportione Geometrica in infinitum decrescentium, erit illius summa quantitati finitæ æqualis, scil. uni parti horæ nonagesimæ nonæ, ut facillime demonstrari potest: & intra illud temporis spatium omnes, utcunque numero infinitæ, temporis particulæ elabentur. Dicimus igitur Achillem testudinem assecuturum post elapsas horam unam & infinitas illas numero particulas quæ in prædictâ serie continentur; hoc est, post horam unam & horæ partem nonagesimam nonam ad testudinem pertinget; atque sic tollitur vis illius argumenti, quod tanquam insolubile toties jactaverunt illius patroni.

Hoc

Hoc etiam proferri ſolet contra motum argumentum. Corpus A moveatur à B ad C (poſitis B & C duobus punctis contiguis) in inſtanti D: cum movetur A ſupponitur eſſe in B, adeoque in eo inſtanti non poteſt ad C pervenire, quia ſcil. ponitur eſſe in B; & in eodem inſtanti non poteſt eſſe in utroque, quia nihil poteſt eſſe ſimul in duobus locis, hoc eſt, in eodem inſtanti; adeoque in inſtanti quo eſt in B non poteſt ad C pervenire: eodem modo in quolibet alio inſtanti non poteſt ad C pervenire, quia adhuc ponitur in B, adeoque ſecundum hujus argumenti authores nunquam ad C pertinget.

Huic argumento facile reſponderi poteſt, dicendo A ſub initio inſtantis D, eſſe in B puncto, at in fine in puncto C; oportet enim ut tempus omne, in quo peragitur motus finitus, habeat initium & finem.

Sed præterea in allato argumento, non pauca aſſumpta ponuntur, quæ falſa atque impoſſibilia ſunt, *v. g.* cum duo ſupponuntur puncta contigua. Si per punctum intelligatur pars indiviſibilis ſeu minima quantitas, talia quidem puncta non dari prius demonſtravimus; adeoque ſi huic hypotheſi innitatur argumentum, impoſſibile erit, ut ullam inferat humano intellectui vim, ad motum convellendum. Si vero per puncta intelligantur ipſa puncta Mathematica, qualia ſcil. ſunt linearum termini, ſectiones, & contactus, hæc equidem ut poſſibilia agnoſco: impoſſibile tamen erit ut res quævis in iis moveatur; quicquid enim movetur per ſpatium movetur, at punctum Mathematicum alii puncto contiguum non poteſt ſpatium componere, ſed punctum: nam ſicut in Arithmetica mille cyphræ, ſeu nihil millies ſumptum, nihilo æquipollet; ſic in Geometria mille puncta, vel etiam infinita ſimul puncta, quantitatem non component, ſed puncto ſeu non quanto æquipollebunt. Unde cum duo puncta contigua tantum puncto æquantur, lubens agnoſco non poſſe motum per ea fieri: At nihil inde ſequitur abſurdi, motus enim per ſpatium non tollitur, ſed motus per punctum; & abſurdum quidem eſſet ſi iſtiuſmodi concederetur motus.

Quod

Quod de punctis diximus, idem poteſt Inſtantibus accommodari, oſtendo ut magnitudines omnes, ſic etiam tempus eſſe in infinitum diviſibile, adeoque nullam eſſe temporis particulam quæ proprie inſtans dici poteſt, ſeu punctum temporis; ſicut nulla eſt pars lineæ quæ cum puncto Geometrico coincidit: & ut infinita puncta non lineam componunt, ſed punctum, ſic etiam infinita inſtantia, ſeu temporis puncta, nulli tempori æquantur. Poteſt quidem ſpatium temporis inter diverſa inſtantia dato tempori æquari, at ipſa inſtantia nulli tempori æqualia erunt: tempus enim non ex inſtantibus, ſed ex partibus quæ ſunt tempora componitur; nec motus in inſtanti ſed in tempore peragitur.

Sed hiſce nugis valere juſſis, ad inſtitutum revertor.

Cum motus de quo acturi ſumus ſit motus localis, res poſtulat ut quædam de loco & tempore prius differamus. Locus diſtingui ſolet in internum & externum. Internus locus eſt ſpatium quod à corpore locato repletur; externus autem is ſolus eſt qui ab Ariſtotele definitur, & dicitur ſuperficies concava corporis ambientis, & locatum continentis.

Clarius fortaſſe diſtinguetur locus, ſicut & ſpatium, in abſolutum & relativum. Locus abſolutus ſeu primarius eſt ea ſpatii immobilis, permanentis & undique expanſi pars, quæ à corpore locato occupatur: locus relativus ſeu ſecundarius eſt apparens ille & ſenſibilis, qui à ſenſibus noſtris ex ſitu ad alia corpora definitur. Cum enim ſpatium ipſum ſit ens ſimilare & uniforme, cujus partes videri nequeunt, & per ſenſus à ſe invicem diſtingui, ideo convenit ut corporum loca ad alia corpora referantur, & per diſtantias & poſitiones ad alia iſta corpora determinentur, *v. g.* Ponamus aliquem in angulo quovis domus alicujus ſedere; illius locus per diſtantiam, reſpectum, & poſitionem quam habet ad alios angulos, parietes, & circumſtantia corpora, quæ tanquam immobilia ſpectantur, definietur; & quamdiu quiſquam eundem ſitum & diſtantiam ab hiſce corporibus conſervat, tamdiu in eodem manere loco videbitur. Sic etiam ſi quiſquam in nave ſedeat, ſive quieſcit navis ſive movetur, quamdiu eandem

dem ſervat diſtantiam ab omnibus navis partibus quæ tanquam quieſcentes ſpectantur, & eadem manet ad eas omnes poſitio, idem etiam manebit illius locus relativus.

Quod de loco diximus poteſt etiam ſpatio ſimiliter applicari, ſcil. illud quoque in abſolutum & relativum diſtingui: abſolutum dicimus illud, quod ſua natura, abſque relatione ad externum quodvis, ſemper manet ſimilare & immobile. Relativum autem eſt quod ad corpora quædam refertur, per quæ determinatur, & menſuratur; cujus nempe partes ad corpora illa eandem ſemper ſervant poſitionem & ſitum, & quarum diſtantia ab iis immutata, eadem ſemper perſeverat.

Spatium relativum idem ſemper magnitudine & figura eſt cum ſpatio abſoluto, non tamen neceſſe eſt ut idem ſemper numero maneat cum eodem: nam in prædicto navis exemplo, ſi navis abſolute quieſcit, in eo quidem caſu ſpatium relativum cum abſoluto coincidit, non magnitudine & figura tantum, ſed etiam & numero: at ſi ponamus navem moveri, ſpatium abſolutum quod intra cavitatem navis continetur, erit in diverſis locis diverſum; at cum ipſa cavitas & figura navis eadem maneat, erit ſpatii in eâ contenti eadem ſemper & invariata magnitudo, eadem illius figura, & ejus partes ſimiliter ſitæ, ad eaſdem navis partes eandem ſemper habent poſitionem & diſtantiam, & proinde idem ſpatium relativum dici debet.

Sic etiam in hypotheſi Terræ motæ, ſpatium quod intra parietes ædificii continetur, etſi, abſolutum ſcil. ſpectando, ſemper mutatur, cum tamen eadem manet ædificii cavitas, eadem figura, & omnes ſpatii contenti partes ſimiles, ad eaſdem ædificii partes eundem ſemper conſervant ſitum; imo cum ad ſpatium aëris noſtri relativum, ſeu etiam ad omnes terræ partes, eandem ſemper obtinent poſitionem, ſpatium illud idem relativum dici poteſt.

Eodem modo & tempus diſtingui poteſt in abſolutum & relativum. Tempus abſolutum æquabiliter fluit, hoc eſt, nunquam tardius, nunquam velocius procedit, ſed abſque omni relatione ad corporis cujuſcunque motum, æquo ſemper

per labitur tenore. Tempus relativum ſeu apparens eſt ſenſibilis durationis cujuſvis per motum menſura; cum enim ipſius temporis fluxus æquabilis ſenſus non afficit, advocandus eſt in ſubſidium motus æquabilis, ut menſura aliqua ſenſibilis quæ illius quantitatem determinet, cujus partes temporis partibus ſemper reſpondeant, & proportionales ſint. Motus autem ille uniformis, qui ad menſuram temporis adhibendus eſt, debet eſſe maxime notabilis, cunctis obvius, & in omnium ſenſus incurrens, qualis vulgo cenſetur apparens ille Solis & Lunæ, & reliquorum ſiderum revolutiones; per quas tempus partimur in horas, dies, menſes, & annos. Et ſicut ea tempora æqualia judicamus, quæ præterlabuntur dum mobile aliquod æquabili velocitate latum æqualia ſpatia percurrit, ſic æqualia etiam dicenda ſunt tempora, quæ fluunt dum Sol, vel Luna, revolutiones ſuas ad ſenſum æquales peragunt.

Verum cum, ut hactenus dictum eſt, temporis fluxus accelerari aut retardari nequit, corpora autem omnia nunc incitatius nunc ſegnius moveri poſſunt, nec fortaſſe datur in rerum natura motus perfecte æquabilis; neceſſe eſt ut tempus abſolutum ſit aliquid à motu vere & realiter diſtinctum, nec illius natura magis à motu corporum quam ab eorundem quiete dependet. Ponamus enim Cœlum & ſidera ab ipſo Mundi exordio immobilia perſtitiſſe, at non ideo ſiſti potuit temporis curſus, ſed illius quieſcentis ſtatus duratio æqualis eſſet tempori quod jam movendo elapſum eſt. Præterea cum conſtat ex ſacra Hiſtoria tempore *Joſuæ*, Solem in eodem Cœli viſibilis puncto, per aliquod tempus immotum manſiſſe; non tamen ideo tempus abſolutum perſtitit, & cum ſole rurſus progredi cœpit, ſed eodem quo prius celeri præterlabebatur curſu, quamvis omnia horologia ſciaterica eandem diei horam, per omne illud ſtationis tempus indicabant: & ſic quidem ſubſtitit tempus apparens ad Solis nempe motum relatum, cum abſolutum interim uniformiter progrediebatur.

Sic etiam cum & hodie Solis motus apparens uniformis non eſt, nec ejus revolutio diurna æquabilis erit, ut omnes

agnoſcunt Aſtronomi; ſed aliquando celeriore, aliquando lentiore procedit gradu, ac proinde dies naturalis, νυχθήμερον, ſeu ſpatium temporis una revolutione diurna elapſum, nunc minus nunc majus evadet; adeoque tempus apparens non eodem quo tempus abſolutum progreditur tenore: unde ut ab illo diſtinguatur neceſſe eſt.

Cum tempus abſolutum ſit Quantum uniformiter extenſum & ſua natura ſimpliciſſimum, poteſt per magnitudines ſimpliciſſimas rite repræſentari, ſeu imaginationi noſtræ proponi: quales imprimis videntur eſſe rectæ lineæ & circulares, quibuſcum & tempori quædam intercedunt analogiæ. Nam tam temporis, quam rectarum & circularium linearum, partes omnes ſunt ſibi ubique ſimiles & uniformes; & ſicut linea per motum ſeu fluxum puncti generatur, cujus quantitas ab unica pendet longitudine per motum determinata; ſic etiam tempus quodammodo cenſeri poteſt inſtantis continuo labentis veſtigium, cujus quantitas ab unica profluit velut in longum exporrecta ſucceſſione, quam ſpatii percurſi longitudo demonſtrat; & proinde optime per fluxum puncti ſeu rectam lineam repræſentari poteſt, quod in ſequentibus ſæpius fiet.

Obſervandum autem nos per Temporis vocem intelligere ſpatium illud temporis quo motus tranſigitur; adeoque cum de rebus Phyſicis & motu agendum eſt, rite cum *Ariſtotele* definiri poteſt, *Menſura motus ſecundum prius & poſterius*; non quidem abſolutam temporis naturam ſpectando, ſed connexionem illam quam motus cum eo habet, ut ſcil. nullum ſpatium à mobili in inſtanti percurri poſſit, ſed ſucceſſive & juxta fluxum temporis omnis motus peragatur, qui igitur cum temporis quantitate comparari poteſt & ab ejus fluxu menſurari.

LECTIO VII.

DEFINITIONES.

I. *MOTUS est continua & successiva loci mutatio.*

II. *Celeritas est affectio motus, quâ mobile datum spatium in dato tempore percurrit.*

III. *Quies autem est corporis cujusvis in eodem loco permanentia.*

Hinc sequitur quietem, motum & celeritatem, secundum duplicem loci distinctionem, duplices esse, absolutos scil. & relativos.

IV. *Motus absolutus est mutatio loci absoluti, & illius celeritas secundum spatium absolutum mensuratur.*

V. *Quies absoluta est permanentia corporis in eodem loco absoluto.*

VI. *Motus relativus est mutatio loci relativi, cujus celeritas secundum spatium relativum mensuratur.*

VII. *Quies vero relativa est permanentia corporis in eodem loco relativo.*

Ex hisce sequitur, Primo, posse aliquem relative quiescere, qui tamen secundum spatium absolutum vere & absolute movetur; *v. g.* Si aliquis in nave sedeat, cum eundem retinet locum relativum, eundem servat situm & distantiam ad reliquas navis partes, quæ tanquam quiescentes spectantur, ille relative quiescit; cum tamen interea eodem provehitur motu, eadem celeritate, & secundum eandem plagam, qua ipsa navis à ventis defertur; in quo casu, omnes navis partes eundem inter se situm servantes spectatori intra navem posito tanquam quiescentes apparebunt: è contra, dum ipsa navis movetur, spectatori in navi locato, littora aliaque corpora extra navem circumjacentia moveri videbuntur, ea celeritate, at versus contrariam plagam, qua ad ea revera accedit navis, vel ab iisdem recedit. Hujus apparentiæ ratio ex principiis Opticis facile ostenditur: Ea enim corpora ut quiescentia videmus, quæ ad ipsum oculum easdem semper servant positiones & distantias; quæ autem

moveri videmus corpora, ea distantias suas & positiones oculi respectu mutare deprehendimus; vel ut paulo altius rem deducamus.

Cum Optica nos doceat omne corpus quod videtur, imaginem suam, ope radiorum à visibili prodeuntium, in ipso fundo oculi seu in retina depictam habere; sequitur, ut ea objecta moveri videantur, quorum imagines in retina moventur; hoc est, quæ diversas retinæ partes successive pertranseunt, dum quis oculum suum immotum supponit: at ea objecta tanquam quiescentia cernuntur, quorum imagines eandem semper occupant retinæ partem, cum scil. imaginum motus in oculi fundo non sentitur. Atque hinc est, quod in nave sedentes ipsius navis motum non percipiant; omnes quippe navis partes inter se relative quiescentes eandem positionem & distantiam quoad oculum servantes, imagines suas in iisdem retinæ partibus semper depictas habebunt; earum igitur motus non videbitur: at cum ad littora oculos vertat spectator, dum ipsa navis movetur, necesse est ut objectum quodlibet externum situm suum oculi respectu mutet, & proinde ejus imago alias atque alias retinæ partes successive occupabit; hoc est, objectum externum moveri videbitur. Ob eandem rationem, si Terra circa Solem vel suum axem moveatur, illius motus ab ipsius terræ incolis neutiquam percipietur, cum scil. ædificia & omnia in terra objecta visibilia iisdem semper terræ partibus insidentia, eandem semper inter se & oculum positionem servabunt; sin astra aliaque omnia corpora terræ non adhærentia adspiciantur, ea ob eandem causam, qua prius littora, moveri videbuntur; hoc est, si terra circa suum axem rotetur ab occidente in orientem, Sol & reliqua sidera ab oriente in occidentem moveri conspicientur.

Sed Terræ motu paulisper dimisso, ad exemplum Navis redeamus; si navis secundum quamcunque directionem feratur *v. g.* versus orientem, & aliquis in prora sedens lapidem versus occidentem eadem velocitate projiciat, qua ipsa navis ad orientem progreditur; lapis in hoc casu spectatori intra navem moveri videbitur versus occidentem, & ejus velo-

locitas relativa æqualis erit ipſius navis celeritati abſolutæ; revera tamen lapis quieſcet in ſpatio abſoluto, abſtrahendo à terræ motu & eo omni qui ex gravitate oriri poteſt. Et ſi ponamus aliquem extra navem in aëre pendulum, ille lapidem quieſcentem ſpectabit; cum vero gravis ſit lapis, videbit illum perpendiculariter tantum deorſum motum, nec magis verſus ortum quam occaſum tendentem: vis enim à projiciente in lapidem impreſſa nihil aliud agit, quam deſtruit æqualem vim motûs, quæ à navi verſus contrariam plagam ipſi communicabatur. Moto enim quolibet corpore vel ſpatio, etiam omnia corpora vel corporum particulæ, intra illud relative quieſcentia, eâdem celeritate & ſecundum eandem plagam moventur.

At objiciat aliquis, lapidem è manu projicientis emiſſum in ipſam puppim impingere, eique ictum imprimere, adeoque cum lapis in ipſam puppim irruit, non poteſt non moveri: Reſpondeo, verum quidem eſſe eos, qui intra navem verſantur, lapidem in puppim irruentem eamque percutientem conſpicere; at ſi ponatur aliquis extra navem in aëre pendulus; ille non lapidem verſus puppim, ſed puppim in lapidem impingentem videbit; & ictus magnitudo, quæ in utrovis corpore recipitur, eadem omnino erit ac ſi navis quieſceret, & lapis revera verſus puppim impelleretur, eâdem celeritate, qua puppis ad lapidem accedebat. Si enim duo ſint corpora A & B utcunque æqualia vel inæqualia; eadem erit percuſſionis vis, ſive B cum data celeritate in corpus A quieſcens impingat; vel ſi quieſcat B, & A eâdem celeritate in ipſum irruit; vel ſi utrumque corpus verſus eandem plagam moveretur, & ſubſequens A celerius motum in ipſum B impingeret; eadem erit quantitas ictus, ac ſi B omnino quieſceret & A ſolum latum eſſet, differentia celeritatum qua ſcil. ipſius celeritas celeritatem corporis B ſuperabat; vel denique, ſi tam A quam B verſus contrarias partes ferantur, ictus magnitudo eadem fiet, ac ſi unum quieſceret, & alterum motum eſſet cum ea celeritate, quæ ſit ſummæ priorum velocitatum æqualis. Verbo dicam, eâdem ſemper manente velocitate relativa corporum, quâ ad ſe invicem accedunt, ea- TAB. 2. *fig.* 4.

eadem quoque erit percuſſionis quantitas, quomodocunque veræ velocitates partitæ ſint, ut in ſequentibus demonſtrabitur. Sed rurſus ad navem redeamus.

Si vis, qua lapis à projiciente emittitur, minor ſit eâ quæ ex navis motu in hoc caſu recipitur, lapis ipſe revera in eandem, qua ipſa navis, plagam motu ſcil. abſoluto deferetur; hoc eſt, à ſpectatore, quem extra navem in aëre conſiſtentem poſuimus, verſus orientem moveri videbitur, ea celeritate, qua celeritas navis celeritatem motus ab impellentis dextra impreſſi ſuperabat; at in ipſa navi ſedentibus lapis verſus occaſum moveri apparebit, eâdem prorſus celeritate, quam à projicientis manu accepit, qua etiam in puppim impingere videbitur.

Sed ſi quis in puppi ſedens lapidem verſus proram projiciat, verus & abſolutus illius motus erit verſus proram ſeu orientem; & à ſpectatore noſtro extra navem poſito ea celeritate ferri conſpicietur; quæ æqualis ſit ſummæ duarum celeritatum, illius ſcil. quam à projiciente accepit, & illius quæ per motum navis ipſi communicabatur.

Hæc omnia hypotheſi Terræ motæ poſſunt applicari. Si enim terra ſolummodo circa axem ſuum revolvatur ab occidente verſus orientem, & lapis vel globus è tormento projiciatur ad occidentem, ea celeritate qua terra circa axem vertitur; impetus, quem globus ex tormento recipit, contrarium impetum, qui ex terra illi imprimebatur, deſtruet; adeoque in ſpatio abſoluto quieſceret globus, ſecluſo motu ex gravitate orto. Nihilominus qui in terræ ſuperficie degunt & una cum ea revolvuntur, lapidem vel globum verſus occaſum celeriter ferri conſpicient; & ſi murus aliquis ejus motui apparenti objiciatur, globum vi eâdem murum ferientem videbunt, ac ſi murus revera quieſceret, & globus contra illum ea celeritate impingeret, quam in eo caſu ab exploſione reciperet: nam eadem, ut dictum eſt, erit ictus quantitas, ſive globus cum determinata celeritate in murum quieſcentem projiciatur, ſive murus in globum quieſcentem eâdem celeritate irruat.

Si minor ſit vis, quæ in globum per bombardæ exploſionem

nem imprimitur, eâ quæ per diurnum motum terræ illi communicatur, globus revera versus orientem feretur; at quia ejus velocitas minor est ea, qua nos versus orientem revolvimur, globus à nobis ad occidentem tendere conspicietur; & obstaculum quodcunque ejus motui apparenti oppositum ea vi ferire videbitur, ac si revera obstaculum in eodem spatio absoluto permansisset, & globus in ipsum ea vi, quam à bombarda accepit, impegisset. Si deinceps globus versus orientem explodatur, motus ejus absolutus erit in orientem, & ejus velocitas in tantum superabit velocitatem, qua ipsa tellus fertur, quanta est ea quæ globo per bombardam imprimitur, adeoque eâ solâ velocitatis differentiâ in obstaculum quodcunque irruit, & illud percutiet.

Verum universaliter, corporum in dato spatio inclusorum idem erunt motus inter se, idem congressus, eadem percussionis vis, sive spatium illud quiescat, sive moveatur uniformiter in directum.

Motu, quiete, celeritate, tam absolutis quam relativis, prolixe satis explicatis, ad alios terminos definiendos accedo.

VIII. *Spatium percursum est via illa quæ à corpore motu ipsius peragratur.*

IX. *Illius longitudo est recta illa quæ à centro corporis moti describitur.*

X. *Directio motus est recta quà tendit mobile.*

XI. *Motus æquabilis fit, quando mobile eadem semper celeritate omnes longitudinis seu spatii percursi partes describit.*

XII. *Motus acceleratus est cujus velocitas continuo crescit.*

XIII. *Motus retardatus est cujus velocitas continuo minuitur.*

XIV. *Motus æquabiliter acceleratus est, cui temporibus semper æqualibus æqualia accedunt velocitatis incrementa.*

XV. *Motus æquabiliter retardatus est, cujus velocitas temporibus æqualibus ad quietem usque æqualiter decrescit.*

XVI. *Momentum (quod & quantitas motus, sæpe etiam simpliciter Motus dici solet) est potentia seu vis illa corporibus motis insita, quâ è locis suis continuo tendunt.*

XVII. *Impedimentum vero est quod motui obstat vel resistit, atque illum destruit vel saltem minuit.*

XVIII. *Vis motrix est potentia agentis ad motum efficiendum.*

XIX. *Vis impressa est actio in corpus exercita, ad ejus statum vel motus vel quietis mutandum.*

Si corpus A quiescat & movendum sit cum data celeritate, vis illa quæ ipsi imprimitur, quaque accepta cum data velocitate moveri incipit, dicitur Vis impressa; in quo casu à Vi motrici non nisi in concipiendi modo differt: Eadem enim vis quatenus ab agente procedit, dicitur Vis motrix, & quatenus à patiente recipitur, dicitur Vis impressa. Sic etiam, si corpus B moveatur, quædam determinata requiritur vis ad illius motum minuendum, & quædam etiam determinata vis necessario habenda est ad illius motum omnino sistendum; quæ cum in corpus B exercetur, Vis impressa dicitur.

Non ignoro quosdam Philosophos quantitatem motus ab illius celeritate non distinguere; ea quippe corpora æquales motus habere dicunt, quæ æquali celeritate moventur, sive ipsa corpora æqualia sive inæqualia existant, sive unum sit exiguum admodum, alterum vero utcunque magnum; modo eâdem velocitate utrumque corpus latum sit, in utroque semper eandem motus quantitatem permanere volunt. At non ratio solum, verum & experientia docet motum non modo augeri in ratione velocitatis, sed & etiam in ratione molis seu magnitudinis, positis corporibus homogeneis seu ejusdem speciei; *v. g.* Sint duo corpora A & B, quorum A majus corpus, & B minus; & momentum seu quantitas motus ipsius A non tantum majus erit momento ipsius B, si A velocius feratur ipso B; verum si utrumque æquali celeritate feratur, erit vis seu energia, qua corpus majus A fertur, major ea quam habet corpus B ad suum locum mutandum; quia scil. vis contraria obstaculi vel impedimenti major requiritur ad sistendum motum majoris corporis A, quam ea quæ necessaria est ad motum corporis minoris B tollendum: quippe, si sit corpus A centum librarum, pondus

Tab. 2. *fig.* 4.

vero

vero ipsius B unius libræ, & si æqualis sit in utroque corpore celeritas, vis quam corpus A exercet, quaque obstaculum quodvis removere conabitur (& proinde vis impedimenti retinentis & motum illius destruentis) multo major erit vi motûs corporis B, qua scil. impedimentum removere nititur; & illius impedimenti vis, quæ necessario requiritur ad motum ipsius B destruendum, minor erit vi impedimenti quæ sufficiens erit ad motum mobilis A auferendum. Verum in sequentibus Theoremata dabimus, quibus motûs quantitas æstimari & ejus mensura determinari potest.

XX. *Vires motrices æquales sunt, quæ similiter agentes æquales motuum quantitates in dato tempore producunt.*

XXI. *Vires contrariæ sunt quarum lineæ directionis sunt contrariæ.*

XXII. *Gravitas est vis ferens deorsum, qua corpora rectà ad terram tendunt.*

XXIII. *Vis centripeta est vis illa, qua corpus ad punctum aliquod tanquàm centrum continuo urgetur; atque hinc sequitur gravitatem esse vim quandam centripetam*

XXIV. *Per vim centrifugam autem intelligimus vim, qua corpus aliquod continuo urgetur, ut à centro recedat.*

Vires autem hæ semper æstimantur per vires contrarias, quæ corpora in eodem statu retinere possunt; sic si corpus aliquod filo alligatum circa centrum immobile revolvatur, vis, qua à centro recedere conatur, est Vis centrifuga; actio autem fili renitentis & corpus versus centrum continuo retrahentis, qua fit ut corpus in eodem semper circulo retineatur, erit tanquam Vis centripeta vi centrifugæ æqualis, adeoque harum virium una per alteram rite æstimari potest. Sic etiam vis gravitatis alicujus corporis innotescit per vim ipsi contrariam & æqualem, qua ipsius descensus impediri potest. Potest autem vis illa vel esse alterius corporis pondus (per mechanicum aliquod instrumentum *e. g.* libram) contrarie agentis; vel vis centrifuga quæ orietur, si corpus illud cum certa quadam & determinata velocitate in circulo circa centrum Terræ revolvatur; vel denique potest esse al-

terius corporis firmitudo & reſiſtentia ſupra quod pondus premens incumbit.

XXV. *Quantitas acceleratrix cujuſvis Vis eſt menſura velocitatis quam in dato tempore vis illa generat.*

In eâdem à Terra diſtantia corpora omnia utcunque inæqualium ponderum æquivelociter deſcendunt, & proinde æquales ſunt ipſorum vires acceleratrices; in diſtantiis autem inæqualibus inæqualiter, in majori ſcil. minus, in minore magis, accelerantur.

Lectio VIII.

FINITIS definitionibus, ad res minus claras vel terminos minus uſitatos explicandos inſervientibus, ad Axiomata phyſica accedimus. Cum autem philoſophiæ naturalis objectum ſint corpora corporumque in ſe invicem actiones, quæ non tam facile & diſtincte concipiuntur, quam ſimplices illæ magnitudinum ſpecies de quibus tractat Geometria; nollem ut quiſquam in materia phyſica, tam rigida demonſtrandi methodo inſiſtat, ut principia demonſtrationum, hoc eſt, axiomata adeo clara & per ſe evidentia poſtulet, ac illa ſunt quæ in Geometriæ elementis traduntur: talia quidem dari rei natura non permittit. Verum ſufficiat ſi ea adhibeantur, quæ rationi & experientiæ congrua eſſe deprehendimus, quorum veritas primo quaſi intuitu elucet, quæ ſibi ipſis fidem apud non obſtinatos conciliant, & quibus aſſenſum ſuum nemo denegabit, niſi ſe omnino Scepticum profiteatur.

Verum etiam in demonſtrationibus, laxiore aliquando argumentationis genere utendum eſt, & propoſitiones adhibendæ ſunt non abſolute veræ, ſed ad veritatem quam proxime accedentes, *e. g.* Cum demonſtratur omnes ejuſdem Penduli Vibrationes in arcubus circuli minoribus factas, æquidiuturnas fore. Supponitur arcum circuli parvum ipſiuſque chordam eſſe declivitatis & longitudinis ejuſdem, quod tamen, ſi rigidam veritatem ſpectemus, admittendum non eſt: at in phyſica, hæc hypotheſis tantillum à vero abludit; ut differentia merito ſit negligenda, & diſcrepantia vibrationum quæ

ex

ex illa differentia oritur omnino insensibilis evadit, uti experientia testatur. Sic etiam insignis Philosophus & Geometra *D. Gregorius*, in *Elementis Catoptricis & Dioptricis*, laxiorem Geometriam adhibet, lineas & angulos tanquam æquales assumendo, qui revera inæquales ad æqualitatem quam proxime accedunt. Atque sic pulcherrima solvit problemata physica quæ alias intricatissima futura sunt. Sed etiam ipsi *Newtono* aliquando arridet hæc methodus; ut videre est *in Prop.* 3. *lib.* 2. *Philosophiæ Naturalis Princip. Math.*

Si qui vero sint qui contra istiusmodi principia & demonstrationes pertinacem obfirmant animum & propositionibus satis manifestis se expugnari non patiuntur, hos ut supinâ suâ ignorantiâ gaudeant relinquimus, nec dignos esse qui ad veram Physicam admittantur censemus.

AXIOMATA.

I. *Non entis aut nihili nullæ sunt proprietates aut affectiones.*

II. *Nullum Corpus potest naturaliter in nihilum abire.*

III. *Omnis mutatio corpori naturali inducta ab agente externo procedit; corpus enim omne est iners materiæ moles, & nullam sibi ipsi mutationem inducere valet.*

IV. *Effectus sunt causis suis adæquatis proportionales.*

V. *Causæ rerum naturalium eæ sunt, quæ simplicissimæ sunt, & Phænomenis explicandis sufficiunt: nam Natura methodo simplicissimâ & maxime expeditâ semper progreditur; hisce enim operandi modis se melius prodit Sapientia Divina.*

VI. *Effectuum naturalium ejusdem generis eædem sunt causæ; ut descensus lapidis & ligni ab eâdem causâ proceait; eadem quoque est causa lucis & caloris in Sole & in igne culinari; reflexionis lucis in Terra & Planetis.*

VII. *Quæ duæ res ita inter se connexæ sunt, ut sese perpetuo comitentur, & quarum unâ mutatâ vel sublatâ, altera quoque similiter mutetur vel tollatur, vel harum una alterius causa est, vel utraque ab eadem causa communi provenit.*

Sic si sit Acus magnetica circa axem versatilis, cui Magnes admoveatur & circa eandem revolvatur; acus etiam

continuo eodem tenore movebitur, & ſi ſiſtatur magnetis motus, ſubſiſtet quoque ipſius acûs circulatio, & rurſus cum ipſo magnete revolvi incipiet: unde nemo dubitat quin acûs vertigo ab ipſius magnetis motu dependeat. Sic etiam cum fluxus & refluxus maris in eodem loco ſemper fiat, ſcil. cum Luna ad eundem circulum horarium pervenerit, & ejus motum continuo comitetur; periodus nempe æſtuum periodo motuum lunarium ita præciſe reſpondet, ut nulla à tot ſeculis notata ſit aberratio: retardatur enim minutis 48. in ſingulos dies; & in ſyzygiis Lunæ cum Sole ſemper fit æſtus maximus, in Quadraturis minimus; unde agnoſcendum eſt maris fluxum à motu Lunæ & ipſius ſitu reſpectu Solis pendere.

VIII. *Moto corpore quovis ſecundum quamcunque plagam, omnes ejuſdem particulæ, quæ in ipſo relative quieſcunt, eadem velocitate ſimul ſecundum eandem plagam progrediuntur; hoc eſt, moto loco relativo movebitur quoque locatum.*

IX. *Æquales materiæ quantitates eâdem velocitate latæ æqualia habebunt momenta ſeu motuum quantitates.*

Nam momentum cujuſque corporis eſt ſumma momentorum omnium particularum corpus illud componentium; & proinde ubi æquales ſunt particularum magnitudines & numeri, æqualia erunt momenta.

X. *Vires æquales & contrariæ in idem corpus agentes mutuum effectum tollunt.*

XI. *Ab inæqualibus autem & contrariis viribus producitur motus æquipollens exceſſui præpollentis.*

XII. *Motus à viribus conſpirantibus, hoc eſt, ſecundum eandem directionem agentibus, productus æquipollet earundem ſummæ.*

XIII. *Æquipollens ſi vel augeatur vel contrarium minuatur fit præpollens.*

Qui mechanice Philoſophari volunt duo ſequentia adhibent Effata.

XIV. *Omnis Materia eſt ejuſdem ubique naturæ, & eadem habet eſſentialia attributa, ſive in Cœlis ſit, ſive in Terris, ſive appareat ſub forma corporis fluidi, ſive duri aut alterius cujuſvis;*

jusvis ; hoc est , materia cujusvis corporis , e. g. *ligni , à materia alterius cujusvis non essentialiter differt.*

XV. *Diversæ autem corporum formæ non sunt nisi diversæ modificationes ejusdem materiæ ; & à variâ particularum corpora componentium magnitudine , figura , textura , positione & cæteris modis pendent.*

XVI. *Sic etiam qualitates seu actiones vel potentiæ quorundam corporum in alia corpora oriuntur solum ex prioribus affectionibus & motu conjunctim.*

Ponunt autem Philosophi Materiam esse omnium formarum & qualitatum commune substratum , quæ ad omnes se indifferenter habet , cum sit omnium capax , & eadem semper manet sub quibuscunque appareat formis , unde & à Peripateticis materia prima nuncupatur.

Quamvis vero formæ & qualitates ipsi materiæ sunt prorsus accidentales , ad corpus tamen , quod ex forma & materia simul junctis coalescit , necessario & essentialiter pertinent ; *v. g.* quamvis materia ligni prorsus sit indifferens ad hanc vel illam formam seu particularum figuram & texturam , quibus infinitis modis variatis eadem semper manet ; non tamen potest lignum subsistere sine determinata illa particularum modificatione , quæ formam lignei corporis constituit , qua sublata perit lignum , & eadem materia in alterius generis corpus transit. Quod autem in particularum modificatione forma corporis lignei consistit , patet ubi lignum igni immittitur , & materia formâ illâ privatur : nam per vim ignis dissolvitur particularum nexus & textura , & harum pars quædam in fumum & vapores transit , altera in cineres reducitur.

Multa à Philosophis proferuntur exempla , ut ostendant varias particularum ejusdem materiæ magnitudines , figuras & texturas , varias producere corporum formas , & ex variis etiam ipsarum motu & positione , varias oriri qualitates ; quorum aliqua hic adducemus.

Primo , cum per calorem solis aquæ particulæ rarefiant , ex mari ad supremum fere aëra sub forma vaporum evehuntur ; at recens hæc forma non aliunde provenit quam ex partium

tium mutato ſitu: per rareſactionem autem fit, ut aqueæ particulæ plura & patentiora forte contineant in ſe ſpatiola, vel omnino vacua, vel puriſſimo tantum æthere repleta: unde harum materia majus occupans ſpatium, quam æqualis materiæ aëriæ quantitas, aëre redditur minus intenſive gravis, & proinde ſurſum trudetur, eodem modo quo ſuber ſub aqua demerſum: nec unquam conſiſtunt vapores donec ad aërem ejuſdem gravitatis perveniunt, ubi relative quieſcunt, & nubes mille figuras induentes componunt.

Mox ubi per ventorum curſum aër minus gravis redditur, vapores eandem retinentes gravitatem neceſſario ſubſident, & in caſu ſuo per aëris reſiſtentiam condenſati, & in minus ſpatium coacti formam priorem amittunt, & in terram cadentes pluviæ ſpeciem recipiunt.

Multo maxima hujus pars per fluvios ad mare deducitur, iterum in vapores abitura; pars vero aliqua terræ ſe immiſcet, & ibi depoſita arborum herbarumque radices & ſemina ingreditur, è quibus in alias plane & novas corporum ſpecies aſſurgit. Et eadem quidem pluvialis aqua diverſa corpora componit, prout diverſa ingreditur rerum ſemina; quædam ſcil. tranſit in plantagines, quædam in gramina, aliqua in flores, aliqua in quercus, ornos, fagos, & alias quamplurimas arborum & plantarum ſpecies.

Nec in eâdem planta omnino ſimilaris manet eadem pluvia, cum plantæ omnes ex innumeris heterogeneis conſtent partibus; ſic in lino *e. g.* alia eſt forma radicis, alia caulis, alia tenuium fibrarum, alia florum, alia ſeminis, alia capſularum ſemen continentium.

Varia quoque eſt in eodem lino vaſorum ſtructura, (non aliter enim ac in corpore animato, quælibet planta ſua habet vaſa humorum circulationi inſervientia) ſed & diverſis omnino gaudent hæ partes proprietatibus: caulis *e. g* eſt corpus lignoſum & poſt exſiccationem valde friabile, dum cortex ſeu membranula caulem operiens, ex oblongis tenuiſſimis & plicabilibus conſtat fibris varie inter ſe connexis.

Hanc membranam à caule ſua ſeparant linifices, & poſtquam mille tractaverunt modis, fibras ejus in oblonga contorquent

torquent fila; mutataque particularum positione & situ, aliam sane & longe diversam subeunt fibrillæ formam ab ea, quam in viridi habebant planta.

Mox in se convoluta fila, iisdem manentibus particulis ipsorum minimis, glomorum species præbent. Fila hæc varie inter se connectunt & texunt linteones, & arte suâ telas ex illis componunt, quæ vestimenta hominibus præbent. Hæc denique in linteola redacta aquæ immittuntur, & malleis ligneis in mollem quasi pulpam rediguntur, quæ tandem, exsiccato humore aqueo in formam Papyri transmutatur, quæ si igni immittatur partim in tenuissimum pulverem, partim in fumum evanescit.

At hæ omnes tam multifariæ sub quibus eadem materia apparet formæ, non nisi ex particularum mutata figura, magnitudine & textura proveniunt, & ab his solummodo pendent.

Sic si metalla liquantur, ignis vi partium cohærentia dissolvitur, & particulæ metallicæ à se invicem separatæ rapidissimo cientur motu, quo fit ut formam corporis fluidi induant.

Hinc etiam (ut videtur) oritur illa salium & metallorum in menstruis dissolutio; per fermentationem enim separantur partes à se invicem, & in minima resolutæ ipsius fluidi agitantur motu, unde tanquam corpora fluida apparebunt. Ex hisce corporum, ipsorumque partium figuris & reliquis modificationibus plurimi oriuntur effectus, plurimæ qualitates singulis corporum generibus propriæ, quas perire necesse est si partium constitutio mutetur. Sic ex eadem materia *v. g.* ferro formantur claves, cultri, limæ, serræ, & alia innumera instrumenta ad varios usus accommodata, quorum qualitates & effectus ex solis pendent eorundem figuris: unde enim clavi potentia sua ad ostium reserandum, nisi ab ipsius figura, magnitudine, & partium congruitate cum partibus seræ cui immittitur? Unde cuneis & cultris potentia ad corpora findenda? Nonne hanc ex sola ipsarum figura provenire demonstratum est à Mechanicæ scriptoribus? Unde fiunt motus in Automatis tam regula-

res, nisi ex rotis inter se dispositis, sibi invicem adaptatis & commissis; unde denique fit, ut per machinas artificiales tanti effectus producantur? Certè ratio non aliunde quam ab ipsarum fabrica petenda est.

Nec minus partium suarum constitutioni & modificationi debent corpora naturalia, quam artificialia: omnes enim ipsorum operationes non nisi ex motu, situ, ordine, figura, & positione corpusculorum proveniunt, quibus in quovis corpore mutatis, mutantur etiam eo ipso istius corporis qualitates.

Si corporis superficies sit scabra & aspera, Lucem in ipsam incidentem undequaque reflectit, propterea quod partes superficiales lucem excipientes & remittentes non omnes in una atque eadem superficie regulari, sed infinitis fere iisque diversis locantur planis: unde lucem in varia hæc plana incidentem undique etiam reflecti necesse est. Hinc glacies, quæ cum integra & polita sit nullius fere est coloris, in partes tamen contusa, seu asperam & angulosam habens superficiem, alba apparet, scil. cum lumen copiose & in omnes partes reflectit. Eadem quoque est ratio albescentis aquæ cum in spumam vertitur.

Ea autem est plerorumque corporum visibilium structura, ut eorum superficies partem radiorum in se incidentem suffocare, partem remittere possint. Si superficies ita sint comparatæ, ut omnia radiorum genera æqualiter reflectant vel æqualiter suffocant, erit illorum color vel albus, vel niger, vel subfuscus, inter album & nigrum medius: nam color albus non aliter differt à nigro, quam quod alba corpora plurimos reflectant omne genus radios, nigra autem pauciſſimos. Hoc patet ex umbra corporis opaci, quæ sole lucente in parietem album projicitur; pars enim in qua umbra versatur, cum multo pauciores quam reliquæ omnes excipiat radios, multo pauciores quoque reflectit, adeoque reliquarum respectu nigra apparet. At si partes illæ reliquæ non plures reciperent radios, quam ea ubi umbra projicitur, tunc ubique idem foret color, nempe albus.

Si talis sit superficiei textura, ut aliquod radiorum genus

nus copioſius, & reliqua omnia parcius, reflectat, ſuperficiei color ad eum accedet qui ex radiis magis copioſe reflexis oritur; hoc exinde demonſtrari poteſt, quod ejuſdem objecti varius erit color, prout varia excipit radiorum genera, reliquis interceptis, ut primus invenit ſagaciſſimus *Newtonus*. Sic ſi per trigonum Vitreum radii rubri (ſic enim vocitare licet colorem rubrum producentes) in objectum cæruleum projiciantur, objectum ſuum mutabit colorem, & rubrum induet; ſin flavos tantum excipiat radios, tunc ejus color in flavedinem vertetur; ſi cærulei incidant radii, cæruleus apparebit, & color ille cæteris omnibus coloribus vividior erit, eo quod horum radiorum multo plures reflectit, & pauciores ſuffocat quam reliquorum.

Si ſuperficies corporis ſit exacte polita, hoc eſt, nulla aſperitate & ſcabritie impedita, & radios ſatis conſertos reflectat; hæc radios ab objecto quovis prodeuntes, & in ipſam incidentes ita reflectet, ut objecti illius imaginem conſpiciendam præbeat: & ob eam cauſam corpora iſtiuſmodi ſuperficies habentia *Specula* vocantur. Si ſpeculum ſit planum, imago erit objecto æqualis, & pone ſpeculum invenietur, ad diſtantiam æqualem ei quam habet radians ante ipſum; ſi ſuperficies ſit concava ſphærica, & objectum radians magis diſtet ab ipſo quam $\frac{1}{2}$ diametri ſphæræ, imago in aëre pendula inter radians & ſpeculum apparebit, & ipſo quidem objecto minor erit; ſi radians in centro locetur, ibi quoque erit ejus imago ipſi æqualis; ſi ultra centrum verſus ſpeculum progreditur radians, ita ſcil. ut major ſit ipſius diſtantia ab eo quam $\frac{1}{2}$ diametri, imago à ſpeculo ultra centrum tranſcurret, & radiante major erit: cum autem radians ad diſtantiam æqualem $\frac{1}{2}$ diametri pervenerit, tum imaginis diſtantia infinita evadit; ſi autem tantillo propius ad ſpeculum accedat, imago erit pone ſpeculum ipſo radiante major. Omnia hæc tam diverſa Phænomena ex ſola mutata diſtantia proveniunt, cæteris omnibus in eodem ſtatu manentibus.

Videamus jam varios & illos prorſus contrarios effectus. qui ex ſolo mutato ſitu ſeu poſitione oriuntur, aliis rebus

omnibus in eodem ſtatu exiſtentibus, præter ea quæ ex mutatione ſitus dependent.

Omnes jam agnoſcunt Philoſophi Solem in centro hujus Syſtematis quieſcere, Terram autem, reliquorum planetarum inſtar, circa ipſum ſpatio annuo deferri; ita autem Terra circa Solem movetur, ut axis ejus non ad orbitæ ſuæ planum normalis, ſed ad ipſum inclinatus angulo $66\frac{1}{2}$ *gr.* ſibi ſemper parallelus maneat. Et propter hunc paralleliſmum & inclinationem, neceſſe eſt, ut Terra aliquando unum ipſius polum Soli obvertat, aliquando alterum, & proinde Terræ partes omnes varios ſubibunt ad Solem ſitus. Ex hac ſitus mutatione dependent omnes illæ tempeſtatum viciſſitudines, quæ ſingulis annis obveniunt, ſcil. æſtas, hyems, ver & autumnus: ſi enim axis Terræ ad planum ſuæ orbitæ normalis eſſet, tunc nullæ forent temporum mutationes, nullæ dierum & noctium differentiæ, ſed quælibet Terræ pars radiorum Solarium æquales vires eodem ſemper exciperet modo.

Cum autem ſingulæ Terræ partes Solis reſpectu ſitum ſuum continuo mutent, & ejuſdem radios nunc magis obliquos, nunc minus, nunc breviore, nunc diuturniore tempore excipiant, diverſæ & prorſus contrariæ exinde oriuntur phaſes. Autumno ſcil. exareſcunt ſegetes, & fructus matureſcunt, paulatim tamen viridem & amœnam faciem deponunt campi, & decidunt arboribus folia. Mox ingruente hyeme frigent & horrent omnia, nix tegit alta montes, cujus onere depreſſæ laborant ſylvæ; imo quod mirum eſt, ipſæ maris aquæ ſtabiles & firmæ redduntur, quodque prius fuit navibus tantum penetrabile, nunc exercitus & caſtra gerit.

Terrâ autem orbem ſuum continuo percurrente, quælibet ejus pars Solis reſpectu ſitum mutat, & quæ prius averſa, nunc Solem reſpicere incipit; quod dum fit, diffugiunt nives, redeunt gramina campis, & ſua arboribus folia, nec ſtabulis jam gaudet equus, nec arator igne, ſed nova prorſus & læta apparet rerum facies, & annus per æſtatem ad autumnum revertitur.

Cum

Cum jam tot diverſi, tot contrarii eveniunt effectus ex ſola ſitus mutatione, & tam varia ex hac conſequantur Phænomena, cæteris omnibus cauſis iiſdem manentibus, certe ex poſitione, diſtantia, magnitudine, figura & ſtructura partium corpora componentium, ex effluviorum motu & ſubtilitate, ex corporum congruitate & eorum ad alia corpora reſpectu; ex hiſce inquam omnibus varie & infinitis fere modis junctis & ſimul combinatis, infinitæ propemodum diverſæ provenire poſſunt corporum formæ, affectiones & in ſe invicem operationes, nec quicquam in Natura conſpiciendum eſt, quod ex hiſce non pendet. Si enim hæc mutentur, mutabuntur ſimul corporum formæ, qualitates & operationes. *e. g.* Conſtat attractiones & directiones Magneticas ex partium ſtructura oriri; nam ſi ictu ſatis valido magnes percutiatur, quo partium internarum poſitio mutetur, mutabitur etiam eo ipſo Magnetis Polus. Et ſi igni immittatur Magnes, quo interna partium ſtructura mutetur vel prorſus deſtruatur, tunc amittit omnem priorem virtutem, & ab aliis vix differt lapidibus.

Etiamſi autem generaliter oſtenſum ſit operationes magneticas ab interna partium conſtitutione quodammodo provenire, modus tamen operandi, ex mechanicis & intellectu facillimis principiis deductus, non adhuc inventus eſt. Quodque nonnulli de effluviis, materia ſubtili, particulis poris magnetis adaptatis, &c. generaliter prædicant, minime nos ad claram & diſtinctam harum operationum explicationem deducit: ſed omnibus hiſce non obſtantibus virtutes Magneticæ inter occultas qualitates reponendæ ſunt.

Ex dictis ſequitur, qualitates corporum quæ à formis non pendent, quæque eâdem manente materiæ quantitate intendi & remitti nequeunt, ſed omnibus inſunt corporum generibus in quibus experimenta inſtituere liceat, eſſe qualitates omnium corporum univerſales. Cum enim ex forma ſeu modificationibus corporum non proveniant, oportet ut ab ipſa dependeant materia: ſed cum omnis materiæ eadem ſit natura, & pars ipſius quævis ab alia non niſi per modos differat, erunt qualitates ex hiſce modis non productæ in omnia materia eædem.

Lectio IX.

Theoremata de Motus Quantitate & Spatiis à mobilibus percurſis.

THEOR. I.

IN comparandis corporum motibus, ſi mobilium quantitates materiæ æquales ſint, erunt momenta ſeu motuum quantitates, ut velocitates.

Tab. 2. fig. 5. Sint A & B duo mobilia æquales habentia materiæ quantitates, & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum ſeu quantitatem motûs in mobili A, eſſe ad momentum ſeu quantitatem motûs in mobili B, ut celeritas C ad celeritatem *c*: Si enim vis aliqua imprimenda ſit corpori A, ad illud movendum cum data velocitate C, dupla habenda eſt vis ad movendum corpus B cum dupla velocitate, & tripla adhibenda eſt vis ad illud movendum cum tripla velocitate, & dimidia tantum vis neceſſaria eſt ad movendum B cum dimidia velocitate, & ſic de cæteris multiplicibus vel ſubmultiplicibus; *i. e.* cum (per Axioma quartum) effectus ſint cauſis ſuis adæquatis proportionales, ſi vis, quæ adhibetur ad corpus B movendum, ſit dupla iſtius quæ applicatur ad A movendum, erit quoque illius momentum hujus momenti duplum; ſi tripla habenda eſt vis, erit quoque motus corporis B motûs ipſius A triplus; ſi dimidia tantum vis corpori B imprimatur, erit ejus momentum dimidium momenti ipſius A: hoc eſt, cum velocitas corporis A ſit univerſaliter ad velocitatem ipſius B, ut vis impreſſa corpori A ad vim ipſi B impreſſam; & ut vis impreſſa mobili A ad vim impreſſam corpori B, ita momentum ſeu quantitas motûs in A ad momentum ſeu quantitatem motûs in B; erit velocitas mobilis A ad velocitatem mobilis B ut motus ipſius A ad motum mobilis B. Q. E. D.

Cor. Si momenta ſint ut velocitates, erunt quantitates materiæ in corporibus motis æquales.

THEOR. II.

In comparatis motibus, ſi celeritates ſint æquales, erunt corporum momenta ſeu motuum quantitates, ut quantitates materiæ

riæ in iiſdem; vel ſi mobilia ſint homogenea, ut ipſorum magnitudines.

Sint duo mobilia A & B, quorum utrumque feratur eadem celeritate C; dico momentum corporis A eſſe ad momentum corporis B, ut quantitas materiæ ipſius A ad quantitatem materiæ ipſius B. Si enim materiæ quantitas in A dupla ſit iſtius quæ eſt in B, dividi poteſt A in duas partes, quarum utralibet tantum habebit materiæ, ac proinde (per Axioma 9) tantum motus, quantum habet B; cum ſcil. eadem velocitate utrumque corpus feratur: adeoque erit momentum corporis A momenti corporis B duplum. Si materiæ quantitas in A tripla ſit ejus quæ eſt in B, dividi poteſt A in tres partes, quarum unaquæque habebit motus quantitatem, æqualem ei quæ eſt in B; & univerſaliter, quamcunque proportionem habet materia in A ad materiam in B, eandem habebit rationem momentum ipſius A, ad momentum ipſius B, ſi modo eadem velocitate utrumque corpus latum fuerit. TAB. 2. *fig.* 4.

Si corpora homogenea ſint, erunt quantitates materiæ ut ipſorum magnitudines ſeu moles, ac proinde ipſorum motus erunt etiam in eadem magnitudinum ratione.

Cor. Si momenta ſint ut quantitates materiæ, erunt celeritates corporum æquales.

THEOR. III.

In comparatis motibus quorumcunque corporum, momentorum ratio componitur ex rationibus quantitatum materiæ & celeritatum.

Sint duo mobilia quæcunque A & B, & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum ipſius A eſſe ad momentum ipſius B, in ratione compoſita ex ratione quantitatis materiæ in A ad quantitatem materiæ in B, & ratione celeritatis corporis A ad celeritatem corporis B. Ponatur corpus tertium G, quod materiam habeat æqualem ei quæ eſt in A, ſed moveatur celeritate corporis B. Conſtat ex Elementis rationem momenti corporis A ad momentum corporis B, compoſitam eſſe ex ratione momenti corporis A, ad momentum corporis G, & ratione momenti corporis G ad momen- TAB. 2. *fig.* 6.

momentum corporis B: ſed (per Theor. 1.) momentum corporis A eſt ad momentum corporis G, ut celeritas C eſt ad celeritatem *c*; & cum G & B eadem celeritate feruntur, momentum corporis G erit ad momentum corporis B, ut materiæ quantitas in G vel A ad quantitatem materiæ in B. Ideoque erit quoque momentum corporis A ad momentum corporis B, in ratione compoſita celeritatis C ad celeritatem *c*, & quantitatis materiæ in A vel G ad quantitatem materiæ in B. Q. E. D.

Cor. 1. Si corpora ſint homogenea, momentorum ratio erit compoſita ex ratione magnitudinum & celeritatum.

TAB. 2. *fig.* 7. *Cor.* 2. Si fiat ut A ad B, hoc eſt, ut materiæ quantitas in A ad quantitatem materiæ in B, ita recta D ad rectam E, & compleantur rectangula ſub D & C, & ſub E & *c*, erit momentum mobilis A ad momentum mobilis B, ut rectangulum DC ad rectangulum E*c*.

Nam quia eſt ut A ad B ita D ad E, erit ratio compoſita ex rationibus A ad B & C ad *c*, æqualis rationi compoſitæ ex rationibus D ad E & C ad *c*; ſed (per 23. El. 6.) ratio compoſita ex rationibus D ad E & C ad *c*, æqualis eſt rationi rectanguli DC ad rectangulum E*c*: & (per Theor. hoc tertium) ratio momenti mobilis A ad momentum mobilis B æqualis eſt rationi compoſitæ ex rationibus A ad B ſeu D ad E & C ad *c*; quare erit ut rectangulum DC ad rectangulum E*c*, ita momentum mobilis A ad momentum mobilis B. Cujuſvis igitur corporis momentum conſiderari poteſt tanquam rectangulum factum ex ductu molis, vel quantitatis materiæ in eodem contentæ, in ejuſdem celeritatem.

Cor. 3. Quare quæcunque demonſtrata ſunt de horum rectangulorum proportione, eadem quoque vera erunt de corporum momentis hiſce rectangulis proportionalibus; *v. g.* Si ſit ut D ad E, vel ut A ad B, ita *c* ad C, erunt in eo caſu mobilium momenta æqualia; rectangula enim parallelogramma latera reciproce proportionalia habentia ſunt æqualia (per 14. El. 6.) & è contra, ſi rectangula ſint æqualia, erunt latera reciproce proportionalia; hoc eſt, ſi quantitates materiæ, ſeu in corporibus ejuſdem generis, eorundem

dem magnitudines, ſint celeritatibus reciproce proportionales, erunt momenta æqualia; & converſim, ſi momenta ſint æqualia, erit ut materiæ quantitas in uno ad quantitatem materiæ in altero, ita reciproce hujus celeritas ad illius celeritatem; hinc etiam demonſtratur ſequens

THEOR. IV.

In comparatis motibus, celeritatum ratio componitur ex ratione directa momentorum, & reciproca quantitatum materiæ.

Sint duo mobilia A & B, & feratur A celeritate C, B vero celeritate *c*. Dico eſſe C ad *c*, hoc eſt, celeritatem unius A ad celeritatem alterius B, in ratione directa momenti corporis A ad momentum corporis B, & ratione reciproca materiæ in A ad materiam in B. Fiat ut A ad B, ita recta EI ad rectam KG; & fiat IL æqualis C, GH vero æqualis *c*; & compleantur rectangula EL, KH. Per ſuperius dicta, rectangula EL, KH repræſentabunt momenta mobilium A & B reſpective; ad GH applicetur rectangulum HN æquale rectangulo EL. Cum igitur HN æquale ſit EL, erit (per 16. El. 6.) IL ad GH, ut GN ad EI; ſed ratio GN ad EI æqualis eſt rationi GN ad GK, & GK ad EI; hoc eſt, æqualis rationibus rectanguli HN vel EL ad KH rectangulum, & GK ad EI: quare erit celeritas C vel IL ad celeritatem *c* vel GH, in ratione compoſita ex ratione momenti EL ad momentum KH, & materiæ GK ad materiam EI; hoc eſt, velocitas cujuſque corporis ſemper eſt ut illius momentum applicatum ad ejuſdem materiam. Q. E. D. TAB. 2. *fig.* 8. TAB. 2. *fig.* 9.

Simili prorſus ratiocinio colligitur, corporis cujuſque materiam eſſe ſemper ut momentum ad ejuſdem velocitatem applicatum.

Atque hæc de corporum momentis. De proportione ſpatiorum à mobilibus emenſorum ſequentia etiam vulgo demonſtrantur Theoremata.

THEOR. V.

In comparatis motibus, ſi mobilium celeritates ſint æquales, erunt ſpatia ab illis percurſa directe ut tempora quibus peraguntur motus.

Percurrat mobile longitudinem AB, tempore T, motu æqua- TAB. 2. *fig.* 10.

quabili & uniformi; item idem vel aliud mobile eadem velocitate latum percurrat longitudinem CD, tempore *t*; dico lineam AB esse ad lineam CD, ut Tempus T ad tempus *t*. Etenim si tempus T sit duplum ipsius *t*, potest illud dividi in duas partes, quarum unaquæque æqualis erit *t*, adeoque singula spatia, æqualibus hisce temporis partibus, eadem celeritate percursa, æqualia erunt spatio percurso in tempore *t*; & duo spatia simul sumpta spatii tempore *t* percursi dupla erunt: eodem modo, si T sit triplum ipsius *t*, dividi potest in tres partes æquales, & spatia singulis hisce temporibus percursa æqualia erunt spatio tempore *t* percurso; ac proinde tria spatia simul sumpta spatii tempore *t* percursi tripla erunt. Idem de aliis multiplicibus & submultiplicibus ostendi potest; quare universaliter, quamcunque proportionem habet T ad *t*, eandem habebit spatium percursum AB ad spatium percursum CD. Q. E. D.

Cor. Si tempora sint ut spatia percursa, celeritates sunt æquales.

THEOR. VI.

In comparatis motibus, si motuum tempora æqualia sint, spatia percursa erunt ut celeritates.

FAB. 2. *fig.* 11. Percurrat mobile aliquod in dato tempore longitudinem AB, celeritate C; & in eodem vel æquali tempore, percurrat idem vel aliud mobile longitudinem DE, celeritate *c*; dico lineam AB esse ad lineam DE, ut celeritas C est ad celeritatem *c*. Si enim celeritas C sit dupla ipsius *c*, erit spatium AB percursum celeritate C duplum spatii DE percursi celeritate *c*; si celeritas C sit tripla ipsius *c*, erit quoque AB longitudo ipsius DE longitudinis tripla; si C sit dimidia ipsius *c*, erit AB ipsius DE dimidia: & universaliter, cum æqualia tempora in percurrendis lineis insumantur, quamcumque proportionem habet celeritas C ad celeritatem *c*, eandem habebit longitudo percursa AB ad longitudinem percursam DE. Q. E. D.

Cor. Si celeritates sint ut spatia percursa, tempora erunt æqualia.

Poterant duo prima Theoremata, item quintum & hoc sex-

sextum, universaliter per æquimultiplicia, *Euclidis* methodo, demonstrari; verum cum per se adeo clara sint ut inter Axiomata reponi possint, vix tanto demonstrationis apparatu indigent.

THEOR. VII.

Longitudines percursæ sunt in ratione composita ex rationibus temporum & celeritatum.

Sit linea AB peragrata celeritate C, tempore T; & linea DE celeritate *c*, tempore *t*; dico rationem AB ad DE compositam esse ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*, & ratione temporis T ad tempus *t*. Ponatur linea FG percurri tempore T, celeritate *c*; constat AB esse ad DE, in ratione composita ex rationibus AB ad FG, & FG ad DE. Sed quia AB & FG eodem tempore percurruntur; erit AB ad FG, ut celeritas C ad celeritatem *c*; cum vero mobilia eadem celeritate describunt lineas FG & DE; erit (per Theor. 6.) FG ad DE, ut T tempus ad *t* tempus; quare cum ratio AB ad DE componitur ex rationibus AB ad FG, & FG ad DE, erit etiam composita ex rationibus quæ sunt hisce rationibus æquales, nempe ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*, & temporis T ad tempus *t*. TAB. 2. *fig.* 12.

Cor. 1. Si fiat HK æqualis C, HI æqualis T, item MN æqualis *c*, & MO æqualis *t*, & compleantur rectangula parallelogramma HL, MP; erit AB ad DE, ut rectangulum HL ad MP rectangulum; nam (per 23. El. 6.) est rectangulum HL ad rectangulum MP, in ratione composita ex rationibus HK ad MN, & HI ad MO; sed (per præcedens Theorema) spatium percursum AB est ad spatium percursum DE, in ratione ex iisdem rationibus composita; unde spatia hæc percursa considerari possunt, tanquam rectangula facta ex temporibus in celeritates ductis. TAB. 2. *fig.* 13.

Cor. 2. Si igitur spatia percursa sint æqualia, erit quoque rectangulum sub celeritate & tempore quibus unum spatium transigitur, æquale rectangulo sub celeritate & tempore, quibus alterum peragratur spatium, & proinde erit ut celeritas ad celeritatem, ita reciproce tempus ad tempus (per 14.

El. 6.) hoc est, si spatia percursa sint æqualia, tempora erunt reciproce ut celeritates.

THEOR. VIII.

In comparatis motibus, temporum ratio componitur ex directâ ratione longitudinum, & reciproca celeritatum.

Theorema hoc demonstrari potest eodem modo ex præcedenti, quo quartum sequitur ex tertio; perspicuitatis autem gratia sic breviter ostenditur. Percurratur tempore T longitudo AB, celeritate C; item tempore *t* longitudo DE percurratur, celeritate *c*; dico tempus T esse ad tempus *t* in ratione composita ex directa ratione longitudinis AB ad longitudinem DE, & reciproca celeritatis C ad celeritatem *c*. Sit K tempus quo percurri potest longitudo AB cum celeritate *c*, erit ratio temporis T ad tempus *t* composita ex ratione T ad K, & K ad *t*; sed (per Corol. præcedentis Theor.) est ut T ad K ita *c* ad C (cum idem spatium utroque tempore percurritur) & ut K ad *t*. ita (per Cor. Theor. 5.) longitudo AB ad longitudinem DE; quare erit T ad *t* in ratione composita celeritatis *c* ad celeritatem C, & longitudinis AB ad longitudinem DE; hoc est, tempora sunt in ratione composita ex reciproca celeritatum & directa longitudinum. Q. E. D.

Tab. 2. fig. 14.

Eodem modo ostenditur, celeritates esse in ratione directâ longitudinum, & reciprocâ temporum.

Cor. 1. Atque hinc sequitur, tempus esse ut spatium percursum applicatum ad celeritatem.

Cor. 2. Celeritas quoque est ut spatium percursum applicatum ad tempus.

Theorema tertium & septimum demonstrari possunt ex universali hoc theoremate, nempe:

Si effectus aliqui ex pluribus simul causis pendeant, ita scil. ut augeantur vel diminuantur in eadem ratione, qua augetur aut diminuitur causarum aliqua; erunt effectus illi in ratione causarum omnium composita; hoc est, si causæ A, B, C simul agentes producant effectum E, qui cæteris iisdem manentibus semper est ut causarum quævis; & aliæ causæ *a*, *b*, *c*, prioribus respective similes & simi-

militer agentes, producant effectum *e*; erit ut E ad *e* ita A × B × C ad *a* × *b* × *c*. Quod eâdem fere methodo, quam in præcedentibus demonſtrationibus adhibuimus, facile oſtendi poteſt.

Ad eundem modum, ſi idem effectus ex pluribus rebus ſimul pendeat, quarum aliquæ eundem adjuvant vel augent in ea ratione qua ipſæ augentur; aliquæ vero impediunt vel minuunt in eadem ratione qua augentur; erit effectus ſemper directe ut cauſæ adjuvantes, & reciproce ut agentes impedientes vel minuentes.

Theorema ſeptimum ſtylo *Neuwtoniano* ſic demonſtratur.

Data celeritate, ſpatium percurſum eſt ut tempus; & dato tempore, ſpatium percurſum eſt ut celeritas; quare neutro eorum dato, eſt ut celeritas & tempus conjunctim.

Sic etiam Theorema octavum oſtenditur,

Data celeritate, tempus eſt directe ut ſpatium percurſum; & dato ſpatio, tempus eſt reciproce ut celeritas; quare neutro dato, tempus erit directe ut ſpatium & reciproce ut celeritas.

Similiter Theorema tertium & quartum exponi poſſunt, atque hanc methodum nos etiam brevitati ſtudentes interdum uſurpabimus.

LECTIO X.

IN Demonſtrationibus præcedenti Lectione adhibitis methodum expoſuimus, qua res Phyſicæ ad Geometriam primo, deinde ad Arithmeticam reducendæ ſunt; cum enim ibi demonſtratur corporum motus eſſe ut rectangula ſub ipſorum celeritate & materia, ex datis cujuſvis corporis materia & celeritate, dabitur ejuſdem momentum; æquale ſcil. *facto* ex celeritate corporis in ejuſdem quantitatem materiæ; *v. g.* ſit corpus A octo partium, B vero partium ſex, celeritas ipſius A ut 5, & corporis B celeritas ut 3; erit motus corporis A quadraginta partium, & motus corporis B partium tantum octodecim.

Ita ex datis corporis cujuſvis momento & materia, innoteſcet quoque illius celeritas; nempe ſi dividatur momentum per ipſius materiam, quotiens exhibebit ejuſdem velo-

citatem; ſit enim motus in corpore A partium 40, & ejus materia octo partium; ſit etiam motus in corpore B partium octodecim, & illius materia partium 6; dividendo quadraginta per octo, quotiens quinque exhibebit, velocitatem ſc. mobilis A; & dividendo octodecim per 6, quotiens tria dabit, velocitatem mobilis B.

Cum per exempla res magis eluceſcunt, & numeri ſemper ad praxin ſunt advocandi, ut tyrones ſe melius illis adſueſcant; licebit nobis ſcientiam de motu per numeros quandoque illuſtrare, & Arithmeticam tam ſpecioſam quam numeroſam adhibere; ex ſpecioſa enim Arithmetica eruuntur canones quidem generales, qui poſtea ad numeros particulares ſunt applicandi.

Sic denotet A materiam in quovis dato corpore A, C vero ejuſdem celeritatem, atque ipſius momentum vocetur M; vel potius hæ literæ denotent numeros quantitatibus illis proportionales; erit $C \times A = M$ & $C = \frac{M}{A}$ & $A = \frac{M}{C}$.

Similiter cum ſpatium percurſum ſit ſemper rectangulo ſub celeritate & tempore proportionale; ſi ſpatium dicatur S, tempus T & celeritas C, erit $S = C \times T$; & $C = \frac{S}{T}$; & $T = \frac{S}{C}$; & proinde cum ſit $M = A \times C$, erit quoque $M = \frac{A \times S}{T}$; vel ſi T detur, erit $M = A \times S$; hoc eſt, cujuſque corporis momentum eſt ut ipſius materia ducta in ſpatium ab ipſo in dato tempore percurſum. Alia quamplurima hiſce ſimilia, quæ nonnulli pro motus legibus venditant, ex hactenus demonſtratis deduci poſſunt; at cum ea omnia tyro quivis facile per ſe eruere poteſt, non opus eſt ut hic proferantur.

Ex ſupra demonſtratis conſtat, momentum corporis cujuſcunque oriri ex motu partium ſingularium; nam ſingulis corporis particulis ineſt impetus ſeu vis movendi, & ex harum virium ſumma componitur impetus ſeu quantitas motus totius corporis.

Hinc etiam colligitur, quod quo major corporibus inſit materiæ quantitas, eo major adhibenda ſit vis ad ea corpo-

ra

ra cum datâ velocitate movenda, & eorum proinde momenta eadem ratione majora erunt; si igitur sint duo corpora eadem velocitate lata, erunt quantitates materiæ in ipsis semper ut eorundem momenta; adeoque si corpora mole æqualia & æquivelocia inæqualia habuerint momenta, necesse est, ut in illis inæquales quoque sint materiæ quantitates; & quod minus habet momenti, plures habebit poros seu spatia, vel omnino vacua, vel materia aliqua repleta, quæ non participat de motu totius corporis cujus poros implere supponitur. Sic, *e. g.* si fiant duo globi suberis & plumbi, ejusdem magnitudinis, & uterque eadem velocitate moveatur; cum experientia notum sit momentum unius multo majus esse momento alterius, necesse est ut multo plures sint pori in uno quam in altero, quos vel omnino vacuos esse concedendum est, vel dicendum eos materia aliqua subtilissima repletos esse, quæ ita libere potest ejusdem poros permeare, ut de motu corporis cujus poros occupat non participet.

Ut autem materia illa libere possit aliorum corporum poros permeare, nec de ipsorum motu participare, oportet ut omnia corpora omnes suos poros secundum rectas lineas directioni motus parallelas extensas habeant; ut scil. nullæ fiant reflectiones materiæ subtilis contra pororum latera: alioquin una cum ipso corpore movebitur materia etiamsi subtilissima, quæ ipsius poros replere supponitur. Non potest igitur materia subtilis de corporis motu non participare, nisi corpus motum ita disponatur, ut poros suos directioni motus parallelos habeat. Cum autem infinitis aliis modis ipsius situs variari potest; hoc est, possunt pororum longitudines in infinitis angulis ad lineam directionis inclinari, & proinde illis omnibus positis, moto corpore, una movebitur materia subtilis in ipsius poris locata: non igitur potest materia subtilis ita corporum poros libere permeare quin de ipsorum motu participet; ac proinde moto corpore, movebitur quoque materia intra ipsum contenta quantumvis subtilis sit. Si igitur suber moveatur, secum quoque deferet materiam in ejus poris contentam; adeoque cum minus habet momenti

ti quam globus plumbeus ejuſdem magnitudinis eadem velocitate latus, minor erit in ſubere materiæ copia, & proinde plures pori ſeu ſpatia abſolute vacua.

Ex demonſtratis etiam deducitur ſequens Theorema.

THEOR. IX.

Pondera corporum omnium ſenſibilium juxta Terræ ſuperficiem, ſunt quantitatibus materiæ in iiſdem proportionalia.

Nam, ut multiplici pendulorum experientia conſtat, corpora omnia vi gravitatis perpendiculariter cadentia (abſtrahendo aëris reſiſtentiam) æqualia ſpatia in iiſdem temporibus percurrunt. Nam in vacuo ſeu medio non reſiſtenti, non plus temporis impendent in deſcendendo minutiſſima quævis plumula, quam ponderoſum plumbum; adeoque omnium corporum in dato tempore cadentium velocitates ſunt æquales; erunt igitur eorum momenta quantitatibus materiæ in iiſdem proportionalia; verum vires motum generantes ſunt ſemper motibus ſeu momentis generatis proportionales, & proinde in hoc caſu erunt ut quantitates materiæ in corporibus motis; ſunt autem vires quæ motus illos generant ipſæ corporum gravitationes, hoc eſt, pondera. Omnium igitur corporum pondera ſunt quantitatibus materiæ, quæ in corporibus ſunt, proportionalia. Q. E. D.

Cor. 1. Corporis igitur cujuſvis pondus, ex aucta ſolummodo vel diminuta materiæ quantitate, augetur vel diminuitur.

Cor. 2. Quare eadem manente materiæ quantitate in corpore quovis dato, idem quoque manebit ejuſdem pondus, & quomodocunque variatur ejuſdem figura vel textura particularum corpus illud componentium, pondus tamen ipſius non mutabitur: adeoque nullius corporis pondus ab ejus forma ſeu textura pendet.

Cum (per Axioma 14.) Natura cujuſcunque materiæ ſit eadem, nec unum corpus ab alio differat, niſi modaliter, per partium figuram, ſitum & alias iſtiuſmodi formas; erunt corporum affectiones, quæ ab illorum formis non pendent, in omnibus corporibus eædem; adeoque cum (uti dictum eſt) corporum pondera ab illorum formis non oriantur, ſed

à materiæ quantitate pendeant, in æqualibus materiæ quantitatibus, in eadem à terræ distantia, æquales erunt versus terram gravitationes; si vero duorum corporum pondera sint inæqualia, inæquales quoque erunt in iis materiæ quantitates.

Ponamus jam duos globos, plumbi scil. & suberis, æqualium magnitudinum; si in utroque eadem esset materiæ quantitas, (per jam ostensa) utrumque corpus æqualiter ponderaret; nam materia subtilissima poros suberis occupans æque ponderaret ac materia plumbi ipsi æqualis; cum vero magnum sit in duobus hisce globis ponderum discrimen, magnum quoque erit in iisdem materiæ discrimen; & si plumbum subere sit triplo gravius, triplo quoque major erit in plumbo contenta materia, quam in subere; adeoque plures erunt in plumbo pori seu plura spatia absolute vacua. Vacuum igitur non tantum possibile est, sed & actu datur; quod erat probandum. At hic sequitur materiæ quantitatem in quovis corpore rite per ipsius gravitatem æstimari posse.

Cum momentum augeri possit, tam ex aucta materiæ quantitate, eadem manente velocitate, quam ex aucta velocitate, eadem manente materia, Veteres (quos vis pulveris pyrii ad corpora celeriter movenda latebat) machinis ad hostium muros diruendos ita comparatis utebantur, ut ingens materiæ moles, etsi non magna velocitate, vehementi tamen impetu muros concuteret; at hodie per explosionem pulveris pyrii ex tormentis bellicis magna velocitate parvi globuli impelluntur. Quamvis autem veterum machinæ bellicæ hodiernis multum cedant, ipsarum tamen vis ad muros evertendos incredibilis fere fuit: arietes enim ex ingentibus trabibus sibi invicem commissis compositi erant; quorum pondus vel hinc æstimari potest, quod sc. ipsorum aliqui sex hominum millibus (ut alii sc. aliis succederent) ad ipsos dirigendos & motum iis imprimendum indigebant; ea pars, qua murum percutiebant, gravi ferro consolidata fuit, & ex funibus ita dependebant (Arietes compositos intelligo) ut ipsorum longitudines horizonti essent parallelæ;

unde magna virorum manu retrorsum acti, statim sua gravitate & hominum viribus simul agentibus antrorsum pulsi prominenti ferro muros quatiebant; & teste *Josepho*, nullæ fuerunt turres tam validæ, aut mœnia tam lata, quæ assiduas ipsorum plagas potuerunt sustinere.

In machinis, quæ per circumgyrationes rotarum pondera elevant, aliquando per additionem plumbi rotæ graviores redduntur; ut scil. major materiæ copia majorem impetum seu motus quantitatem suscipiat; per quam resistentiæ, tam ex aëre quam ex materiæ frictione ortæ, melius resistatur, & diutius conservetur motus, qui proinde semel inceptus facile continuabitur.

Ab eodem quoque pendet principio, quod lanifices in nendo, fusis suis versoriis graves turbines imponunt, ut gyrationes diutius perseverent. Cum scil. motus pars per resistentiam aëris amissa, ad motum ex materiæ additione auctum, minorem habeat rationem, quam est ea quam haberet ad motum non auctum.

Ex prædictis etiam solvitur sequens problema.

PROBL. I.

Invenire velocitatem, qua datum corpus movendum est, ita ut habeat momentum æquale momento cuivis dato.

Tab. 2. fig. 8. Sit datum corpus A, cujus momentum æquale debet esse momento corporis B moti celeritate *c*; fiat ut A ad B ita celeritas *c* ad aliam C; hæc erit velocitas quæsita, qua scil. si moveatur A, ejus momentum æquale erit momento corporis B, uti liquet ex Corol. tertio Theorematis tertii. Corporum enim momenta sunt æqualia, si celeritates sint ipsis corporibus reciproce proportionales; sed ex hypothesi, est celeritas corporis B ad celeritatem corporis A, ut corpus A ad corpus B; unde erit momentum corporis A æquale momento corporis B. Q. E. I.

Atque hinc sequitur corpus quodcunque parvum posse habere momentum æquale momento corporis utcunque magni, quod cum data velocitate movetur. Ex hoc principio pendent vires omnes machinarum, quæ ad corpora trahenda

da vel elevanda fabricantur ; nempe ſi machinæ ita diſponantur, ut potentiæ velocitas ad ponderis ſit ut pondus ad potentiam: eo inquam caſu potentia pondus ſuſtinebit. Liceat hoc in quinque ſimplicioribus Inſtrumentis Mechanicis oſtendere. Et primo in *Vecte*, quem hic conſideramus tanquam lineam inflexilem, ſive rectam, ſive curvam, ſive ex pluribus rectis compoſitam, circa punctum immobile verſatilem, gravitatis quidem expertem, ponderibus tamen ſuſtinendis vel levandis accommodatam.

Punctum immobile quo ſuſtinetur & circa quod rotatur Vectis ejus Fulcrum vocatur.

THEOR. X.

Sit AB *Vectis circa Fulcrum* C *tantum rotabilis ; erit ſpatium quod ab unoquoque ipſius puncto deſcribitur, ut ejus diſtantia à fulcro.*

Nam moveatur vectis è ſitu ACB ad ſitum *a* C *b*, punctum A deſcribet peripheriam A *a*, B vero percurret peripheriam B*b*; ſed propter ſectores AC*a*, BC*b* ſimiles, eſt A*a* ad B*b* ut AC ad BC, hoc eſt, ſpatia à punctis A & B deſcripta, ſunt ut ipſorum à fulcro diſtantiæ. Si punctis A & B applicentur potentiæ vectis brachia perpendiculariter trahentes ; ſpatia quæ ab ipſis deſcribuntur ſecundum vel contra propenſiones ſuas, non ſunt peripheriæ A*a*, B*b*, ſed perpendiculares *a*F, *b*E in vectis brachia demiſſæ: nam potentia in A per ſpatium *a*F tantum & non amplius progreſſa eſt ſecundum directionem vel propenſionem propriam, ſicut ob eandem cauſam, via à potentia B percurſa ſecundum propriam directionem æſtimanda eſt per *b*E. Sed ob æquiangula triangula *a*CF, *b*CE eſt *a*F ad *b*E ut *a*C vel AC ad *b*C vel BC, hoc eſt, viæ à potentiis ſecundum proprias directiones percurſæ erunt ut ipſarum à fulcro diſtantiæ. TAB. 2. fig. 15.

Quod ſi directio potentiæ non ſit recta ad vectis brachium AC perpendicularis, ducenda eſt à fulcro in lineam directionis, perpendicularis CG, & ſpatium à potentia ſecundum ipſius propenſionem deſcriptum, erit perpendiculari illi proportionale ; nihil enim refert utrum filum FGA, per TAB. 2. fig. 16.

quod potentia agit, affixum ſit puncto G vel A, vel etiam puncto D; eadem quippe manente directionis linea, eadem erit ipſius vis ad circumrotandum planum ADCB ac ſi puncto G affigeretur filum, & via ab ipſa, in dato tempore, ſecundum propriam directionem, deſcripta, proportionalis eſt rectæ CG. Quare patet in omni caſu, viam à potentia quavis ſecundum directionem propriam deſcriptam proportionalem eſſe diſtantiæ lineæ directionis à fulcro.

THEOR. XI.

In vecte vis motrix ſeu potentia quæ ad pondus eam habet rationem, quam diſtantia lineæ directionis ponderis à fulcro, habet ad diſtantiam directionis potentiæ à fulcro, pondus ſuſtinebit; ac proinde tantillum aucta pondus elevabit.

Tab 2. fig. 17. Conſtat ex præcedente, ſpatia quæ à potentia & pondere ſecundum vel contra propenſiones proprias deſcribuntur, proportionalia eſſe diſtantiis lineæ directionum à fulcro; ſed velocitates ſunt hiſce ſpatiis proportionales, ac proinde diſtantiis quoque proportionales erunt: Si igitur ſit potentia P ad pondus Q ut CQ diſtantia directionis ponderis à fulcro ad CA diſtantiam directionis potentiæ à fulcro, potentia erit ad pondus, ut velocitas ponderis ad velocitatem potentiæ; erit igitur per Cor. 3. Theor. 3. momentum potentiæ æquale momento ponderis; ac proinde potentia ponderi æquipollebit; quod ſi tantillum augeatur potentia pondus elevabit. Q. E. D.

Hinc patet ratio, cur in Statera, *Romana* vulgo dicta, unico appendiculo vel ſacomate diverſorum corporum pondera examinantur. Tab 2. fig. 18. Eſt enim machina hæc Vectis inæqualium brachiorum, porrecto nempe ab axe motûs, (qui & axis æquilibrii eſſe debet) brachiorum altero in certam longitudinem, puta unius pollicis aut minorem; in altero brachio quantumvis porrecto, diſtinguunt partes ipſi CA longitudine æquales quot opus videbitur, numeris 1. 2. 3. 4. 5. &c. deſignatas. Appenſo itaque pondere explorando ex A, pondus datum ſeu notum P ex brachio contrario dependens à centro motus removendo & admovendo, explorant in qua diſtantia fiat æquilibrium; atque invento *v. g.* pondus P in di-

distantia 8 ponderi Q in A æquiponderare, hinc colligunt (propter pondera distantiis reciproce proportionalia,) pondus Q ponderis P noti octuplum esse.

Defin. Axem in Peritrochio vocant, Instrumentum Mechanicum, ponderibus levandis aptum; in quo cylindrus (quem Axem vocant) fulcris per extrema sustinetur, circumpositum habens tympanum (quod Peritrochium vocant) in cujus ambitu scytalæ infiguntur, quibus applicata vis Peritrochium una cum axe vertit; circa quem convoluti funes onus elevant. Tab. 3. fig. 1.

THEOR. XII.

In Axe cum Peritrochio (& machinis cognatis quarum eadem est ratio) Vis motrix quæ ad pondus sustinendum eam rationem habet, quam perimeter axis cui applicatur pondus ad perimetrum orbis extimi cui applicatur vis, ponderi æquipollebit; quæ itaque tantillum aucta pondus elevabit.

Ex fabrica machinæ patet, in una ipsius conversione tantundem elevari pondus appensum P, quantum funis tractorii illud est quod axem semel circumplicat; quod itaque illius ambitui æquale supponitur; unaque tantundem procedere potentiam scytalæ extremitati applicatam, quantus est extimi orbis ambitus à potentia eadem machinæ revolutione descriptus; (hoc est, spatium à potentia eodem tempore percursum æquale esse orbis extimi ambitui) adeoque velocitates potentiæ & ponderis, quæ sunt ut spatia simul percursa, erunt ut perimeter orbis extimi & perimeter axis. Quare si sit pondus ad potentiam, ut perimeter orbis extimi ad perimetrum axis, erit velocitas potentiæ ad velocitatem ponderis reciproce, ut potentia ad pondus. Itaque per Corol. 3. Theor. 3. momentum potentiæ æquale erit momento ponderis; ac proinde potentia ponderi æquipollebit & ipsum per axem in Peritrochio sustinere valebit; quod si tantillum augeatur potentia vel minuatur pondus, potentia pondus elevabit. Q. E. D.

Cor. Quo major est ambitus orbis extimi, hoc est, quo longiores sunt scytalæ, vel quo minor est axis, eo potentior erit vis ad pondus elevandum.

Defin. Ex orbiculis uno vel pluribus apte disposítis, circa axes suos volubilibus, quibus circumpositus funis ductorius pondus attrahit, compositam machinam Trochleam appellant.

THEOR. XIII.

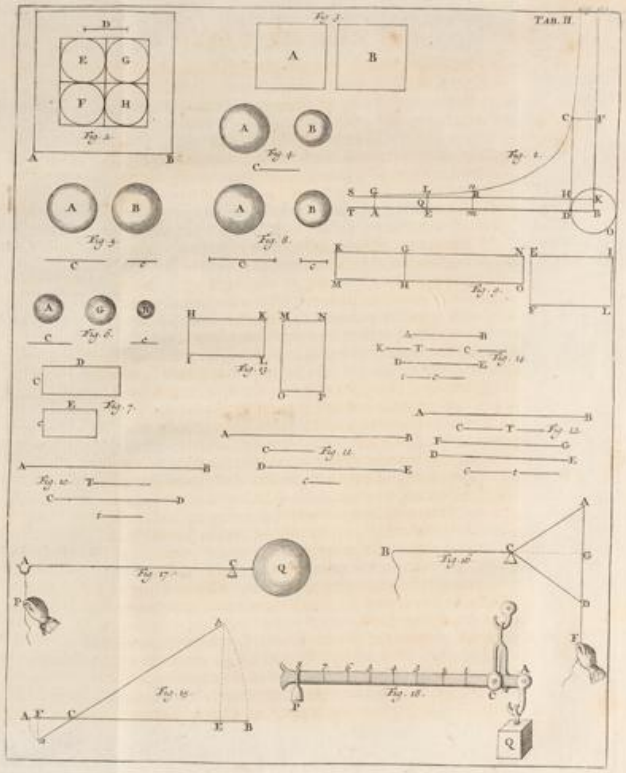
In Trochlea mobili, ex orbiculorum positione calculo æstimatur quanta vis appositi ponderi æquipolleat; nempe vis ea, quæ sit ad pondus, sicut 1 *ad numerum funiculorum quibus pondus suspenditur, idem pondus sustinere valebit: Quæ proinde tantillum aucta pondus elevabit.*

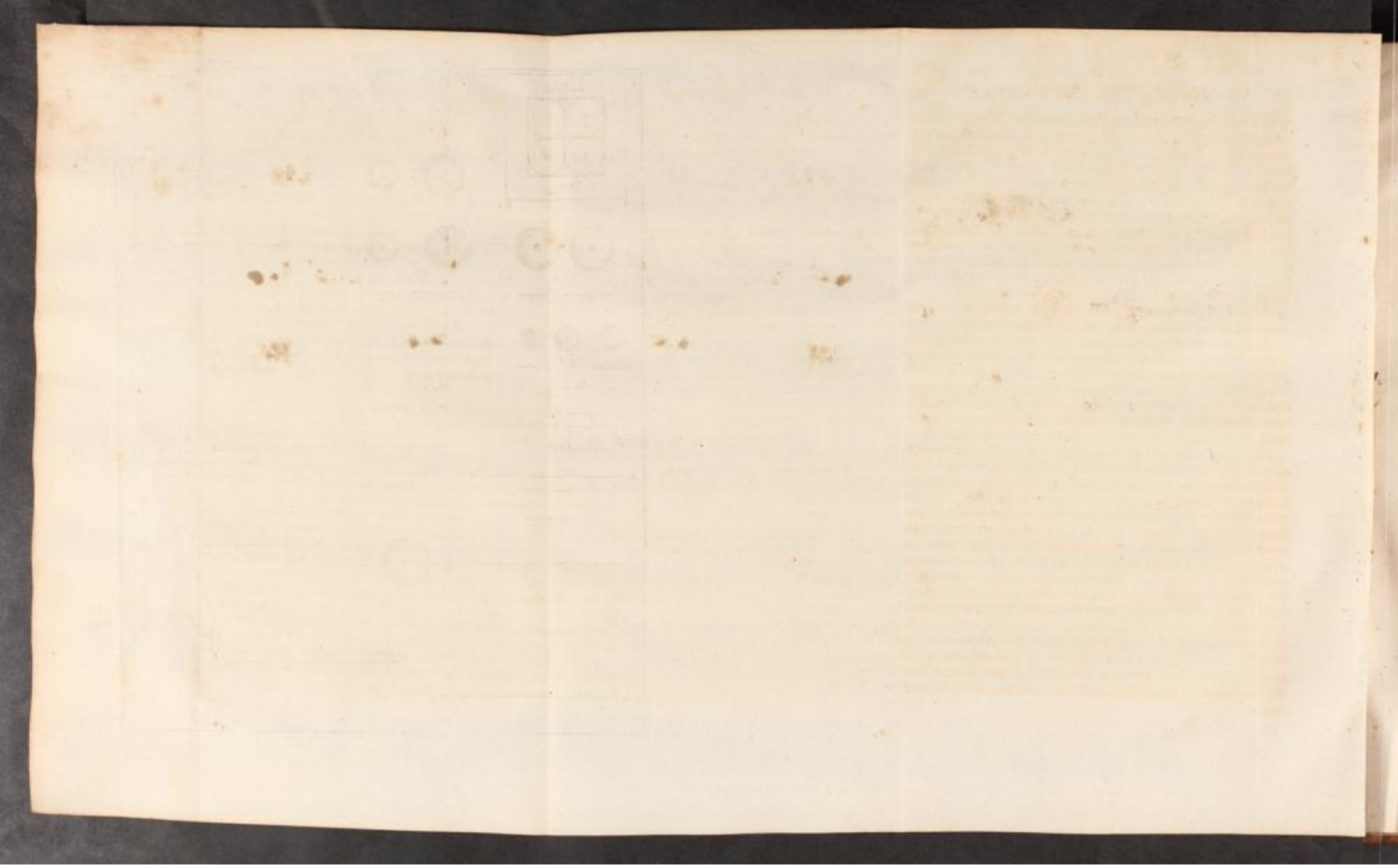
TAB. 3. *fig.* 2. Sit funis cujus alterum extremum unco B affixum, & in hujus duplicatura dependeat trochlea mobilis, cujus loculamento appendatur pondus Q; clarum est ut attollatur pondus Q per unum pedem, utrumque funem loculamentum cum appenso pondere sustinentem, (deorsum ab unco supputando) debere uno pede breviorem fieri; hoc est, ut attollatur pondus per unum pedem, potentiam debere per duos pedes moveri; quare in hac machina, potentiæ via ponderis viæ dupla erit; ac proinde celeritas potentiæ dupla quoque erit celeritatis ponderis: adeoque si potentia sit ad pondus ut 1 ad 2, ipsius momentum momento ponderis æquipollebit, & pondus sustinebit.

TAB. 3. *fig.* 3. Si ita disponantur orbiculi, ut pondus Q à tribus funibus dependeat; ut pondus ascendat per unum pedem, oportebit omnes tres funiculos (ita loqui liceat, quamvis non nisi unus continuus & nullibi interruptus funis sit) uno pede breviores reddi, quod fieri aliter non potest, quam si potentia P tres pedes progrediatur: quare cum in hac machina, potentiæ via sit ponderis viæ tripla; erit ejus celeritas quoque tripla celeritatis ponderis; adeoque si potentia sit ad pondus ut 1 ad 3, ipsius momentum momento ponderis æquipollebit.

TAB. 3. *fig.* 4. Simili prorsus ratione ex quartâ figurâ patet potentiam in P, quæ sit subquadrupla ponderis Q, eidem æquipollere. In omnibus casibus potentia quæ ponderi prius æquipollebat, si vel ipsa tantillum augeatur, vel pondus minuatur, potest ipsum elevare. Q. E. D.

De-


Tab. II
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.



Defin. Cylindrum rectum Helice similiter sulcatum Cochleam appellant, & quidem Interiorem, si sulcata superficies convexa sit, Exteriorem si concava. Debet autem Cochlea Interior ita Exteriori conformis esse, ut pars parti apte respondeat (hujus eminentiis illius cavitatibus congruentibus) quo fiet ut Interior per Exteriorem permanentem tota labatur, vel etiam super Interiorem permanentem propellatur Exterior. Potissimum adhiberi solent Cochleæ obicibus propellendis, frangendis, aut comprimendis, aliisque motibus trusione factis; soletque forinsecus adhiberi manubrium, aut scytala cui vis applicatur. TAB. 3. fig. 5.

THEOR. XIV.

In Cochlea, si sit ut ambitus quem vis sive potentia applicata peragrat in una cochleæ conversione, ad Intervallum duarum continue proximarum spiralium conversionum (secundum cochleæ longitudinem æstimatum) sic pondus vel resistentia ad potentiam; æquipollebunt potentia & resistentia, & potentia tantillum aucta impedimentum movebit.

Intelligatur Cochlea Interior CA per Exteriorem fixam ope scytalæ CB, versando protrudi, simulque pondus P (vel quod ponderis instar est) elevare. Manifestum est ex Machinæ inspectione, in una cochleæ revolutione pondus tantum elevari, quantum est intervallum duarum spiralium proximarum; & potentiam tantum promoveri quantus est ambitus ab ista in una revolutione descriptus; hoc est ponderis via erit ad viam potentiæ eodem tempore factam, ut intervallum spiralium ad ambitum à potentia una revolutione descriptum; adeoque celeritas ponderis erit ad potentiæ celeritatem, in eadem ratione: ac proinde si sit ut potentia ad pondus ita prædictum intervallum duarum proximarum spiralium ad viam à potentia descriptam, potentia ponderi vel resistentiæ æquipollebit: quæ itaque tantillum aucta resistentiam superabit. Q. E. D.

Defin. Cuneum plerumque adhibent, ex ferro seu duriore aliqua materia, forma prismatis non admodum alti, cujus oppositæ bases sunt triangula isoscela; utriusvis hujus trianguli altitudinem appellant altitudinem cunei, ejusque trianguli

guli basin vocant cunei crassitiem, rectamque quæ triangulorum vertices conjungit, cunei aciem; quodque eorum bases conjungit parallelogrammum, cunei dorsum dicunt.

THEOR. XV.

Potentia cunei dorso directe applicata, quæ sit ad resistentiam à cuneo superandam ut cunei crassities ad ejusdem altitudinem, resistentiæ æquipollebit; & proinde aucta eandem superabit.

TAB. 3. *fig.* 6. Resistentia cuneo superanda sit *v. g.* ligni tenacitas seu firmitudo, aut alius quivis obex cuneo dirimendus. Patet dum cuneus adigitur in situm usque quem nunc obtinet, via potentiæ seu longitudo secundum suam propensionem percursa est BA; tantum enim & non amplius progressa est: eodemque modo DC est via impedimenti, atque dum detruditur cuneus per totam altitudinem suam, dividitur obex per totam cunei crassitiem; & in toto processu proportionaliter, ut patet ex natura trianguli: unde si sit ut cunei crassities ad ipsius altitudinem ita potentia ad resistentiam, hujus momentum illius momento æquale erit; adeoque potentia aucta resistentiam superabit.

SCHOLIUM.

Hinc per Instrumenta mechanica non augetur vis potentiæ, quod quidem fieri non potest; sed ponderis vel elevandi vel trahendi velocitas ita per instrumenti applicationem minuitur, ut ponderis momentum vi potentiæ non majus evadat. Sic *e. g.* si vis quædam agens possit elevare datum pondus unius libræ cum data velocitate, per nullum instrumentum fieri potest ut eadem vis elevet pondus duarum librarum cum eadem velocitate: potest tamen ope instrumenti cum velocitatis dimidio pondus duarum librarum elevare; imo potest eadem potentia pondus mille vel decies mille librarum elevare, cum velocitatis parte millesima vel decem millesima; sed non ideo augetur potentiæ vis, sed motus quem producit in elevando pondus illud magnum, omnino æqualis est motui qui producitur cum elevatur pondus unius libræ.

Ex dictis etiam patet ratio, cur in canalibus communicantibus diversæ amplitudinis conservatur liquorum æquilibrium.

brium. Sit enim canalis amplus ABCD, cum alio anguſtiore MNKH communicans in C; in utroque canali infuſa aqua ad eandem altitudinem aſſurget, & deſcendendi conatus, ſeu vis quam habet aqua in canali FH ad elabendum per orificium C, æqualis eſt vi aquæ in canali AC ad deſcendendum per idem orificium. Nam ſi ponatur aquam deſcendiſſe in canali AC per altitudinem AI, neceſſe eſt, ut aqua in canali FH aſcendat ad altitudinem HN, talem ſc. ut cylindrus aquæ MFGN æqualis ſit cylindro AILD, ſc. cylindro aquæ, quæ in canali AC deſcendit; ſed æqualium cylindrorum reciprocantur baſes & altitudines (per 15. Prop. El. duodecimi) hoc eſt, erit FM ad AI ut orificium AD ad orificium MN vel FG: ſed eſt FM ad AI ut velocitas aſcenſus aquæ in canali FN ad velocitatem deſcenſus aquæ in canali AC; & eſt orificium AD ad orificium MN, ut aqua in AC ad aquam in canali FH (nam cylindri æque alti ſunt inter ſe ut baſes) quare erit velocitas aquæ aſcendentis in canali FH ad velocitatem aquæ deſcendentis in canali AC, ut aqua in canali AC ad aquam in FH; hoc eſt, aquarum velocitates ſunt ipſis reciproce proportionales, & proinde erunt aquarum momenta æqualia; ſed ſunt contraria, quare nullus ſequetur motus. TAB. 3. fig. 7.

Hinc obiter patet ratio, cur aqua vel fluidum quodvis ex latiore in anguſtiorem alveum defluens majori celeritate moveatur.

Hinc ſi in corpore animali, Arteriarum ramuli vel Arteriæ capillares habeant ſummam orificiorum ſeu potius ſectionum transverſarum, majorem ſectione tranſverſa Arteriæ magnæ ſeu Aortæ, à qua omnes oriuntur; erit ſanguinis velocitas in extremitatibus corporis minor quam in Aorta; ſi vero æqualis ſit hæc ſumma ſectioni tranſverſæ Aortæ, erit velocitas ſanguinis in iiſdem æqualis velocitati ſanguinis in Aorta; ſi minor ſit ſumma, tunc major erit velocitas ſanguinis per extremas arterias tranſcurrentis quam in Aorta.

Lectio XI.

De Legibus Naturæ.

HActenus Theoremata de motus quantitate, ſpatiis à mobilibus percurſis, & quæ exinde conſequuntur corollaria demonſtrata dedimus; ad leges Naturæ jam deventum eſt, illas ſc. leges, quas omnia corpora naturaliaconſtanter obſervare neceſſe eſt. Has igitur eodem ordine, & iiſdem verbis, prout ab illuſtri *Newtono* proponuntur trademus, quarum prima hæc eſt.

LEX I.

Corpus omne perſeverat in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus à viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare.

Cum corpora naturalia conſtent ex materiæ maſſa, quæ ſibi ipſi nullam ſtatus ſui mutationem inducere queat; ſi prius quieſcebant corpora, oportet ut in ea quiete ſemper permaneant, niſi adſit vis nova ad motum in iis producendum; ſi vero in motu ſint, eadem energia ſeu vis motum ſemper conſervabit; & proinde corpora motum ſuum ſemper retinebunt & ſecundum eandem rectam eodem tenore ſemper progredientur, cum nec ſibi ipſis quietem, nec retardationem, nec directionis ſuæ mutationem ad deflectendum verſus dextram aut ſiniſtram acquirere valeant. Philoſophos novimus, qui facile agnoſcunt nullum corpus poſſe ſeipſum movere, hoc eſt, per ſe ex quiete ad motum tranſire; iidem non æque lubenter concedunt corpora ſemel mota non poſſe per ſe ad quietem tendere, eo quod videant projectorum motus paulatim langueſcere, & ipſa mobilia ultimò ad quietem pervenire.

Verum ut nullus modus, vel accidens, ſponte ſua ſeu per ſe deſtruitur, & ſicut omnes effectus à cauſis tranſeuntibus producti ſemper permanent, niſi adſit nova aliqua & extranea cauſa quæ ipſos tollat; ſic etiam motus ſemel inceptus ſemper continuabitur, niſi vis aliqua externa adſit, quæ ipſi obſtet; nec magis poteſt corpus ſemel motum, motumſeu energiam ſuam ad movendum deponere, & per ſe ad quietem

tem redire, quam potest figuram semel sibi inductam exuere, & aliam recentem absque causa extrinseca acquirere.

Inest præterea corporibus vis quædam, seu potius inertia, qua mutationi resistunt; unde est quod difficulter admodum è statu suo, qualiscunque is sit, deturbentur: vis vero illa eadem est in corporibus motis ac quiescentibus, nec minus resistunt corpora actioni, qua à motu ad quietem reducuntur, quam ei, qua à quiete ad motum transeunt; hoc est, non minor requiritur vis ad corporis alicujus motum sistendum, quam prius necessaria fuit ad eundem motum eidem corpori imprimendum: unde cum vis inertiæ æqualibus mutationibus æqualiter semper resistit, illa non minus efficax erit, ut corpus in motu semel incepto perseveret, quam ut corpus quiescens semper in eodem quietis statu permaneat.

Quidam sunt Philosophi, qui corpus ex sua natura tam ad motum quam ad quietem indifferens esse supponunt; at per indifferentiam illam non (ut opinor) intelligunt talem in corporibus dispositionem, per quam quieti aut motui nihil omnino resistunt; quippe hoc posito, sequeretur corpus quodvis maximum summa celeritate motum à minima quavis vi posse sisti; aut si quiesceret magnum illud corpus, ab alio quovis minimo propelli, absque ullo velocitatis corporis impellentis decremento; hoc est, corpus exiguum quodvis in aliud maximum impingens, posset illud secum abripere sine ulla ipsius retardatione; & utrumque corpus post impulsum junctim ferrentur ea celeritate, quam prius corpus illud exiguum habebat: quod absurdum esse omnes novimus. Non igitur indifferentia illa sita est in non renitentia ad motum ex statu quietis, aut ad quietem ex statu motus, sed in eo solum, quod corpus ex sua natura non magis ad motum quam ad quietem propendet, nec magis resistit transire à statu quietis ad motum, quam à motu rursus ad eandem quietem redire; potest præterea corpus quodvis quiescens à quavis vi moveri; potest æqualis vis secundum contrariam directionem agens motum illum destruere; atque in hoc indifferentiam illam sitam esse volunt.

Cum, ſecundum expoſitam naturæ legem, corpus omne ſemel motum in eodem motu ſemper perſeveret, quærunt Philoſophi cur projecta omnia motum ſuum (quem violentum vocant) ſenſim amittunt? Cur non in infinitum pergunt? Si motus ex ſua natura non langueſceret, potuiſſet lapis ex manu projicientis ſub initio mundi emiſſus ſpatium fere immenſum, & tantum non infinitum, pertranſiſſe. Sic quidem potuit, ſi in vacuo ſeu ſpatiis liberis motus abſque gravitate fieret. Verum cum omnia projecta vel per aërem vel ſuper aliorum corporum ſuperficies ſcabras ferantur, exinde provenit eorum retardatio; cum enim neceſſe ſit, ut mobilia aërem obſtantem è loco ſuo pellant & dimoveant, vel ut ſuperficiei ſuper quam moventur ſcabritiem vincant, oportet ut vim & motum illum omnem amittant, qui hiſce obſtaculis continuo impenditur; & proinde projectorum motus ſemper diminuetur. Si vero nulla eſſet medii reſiſtentia, nulla ſuperficiei, ſuper quam decurrunt mobilia, aſperitas, nulla gravitas, quæ corpora terram verſus continuo pelleret, abſque omni retardatione idem ſemper continuaretur motus. Sic in Cœlis, ubi medium tenuiſſimum eſt, Planetæ diutiſſime ſuos conſervare poſſunt motus; & ſuper glaciem, aut alias ſuperficies politas ſeu minime ſcabras, corpora ponderoſiora ſerius ad quietem reducuntur.

Deſinant jam Philoſophi continuati motus exquirere cauſam, alia quippe agnoſcenda eſt nulla, præter primam illam, quæ non modo motum ſed res omnes in *Eſſe* ſuo conſervat, Deum ſcil. Opt. Max. Nec alia ratione perſeverat motus, quam qua continuatur corporis alicujus figura, color, aut aliæ quævis iſtiuſmodi affectionum, quæ ſemper eædem permanerent, niſi vis aliqua externa eas turbaverit.

Multo quidem rectius & magis ſecundum bonæ methodi leges egiſſent, ſi rationes retardati & amiſſi motus inveſtigaſſent: verum quoſdam in hac re adeo cæcutire deprehendimus, ut illud ipſum ponant cauſam continuati motus, ex quo revera ejus retardatio provenit.

Deſinant etiam Philoſophi de communicatione motus tantas

tas lites movere ; ex ſupra poſitis enim facile intelligitur, cur lapis ex projicientis manu tanto cum impetu emittitur: quippe quum lapis in manu continetur, neceſſe eſt ut de motu ipſius manus participet (per Axiom. 8.) adeoque eadem celeritate & verſus eandem plagam, qua ipſa manus, feretur: ſed corpus omne naturale ſemel motum in eodem perſeverat motu (per legem ſupra poſitam) donec ab agente externo impediatur; unde cum projiciens manum ſuam retrahit, lapis non retractus recta progredietur. Eodem prorſus modo, ſi navis aut cymba ventis vel remis celeriter agatur, qui in ipſa ſedent eundem celerem motum ipſis communicatum habent; at ſi ſubito ſiſtatur navis, res omnes in navi poſitæ motum ſuum continuare conantur, & quæ ipſi navi firmiter non adhærent, poſt illius quietem relictis locis ſuis etiamnum progrediuntur; atque hinc periculum eſt ne homines in navi relative quieſcentes, poſt tam ſubitam & quaſi violentam ſtatus ſui mutationem, prorſum præcipitentur, cum ſcil. motus, quem prius ab ipſa navi accepêre, nondum deſtructus ſit.

Si lapis in funda celeriter circumagatur, ea celeritate circulum deſcribit quam habet ea fundæ pars in qua ponitur; cum vero corpus omne ſecundum rectam lineam progredi affectet, lapis in ſingulis orbitæ ſuæ punctis, ſecundum lineam orbitam in puncto in quo eſt tangentem egrederetur, niſi à filo detentus eſſet; adeoque ſi filum demittatur, rumpatur, vel alio quovis modo lapidem cohibere deſinat, lapis non ulterius in circulo ſed ſecundum rectam lineam movebitur, ſecluſo motu ex ipſius gravitate orto.

Conatus ille, quem lapis circumgyratus habet in quovis ſuæ orbitæ puncto ſecundum tangentem egrediendi, filum per quod in orbita detinetur tendit, & vis illa qua filum tenditur ex vi centrifuga oritur, per quam ſcil. à peripheria recedere conatur. Tenſionem hanc quiſque in funda facile experiri poteſt; & per experientiam invenimus, quo celerius circumgyratur lapis, vel etiam quo majus materiæ pondus in funda ponitur, eo majorem fieri fili tenſionem.

Ob hanc rationem volunt quidam Philoſophi centrifugam

hanc vim à ſola gravitate proficiſci; huic tamen ſententiæ nec ratio nec experientia favet: nam in funda non ſolum tenditur funis cum lapis partem ſuæ orbitæ infimam percurrit, ſed etiam dum ſuperiorem partem deſcribit; quod à gravitate oriri non poteſt, cum gravitas lapidem, in ſuperiore ſuæ orbitæ parte, tantum urgere poteſt verſus centrum, quæ directe contraria eſt vi centrifugæ quæ illum à centro recedere cogit. Præterea cum lapis in plano horizontali in circulo revolvitur, filum quoque tenditur; ſed gravitas tenſionem illam in illo plano nullo modo producere poteſt, cum lapis nec ſurſum nec deorſum feratur; cujus proinde motus à gravitate hac nec augebitur nec minuetur; non igitur â gravitate oritur vis centrifuga, ſed à ſolo conatu quem habent corpora omnia ſecundum rectam lineam progrediendi.

Si Terram circa ſuum axem rotari ſupponamus, nos omnes qui in ejus ſuperficie degimus una cum ipſa revolveremur; adeoque ſi ſubito ſiſteretur ejus motus, res omnes ipſi firmiter non adhærentes vehementi motu excuſſæ ab illa recederent; ſic etiam ſi circa Solem motu annuo deferatur, & ſubito illa revolutio ſiſteretur, res omnes excuſſæ, Planetarum inſtar, circa ſolem gyrarentur, ob eandem cauſam qua prius ipſa Tellus circa ſolem movebatur.

Cum Tellus circa axem vertatur, & res omnes in ipſa circulos deſcribant æquatori parallelos, quærunt Philoſophi unde ſit, ut corpora omnia ab ejus ſuperficie non excutiantur, cum per naturæ legem corpora omnia motum ſecundum rectam lineam affectant? Sic quidem excuterentur, niſi alia adeſſet vis, per quam ad terram detinentur, quæ eſt ipſa Gravitatio vi centrifugâ multo potentior.

Si vas aquæ plenum in plano quovis horizontali ponatur, & ſubito vi ſatis magna impellatur, aqua in vaſe ſub initio verſus partes motui vaſis contrarias tendere videbitur; non quod revera talis motus aquæ impreſſus eſt, ſed cum illa in eodem quieſcendi ſtatu permanere conatur, vas motum ſuum aquæ intra ipſum contentæ communicare ſtatim non poteſt, & proinde aqua à vaſe derelicta, & revera quieſcens, locum

ſuum

ſuum relativum mutare videbitur. Tandem poſtquam vaſis motus aquæ impreſſus eſt, & illa una cum vaſe uniformiter & eadem celeritate progredi cœperit, ſi ſubito ſiſtatur vas, aqua tamen in eodem motu perſeverare conabitur, & ſuper vaſis latera aſſurgens pars illius ulterius progredietur.

Si navis tempeſtate & turbulento mari jactetur, in ipſa ſedentes homines & relative quieſcentes doloribus, ægritudine, nauſea & vomitu afficientur, præſertim ſi mari minus aſſueti fuerint; cum ſcil. liquores in ipſorum ventriculis, inteſtinis, vaſis ſanguiferis, & cæteris ductibus contenti, navis jactationibus non ſtatim obediunt, unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur, & morbi orientur.

LEX II.

Mutatio motus eſt ſemper proportionalis vi motrici impreſſæ, & fit ſemper ſecundum rectam lineam, qua vis illa imprimitur.

Sequitur ex axiomate 4: ſi enim vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit; & hic motus quoniam in eandem ſemper plagam cum vi generatrice determinatur (quippe ab illa tantum oritur) fiet ſemper ſecundum eandem plagam (per legem primam;) nec poteſt corpus ſecundum aliam quamvis plagam deflectere, niſi adſit nova vis priori obſtans; adeoque ſi corpus antea movebatur, motus ex vi impreſſa productus motui priori vel conſpiranti additur, vel contrario ſubducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo ſecundum utriuſque determinationem componitur.

Si vis aliqua in dato corpore motum producat, (per legem primam) corpus illud in motu ſuo ſemper perſeverabit: ſi vero poſtea vis eadem vel æqualis ſecundum eandem directionem rurſus in idem corpus agat, motus exinde productus priori æqualis erit, & proinde ſumma motuum prioris dupla erit: ſi denuo vis eadem tertio in idem corpus ſimiliter agat, motus hinc ortus erit etiam primo æqualis, & proinde ſumma motuum erit motûs primo impreſſi tripla; & ſimiliter ſi vis eadem rurſus in idem corpus ageret, omnium

mnium motuum ſumma erit primo impreſſi quadrupla, & ſic continuo.

Hinc ſi vis hæc nova æqualibus temporum intervallis continuo æqualiter ageret, motus exinde ortus eſſet ut ſumma temporum quibus generatur; adeoque cum, ob datum corpus, motus ſit ut velocitas, erunt velocitates ſic genitæ ut tempora ab initio motus, & motus erit æqualiter acceleratus; hinc ſequentia Theoremata facile demonſtrantur.

THEOR. XVI.

Si corpora in omnibus à Terra diſtantiis æqualiter gravitarent, eſſet motus corporum, ſua gravitate in eadem recta cadentium, motus æquabiliter acceleratus.

Supponatur tempus in quo grave cadit diviſum eſſe in particulas æquales & valde exiguas, & gravitas prima temporis particula agens corpus verſus centrum pellat: ſi jam poſt primum illud tempus omnis gravitatis actio ceſſaret, & corpus deſineret eſſe grave, nihilominus motus ex primo impulſu acceptus ſemper continuaretur, & corpus ad terram æqualiter accederet (per legem primam:) verum cum corpus continuo ſit grave, & gravitas indeſinenter agat, etiam in ſecunda temporis particula eadem gravitatio alium impulſum priori æqualem ipſi communicabit, & corporis velocitas poſt duos hos impulſus prioris dupla erit; & ſi vis gravitatis omnino tolleretur, corpus tamen cum eadem celeritate in eadem recta moveri perſeverabit; cum vero & tertiâ temporis particulâ corpus eadem gravitate urgeatur, alium quoque motum priorum utrivis æqualem poſt tertium illud tempus acquiret; ſic etiam in quarta temporis particula gravitatio quartum impetum ſingulis priorum æqualem ipſi gravi ſuperaddit; & ſic de cæteris. Impetus igitur ſeu motus corporis dati à gravitate acquiſiti ſunt ut particulæ temporis ab initio elapſæ, adeoque cum actio gravitationis ſit continua, ſi particulæ illæ infinite exiguæ ſumantur, erit corporis cadentis motus ex gravitate acquiſitus, ut tempus ab initio caſus elapſum; cumque corpus datum ſit, erit motus ut ipſius velocitas, ergo velocitas erit ſemper ut tempus

pus in quo acquiritur. Gravi igitur cadenti æqualibus intervallis æqualia accedunt velocitatis incrementa, & proinde ejus motus erit uniformiter acceleratus. Q. E. D.

Similiter ex iisdem principiis demonstrari potest, corporum in eâdem rectâ sursum tendentium motum esse æquabiliter retardatum; cum scil. vis gravitatis, contra motum inceptum continuo & æqualiter agens, æqualibus temporibus æqualiter ipsius motum minuat, usque dum velocitas omnis sursum omnino sublata sit.

Cor. Recta AB exponat tempus quo corpus cadit, & BC cum AB faciens angulum rectum exponat velocitatem in fine istius casus acquisitam; jungatur AC, & per punctum quodvis D ducatur DE ad BC parallela; erit hæc ut velocitas in fine temporis AD acquisita. Nam (ob triangula ABC ADE æquiangula) est AB ad AD sicut BC ad DE; sed BC repræsentat velocitatem in tempore AB, quare (cum velocitates sunt ut tempora) DE repræsentabit velocitatem acquisitam in fine temporis AD: similiter FG repræsentabit velocitatem in puncto temporis F; & in omnibus temporis punctis velocitates erunt ut rectæ intra triangulum per ipsum ductæ & basi BC parallelæ. Tab. 3. fig. 8.

THEOR. XVII.

Si grave ex quiete, motu uniformiter accelerato descendat; spatium, quod ab ipso in dato ab initio motûs tempore percurritur, dimidium erit istius quod in illo tempore uniformiter percurri potest, cum ea velocitate quæ in fine istius temporis à gravi cadente acquiritur.

Sit AB tempus in quo cadit grave, sitque BC velocitas ultimò acquisita, compleatur triangulum ABC & rectangulum ABCD; porro distinguatur tempus AB in innumeras particulas *ei*, *im*, *mp*, &c. Ducantur *ef*, *ik*, *mn*, *pq*, &c. basi parallelæ: (Per Cor. præced.) *ef* erit ut velocitas gravis in temporis particulâ infinite exiguâ *ei*; & *ik* erit ejus velocitas in particula temporis *im*; item *mn* erit ipsius velocitas ad punctum temporis *mp*; & sic *qp* erit velocitas in temporis particula *po*. Sed (per Cor. Theor. 7.) spatium in quovis tempore & cum quavis celeritate percursum Tab. 4. fig. 1.

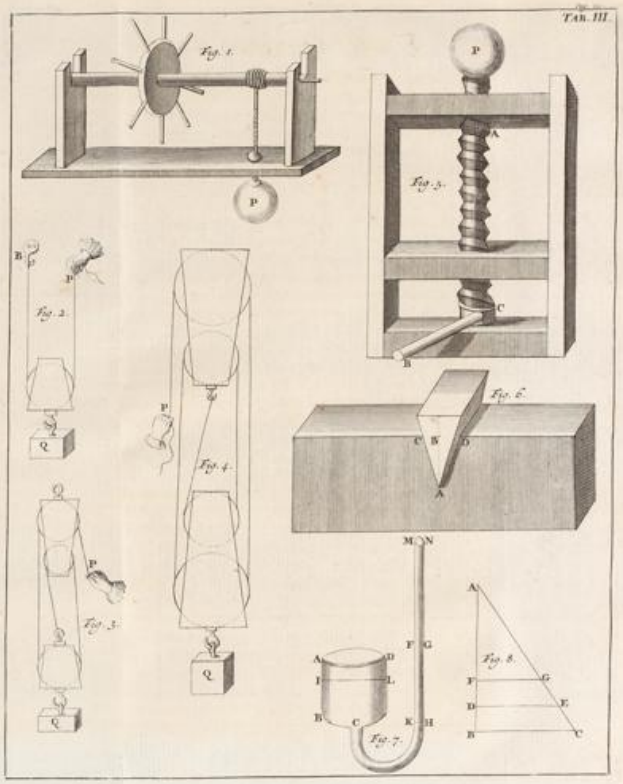
est ut rectangulum sub eo tempore & celeritate; quare erit spatium percursum tempore *ei* cum velocitate *ef* ut rectangulum *if*; sic spatium percursum tempore *im* cum celeritate *ik* erit ut rectangulum *mk*; sic etiam spatium percursum cum celeritate *mn* tempore *mp* erit ut rectangulum *pn*; & sic de cæteris. Quare erit spatium percursum, in omnibus hisce temporibus, ut omnia hæc rectangula, seu ut rectangulorum omnium summa; cum autem temporis particulæ infinite exiguæ sint, erit omnium rectangulorum summa æqualis triangulo ABC. Est vero (per supra citatum Corol. Theor. 7.) spatium à mobili percursum tempore AB cum uniformi celeritate BC ut rectangulum ABCD; unde erit spatium percursum à gravi in dato tempore cadenti ex quiete, ad spatium percursum in eodem tempore, velocitate uniformi cum æquali ei quæ ultimo acquiritur à gravi cadente, ut triangulum ABC ad rectangulum ABCD: sed triangulum ABC est dimidium rectanguli ABCD, unde erit spatium quod à gravi cadente ab initio casus in dato tempore percurritur, dimidium ejus quod percurri potest in eodem tempore cum velocitate ultimo acquisitâ. Q. E. D.

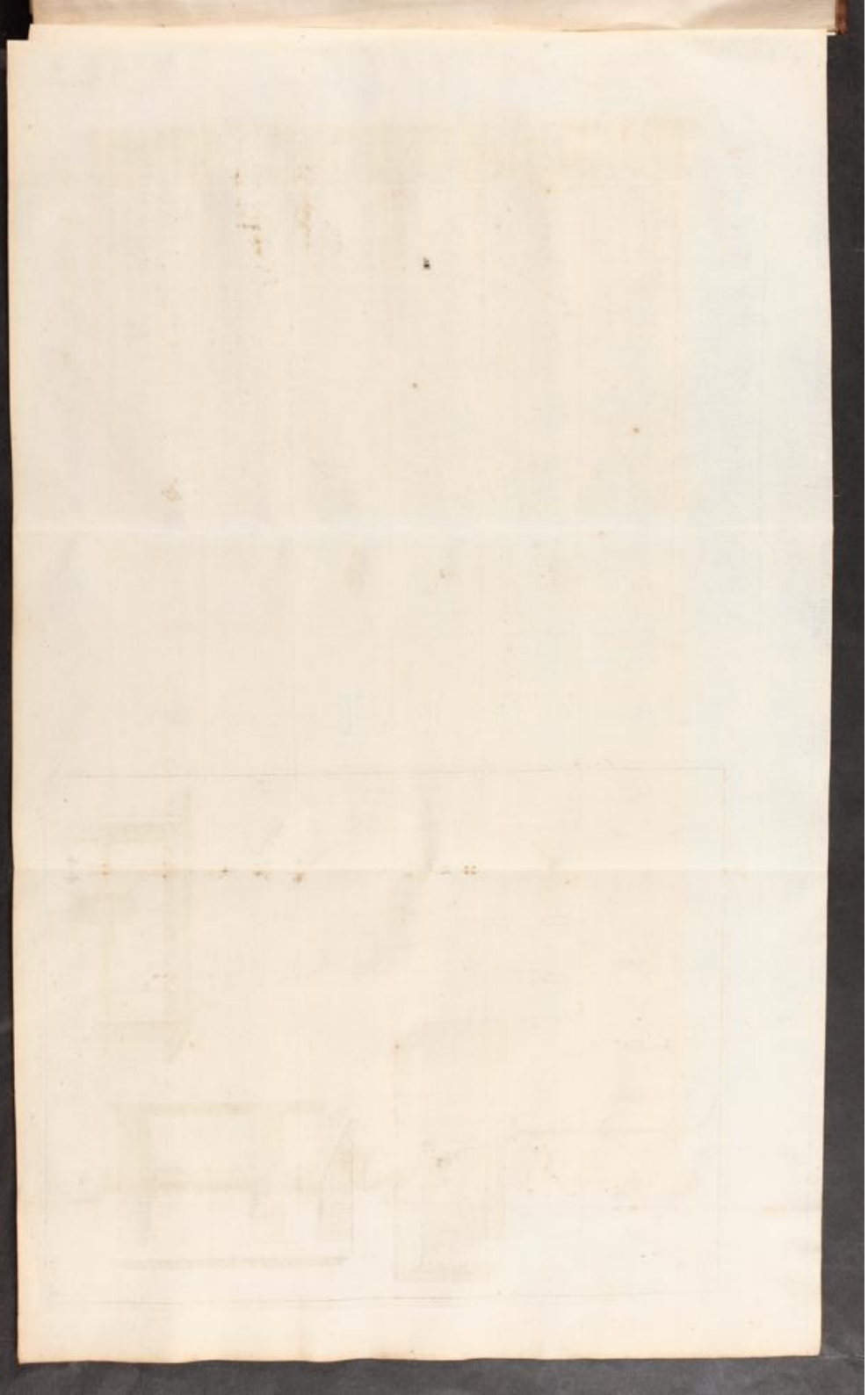
Cor. 1. Spatium quod percurritur cum velocitate CB in tempore æquali dimidio ipsius AB, æquale erit spatio à gravi cadenti tempore AB percurso.

Tab. 3. fig. 3. *Cor.* 2. Ex ipsa demonstratione sequitur quod sicut spatium percursum tempore AB repræsentatur per triangulum ABC, sic spatium tempore AF à gravi emensum per triangulum AFG repræsentari posse; item spatium peractum tempore AD per triangulum ADE exponetur.

Cor. 3. Spatia percursa ab initio casus computando, sunt in duplicata ratione temporum; nam spatium percursum tempore AB est ad spatium percursum in tempore AF ut triangulum ABC ad triang. AFG; sed (ob similia triangula ABC, AFG) triangulum ABC est ad triangulum AFG in duplicata ratione lateris AB ad latus AF: adeoque erit spatium percursum tempore AB ad spatium percursum tempore AF in duplicata ratione temporis AB ad tempus AF. Sunt igitur spatia percursa à gravi è quiete cadente, ut quadra-

ta


Fig. 1.
P
P
Fig. 2.
B
P
Q
Fig. 3.
P
Q
Fig. 4.
P
Q
Fig. 5.
A
C
B
P
Fig. 6.
C
B
D
A
M
N
Fig. 7.
A
D
F
G
I
L
B
C
K
H
Fig. 8.
A
F
G
D
E
B
C



ta temporum quibus percurruntur.

Cor. 4. Hinc ſi grave in dato tempore è quiete cadens percurrat ſpatium quodvis, ſpatium in duplo tempore percurſum erit prioris quadruplum, in triplo tempore ſpatium peractum erit novies majus quam illud quod primo percurritur, *&c.* Hoc eſt, ſi tempora ſumantur ut 1. 2. 3. 4. 5. *&c.* ſpatia hiſce temporibus deſcripta ab initio motus computando erunt ut 1. 4. 9. 16. 25.

Cor. 5. Cum ſpatium percurſum in primo tempore ſit ut 1, in ſecundo ut 4, computando ab initio, erit ſpatium in ſecundo tempore ſeorſim deſcriptum ut 3; eodem modo cum ſpatium deſcriptum in fine temporis tertii ſit ut 9, & in fine temporis ſecundi ut 4, erit ſpatium deſcriptum in tempore tertio ſeorſim ſumpto ut 5; & ſic de cæteris: ſumendo igitur temporis partes æquales, erunt ſpatia à gravi è quiete cadenti in ſingulis ſeorſim deſcripta ut 1. 3. 5. 7. 9. 11. *&c.* ſcil. ut numeri impares.

Cor. 6. Hinc etiam cum velocitates cadendo acquiſitæ ſint ut tempora, erunt ſpatia percurſa etiam ut quadrata velocitatum; & tam velocitates quam tempora erunt in ſubduplicata ratione ſpatiorum per quæ grave cadit ab initio motûs.

Lectio XII.

LEX III.

Actioni ſemper contraria & æqualis eſt Reactio; ſeu corporum duorum actiones in ſe mutuo æquales ſunt, & in partes contrarias diriguntur. Hoc eſt, per actionem & reactionem æquales motûs mutationes in corporibus in ſe invicem agentibus producuntur, quæ mutationes verſus contrarias partes imprimuntur.

Hæc Lex non aliter melius quam per exempla poteſt illuſtrari.

1. Si corpus unum in alterum quieſcens impingat, quicquid motus quieſcenti imprimitur, tantundem præciſe impingenti ſubtrahitur, *v. g.* Si corpus A cum duodecim motus partibus verſus corpus B feratur, & poſtquam in illud impegerit communicentur ipſi B 5 partes motus, reſtabunt Tab. 4. *fig.* 2.

ipſi A motus partes tantummodo 7. adeoque mutationes quæ utrique corpori contingunt æquales erunt: idemque omnino erit effectus ac ſi vis 5 partibus motûs æquipollens impelleret corpus B verſus C, & alia huic æqualis in corpus A ageret, & ipſum in contrarias partes verſus H urgeret.

2. Si corpus B non quieſcat, ſed tendat verſus C, & corpus A celerius motum in ipſum impingat; tantundem motus deperdet corpus A quantum corpus B lucratum eſt, & mutationes motus per impulſum in utroque corpore productæ (hoc eſt incrementum motus unius & decrementum alterius) æquales erunt.

3. Si corpora A & B ſibi obviam veniant, & A feratur verſus C cum 12 motus partibus, B vero verſus H cum tribus motus partibus; qualiſcunque motus mutatio corpori B accidat, eadem omnino corpori A continget: *v. g.* Si poſt occurſum feratur B verſus C cum partibus motus duabus, mutatio motus quæ ipſi inducta eſt erit partium quinque; æqualis ſcilicet ſummæ duorum motuum, illius nempe quo prius verſus H ferebatur, quique per impulſum corporis A deſtructus eſt, & illius qui de novo recipitur cum quo verſus plagam C tendit; & motus in corpore A amiſſus hiſce 5 motus partibus præciſe æqualis erit: adeoque (ut in primo exemplo) idem omnino ſequitur effectus, qualis fuiſſet ſi vis cum 5 motus partibus pelleret B verſus C, & alia huic æqualis in corpus A imprimeretur, quæ illud verſus partes H ageret,

Verum univerſaliter ictus magnitudo quæ ab occurſu duorum corporum oritur, in utroque corpore ſemper æqualiter recipitur; unde & mutationes motus quæ ab ictu producuntur in utroque corpore ſemper æquales erunt.

Sic ſi malleus ferreus vitrum percutiat, ictus tam in malleo quam in vitro æqualiter recipitur, & vitrum frangitur, ferro integro manente; non quod major eſt vis percuſſionis vitro impreſſa, quam eſt illa quæ in malleo recipitur, ſed quia partes ferri duriores & firmius inter ſe cohærentes, multo fortius eidem percuſſionis vi reſiſtunt, quam vitri particulæ fragiles & minus cohærentes. Eodem prorſus modo ſi corpus

pus aliquod tenui filo muro alligetur, parva vis sufficiens erit ad illud divellendum; si vero prægrandi fune idem corpus muro alligatum esset, vis prior æqualiter applicata parum proficeret ad corpus avellendum.

4. Si equus lapidem funi alligatum trahat, retrahetur etiam equus æqualiter in lapidem; nam funis utrinque distentus eodem se relaxandi conatu æqualiter urgebit lapidem versus equum, & equum versus lapidem; unde attractionis vires, tam in equo quam in lapide, æquales erunt; verum cum tanta sit firmitudo & vis equi solo insistentis, ut tractioni funis resistere possit, ille funi trahenti minime cedet, nec per ejus vim è loco suo dimovebitur; at lapis, cui non tanta inest resistendi vis, versus equum promovebitur.

5. In attractionibus magneticis, non solum magnes trahit ferrum, verum & æqualiter vicissim ab ipso ferro trahitur; quod experientia constat: imponatur enim magnes suberis frusto B, & ferrum A similiter alio suberis frusto imponatur, ut tam magnes quam ferrum aquæ innatent: deinde manu teneatur magnes, & ferrum videbimus ad magnetem accedere, si vero ferrum immobile teneatur, ad illud accedere magnetem deprehendemus; sed si utrumque corpus aquæ libere innatare permittatur, magnes & ferrum sibi mutuo obviam ire conspicientur, & attractionis vis in utrumque æqualiter aget, æquales motus in utroque producendo: dico motus æquales fore; non item celeritates, nisi ferrum & magnes ejusdem sint ponderis; si enim diversi sint ponderis, quod magis ponderat minorem habebit celeritatem. *e. g.* Si magnes sit ferro decuplo ponderosior, ferrum vicissim decuplo majorem velocitatem habebit; ut scil. æquales motuum quantitates in utroque corpore generentur, adeoque non convenient magnes & ferrum in medio puncto E, sed in puncto D, quod ita dividet distantiam BA, ut BD sit ad DA ut pondus A ad pondus B; sic in allato exemplo, si BD sit totius distantiæ pars undecima, punctum D erit ubi magnes & ferrum sibi mutuo occurrent: cum enim BD sit pars undecima distantiæ BA; erit BD ad DA ut 1 ad 10; sed ut 1 ad 10 ita (per superius dicta) erit velocitas corporis B ad

TAB. 4. *fig* 3.

velocitatem corporis A; quare cum ſpatia percurſa in dato tempore ſint velocitatibus proportionalia, tempore quo corpus A percurret ſpatium AD, corpus B cum decimâ velocitatis parte latum percurret ſpatium æquale decimæ iſtius ſpatii parti; adeoque in puncto D poſt illud tempus reperietur, in quo igitur puncto magnes & ferrum ſibi mutuo occurrent. Eodem modo duo magnetes ſuberis diverſis particulis impoſiti, ſi eorum poli amici invicem obvertantur, æqualiter ſeſe mutuo attrahent: ſi vero poli inimici ſibi invicem juxta ponantur, poli hi ſeſe mutuo fugient, & quantitates motuum, vi fugæ productæ, in utroque æquales erunt.

Tab. 4. fig. 4. 6. In aliis attractionibus idem oſtenditur. Sint enim duæ cymbæ A & B aquæ innatantes, & homo in illarum una *v. g.* in A poſitus ope funis verſus ſe trahat cymbam alteram B; non ſolum hac tractione B accedet ad A, verum etiam A verſus B æqualiter trahetur; & quantitates motuum, attractione productæ, in utraque cymba æquales erunt: unde ſi cymbæ pondere ſint æquales, cæteris paribus, æquales habebunt velocitates, & in medio puncto E convenient. Sin una illarum altera major ſit, hoc eſt, majorem habeat in ſe materiæ quantitatem ſeu majus pondus, quæ major eſt minus habebit velocitatis; *e. g.* ſi cymba B ſit decuplo major cymba A, velocitas ipſius A decuplo major erit velocitate cymbæ B, & cymbæ convenient in puncto G, quod ita dividit illarum diſtantiam primam AD, ut AG ſit decuplo major quam GD; hoc eſt, erit GD pars undecima totius diſtantiæ AD; ſi vero B ſit navigium millecuplo vel decem-millecuplo majus quam A, ipſius velocitas erit millecuplo vel decem-millecuplo minor velocitate A, adeoque vix ſenſibilis. Si jam B ſit aliud corpus infinite magnum, illius velocitas erit infinite parva, hoc eſt, prorſus nulla reſpectu velocitatis ipſius A. Hinc ſi funis littori alligetur, & homo in cymba per funem trahat ad ſe littus, cymba ad littus accedet, & littus ad cymbam; cum vero littus reliquæ terrenæ moli firmiter adhæret, ejus magnitudo, quæ eadem eſt cum totius terræ magnitudine, reſpectu cymbæ erit valde immenſa & tantum non infinita, adeoque ejus velocitas erit fere infinite

finite exigua & (ut dicam) nulla; ac proinde littus poteſt tanquam firmus obex conſiderari qui cedere neſcit, & tota velocitas tanquam cymbæ inhærens æſtimari poteſt. Si navigii B pondus ſit mille talentorum & feratur verſus F cum velocitatis gradibus centum, erit (per Theor. tertium) momentum illius navigii partium centum millium: ſi jam navigio B alligetur cymba A, cujus pondus ſit decem talentorum, quicquid motûs communicatur hac ratione cymbæ A, tantundem decedit navigio B.

7. Si quis in cymba A trahat funem AE, per quem navigio B alligatur, ita ut hac tractione cymba promoveatur cum quingentis velocitatis partibus, erit motus exinde ortus 5 millium partium, & tantundem ſui motus amittet navigium B; cui proinde reſtabunt motus partes nonaginta quinque mille, unde erit velocitas navigii B partium nonaginta & quinque.

8. Si quis in navigio A ſedens per contum aut aliud ejuſmodi inſtrumentum pellat aut protrudat navigium B verſus partes F, per illam truſionem retro cedet etiam navigium A verſus partes contrarias, ita ut in utroque navigio æquales ſint motus quantitates, quæ ab hominis propellentis vi oriuntur; unde ſi navigium B ſit decuplo majus navigio A, decuplo minorem habebit velocitatem; ſi centuplo ſit majus, habebit viciſſim centeſimam partem velocitatis navigii A; adeoque ſi B ſit corpus quodvis immenſum, erit velocitas navigii A immenſa reſpectu illius quæ inveniri debet in cymba B; unde ſi quis in nave ſedens per contum terram & littus à ſe protrudat, recedet hac truſione navis à littore; littus enim tanquam corpus immenſum & firmus obex reſpectu navis conſiderari poteſt, cujus proinde velocitas erit minima aut plane nulla reſpectu illius quæ in navigio reperitur.

Si navigium EDG remis agatur, cum aqua per remorum palmulas AB retro pellitur verſus partes C, illa rurſus æqualiter in remos reaget, eoſque una cum navigio cui affixi ſunt verſus partes H propellet, ob quam ſolam cauſam promovebitur navigium; ſi enim nulla eſſet reactio, & aqua nullum imprimeret motum remis verſus partes H, cum ipſa in contra- TAB. 4. *fig.* 5.

trarias partes per remos truditur, ſubſiſteret navigium; quandoquidem nihil eſſet quod illud verſus plagam H propelleret: verum cum aqua reagendo tantum motûs imprimit navigio ED quantum ipſa exinde per remos acceperit, hinc ſequitur, quo majores ſunt remorum palmulæ, vel numero plures, cæteris paribus, vel etiam quo celerius intra aquam agantur, eo concitatiori impetu progredi navigium.

Hinc cum natatio nihil aliud ſit quam brachiorum pedumque remigium, facile intelligitur cur intra aquas promovemur natando; cum ſcil. per manuum pedumque palmas aqua impellitur retrorſum, illa reagendo in contrariam plagam natantes propellet, ita ut motus in aquâ genitus æqualis ſit motui, quo natantes progrediuntur. Idem etiam dicendum eſt de avium volatu; cum enim aves per alas ſuas aërem deorſum feriunt, aër reagendo eas ſurſum elevabit; ſi verſus orientem aërem pellant, reactio aëris ipſas in occidentem tendere cogit. Sic pulvis pyrius intra tormentum bellicum accenſus rarefit, & vi ſuâ æqualiter agit in globum miſſilem & tormentum unde globus expellitur; aër enim rarefactus in omnem partem ſe expandere ſatagens, æqualiter tam tormentum retrorſum quam globum antrorſum urgebit, & inde elater in utroque æquales motûs quantitates producet; & dividendo has motuum quantitates tam per pondus tormenti quam per pondus globi, velocitates exinde ortæ erunt ponderibus reciproce proportionales.

Cum omnia corpora in ſuperficie terræ poſita verſus terram gravitent, viciſſim tellus in corpora ſingula gravitabit & verſus illa attrahetur, & motus hac attractione geniti, cum in terra tum in corporibus gravibus deſcendentibus, æquales erunt; ita ſi lapis vi gravitatis ſuæ deorſum ad terram cadat, terra viciſſim ad lapidem aſſurget: cum vero quantitas materiæ in terra immenſe ſuperat quantitatem materiæ in lapide, velocitas lapidis viciſſim immenſe ſuperabit velocitatem quâ terra ad lapidem tendit, adeoque (ſi phyſice loquamur) velocitas terræ nulla erit, quod calculo ſic patebit: ponamus lapidem centum pedum ſolidorum verſus terram deſcendentem; ſpatium à lapide tempore unius minu-

nuti ſecundi decurſum erit quindecim circiter pedum: ſed (juxta illos qui de terræ dimenſione ſcripſerunt) tota globi terraquei moles continet pedes ſolidos 30 000 000 000 000 000 000 000 000; ponamus jam terram ubique eſſe ejuſdem denſitatis cum vulgaribus lapidibus (quamvis omnino credibile eſt ipſam eſſe multo denſiorem.) Unde erit materiæ quantitas in terra, ad quantitatem materiæ in lapide centum pedum, ut 300 000 000 000 000 000 000 000 ad 1; proinde dum lapis centum pedum gravitate impulſus deſcendere debet per ſpatium quindecim pedum, terra verſus lapidem trahetur per unius pedis partes $\frac{15}{300\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}$ quæ tantilla eſt quantitas ut ipſam imaginandi vim effugiat: & proinde in Phyſica negligi poteſt & pro nulla haberi, quamvis Geometrice & ſecundum veritatem loquendo, dicendum eſt terram ad lapidem accedere, & utrumque corpus æqualiter ſe mutuo trahere.

Si luna per gravitatem in ſua orbita detineatur ne à terra recedat; hoc eſt, ſi luna verſus terram gravitet, terra viciſſim & omnes ejus partes verſus lunam gravitabunt, & hinc continuus orietur fluxus atque refluxus maris: ſed hoc obiter, alibi enim motum maris fuſius explicabimus.

Sit navis in aquâ quieſcens, quæ facile à quolibet impulſu externo moveri poteſt, nulla tamen eſt vis intra navem agens, eique ſolum innitens, quæ ipſam promovere poteſt: ſit enim GH navis, & ponatur intra navem machina quævis, *v. g.* corpus elaſticum ABC, quod vehementer conſtrictum reſilire per ſe poteſt; porro compreſſa machina, latus BC approximabitur lateri AB; elater naturali ſua energia ſeu vi ſua reſtitutiva ſe utrinque æqualiter explicare ſatagens, æqualiter impellet tabulatum DA verſus G, & tabulatum EF verſus H; & proinde navis duobus hiſce contrariis & æqualibus motibus impulſa non movebitur: eodem plane modo, ſi quis in prora ſtans ad H per funem trahat ad ſe puppim G, funis utrinque diſtentus relaxandi ſe conatu æqualiter urgebit puppim verſus hominem trahentem, & trahentem verſus puppim; cumque trahens ipſi proræ inſiſtit, prora viciſſim ad puppim æqua- TAB. 4. *fig.* 6.

æqualiter trahetur, unde & hi duo motus contrarii & æquales ſe invicem deſtruent, & nullus ſequetur motus.

Ex hac lege ſequentia demonſtrantur Theoremata.

THEOR. XVIII.

Si corpus unum alteri vel quieſcenti vel ſecundum eandem directionem tardius moto impingat, ſumma motuum in utroque corpore verſus eaſdem partes eadem manebit poſt impactum quæ fuit ante impactum.

Tab. 4. fig. 7. Moveatur Corpus A ſecundum directionem CD à C verſus D, atque in aliud corpus B impingat, quod vel quieſcat vel ſecundum eandem directionem tardius moveatur: dico ſummam motuum in utroque corpore verſus eaſdem partes, à C ſcil. verſus D, ante & poſt impulſum eandem manere. Exponat CD motum corporis A, & ſi corpus B moveatur, recta EF motum ejus exponat verſus eaſdem partes, & proinde ſumma motuum per ſummam rectarum CD, EF exponetur: cum jam actio & reactio æquales ſemper ſint & contrariæ, æquales vires verſus contrarias partes impreſſæ, æquales in utroque corpore producent motuum mutationes verſus contrarias plagas; ſi igitur motus per impactum corporis A ipſi B impreſſus repræſentetur per FG, vis contraria & æqualis in corpus A agens tantundem ſul ducet de ejus motu verſus eaſdem partes facto; adeoque ponendo DK ipſi FG æqualem, erit CK ut motus corporis A & EG ut motus corporis B poſt occurſum; & proinde ſumma motuum erit ut ſumma rectarum CK, EG: cum autem FG ſit æqualis KD, ſi utriſque addantur EF & CK, erunt EG & CK æquales ipſis CD, EF: unde eadem manebit ſumma motuum verſus eaſdem partes & ante & poſt impulſum. Si FG ſit æqualis CD, punctum K coincidet cum C & CK æqualis erit nihilo; unde poſt impulſum quieſcet corpus A. Si vero FG major ſit quam CD, punctum K cadet ultra C, & motus ipſius A erit negativus ſeu verſus contrarias partes factus à C verſus K, & ſumma motuum verſus partes G factorum, erit ut EG dempto CK; nam ſumma duarum quantitatum, quarum una eſt poſitiva, altera negativa, eſt ipſarum differentia. Quoniam autem FG = KD, utrique addatur EF − CK, & erit EF + FG − CK, hoc eſt EG − CK

Tab. 4. fig. 8.

Tab. 4. fig. 9.

CK = KD + EF − CK, hoc est EF + CD; unde summa motuum versus easdem partes, quæ hic est differentia motuum versus contrarias partes factorum ante & post impactum, eadem manet. Q. E. D.

Cor. Eodem modo si plura corpora versus easdem partes mota in sese impingant, summa motuum versus easdem partes non mutabitur.

THEOR. XIX.

Si duo corpora ad partes contrarias mota sibi mutuo directe occurrant, summa motuum ad eandem partem (quæ est differentia motuum ad partes contrarias factorum) ante & post occursum versus eandem semper partem eadem perseverabit.

Moveatur corpus A à C versus D, cujus motus exponatur per CD; B vero in contrariam partem scil. ab E ad F moveatur, cum motu ut EF; ponatur DH ipsi EF æqualis; eritque CH, quæ est differentia motuum ad partes contrarias, ut summa motuum factorum ad partem G; dico eandem CH esse ut summa motuum versus eandem partem G post occursum. Sit enim motus corporis B post impactum versus partem G, & per rectam EG repræsentetur; vis igitur impulsus in corpus B versus partem G impressa, æquipollebit summæ motuum EF, EG, & per rectam FG repræsentabitur; nam per illam vim destruitur motus ut EF, versus partem F, & novus ut EG imprimitur versus contrariam partem G; cum vero vis impulsus æqualiter in utrumque corpus agit versus contrarias partes, si fiat DK æqualis ipsi FG, hæc repræsentabit vim in corpore A exercitam versus contrariam ejus motui plagam; adeoque si motus ut DK subducatur à motu ut CD, restabit CK ut verus motus corporis A versus partem G. Jam cum DK æqualis sit FG, & DH æqualis FE, erit DK demptâ DH, hoc est KH æqualis FG demptâ FE, hoc est EG: & proinde cum sit KH æqualis EG, erit KH ut motus corporis B post occursum; sed CK est ut motus corporis A, adeoque CK, KH, *i. e.* CH erit summa motuum in utroque corpore versus partem G. Q. E. D. Si FG sit æqualis CD, cadet punctum K in C, & motus A erit æqualis nihilo, hoc est, quiescet corpus A post impactum, & CH erit æqualis EG.

TAB. 4. *fig.* 10.

TAB. 4. *fig.* 11.

Tab. 4. fig. 12. EG. Si vero FG major sit quam CD, punctum K cadet ultra C ad alteram partem, & motus corporis A erit à C versus K: est vero (ob FG æqualem ipsi DK & FE æqualem DH) KH æqualis ipsi EG, & proinde si ab utraque dematur CK, erit CH æqualis rectæ EG demptâ CK; sed CH erat ut summa motuum versus partem G factorum ante occursum, & est EG demptâ CK ut summa motuum versus eandem partem factorum, differentia scil. motuum versus contrarias partes post occursum. Quare eadem manebit summa motuum versus eandem partem ante & post impactum.

Duo hæc ultima Theoremata simul & iisdem verbis sic optimè à *Newtono* enuntiantur.

Quantitas motus, quæ colligitur capiendo summam motuum factorum ad eandem partem, & differentiam factorum ad contrarias partes, non mutatur ab actione corporum inter se.

Lectio XIII.

Definitiones Secundæ.

I. *Centrum Gravitatis cujusque corporis est punctum illud intra corpus positum, per quod si utcunque incedat planum, quæ utrinque sunt corporis gravis Segmenta circa planum illud librata æquiponderabunt.*

Hinc, si corpus ex centro suæ gravitatis suspendatur, situm quemcunque datum retinebit; cum scil. partes corporis circa centrum undique æqualium momentorum consistunt, seu æquales habent ad motum propensiones.

II. *Duorum corporum commune gravitatis centrum vocamus punctum in recta ipsorum centra conjungente ita situm, ut distantiæ corporum ab illo puncto sint in ratione reciproca corporum.*

Tab. 4. fig. 13. Sint duo corpora A, B, quorum gravitatis centra conjungat recta AB, quæ ita sit in C divisa, ut AC sit ad BC, ut corpus B, hoc est, materia in B ad corpus A vel materiam in A; punctum illud C dicitur commune corporum A & B centrum gravitatis; ideo scilicet, quia si corpora illa circa punctum illud in iisdem ab ipso distantiis rotarentur, situm quem-

quemcunque datum retinerent; (ut demonstratum est in Theoremate 11.)

III. *Similiter, si sint tria corpora* A, B, D, *sitque* C *centrum gravitatis duorum* A & B, *& dividatur recta* CD *in* E, *ita ut* CE *sit ad* DE *ut pondus corporis* D *ad pondus duorum* A & B *simul, dicitur punctum illud* E *trium horum corporum commune gravitatis centrum; circa quod etiam corpora illa rotata situm quemcunque datum retinerent.* TAB 4. fig. 14.

IV. *Eodem modo, si sint quatuor corpora* A, B, D, F, *& sit* E *commune centrum gravitatis trium illorum* A, B, D; *punctum* G, *quod ita dividat rectam* EF *ut* EG *sit ad* GF *ut pondus corporis* F *ad pondus corporum* A, B, D *simul, vocatur horum quatuor commune centrum gravitatis.* TAB 4. fig. 15.

Atque eodem modo quinque aut plurium corporum commune centrum gravitatis definitur.

V. *Corpus unum dicitur alteri directè impingere, cum recta secundum quam movetur, per impingentis centrum gravitatis & punctum contactus ducta, sit superficiei corporis in quod impingitur perpendicularis; aut etiam si non in puncto, sed in linea seu superficie sese tangant, cum recta illa sit huic sive lineæ sive superficiei perpendicularis.*

VI. *Obliquè autem seu indirectè impingere dicitur, cum prædicta recta superficiei corporis, in quod impingit, non sit perpendicularis.*

VII. *Corpus perfectè durum appello, quod ictui nequaquam cedit; hoc est, quod ne pro minimo tempore figuram suam amittit.*

VIII. *Corpus molle est, quod ictui ita cedit, ut pristinam figuram amittat, & nunquam se ad eandem restituere conatur.*

IX. *Corpus elasticum est, quod ictui aliquantisper cedit, se tamen in pristinam figuram, sua sponte restituit.*

X. *Vis elastica est vis illa, quâ corpus de figura sua detrusum sese in pristinam figuram restituit.*

XI. *Corpus perfecte elasticum est quod se eadem vi in pristinam figuram restituit, quâ ab eâ dimotum est.*

THEOR. XX.

Si duo vel plura corpora motu æquabili, secundum eandem vel

contrarias partes ferantur, commune illorum centrum gravitatis, ante mutuum occursum, vel quiescet vel movebitur uniformiter in directum.

TAB 4 *fig.* 16. *Casus primus.* Corpora A & B versus partes contrarias cum motibus æqualibus tendant, quorum commune gravitatis centrum sit C. Ob æqualem in utroque corpore motûs quantitatem, erit velocitas corporis A ad velocitatem corporis B ut corpus B ad corpus A; hoc est, (ex natura centri gravitatis) ut AC ad BC; unde, cum spatia eodem tempore percursa sint velocitatibus proportionalia, dum mobile A percurrit longitudinem AC, longitudo BC percurretur à mobili B; adeoque concurrent corpora in puncto C, & in eo puncto erit ipsorum gravitatis centrum tempore concursûs: sed & ante concursum in eodem erat puncto, adeoque in eodem permansit loco.

Eodem modo, si corpora cum æqualibus motibus à puncto C recederent, ostendetur ipsorum gravitatis centrum quiescere.

Casus secundus. Si corpora in eadem recta versus eandem partem, vel inæqualibus motibus versus contrarias ferantur, illorum commune gravitatis centrum semper in eadem recta invenietur. Cum enim corpora uniformiter directè à sese recedant vel ad sese accedant, ipsorum à se invicem distantia uniformiter augebitur vel minuetur, & proinde corpora à puncto quovis prædictam distantiam in data ratione dividente uniformiter recedent, vel ad ipsum uniformiter accedent. Corporum igitur distantia à communi gravitatis centro uniformiter augebitur vel minuetur; quod fieri non potest, in prædictis casibus, nisi centrum illud vel quiescat (ut in primo casu) vel uniformiter moveatur, ut in præsenti casu.

TAB. 5. *fig.* 1. *Casus tertius.* Moveantur corpora A & B in rectis AC, BD; sintque spatia à corpore A in æqualibus temporibus percursa AC, CE æqualia, & spatia à corpore B in iisdem temporibus percursa BD, DF quoque æqualia: concurrant rectæ AC, BD in G; & fiat ut AC ad BD ita AG ad GH; & jungatur AH, cui per C & E parallelæ ducantur CI, EK; erit AC ad HI ut AG ad GH, hoc est, ut AC ad BD; quare est HI = BD, &

pro-

proinde HB = ID. Similiter est CE ad IK ut AG ad GH vel AC ad BD, hoc est, ut CE ad DF; quare est IK = DF, unde & KF = ID = HB. Sit L commune gravitatis centrum, cum corpora in punctis A & B locantur; ducatur LM ad BD parallela & erunt rectæ AB, AH similiter sectæ; jungatur GM & producatur; hæc secabit parallelas ipsi AH in punctis N & O; in eadem scilicet ratione quâ secta est AH vel AB; ducantur per N & O ad BD parallelæ NP, OQ; hæ secabunt CD, EF in eadem ratione quâ sectæ sunt CI, EK, hoc est in ea ratione quâ secta est AB in L; sed L est commune centrum gravitatis, cum corpora in A & B reperiantur; quare erit P ipsorum centrum, cum in punctis C & D fuerint, & Q illorum est centrum, cum corpora sint in punctis E, F. Præterea est ML ad HB ut AM ad AH, vel ut CN ad CI, seu ut NP ad ID; sed sunt HB & ID æquales; quare & ML, NP æquales erunt; similiter NP & OQ æquales erunt: cum igitur rectæ ML, NP, OQ æquales sint & parallelæ, recta per L ducta & ad MO parallela transibit per puncta P & Q, & proinde centrum gravitatis semper in recta LQ locabitur: præterea (ob parallelas) est AC ad CE ut MN ad NO, hoc est, ut LP ad PQ; (quare ob AC = CE) erit LP = PQ. Semper igitur in eadem recta est corporum commune gravitatis centrum, & in æqualibus temporibus æqualia percurrit spatia. Q. E. D.

Casus quartus. Si corpora non in uno aliquo sed in diversis planis moveantur, ipsorum viæ & via communis centri gravitatis reducendæ sunt ad idem planum, demittendo à punctis viarum singulis perpendicula in planum quodvis, & (similiter ac in præcedenti casu) demonstrabitur viam centri gravitatis sic reductam esse lineam rectam; cumque hoc in plano quovis ad libitum assumpto fit, necesse est ut ipsa via seu semita centri gravitatis corporum sit linea recta. Q. E. D.

Similiter commune centrum horum duorum corporum & tertii cujusvis vel quiescit, vel progreditur uniformiter in linea recta, propterea quod ab ipso dividitur distantia centri communis gravitatis duorum corporum & centri corporis tertii in data ratione. Eodem modo & commune centrum horum trium corporum & quarti cujusvis vel quiescit, vel

vel progreditur in linea recta, propterea quod ab eo dividitur distantia inter centrum commune trium & centrum corporis quarti in eadem semper ratione; & sic de aliis quotcunque corporibus. Q. E. D.

THEOR. XXI.

Si duo corpora, utcunque æqualia vel inæqualia, versus eandem partem, celeritatibus utcunque æqualibus vel inæqualibus ferantur, summa motuum in utroque corpore æqualis erit motui, qui oriretur si utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum esset.

TAB. 4. *fig.* 17. Sint duo corpora A & B, quorum commune gravitatis centrum sit C, & utrumque corpus feratur versus D; dico summam motuum in utroque corpore æqualem fore motui; qui produceretur si utrumque corpus cum celeritate centri gravitatis C versus D latum esset. Describat enim corpus A in dato quovis tempore longitudinem A*a*, corpus B longitudinem B*b*, & via à gravitatis centro C interea percursa sit CG: & (per Theor. 6.) longitudines A*a*, B*b*, CG simul descriptæ repræsentabunt celeritates corporis A, corporis B, & communis centri gravitatis C respective. Per Corol. autem Theor. 3. motus quantitas in quovis corpore est ut rectangulum factum ex materia & celeritate, adeoque erit motus in corpore A ut A × A*a*; & in corpore B, ut B × B*b*; & summa motuum erit ut summa horum rectangulorum, scil. ut A × A*a* + B × B*b*. Est vero (per Definit. centri gravitatis corporum) BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita etiam (per eandem definitionem) *b*G ad *a*G; quare erit BC ad AC ut *b*G ad *a*G; unde (per 19. Elementi quinti) BC est ad AC, hoc est A ad B, ut BC − *b*G ad AC − *a*G; hoc est, ut CG − B*b* ad A*a* − CG; adeoque (per 16. El. 6.) A × A*a* − A × CG æquale erit B × CG − B × B*b*; & proinde A × A*a* + B × B*b* æquale erit A × CG + B × CG: sed duo rectangula A × A*a* & B × B*b* sunt (uti dictum est) ut summa motuum in utroque corpore; & duo rectangula sub A & CG & sub B & CG erunt ut summa motuum qui orirentur, si utrumque corpus cum celeritate CG centri gravitatis latum esset; unde

unde erit ſumma motuum in utroque corpore æqualis motui qui produceretur, ſi utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum eſſet. Q. E. D.

Si tria ſint corpora A, B, D, ad eandem partem lata, quorum trium commune gravitatis centrum ſit E; erit ſumma motuum in tribus corporibus æqualis motui orto ex corporibus iiſdem cum velocitate puncti E latis. Sit enim C commune centrum gravitatis duorum quorumvis A & B; erit (per ſuperius demonſtrata) motus in duobus hiſce corporibus æqualis motui, qui oriretur, ſi utrumque corpus in unum coaleſcens cum velocitate puncti C latum eſſet; ſed etiam ſumma motuum (ſcil. motus corporum ſic coaleſcentium & motus tertii corporis D) æqualis erit motui, qui fieret, ſi corpus ex duobus coaleſcens una cum corpore tertio D moveretur cum celeritate puncti E; unde liquet in hoc quoque caſu Theorema. TAB. 4. fig. 14.

Eadem eſt demonſtratio, ſi corpora non in eadem recta, ſed in parallelis vel etiam in rectis quomodocunque inclinatis moveantur. Sed in hoc caſu notandum eſt celeritatem corporum, qua verſus eandem plagam cum centro gravitatis feruntur, non æſtimari à via quam revera percurrunt, ſed ſolum à via in quam ſecundum directionem centri gravitatis promoventur; *v. g.* ſi duo corpora A & B in rectis Aa, Bb ferantur, ſitque CG linea à communi centro gravitatis deſcripta, interea dum corpora percurrunt longitudines Aa, Bb, & dimittantur à punctis A, a, B, b, in rectam CG perpendiculares AF, ag, BH, bK; ſpatia jam quæ ſecundum directionem puncti C corpora percurrunt non ſunt Aa, Bb, quæ ſunt ſpatia abſoluta ab iiſdem deſcripta; verum ſpatium ſecundum quod promovetur corpus A verſus plagam D computandum eſt in recta FD, per longitudinem Fg; tantum enim & non amplius ſecundum directionem puncti C progreditur. Similiter ſpatium ſecundum quod promovetur corpus B verſus plagam D eſt HK, & per illud ſpatium ejus in recta HD progreſſus æſtimatur; adeoque celeritates corporum quibus verſus eandem partem feruntur ſunt ut rectæ Fg, HK: eſt præterea A ad B ut BC ad AC, ſeu TAB. 5. fig. 2.

(ob æquiangula triangula ACF, BCH) ut HC ad FC; unde similiter procedet demonstratio ac in primo casu.

THEOR. XXII.

Si duo corpora versus contrarias partes ferantur, erit differentia motuum ad partes contrarias factorum, vel, quod idem est, summa motuum ad eandem partem, æqualis motui qui produceretur, si utrumque corpus versus eandem plagam, cum celeritate communis gravitatis centri, latum esset.

TAB. 4. *fig.* 18. Sint corpora A & B quorum gravitatis centrum commune sit C, & moveatur corpus A ab A versus D, & corpus B versus contrariam plagam à B versus E; sint spatia à corporibus A, B & centro C simul descripta A*a*, B*b*, CG; hæc (per Theor. 6.) repræsentabunt velocitates corporis A, corporis B & centri gravitatis C respective; unde est motus corporis A ut A × A*a*, & motus corporis B ut B × B*b*, unde differentia motuum erit A × A*a* − B × B*b*: porro ex natura centri gravitatis, est BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita erit *b*G ad *a*G, quare erit ut BC ad AC ita *b*G ad *a*G; adeoque erit (per 19. El. 5.) BC ad AC, hoc est A ad B, ut BC − *b*G ad AC − *a*G, id est, erit A ad B ut B*b* + CG ad A*a* − CG; quare erit (per 16. El. 6.) rectangulum sub A & A*a* − CG æquale rectangulo sub B & B*b* + CG; hoc est, A × A*a* − A × CG = B × B*b* + B × CG; unde erit A × A*a* − B × B*b* = A × CG + B × CG; sed A × A*a* − B × B*b* est (uti dictum est) differentia motuum versus contrarias partes, vel summa motuum versus eandem; & A × CG + B × CG est motus emergens, si utrumque corpus cum velocitate communis ipsorum centri gravitatis latum esset, unde liquet propositum.

Cor. 1. Si differentia motuum versus contrarias partes sit nihilo æqualis; hoc est, si in utroque corpore sint motuum quantitates æquales, commune gravitatis centrum in hoc casu quiescit.

Cor. 2. Si sint plura corpora, vel omnia versus eandem vel quædam in contrarias partes lata, summa motuum ex omnibus versus eandem partem eadem erit, ac si omnia ad eam partem cum velocitate communis omnium gravitatis centri lata essent.

Cor.

Cor. 3. Corporum igitur plurium motus ex motu centri gravitatis æſtimandus eſt; & tantum eorum ſyſtema progreditur vel regreditur, tantum aſcendit vel deſcendit, quantum commune ipſorum gravitatis centrum progreditur vel regreditur, aſcendit aut deſcendit.

THEOR. XXIII.

Si corpora in ſe invicem impingant, vel etiam utcunque in ſeſe agant, communis illorum gravitatis centri ſtatus vel quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, non exinde mutabitur.

Si corpora in ſe invicem impingant, (per Theor. 19.) ſumma motuum verſus eandem partem eadem manet ante & poſt impulſum; ſed (per Theor. 21. & 22.) ſumma motuum ante & poſt impulſum eadem eſt, ac ſi corpora omnia cum velocitate communis gravitatis centri ad eandem cum ipſo partem lata eſſent; quare cum eadem corpora habent motuum ſummas ante & poſt impulſum ſibi invicem æquales, & etiam æquales motui orto ex omnibus ſimul cum velocitate communis gravitatis centri latis, liquet velocitatem communis gravitatis centri ante & poſt impulſum eandem manere. Q. E. D.

Hucuſque leges quaſdam generales ad corporum quorumcunque motus determinandos inſervientes tradidimus: ad alias jam ſpeciales congreſſuum regulas devenimus, quibus ſcil. corpora ſingula poſt occurſum, & mutuum in ſe invicem impactum, motus ſuos continuant, & verſus quas partes, & cum quibus velocitatibus ſingula tendant. Verum ob variam corporum ſtructuram, prout ſcil. elaſtica vi pollent vel deſtituuntur, pro diverſis corporum generibus regulæ congreſſuum diverſæ erunt; & quamvis nullum fortaſſe detur corpus, quod ſit vel perfecte durum, vel perfecte molle, vel perfecte elaſticum, (omnia enim corpora aliquid ex hiſce omnibus fortaſſe in ſe continent) id tamen non impedit, quin qualitates iſtas abſtractione mentis ſeparare poſſimus, & corpus conſiderare tanquam unâ ſolummodo ex hiſce qualitatibus præditum: & motus corporum eo magis ad regulas infra tradendas accedunt, quo magis corpora ipſa ejuſmodi qualitatibus & conditionibus gaudent.

Supponimus hic corpora ab aliis omnibus ita esse divisa, ut eorum motus ab aliis circumjacentibus nec impediantur, nec juventur.

THEOR. XXIV.

Si corpus durum vel molle, corpori duro vel molli directe impingat, sive illud in quod impingat quiescat sive versus eandem partem tardius moveatur, seu demum versus contrariam, sintque motus inæquales; utrumque corpus post impactum una cum communi gravitatis centro junctim movebitur.

Tab. 4. fig. 19. Impingat corpus A in corpus B; quod vel quiescat, vel versus eandem plagam tardius, vel versus contrariam cum minore motu feratur; dico utrumque corpus post impulsum eadem celeritate unà cum communi gravitatis centro junctim moveri. Cum enim corpus B non impediatur ab aliis corporibus circumjacentibus, (per legem secundam) à vi in ipsum per corpus A impressâ movebitur versus eas partes, in quas fit virium directio; sed & junctim movebitur cum corpore A: non enim tardius moveri potest, ob corpus insequens A; non celerius, quia nulla alia, ex hypothesi, præter impellens A datur hujus motus causa; cum alia omnia, ut vis elastica & ambiens fluidum, nihil agere supponuntur; adeoque post impactum cum communi ipsorum centro gravitatis utrumque corpus junctim movebitur. Q. E. D.

Cor. Si corpora ponantur concurrere in D, cum velocitates mobilium sunt spatia simul descripta, velocitates corporis A, corporis B, & centri gravitatis C ante concursum erunt ut rectæ AD, BΓ, CD, respectivè; hæ enim longitudines simul percurruntur.

PROB. II.

Corporum durorum aut mollium post directum impactum determinare motus.

Tab. 4. fig 20. 21. 22. 23. 24. 25. Omnes hujus Problematis casus eâdem operâ construemus. Sint igitur duo corpora A & B, quorum gravitatis centrum sit C, ponantur corpora concurrere in D; erunt (per præcedens Corol.) celeritates ante impactum corporis A, corporis

poris B, & communis centri gravitatis C, ut rectæ AD, BD & CD respective; fiat jam DE æqualis DC, hæc repræsentabit velocitatem corporum post occursum; hoc est, erit velocitas corporis A ante impulsum ad ejusdem velocitatem post, ut AD ad DE; & velocitas corporis B ante impactum, erit ad ejus velocitatem post impactum, ut BD ad DE: nam (per Theor. 19.) corpora A & B post impulsum una cum centro gravitatis progrediuntur: sed (per Theor. 18.) celeritas centri gravitatis eadem manet ante & post impulsum, & versus eandem semper plagam; quare si CD repræsentet ejus celeritatem ante impulsum, DE ipsi CD æqualis ejus velocitatem post impulsum exponet; adeoque DE exponet quoque celeritatem corporum A & B quæ una cum centro C progrediuntur post impulsum. Q. E. D.

Cor. 1. Si corpus B quiescat, coincidet punctum D cum B, ut in 20. figura: & quia B est ad A ut AC ad BC vel DE, erit componendo A + B ad A ut AB vel AD ad DE; hoc est, velocitas corporis A ante impactum est ad ejusdem velocitatem post, ut summa corporum ad corpus impingens A. TAB. 4. *fig.* 20.

Exemplum 1. Si A sit æquale quiescenti B, erit A + B ad A ut 2 ad 1, adeoque velocitas corporis impingentis erit dupla ipsius velocitatis post impactum.

Exemplum 2. Si A sit ad B ut 1 ad 9, erit A + B ad A ut 10 ad 1; ideoque velocitas post impulsum erit tantum pars decima velocitatis ante impulsum.

Exemplum 3. Si B sit corpus infinite superans A, erit velocitas corporis A post impulsum infinite parva, hoc est, nulla; nam in eo casu A respectu A + B evanescit, & proinde velocitas corporis A post occursum quoque evanescit; hoc est, si corpus in firmum obicem impingat cedere nescium, post impactum quiescet.

Exempl. 4. Si corpus B ipsi A æquale, secundum eandem directionem tardius moveatur, erit DE vel $CD = \frac{AB}{2} + BD = \frac{AB + 2BD}{2} = \frac{AD + BD}{2}$, hoc est, erit velocitas post impulsum priorum velocitatum semi-summa. TAB. 4. *fig.* 21.

TAB. 4. *fig.* 23. *Exempl* 5. Si corpora cum æqualibus motibus verſus contrarias partes tendant, punctum D coincidit cum C, ut in Theor. 20. demonſtratum fuit; & CD, DE erunt nihilo æquales, hoc eſt, poſt occurſum quieſcet utrumque corpus.

Cor. 2. Hinc demonſtratur falſam eſſe *Carteſianorum* legem, qua eandem ſemper motus quantitatem in univerſo conſervari volunt; nam corpora non elaſtica, verſus contrarias partes cum æqualibus motibus in ſeſe incurrentia, mutuos motus tollunt.

TAB. 4 *fig.* 24. *Exempl.* 6. Si corpora æqualia verſus contrarias partes cum inæqualibus motibus tendant, erit DE vel CD $=$ CB $-$ BD $=$ $\frac{AB}{2} - BD = \frac{AB - 2BD}{2} = \frac{AD - BD}{2}$, hoc eſt, erit velocitas poſt impulſum priorum velocitatum ſemi-differentia.

Hæc omnia ex ſuperiori conſtructione facile fluunt; ſed cum in praxi calculus ſemper adhibendus eſt, generalis hujus Problematis ſolutio per calculum ſic eruitur.

Velocitas corporis A vocetur C; velocitas corporis B ſit c; & ſi corpora ſecundum eandem directionem moveantur, ſumma motuum in utroque verſus eandem plagam erit $AC + Bc$: ſin verſus contrarias partes moveantur, ſumma motuum verſus eandem partem erit $AC - Bc$; ſed (per Theor. 19.) in corporibus omnibus ſumma motuum verſus eandem partem ante & poſt impulſum eadem manet, quare erit corporum poſt impulſum motus vel $AC + Bc$ vel $AC - Bc$, prout corpora ad eandem vel contrarias partes ante impulſum tendunt; datur igitur momentum corporum eâdem velocitate latorum; unde (per dicta in Lect. X.) ipſorum velocitas ſimul innoteſcet; nempe ſi dividatur momentum per ipſa corpora, quotiens exhibebit ipſorum velocitatem ſcil. $\frac{AC + Bc}{A + B}$ vel $\frac{AC - Bc}{A + B}$; & ſi B quieſcat, hoc eſt ſi c ponatur nihilo æqualis, velocitas corporum erit $\frac{AC}{A + C}$.

Cor. 3. Cum velocitas corporis A ante impactum fuerit ut AD, & poſt impactum ejus velocitas ſit CD, erit velocitas amiſſa

amissa AC, & proinde motus per ictum amissa A × AC.

THEOR. XXV.

Si corpus motum alteri sive moto sive quiescenti directe impingat; ictus magnitudo proportionalis est momento ad occursum deperdito, in corpore, si quid sit, fortiori.

Si enim intelligatur motorum corporum (si quid sit) fortius, vel, si momentorum sint æqualium, utrumvis ut percutiens, alterum ut percussum; ictus magnitudo æquipollebit vi à percutiente in percussum impressæ; sed vis illa quæ in percussum imprimitur à percutiente decidit, (per legem tertiam;) adeoque motus in corpore percutiente amissus erit vi in corpus percussum impressæ, & proinde magnitudini ictus, proportionalis. Q. E. D.

Cor. Ubi æqualia sunt momenta quæ à corporibus percutientibus decidunt, ibi æquales erunt ictuum magnitudines.

THEOR. XXVI.

Si corpus datum in aliud quiescens datum directe impingat; ictus magnitudo velocitati impingentis semper erit proportionalis.

Impingat corpus datum A in aliud datum quiescens B, cum velocitate quæ exponatur per AB; deinde impingat idem corpus A in idem quiescens B, cum alia velocitate DE; hoc est, sit AB ad DE ut prior velocitas ad posteriorem, & ponantur deinde corporum distantiæ AB, DE; quæcunque enim inter ea, initio motus, intercedat distantia perinde est quoad magnitudinem ictûs; sitque commune centrum in primo situ C, in secundo G. Cum corpus A movetur velocitate AB, erit CB ejus velocitas post occursum; & cum motus ante impactum fuit A × AB, motus post impactum erit A × CB; & motus amissus erit A × AC. Eodem modo si corpus moveatur velocitate DE, erit motus amissus A × DG, ac proinde ictûs magnitudo cum velocitate AB erit ad magnitudinem ictûs cum velocitate DE, ut A × AC ad A × DG, vel ut AC ad DG: quia autem est AC ad BC ut B ad A, erit AC ad AC + BC, hoc est AB, ut B ad A + B; & similiter erit B ad A + B ut DG ad DE, quare erit AC ad AB, ut DG ad DE, unde permutando erit AC ad

TAB. 4. fig. 26.

ad DG ut AB ad DE; hoc est, erit ictûs magnitudo cum velocitate AB ad magnitudinem ictus cum velocitate DE ut velocitas AB ad velocitatem DE. Q. E. D.

Cor. Si corpus A in B irrueret, motus amissus esset A ⋋ AC; si vero B in A cum eadem celeritate impingeret, motus amissus esset B ⋋ BC, quia autem est ut A ad B ita BC ad AC, erit A ⋋ AC = B ⋋ BC, adeoque eadem erit quantitas motus per ictum amissa, sive B cum data celeritate impingat in A, sive A cum eadem velocitate in corpus B incurrat; adeoque eadem in utroque casu erit ictus magnitudo.

THEOR. XXVII.

Si corpus unum in alterum, secundum eandem rectam, ad eandem partem segnius latum, directe impingat, eadem erit ictus magnitudo, ac si antecedens quiesceret, & insequens in illud cum velocitatum differentia latum esset.

TAB. 4. *fig.* 27. Sint duo corpora A & B versus eandem partem lata, quorum commune gravitatis centrum sit C; & ponantur corpora concurrere in D: constat ex supra traditis velocitates corporum ante impulsum esse ut rectæ AD, BD, & proinde velocitatum differentia erit ut AB; utriusque autem corporis post impactum velocitas per CD exponetur, & proinde motus deperditus in corpore A erit A ⋋ AC. Si autem corpus A cum velocitate AB in quiescens B impingeret, ipsius velocitas post occursum esset CB, & motus amissus esset A ⋋ AC; unde cum in utroque casu eadem amittitur in percutiente motus quantitas, eadem quoque erit ictus magnitudo.

Cor. Si eadem manet velocitatum differentia, hoc est velocitas respectiva qua corpora ad sese accedunt; quomodocunque augeatur aut minuatur illorum summa, eadem semper consequetur ictus magnitudo.

THEOR. XXVIII.

Si corpora duo motibus contrariis sibi invicem obviam veniant, ictus magnitudo eadem erit ac si unum ipsorum quiesceret & alterum in illud cum velocitatum summa impingeret.

TAB. 4. *fig.* 28. Sint duo corpora A & B versus contrarias partes lata, quorum

rum commune gravitatis centrum sit C, sitque D punctum in quo concurrunt: constat velocitates corporum A & B esse ut rectæ AD, BD; & proinde velocitatum summa exponetur per AB: CD autem designat ipsorum velocitatem post impactum, & proinde motus in corpore A amissus erit A × AC. Si autem A in B quiescens impingeret cum velocitate AB; velocitas post impactum esset ut CB, & motus amissus esset A × AC. Cum igitur in utroque casu eadem motus quantitas amittitur, eadem quoque erit ictus magnitudo. Q.E.D.

Cor. 1. Si igitur eadem maneat velocitatum summa, hoc est, velocitas respectiva corporum A & B qua ad se invicem accedunt, quæcunque sit velocitatum differentia, seu quomodocunque velocitas illa inter corpora concurrentia partita sit, eadem semper erit ictus magnitudo.

Cor. 2. Est igitur ictus magnitudo in datis corporibus semper proportionalis ipsorum velocitati respectivæ.

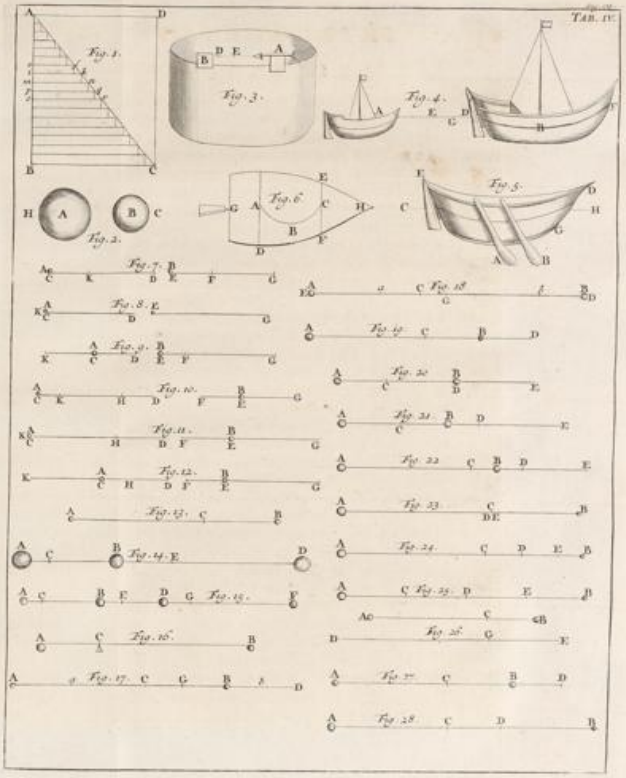
Cor. 3. Corporum in dato spatio inclusorum iidem sunt motus inter se, sive spatium illud quiescat, sive moveatur uniformiter in directum; nam differentiæ velocitatum quibus corpora tendunt ad eandem partem, & summæ quibus ad contrarias partes tendunt, eædem sunt, sive spatium in quo corpora includuntur quiescat, sive moveatur uniformiter in directum; adeoque ictus magnitudines hisce semper proportionales existentes eædem erunt in utroque casu. Hinc in navi motus omnes eodem modo se habent, sive ea quiescat sive moveatur uniformiter in directum. Sic etiam projectorum & percussionum Phænomena eadem contingunt omnia apud nos in terra positos, sive cum terra junctim ferantur omnia communi motu, sive absit ille communis motus & terra quiescat; adeoque quæ afferri solebant objectiones à projectionibus inæqualibus eadem vi faciendis, prout vel ad orientem vel ad occidentem fierent; atque ab inæqualibus percussionibus à tormento bellico globum emittente futuris, prout in has vel illas partes explosio fieret, & quæ sunt ejusmodi, nihil in utramvis partem probant, sive ad quietem terræ, sive motum adstruendum.

LECTIO XIV.

SI nulla esset elasticitas, leges, quas in præcedente Lectione de percussione corporum durorum proposuimus, omnibus corporibus perfecte congruerent, & corpora omnia post impulsum junctim moverentur ad partes eas, ad quas ante percussionem tendebat corpus fortius, hoc est, cujus momentum majus erat, & cum ea celeritate quam in supradictis legibus determinavimus. Verum cum pauca admodum dentur corpora in quibus non aliquid inest elasticitatis (nam molle lutum, cera, & alia istiusmodi corpora, quasdam aëris particulas in se continent, quæ ipsis virtutem aliquam elasticam reddere valeant) fit per vim illam elasticam, ut corpora non junctim post impulsum moveantur, sed à sese resiliant & diversa velocitate aliquando ad eandem, aliquando ad contrarias partes moveantur. Ut vero modus & causa hujus resilitionis intelligatur, res exemplo illustrari potest.

Tab. 5. fig. 3. Sit AB filum supra planum, in aliqua tamen ab eo distantia, extensum; cujus duæ extremitates AB firmiter figantur, & filum fortiter tendatur: si jam trahatur filum per medium suum D, extremitatibus fixis manentibus, ad situm ACB ita ut punctum ejus D sit in C, & tunc dimittatur, non manebit filum in situ ACB, sed magna vi in situm priorem se restituere perget; & cum per continuam vis elasticæ actionem motus satis velox in filo genitus est, fit ut cum in situm ADB pervenerit, in motu suo versus eandem partem perseverabit, donec vis elastica seu restitutiva ulteriori huic motui continuo renitens, & tandem æquipollens, ipsum destruet, & filum cum vi versus partes C urgebit, adeo ut cum rursus in situm ADB pervenerit, eandem vim habebit ulterius movendi versus C quam prius habuit tendendi versus partes E; atque sic eundo & redeundo continuas vibrationes efficiet.

Ponamus jam corpus F in filum AB irruere: filum per vim ipsi à corpore F illatam ex situ suo deturbabitur, & punctum ejus D, in quod incurrit corpus F, una cum F versus C movebitur; qui motus eo usque continuabitur, donec vis fili resti-


TAB. IV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.

reſtitutiva motui corporis F contraria ipſi æquipolleat; quod cum fit, deſtruetur motus omnis verſus C: vis autem hæc elaſtica ulterius agens filum reducet, quod itaque corpus F urgebit, & ipſum eadem velocitate ſecum movebit; ſed (ob fortem quam hic ſupponimus fili tenſionem) eadem vi ſe reſtituet filum qua prius inflexum fuit: at vis qua inflectebatur momento corporis impingentis æquipollebat (nam illud omne in filo flectendo impenſum fuit) adeoque filum ea vi in corpus F agendo, eandem motus quantitatem ipſi reſtituet quæ in flexione inſumpta fuerat; adeoque corpus F, eadem velocitate quâ advenerat, regredietur, atque ſic fiet reflectio.

Ponamus jam loco fili corpus aliquod elaſticum AB, quod fixum & immobile ſupponere primo liceat; & ejus ſuperficies ADB vi corporis ingruentis F introrſum comprimatur: quamprimum vis comprimens, hoc eſt, motus corporis F ceſſaverit, elater vi ſuâ inſitâ in priſtinam figuram ſe reſtituet, & cum ea vi corpus F urgebit verſus E; & ſi corpus utrumvis ſit perfecte elaſticum, vis elateris reſtitutiva vi ipſum comprimenti, hoc eſt, momento corporis F æquipollebit, adeoque cum hac vi in corpus F agens illud cum eadem velocitate, quam prius habebat, retroire coget. Si vero corpus ADBC non ſit fixum, ſed in tali ſtatu ut motus ejus à nullo alio corpore impediatur, vis elaſtica in utroque corpore æqualiter aget, & æquales motuum mutationes producet; nam ſi corpus ADB urget corpus F verſus partem E, illud rurſus à corpore F æqualiter urgebitur ad partem contrariam; & proinde corpora à ſe mutuo reſilient. Atque ſic demonſtravimus qua ratione effectum ſit, ut corpora poſt impulſum non junctim vel quieſcant vel moveantur, ſed à ſe invicem reſiliendo diverſa velocitate contrarias aliquando ineant vias, aliquando eandem. TAB. 5. fig. 4.

Carteſiani, qui elaſticitatis vim ad corpora reflectendum neſciebant, aliam plane diverſam tradiderunt reflectionis cauſam: dixerunt enim motum motui non contrarium eſſe, ſed directionem directioni; ideoque corpus unum in aliud incurrens reflecti, quia incurrentis motus non poteſt deſtrui, cum

ſcil. ſecundum ipſos nihil motui contrarietur: at cum directio unius alterius directioni obſtet, incurrens poſt impulſum ad contrarias partes reflecti voluerunt, eadem ſemper manente quantitate motus in percuſſo & percutiente.

Sed facile eſt oſtendere hanc ſententiam nec rationi nec experientiæ congruam eſſe; nam cum momentum ſeu quantitas motus ſit vis ſeu energia illa qua mobile ſecundum directionem ſuam tendit, ſi corpora duo ſibi mutuo directe occurrant, vires ſecundum contrarias plagas impreſſæ contrariæ erunt; adeoque ſi æquales ſint, ſeſe mutuo deſtruent; ſi inæquales, motus qui eſt minoris efficaciæ deſtruetur. Præterea corpus unum in aliud majus quieſcens, vel ſecundum eaſdem partes ſegnius motum, impingens reflectitur; atqui hoc fieri non poteſt ob ſolam directionem directioni contra-
TAB. 5. fig. 5. riam; ſi enim impingat corpus B in aliud majus A, quod vel quieſcit vel verſus eaſdem partes & tardius movetur, cum vis omnis quæ in utroque corpore reperitur tendat verſus C, vis illa nunquam poteſt motum verſus partes contrarias in utrovis corpore dirigere. Nam (per legem ſecundam) motus omnis fit ſecundum lineam qua vis imprimitur; atqui (ex hypotheſi) omnis vis imprimitur ſecundum lineam BC, à B verſus C: quare ſi ſolummodo per vim corporibus inſitam fieret reflectio motus, abſque nova vi, fieret motus ſecundum contrariam plagam ei qua vis imprimitur; quod fieri non poteſt. Non igitur à vi prius impreſſa oritur illa reflectio, ſed à vi elaſtica, qua pollet utrumvis corpus, quæque ſecundum partem utramvis æqualiter agens corpora à ſeſe diſcedere cogit.

Præterea, ſi motus motui non eſſet contrarius, multo facilius eſſet corpus ſemel motum in contrarias partes dirigere, quam penitus illud ſiſtere; in priore enim caſu motus corporis in manu reflectentis non recipitur, ſed tantum in contrarias partes vertitur: in poſteriore vero caſu, motus ille omnis in corpus reſiſtens impenditur; quod tamen eſt contra manifeſtam experientiam. Denique, ſi nihil motui contrarium eſſet, ubicunque corpus quodvis in aliud aliquod obſtaculum incurreret, fieret ſemper reflectio, quod tamen experi-

perientiæ repugnat; nam plumbum, lutum, cera & alia corpora elaſticitatis fere expertia, ſi in pavimentum cadunt, non reflectuntur; cum tamen pilæ conflatæ ex lana vel plumis, globuli eburnei, marmorei, vitrei, & alia ejuſmodi corpora magna elaſticitatis vi pollentia, in idem pavimentum demiſſa fortiter reſiliunt: reflectio igitur illa non è motu qui utrique corpori communis eſt, ſed ab elaſticitate, quæ ſolis reflectentibus peculiaris eſt, provenit. Quod erat oſtendendum.

Sed quærent fortaſſe *Carteſiani*, quo pacto innoteſcit globos eburneos, vitreos, marmoreos, & alia reflectentia corpora, quæ duriſſima eſſe videantur, elaſticitate pollere: reſpondeo illorum elaſticitatem poſſe exinde concludi, quod cum percutiuntur tinnitum edunt, qui à vibrationibus corporis percuſſi oritur, eodem modo quo filum tenſum ſuis vibrationibus undulationem aëris efficit; & proinde minime dubium eſt, quin corpora illa elatere aliquo prædita ſint. Atque hoc quidem argumentum corporum vim elaſticam probabilem reddit; ſed aliud eſt argumentum, quo res hæc demonſtrative probatur.

Sint enim duo globi vel eburnei vel vitrei, & ſi globorum figuræ eſſent perfecte ſphæricæ, in uno tantum & indiviſibili puncto ſeſe tangerent; ſed hoc nulla arte humana fieri poteſt: tam prope tamen ad figuras ſphæricas poſſunt perduci, ut ſeſe in puncto Phyſico, hoc eſt, in parte viſibili minima tangant. Si jam unius globi ſuperficies atramento (aut quovis colore qui facile detergi poteſt) inficiatur, & alter in ipſum quieſcentem impingat, experimento conſtat, non punctum tantum phyſicum globi incurrentis, poſt impulſum, alterius colore tingi, ſed partem ejus ſuperficiei ſatis magnam; atqui hoc fieri non poteſt niſi ipſorum ſuperficies per ictus vim mutatæ fuerint: poſt reflectionem autem utrumque globum priſtinam figuram recuperare deprehendimus; quare globi hi habent vim elaſticam qua ſeſe in priſtinam figuram per ictum deformatam reſtituere valent. Q. E. D. Sequuntur jam regulæ motus pro corporibus elaſticis.

THEOR. XXIX.

Si duo corpora perfecte elastica in se invicem impingant, eadem manebit ipsorum velocitas relativa ante & post impactum; hoc est, corpora perfecte elastica eadem celeritate à se se mutuo post ictum recedent, qua prius ad se invicem accedebant.

Nam (per Cor. Theor. 27.) vis compressiva seu ictus magnitudo in datis corporibus oritur à velocitate corporum relativa, & ipsi est proportionalis; & (per Def. 11.) corpora perfecte elastica eadem vi se se in pristinam figuram restituunt, qua compressa fuere; hoc est, vis restitutiva æqualis est vi compressivæ, ac proinde vi qua corpora ad se se accedebant ante impactum æquipollet: sed per vim hanc restitutivam coguntur corpora à se invicem discedere; unde vis hæc in eadem corpora agens producet velocitatem relativam æqualem ei quam prius habebant, seu faciet ut corpora eâdem velocitate à se invicem recedant qua prius accessere. Q. E. D.

Cor. Æqualibus igitur temporibus ante & post impulsum sumptis, æquales erunt corporum à se invicem distantiæ, & proinde æquales quoque erunt in iisdem temporibus distantiæ corporum à communi gravitatis centro.

Ex hoc corollario regulæ congressuum in corporibus perfecte elasticis facile eruuntur, quod igitur in sequenti problemate præstandum est.

PROBL. III.

In corporibus perfecte elasticis & directe impingentibus regulas congressuum determinare.

Omnes hujus problematis casus eâdem operâ constructos dabimus. Sint A & B duo corpora perfecte elastica, quorum commune gravitatis centrum sit C, & ponantur corpora concurrere in D, ac fiat CE æqualis CD: dico post concursum rectam EA exponere velocitatem corporis A ab E versus A, & rectam EB exponere velocitatem mobilis B ab E versus B.

Tab. 5. fig. 6 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.

Dem. Cum (per Theor. 23.) commune corporum gravitatis centrum ante & post impulsum eadem semper velocitate

citate uniformiter progrediatur, in tempore æquali ei quo percurritur à corpore A longitudo AD, vel à centro gravitatis C longitudo CD, poſt impulſum ab eodem C percurretur longitudo DK ipſi DC æqualis: fiat K *a* æqualis CA: & cum (per Cor. præcedentis Theor.) æqualibus temporibus ante & poſt impactum ſumptis, æquales ſemper ſint corporum à communi gravitatis centro diſtantiæ; eodem temporis puncto quo commune gravitatis centrum eſt in K, corpus A reperietur in *a*, adeoque poſt impulſum erit ipſius motus à D verſus *a*, & ejus velocitas erit ut recta D *a*, quæ ab ipſo in eo tempore percurritur; ſed ob CE æqualem rectæ CD vel KD, & CA æqualem K *a*, erit rectarum CE, CA differentia æqualis differentiæ rectarum KD, K *a*, hoc eſt, erit EA æqualis D *a*: ſed recta D *a* denotat corporis A velocitatem poſt impulſum, quare ejus velocitas per rectam E A quoque denotabitur; præterea cum velocitas corporum relativa ante & poſt impulſum eadem maneat, & recta E A denotet velocitatem mobilis A, velocitas mobilis B poſt impulſum neceſſario per rectam E B denotabitur; ab E ſcil. verſus B. Q.E.D.

Cor 1. Si corpus B quieſcat, coincidet punctum D cum B: & quia eſt B ad A ut AC ad CB, erit componendo B & A ſimul ad A ut AB ad CB; unde duplicando conſequentes erit B & A ſimul ad 2 A, ut AB ad 2 CB vel EB; hoc eſt, ut corporum aggregatum ad duplum corporis impingentis, ita celeritas impingentis ante contactum ad celeritatem prius quieſcentis poſt contactum. TAB. 5. fig. 6. 7. 8.

Cor 2. Adeoque ſi A & B æqualia ſint, erit A & B 2 A, unde E B celeritas corporis B poſt contactum erit æqualis A B celeritati corporis A ante contactum; & proinde coincidente puncto E cum puncto A, erit A E velocitas mobilis A poſt impulſum nihilo æqualis; quod etiam facile ſic oſtenditur: ob corpora A & B æqualia, erit AC = CB − CD = CE, quare coincidit punctum E cum A, & proinde mobile A poſt impulſum quieſcet, & corpus B poſt impulſum movebitur cum celeritate EB vel AB. Si igitur corpus elaſticum in alterum quieſcens & æquale impingeret, poſt contactum quieſcet impin- TAB. 5. fig. 6.

pingens, & quiescens cum prioris celeritate movebitur.

TAB. 5. fig. 9. *Cor.* 3. Si corpora A & B æqualia versus eandem partem ferantur post contactum ad eandem quoque partem ferentur, celeritatibus permutatis, nam ob CE=CD & AC =CB erit CE−AC, hoc est EA=CD − CB seu BD; adeoque velocitas corporis A post impactum æqualis erit velocitati mobilis B ante impactum: præterea quia EA=BD erit EB=AD, & proinde velocitas corporis B post contactum, prioris A velocitati ante occursum æqualis erit.

TAB. 5. fig. 13. *Cor.* 4. Si corpora A & B æqualia ad contrarias partes ferantur, post impulsum ad contrarias partes recedent, celeritatibus permutatis. Nam ob AC=CB & CE=CD erit AC−CE, hoc est, AE=CB−CD seu BD, adeoque velocitas corporis A post impactum æqualis erit velocitati corporis B ante impactum: præterea ob EA=BD erit AD=EB; sed AD erat velocitas corporis A ante occursum, & EB est velocitas corporis B post occursum, unde liquet corollarium.

Quoniam in praxi calculus semper est adhibendus, convenit ut modus tradatur, quo celeritates corporum elasticorum post impulsum sunt investigandæ, & ad numeros reducendæ; & quidem facile esset, ad modum superiorum corollariorum, omnes particulares casus ex generali exposita constructione ad numeros revocare; facillime autem generalis calculus sic eruitur.

TAB. 5. fig. 17. Ponamus primo corpora A & B versus eandem partem moveri; sitque C velocitas insequentis A, præcedentis vero B velocitas sit c; unde velocitas corporum relativa erit C $-c$, & summa motuum versus eandem partem AC $+$ Bc: velocitas corporis A post impactum versus eandem, qua prius, plagam vocetur x; & quia eadem manet corporum velocitas relativa ante & post impactum, velocitas corporis B erit $x+$ C$-c$; est enim velocitas corporum relativa æqualis excessui velocitatis qua velocitas corporis celerioris superat velocitatem tardioris, adeoque excessus ille debet esse C$-c$; cum vero velocitas corporis A sit x, erit ejus motus versus plagam D=Ax; & cum velocitas corporis B sit

$x+$

$x+C-c$, erit ejus motus verſus eandem partem $Bx+BC-Bc$; & horum motuum ſumma æqualis erit ſummæ priorum motuum, hoc eſt, erit $Ax+Bx+BC-Bc=AC+Bc$; unde reducendo hanc æquationem, erit $Ax+Bx=AC-BC+2Bc$; & $x=\frac{AC-BC+2Bc}{A+B}$ = Velocitati corporis A. Porro velocitas corporis B eſt $=x+C-c=\frac{AC-BC+2Bc}{A+B}+C-c=\frac{AC-BC+2Bc+AC+BC-Ac-Bc}{A+B}=\frac{2AC-Ac+Bc}{A+B}$.

Si BC ſit major quam $AC+2Bc$, erit x ſeu $\frac{AC-BC+2Bc}{A+B}$ quantitas negativa, adeoque velocitas corporis A erit verſus contrariam partem, & ejus motus verſus D erit negativus. Si corpus B quieſcat, hoc eſt, ſi ſit $c=0$, erit velocitas corporis A poſt impulſum $+\frac{AC-BC}{A+B}$, prorſum aut retrorſum prout ſignum $+$ aut $-$ prævaluerit.

Si corpora A & B celeritatibus C & c, verſus contrarias partes lata, ſibi mutuo directe impingant, erit ipſorum motus verſus eandem partem $AC-Bc$; & velocitas corporum relativa erit $C+c$. Sit jam x velocitas corporis A poſt impactum; erit ejus motus verſus eandem qua prius plagam Ax, & velocitas corporis B erit $x+C+c$, (nam velocitas corporum relativa per ictum non mutatur) & motus in corpore B verſus D erit $Bx+BC+Bc$; unde ſumma motuum in eaſdem partes erit $Ax+Bx+BC+Bc$ quæ (per Theor. 14.) æqualis erit $AC-Bc$, adeoque erit $Ax+Bx=AC-BC-2Bc$, & $x=\frac{AC-BC-2Bc}{A+B}$ & velocitas corporis B erit $\frac{AC-BC-2Bc}{A+B}+C+c=\frac{AC-BC-2Bc+AC+Ac+BC+Bc}{A+B}=\frac{2AC+Ac-Bc}{A+B}$.

Si $BC+2Bc$ ſit major quam AC, erit motus corporis A retrorſum, verſus contrariam ſcil. partem, in quo caſu erit x ſeu $\frac{AC-BC-2Bc}{A+B}$ quantitas negativa.

Corporum durorum leges primus quod sciam recte tradidit *Johannes Wallisius* hujus Academiæ in Cathedra Geometriæ *Savilianus* celeberrimus Professor, in Actis Philosophicis numero 43. ubi etiam primus veram causam reflectionum in aliis corporibus aperuit, & has ab elasticitate proficisci docuit. Postea, non longo temporis intervallo, clarissimi Viri Dom. *Christophorus Wren* tunc temporis in hac Academia Astronomiæ Professor *Savilianus*, & Dom. *Christianus Hugens*, leges quas observant corpora perfecte elastica, Societati Regiæ *Anglicanæ* seorsim impertivere, & eandem prorsus constructionem dederunt, quamvis uterque quid ab altero factum de hac re fuit, insçius erat. Cum autem illi constructiones & leges motûs absque demonstratione in Philosophicis Actis consignarunt; placuit hanc ipsorum elegantem admodum constructionem exinde depromere & demonstrare.

Non dissimili methodo constructur problema in corporibus quidem elasticis, sed quæ non se restituunt vi æquali ei qua comprimuntur. Sint enim duo quæcunque corpora A & B, quorum commune gravitatis centrum sit C; secentur AC, BC ita in *a* & *b*, ut AC sit ad *a*C & BC ad *b*C, ut vis elaterem comprimens ad vim qua elater se restituit; fiatque CE æqualis CD, erit E*a* velocitas corporis A post impulsum ab E versus *a*, & E*b* erit velocitas corporis B ab E versus D,

Tab. 5. fig. 18. 19.

Quod si vis restitutiva æqualis sit vi compressivæ, coincidet punctum *a* cum A, & constructio redit ad priorem. Demonstratio facilis est præcedentem intelligenti, nec opus est ut apponatur.

THEOR. XXX.

Tab. 5. fig. 20. *Si mobile* A *in recta* AB *uniformiter moveatur; & interea recta linea illa* AB, *sibi semper parallela, motu etiam æquabili deferatur secundum directionem ad* AC *parallelam; sitque velocitas mobilis* A *ad velocitatem lineæ* AB *ut* AB *ad* AC, *& compleatur parallelogrammum* ABDC, *cujus diagonalis sit* AD; *erit hæc vera linea à mobili* A *motu suo descripta.*

Cum linea AB ad situm *a b* pervenerit, sit *g* locus mobilis A, & quia (per Theor. 6.) spatia simul descripta sunt

ut

ut velocitates, erit *ag* longitudo à mobili A percursa ad A*a* longitudinem à linea AB percursam, ut velocitas mobilis A ad velocitatem rectæ AB, hoc est, (ex hyp.) ut AB ad AC; unde parallelogrammum *a*G simile erit parallelogrammo CB, & proinde (per 24. El. 6.) punctum *g* in diagonali AD locabitur; hoc est, corpus A semper in recta AD reperietur, adeoque hæc linea ab illo percurretur. Q. E. D.

Cor. 1. Eodem tempore describitur à mobili A linea AD, quo absque motu secundum AC lineam AB percurreret; aut quo absque motu secundum AB describeret rectam AC.

Cor. 2. Cum mobile ideo in recta AD deferatur, quod præter motum proprium participat quoque de motu loci sui seu rectæ AB, & motus ejus ex utroque compositus sit; si mobile aliquod duos motus secundum directiones AB, AC simul impressos habeat, sintque motus illi vel vires à quibus producuntur ut rectæ AB, AC, erit AD linea descripta à mobili quod à duabus hisce viribus motus impressos recepit; & ejus vis, qua in recta AD fertur, erit ad priores secundum AB, AC ut diagonalis AD ad latera parallelogrammi AB, AC.

Cor. 3. Hinc è converso, si mobile cum vi ut AD percurrat rectam AD, idem erit motus & secundum eandem directionem, ac si initio motus simul impelleretur à duabus viribus, rectis AB, AC proportionalibus, secundum directiones ab A ad B & ab A ad C: atque hinc motus quivis, etsi in se simplex, tanquam ex pluribus motibus compositus considerari potest; & vires quælibet in alias plures secundum diversas directiones agentes resolvi possunt.

THEOR. XXXI.

Si Corpus A *in firmum obicem* DC *oblique impingat, erit energia percussionis, seu magnitudo ictûs obliqui, ad magnitudinem ictûs quem produceret idem corpus eadem celeritate perpendiculariter impingens, ut sinus anguli incidentiæ* ACD *ad radium.* TAB. X. fig. 21.

Ab A in obicem demittatur perpendicularis AD, si superficies obicis sit plana; vel si curva, demittatur perpendicu-

laris in planum tangens obicem in puncto incidentiæ, & C compleatur rectangulum DB. Jam (per Corol. 3. præcedentis) motus corporis A ut AC in recta AC æquipollet duobus motibus simul impressis secundum directiones AB, AD, qui sunt ad motum in AC ut rectæ AB, AD ad AC: sed motui in recta AB nullo modo resistit obex DC, cum enim AB sit ad DC parallela, corpus in recta AB motum in obicem DC nunquam impinget; vis igitur, qua impingit in obicem, est ut recta AD: est itaque vis corporis A in recta AC ad vim qua impingit in obicem, ut AC ad AD: sed si perpendiculariter cum vi ut AC impegisset in eundem, ictus magnitudo per AC repræsentaretur, motus enim totus per obicem destrueretur: quare erit magnitudo ictus obliqui ad magnitudinem ictus perpendicularis ut AD ad AC; hoc est, posito AC radio, ut sinus anguli incidentiæ ad radium.

THEOR. XXXII.

Si corpus perfecte elasticum in firmum obicem oblique impingat, ab illo ita reflectetur, ut angulo incidentiæ æqualis fiet angulus reflectionis.

Tab. 5. fig. 22. Incidat corpus A perfecte elasticum in firmum obicem oblique secundum lineam AB; dico corpus illud cum eadem celeritate ita in recta BC reflecti, ut angulo incidentiæ ABD æqualis sit angulus reflectionis CBF. Recta AB exponat motum corporis A in directione AB. Per. Corol. 3. Theor. 30. resolvitur hic motus in alios duos secundum directiones AE, AD, ad quos motus in AB est ut AB ad AE, AD; sed cum AE sit ad superficiem obicis parallela, & AD ad ipsum, vel saltem ad planum obicem in B tangens, perpendiculares; vis illa, qua impingit in obicem, est ea solummodo quæ est ut AD, secundum directionem ad obicem perpendicularem agens: fiat jam BE æqualis & parallela ipsi AD, & BF æqualis DB vel AE, & compleatur rectangulum EF, quod erit per omnia simile & æquale rectangulo DE. Cum igitur motus ut AE secundum directionem ad obicem parallelam per ictum non destruatur, quippe huic motui obex non est contrarius, post impulsum ad B permanet in corpore vis

ut

ut AE vel BF movendi secundum directionem BF: sed ex natura elasticitatis, corpus cum vi ut EB secundum directionem EB in obicem impingens, eadem vi secundum eandem directionem reflectitur; motus igitur corporis ad punctum incidentiæ B componitur ex motu ut BF secundum directionem BF, & motu ut BE secundum directionem BE; quare (per Corol. 2. Theor. 30.) corpus in recta BC cum vi ut BC movebitur: sed ob AD, CF æquales & parallelas, item ob DB, BF & angulos ad D & F æquales, erit angulus CBF æqualis angulo ABD, hoc est, angulo incidentiæ æqualis erit angulus reflectionis. Q.E.D.

PROBL. IV.

Corporum oblique impingentium post occursum determinare motus.

Moveantur corpora quæcunque A & B in lineis ad se invicem inclinatis AC, BC, quarum longitudines respective exponant velocitates corporum A, B; recta EFC repræsentet planum à quo tanguntur corpora in puncto concursus; in quod ab A & B demittantur perpendiculares AE, BF, quæ exponant velocitates quibus corpora ad se invicem accedunt. Compleantur rectangula EG, FH. Per Cor. 3. Theor. 30. motus corporis A resolvitur in duos alios secundum directiones AG, AE, ad quos motus in AC est ut AC ad AG, AE respective; similiter motus corporis B resolvitur in duos alios secundum directiones BF, BH; ad quos motus in BC est ut BC ad BF, BH respective: cum vero AG, BH sint parallelæ, velocitatibus quibus secundum has directiones moventur corpora, in se invicem non impingent; adeoque motus secundum hasce directiones per impactum non mutabitur; velocitates igitur quibus corpora in se mutuo incurrunt, sunt ut AE vel GC & BF vel HC. Corporum igitur A, B cum velocitatibus GC, HC in se mutuo directe incurrentium (per Probl. 2. si corpora dura sint, vel per Probl. 3. si elastica) determinentur motus; sitque CL velocitas corporis A à C versus L post impactum, orta ex velocitatibus GC, HC. Cumque, ut ostensum est, maneat in corpore vis movendi secundum directionem ad AG parallelam cum velocitate ut

TAB. 6. *fig.* 1.

AG, fiat CM æqualis AG, & compleatur rectangulum LM; in hujus diagonali CN movebitur corpus A poſt impactum cum velocitate ut CN, ut patet (per Corol. 2. Theor. 30.) Et ſimiliter determinabitur motus corporis B poſt impulſum. Q. E. F.

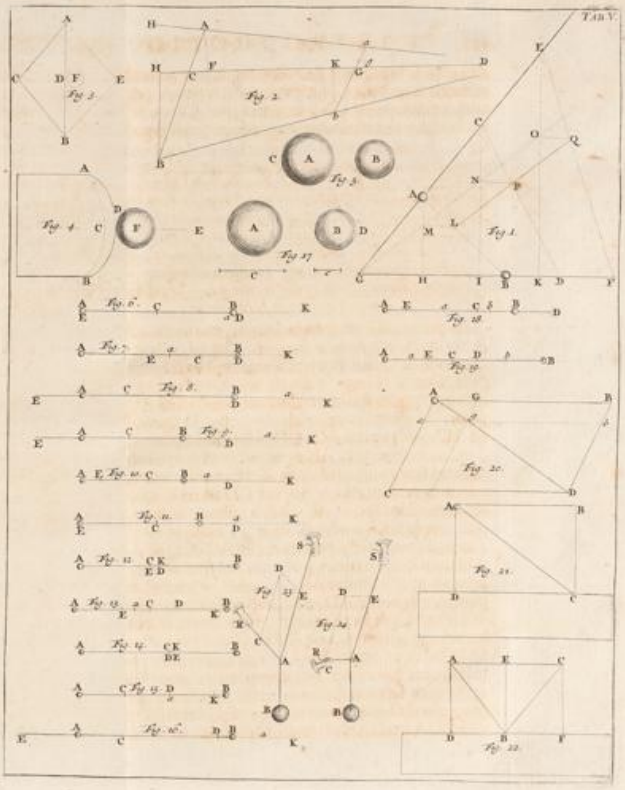
THEOR. XXXIII.

Tab. 6. fig. 2. *Si mobile* A *à tribus potentiis ope trium filorum trahatur, vel alio quocunque modo urgeatur ſecundum directiones* AB, AE, AC, *ita ut hæ tres potentiæ ſibi mutuo æquipolleant, hoc eſt, ut binæ quævis alterius effectum deſtruant, & corpus per nullam ipſarum moveatur; potentiæ illæ inter ſe eandem rationem habebunt cum rectis tribus ad ipſarum directiones parallelis & à mutuo concurſu terminatis.*

Exponat AD potentiam ſeu vim qua mobile A urgetur ab A verſus B; vis huic æquipollens ſeu æqualis & corpus contrarie ab A verſus D urgens etiam per AD exponetur; ſed (per Cor. 3. Theor. 30.) vis ab A verſus D corpus impellens æquipollet duabus ſecundum directiones AC, AE agentibus, ad quas vis prior ab A verſus D agens, eſt ut AD ad AC, AE, vel ad AC, CD reſpective; & viciſſim vires ſecundum rectas AC, AE agentes, & vi corpus ab A verſus D urgenti ſimul æquipollentes, debent eſſe ad vim eandem ſecundum AD ut AC & AE vel CD ad AD; quare etiam vires ſecundum rectas AC, AE agentes, & æquipollentes vi qua corpus ab A verſus B urgetur, ejuſque effectum deſtruentes, debent eſſe ad eandem, ut AC, CD ad AD; hoc eſt, ſi idem mobile à tribus potentiis ſibi mutuo æquipollentibus ſecundum directiones AB, AC, AE urgeatur, erunt hæ tres potentiæ ut rectæ AD, AC, AB reſpective. Q. E. D.

Cor. 1. Cum in triangulo quovis latera ſint ut ſinus angulorum oppoſitorum, erit AC ad CD ut ſinus anguli ADC vel DAE ad ſinum anguli DAC; unde quævis duæ potentiæ erunt inter ſe reciproce ut ſinus angulorum, quos lineæ directionum cum linea directionis tertiæ potentiæ continent. Eſt præterea AD ad AC ut ſinus anguli C vel AED ad ſinum anguli CDA vel DAE; & ſimiliter potentia ſecundum AB agens

eſt


Tab V.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.

est ad potentiam secundum AE, ut sinus anguli AED ad sinum anguli ADE vel CAD.

Cor. 2. Si pondus B duæ potentiæ R, S filorum ope secundum rectas AR, AS trahentes sustineant, punctum A à tribus potentiis urgetur, quarum duæ secundum directiones AR, AS agunt, & altera est vis gravitatis ponderis B, agens secundum rectam AB ad terram perpendicularem; unde erit potentia R ad vim gravitatis ut AC ad AD, vel ut sinus anguli DAE ad sinum anguli DEA vel CAE; & potentia S erit ad vim gravitatis ut EA ad AD, vel sinus anguli CAD ad sinum anguli DEA vel CAE, & potentia R erit ad S potentiam ut sinus anguli EAD ad sinum anguli CAD. TAB. 5. *fig.* 23. 24.

Theorema hoc cum suis corollariis est fundamentum totius Mechanicæ novæ, quam Dominus *Varignon* edidit, & ab ipso etiam immediate consequuntur pleraque theoremata mechanica, quæ in eximio opere *Jo Alphonsi Borelli* de Motu animali continentur; ejus enim ope vires musculorum æstimari possunt.

THEOR. XXXIV.

Si Grave B *plano inclinato incumbat, & à potentia* R *secundum directionem plano parallelam agente sustineatur, nec in plano illo descendat; potentia* R *erit ad pondus corporis* B *ut sinus anguli inclinationis ad radium.*

Per punctum ubi Grave plano incumbit, ducatur ad communem sectionem plani & Horizontis perpendicularis AC, à cujus puncto quovis A demittatur in planum horizontis perpendicularis AD, & jungatur CD: erit (per Def. 6. El. 11.) ACD angulus inclinationis plani & horizontis, cujus sinus est AD posito CA radio. Dico jam AC esse ad AD ut pondus corporis A ad potentiam R. Corpus enim B à tribus potentiis secundum diversas directiones agentibus, & sibi mutuo in æquilibrio positis urgetur; quarum prima est vis gravitatis secundum directionem BE ad CD perpendicularem agens, secunda est potentia R corpus trahens secundum directionem BR ad AC parallelam, tertiæ autem potentiæ supplet vicem resistentia seu contranitentia plani secundum lineam FBH sibi TAB. 6. *fig.* 3.

per-

perpendicularem agens; nam reactio actioni ſemper eſt æqualis, & fit in plagam contrariam: cumque planum perpendiculariter à mobili prematur ſecundum directionem BF, planum æqualiter reaget in corpus ſecundum directionem BH, & contranitentia illa æquipollet potentiæ ſecundum BH mobile urgenti: cumque hæ tres potentiæ ſint ſibi mutuo in æquilibrio & mobile ab ipſis ſuſtineatur, ſi ducatur FG ad EB parallela rectæ AC occurrens in G, erit potentia R ad vim gravitatis ut BG ad FG (per præcedens Theor.) Sed ob triangulum CFG rectangulum, & demiſſam in baſin CG perpendicularem FB, eſt (per 8. El. 6.) ut BG ad FG ita FG ad GC, & ut FG ad GC ita (per 4. El. 6.) erit AD ad AC; quare eſt potentia R ad vim gravitatis ut AD ad AC, vel ut ſinus inclinationis plani ad radium. Potentia igitur aliqua poteſt Grave in plano inclinato ſuſtinere, modo potentia illa ſit ad pondus Gravis, ut ſinus inclinationis plani ad radium. Q. E. D.

Cor. 1. Cum potentia R impediat deſcenſum Gravis in plano AC, & ejus momento, quo in illo deſcendere nititur, æquipolleat; ſequitur Gravis cujuſque vim deſcendendi in plano inclinato eſſe ad vim qua deſcendere conatur in perpendiculo, ut ſinus inclinationis plani ad radium.

Cor. 2. Hinc etiam plani inclinatio talis aſſignari poteſt, ut ſuper illud, quantulacunque potentia pondus quodcunque magnum ſuſtinere vel etiam elevare poterit.

LECTIO XV.

De Deſcenſu Gravium in Planis Inclinatis & Pendulorum Motu.

PEractis iis quæ ad motum generaliter ſpectant, ad eos jam devenimus qui ex datis viribus oriuntur motus; in quibus exponendis & Phænomenis inde ortis recenſendis præcipue verſatur vera Phyſica. Ut igitur à ſimpliciſſimis ordiamur, imprimis conſideranda venit vis illa, quæ uniformiter, hoc eſt ubique eodem tenore, verſus eandem ſemper plagam dirigitur, qualis vulgo ſupponitur eſſe vis Gravita-

vitatis: quamvis enim certum sit, Gravitatis vim non ubique eandem esse, sed in diversis à centro Terræ distantiis, quadratis distantiarum reciproce esse proportionalem; cum tamen diversæ altitudines ad quas gravia à nobis projecta perveniunt, exiguæ admodum sint præ ingenti illa à telluris centro distantia, in tantilla hac altitudinum differentia, eandem ubique esse Gravitatis vim, tuto & absque minimo sensibili errore, supponi potest.

De motu itaque Gravium in hoc loco agendum est: Motum autem illum peragi supponimus, vel in planis ad Horizontem inclinatis, vel in superficiebus curvis, quales sunt sphæricæ & cycloidicæ; vel in spatiis denique liberis & non resistentibus, de quibus sequentia dabimus Theoremata.

THEOR. XXXV.

Descensus Corporis Gravis, super plano quovis inclinato, est motus æquabiliter acceleratus. Estque velocitas quam Grave super plano inclinato, in dato quovis tempore è quiete decidens, acquirit, ad Velocitatem à Gravi perpendiculariter cadente eodem tempore acquisitam, ut altitudo plani ad ejus longitudinem.

Sit planum inclinatum AB super quo descendat Grave D. Per Corol. primum. Theor. 34. est vis qua descendere conatur Grave, super plano quovis inclinato, ad vim absolutam Gravitatis, qua sc. in perpendiculo descenderet, in constanti ratione, quæ est sinus inclinationis plani ad radium, seu ut altitudo plani ad ejusdem longitudinem; adeoque cum eadem maneat vis absoluta Gravitatis corporis D, eadem quoque manebit vis qua super plano AB descendere conatur. Vis igitur illa eodem semper tenore in Grave D aget; adeoque similiter applicata, per legem secundam, æqualia semper velocitatum incrementa superaddet; haud secus ac fit in Gravibus in perpendiculo cadentibus. Est igitur descensus Gravium in plano inclinato motus uniformiter acceleratus. Q. E. D. TAB. 6. *fig.* 4.

Porro Incrementa Velocitatum Gravium in perpendiculo & in plano inclinato cadentium, quæ eodem tempore inde-

finite exiguo producuntur, ſunt ad ſe invicem ut vires quibus producuntur: at vires ſunt in conſtanti ratione, ſcil. ut longitudo plani AB ad ipſius altitudinem AC; quare incrementa velocitatum inde orta erunt in eadem ratione. Ac proinde (per 12. Prop. Elementi V.) ſumma incrementorum unius erit ad ſummam incrementorum alterius in eadem ratione; hoc eſt velocitas corporis Gravis in perpendiculo cadentis, eſt ad velocitatem corporis ſuper plano inclinato interea deſcendentis, ut longitudo plani ad ejus altitudinem. Q. E. D.

Corol. 1. Velocitates corporis Gravis in plano inclinato cadentis, ſunt ut tempora quibus acquiruntur.

Corol. 2. Quæcunque igitur in Theor. 12. & ejus Corol. de motu uniformiter accelerato demonſtravimus, vera quoque erunt de deſcenſu Gravium in planis inclinatis. Scil. ſpatium à Gravi in plano inclinato cadente dato tempore percurſum, ab initio motus computatum, dimidium erit iſtius quod in illo tempore à mobili uniformiter percurri poteſt, cum velocitate ultimo acquiſitâ. Item ſpatia percurſa, ab initio motus computata, ſunt in duplicata ratione Temporum vel celeritatum. Et Celeritates & Tempora ſunt in ſubduplicata ratione ſpatiorum percurſorum.

Corol. 3. Hinc etiam Gravis Aſcenſus per planum quodvis acclive eſt motus uniformiter retardatus, ſicut fit in Aſcenſu corporis in perpendiculo, illumque eadem omnino ſymptomata comitantur.

SCHOLIUM.

Si ad Experientias recurratur, has omnes ratiociniis noſtris conformes eſſe reperiemus; & in planis non admodum declivibus experimenta inſtituere facile eſt, cum motus haud admodum veloces exacte menſurari poſſint; ſecus ac fit in deſcenſu in perpendiculo, ubi pernicitas motus obſervationibus accuratis locum non relinquit.

Notandum nos ſupponere plana exacte polita, & motum ſuper iis nulla ſcabritie impeditum.

PROBL.

PROBL. V.

Dato plano inclinato, assignare quam ejus partem percurrit Grave, interea dum aliud Grave datum spatium in perpendiculo perfecerit.

Sit planum inclinatum AB, super quo descendat Grave ex A; assignanda est longitudo quæ à Gravi in plano inclinato cadendo percurritur, interea dum aliud Grave spatium AC in perpendiculo cadens perfecerit. A puncto C in AB demittatur perpendicularis CD plano occurrens in D; erit AD spatium in plano inclinato confectum tempore quo Grave cadit in perpendiculo ex A ad C. Si enim non sit AD, sit AE spatium eodem tempore confectum, quo grave cadit ex A ad C, quod vel majus vel minus sit quam AD. Ducatur horizontalis recta CB. Et quoniam per Theorema 12. in eo tempore quo Grave cadit ex A ad C vel ex A ad E, percurri potest dupla longitudo AC, cum velocitate uniformi, & æquali ei quæ acquiritur cadendo in C; (sicut per Corol. præcedentis,) in eodem tempore percurri potest longitudo dupla ipsius AE, cum ea velocitate quæ acquiritur in E; erit (per Theor. VI.) Velocitas in C ad velocitatem in E acquisitam, ut dupla AC ad duplam AE, vel ut AC ad AE: sed cum AC, AE simul percurrantur, erit (per Theorema præcedens) velocitas in C ad velocitatem in E ut AB ad AC; quare erit ut AB ad AC ita AC ad AE: sed (per octavam Elementi 6.) ut AB ad AC ita AC ad AD: quare erit ut AC ad AE ita AC ad AD: ac proinde erit AE æqualis AD, minor majori, quod fieri non potest. Non igitur aliud spatium quam AD à Gravi super plano AB cadente conficitur, interea dum aliud Grave cadat ex A ad C. Quod erat ostendendum. TAB. 6. *fig.* 5.

Corol. Hinc invenitur spatium per quod Grave in perpendiculo cadit, interea dum Grave super plano inclinato percurrit longitudinem quamvis datam AB: nempe si ex puncto B ad AB erigatur perpendicularis recta BC, perpendiculo occurrens in C, erit AC spatium quæsitum. TAB. 6. *fig.* 6.

Corol. 2. Si duo vel plura sint plana inclinata AB, AE; & detur spatium AD, quod à Gravi super plano AB in aliquo TAB. 6. *fig.* 7.

tempore percurritur; invenietur ſpatium, quod à Gravi in altero plano AE interea percurratur; erigendo ex puncto D perpendicularem DG, cum perpendiculo occurrens in G; & ex G in AE demittendo perpendicularem GH plano AE occurrens in H; erit AH ſpatium quæſitum: utrumque enim ſpatium AD, AH conficitur in eo tempore, quo Grave in perpendiculo deſcendit ex A ad G.

Corol. 3. Ex hujus Theorematis demonſtratione conſtat, velocitates à Gravibus in perpendiculo & in plano inclinato, eodem tempore acquiſitas, eſſe ut ſpatia ab iiſdem confecta.

THEOR. XXXVI.

TAB. 6. fig. 5. *Tempus quo percurritur planum inclinatum* AB *eſt ad tempus quo percurritur perpendiculum* AC, *ut* AB *longitudo plani ad longitudinem perpendiculi* AC.

Ex C ad AB demittatur perpendicularis CD; & erit tempus quo percurritur AD, æquale tempori quo AC percurritur. Eſt vero tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur AD, in ſubduplicata ratione AB ad AD (per Corol. 2. Theor. 35.) hoc eſt, ob AB, AC, AD continue proportionales, eſt tempus quo percurritur AB ad tempus quo percurritur AD vel AC, ut AB ad AC. Quod erat demonſtrandum.

TAB. 6. fig. 8. *Corol.* Hinc tempora quibus percurruntur diverſa plana, AB, AD, KB, quorum eadem eſt altitudo, ſunt ut longitudines planorum: eſt enim tempus per AB ad tempus per AC ut AB ad AC; & tempus per AC ad tempus per AD ut AC ad AD: quare ex æquo erit tempus per AB ad tempus per AD, ut AB ad AD.

THEOR. XXXVII.

Celeritates Gravium, ſuper plano quovis inclinato & in perpendiculo, æquales ſunt, ubi Gravia pervenerint ex eadem altitudine ad eandem rectam Horizontalem.

TAB. 6. fig. 5. Sit planum inclinatum AB, & perpendiculum AC. Ducatur Horizontalis recta BC. Dico celeritatem acquiſitam in pun-

puncto B, post descensum per AB, æqualem fore celeritati acquisitæ in puncto C, post casum per AC. A puncto C demittatur ad AB perpendicularis CD. Erit AD spatium quod à Gravi in plano, AB cadendo percurritur, in eo tempore quo aliud Grave in perpendiculo descendit per AC: & (per Cor. 3. Probl. 5.) celeritas in C est ad celeritatem in D ut AC ad AD, vel ut AB ad AC. Quoniam autem celeritates super eodem plano cadendo acquisitæ, sunt in subduplicata ratione longitudinum quæ à Gravi percurruntur, erit celeritas in B ad celeritatem in D in subduplicata ratione longitudinis AB ad longitudinem AD; hoc est, ob AB, AC, AD continue proportionales, ut AB ad AC. Sed ostensum celeritatem in C esse ad eandem celeritatem in D etiam ut AB ad AC; quare cum celeritates in B & C eandem habeant proportionem ad celeritatem in D, inter se æquales erunt. Quod erat demonstrandum.

Cor Hinc celeritates, quæ à Gravibus cadendo ex eadem altitudine, ad eandem Horizontalem rectam, super planis utcunque inclinatis acquiruntur, sunt inter se æquales: nam utraque celeritas, scil. ea quæ acquiritur in puncto B, post descensum per AB vel KB; & ea quæ acquiritur in puncto D, post descensum per AD, æqualis est celeritati acquisitæ in descensu Gravis ex A ad C. TAB. 6. fig. 8.

THEOR. XXXVIII.

Si ex eadem altitudine descendat mobile continuato motu, per quotlibet ac quælibet plana continua AB, BC, CD; *semper eandem in fine velocitatem acquiret, quæ nimirum æqualis est ei quæ cadendo perpendiculariter ex pari altitudine acquiritur.*

Per A & D ducantur Horizontales rectæ HE, DF, & producantur plana BC, CD, ut cum HE conveniant in punctis G & E. (Per Corol. Theor. 37.) eadem celeritas acquiritur in puncto B, descendendo per AB, ac si per GB descendisset Grave: supponimus autem flexum aut punctum B, non impedire motum Gravis cadentis, sed tantum ipsius directionem mutare; adeoque in puncto C eadem erit celeritas acquisita descendendo per AB, BC, ac si per GC descendisset. TAB. 6. fig. 9.

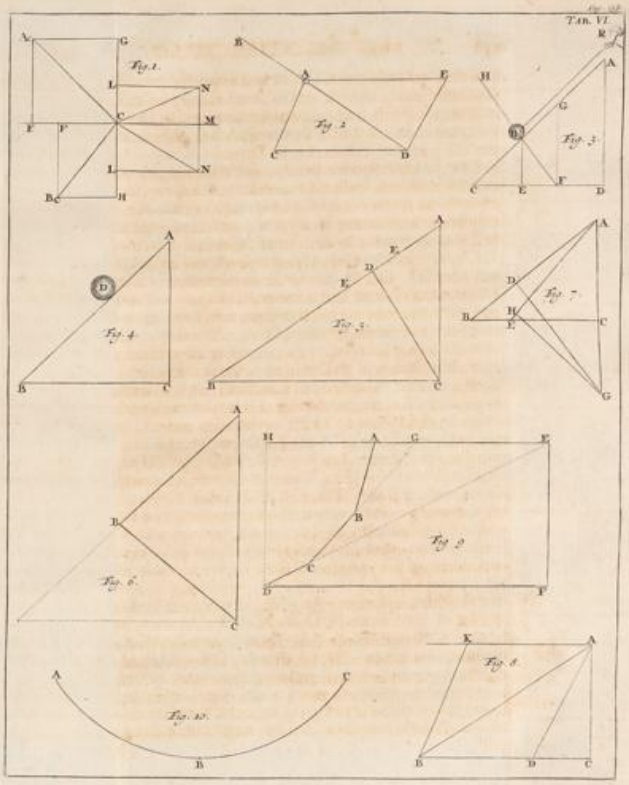
Sed descendendo per CG, eadem acquiritur celeritas quam obtineret grave cadendo per EC: adeoque cum flexus C velocitatem Gravis non minuere supponitur, in D eandem velocitatem habebit, ac si descendisset per planum ED, vel per EF perpendiculum. Q. E. D.

Cor. 1. Hinc liquet, per circuli circumferentiam, vel per curvas quaslibet, descendente mobili, (nam curvas tanquam ex infinitis rectis compositas hic considerare liceat) semper eandem ipsi velocitatem acquiri, ac si ab eadem altitudine rectà in perpendiculo descenderit Grave.

Cor. 2. Quod si Grave, post descensum per AB, BC, CD, vel per HD, sursum convertat motum suum; ascendet ad eandem unde venit altitudinem, per quæcunque plana inclinata: nam cum Gravitas eadem semper vi in eodem plano agat, sive ascendat corpus sive descendat, eadem erit ejus efficacia ad corporis velocitatem in ascensu minuendam, quæ est ad ipsam in descensu augendam; tantum igitur est decrementum velocitatis in puncto C, dum ascendat mobile à D ad C, quantum fuit incrementum velocitatis acquisitum in descensu à C ad D; ac proinde eadem erit velocitas in C, post ascensum per CD, quæ erat prius in eodem puncto, post descensum per AB, BC. Similiter velocitas in B post ascensum per CB eadem est cum velocitate acquisita in descensu per AB vel BG; sic etiam Gravitas tantundem detrahet à velocitate mobilis ascendendo per BA, quantum acquirebatur in descensu per AB; & in punctis æque altis eadem semper erit mobilis velocitas: sed velocitas in initio descensus, scil. in puncto A nulla fuit; adeoque ascendendo, in puncto illo A omnis tolletur velocitas; quod igitur punctum erit terminus ad quem mobile ascendendo perveniet.

Tab. 6. fig. 10. *Cor.* 3. Si mobile per superficiem quamvis AB descendat ad punctum infimum B, ac deinde, velocitate cadendo acquisita, per superficiem similem & æqualem BC ascendat; æqualibus temporibus per æqualia spatia ascendet ac descendet.

THEOR.


Tab. VI.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 6.
Fig. 9.
Fig. 8.
Fig. 10.

THEOR. XXXIX.

Si à puncto ſupremo A, *vel infimo* B, *circuli ad Horizontem erecti, ducantur quælibet plana inclinata* AC, BC, *uſque ad circumferentiam; tempora deſcenſuum per ipſa, æqualia erunt tempori, quo Gravia perpendiculariter per diametrum cadunt.* TAB. 7. fig. 1.

Cadat Grave ex A ad C, ſuper plano AC: dico tempus deſcenſus per AC æquale eſſe tempori deſcenſus per Diametrum AB. Nam angulus ACB in ſemicirculo rectus eſt, (per 31. Elementi tertii) unde cum à puncto C ad AC erecta ſit perpendicularis BC, perpendiculo AB occurrens in B; erit (per Corol. 1. Probl. 5.) tempus deſcenſus per AC in plano inclinato, æquale tempori caſus per AB in perpendiculo. Dico etiam tempus per CB eidem tempori per AB æquale fore. Ducatur CD ad AB, & DB ad AC parallela: & (per 34. Elementi primi) erit CD æqualis AB; & ob angulum ACB in ſemicirculo rectum, erit angulus CBD rectus: quare cum à puncto B, ſuper CB erecta ſit ad angulos rectos BD, cum perpendiculo conveniens in D; erit (per Corol. 1. Probl. 5.) tempus per CB æquale tempori deſcenſus per CD; ſed eſt CD æqualis AB, unde tempus per CB æquale erit tempori per AB.

Idem aliter ſic oſtendi poſſit. Tempus deſcenſus per AB eſt ad tempus per EB, in ſubduplicata ratione AB ad EB, hoc eſt (ob AB, BC, EB continue proportionales) ut AB ad BC, vel BC ad EB; ſed (per Theor. 36.) tempus per BC eſt ad tempus per EB in eadem ratione BC ad EB: quare cum tempora per AB & BC ad tempus per EB eandem obtineant rationem, æqualia erunt. Quod erat demonſtrandum.

Cor. 1. Si ducatur perpendiculum AB, & ſuper Diametro AB, deſcribatur Circulus; omnia plana à puncto B, vel à puncto A, ad circuli circumferentiam ducta eodem tempore percurrentur; eodem ſcil. tempore percurruntur AB, CB, DB, EB, FB, GB. TAB. 7. fig. 2.

Cor. 2. Si in eodem puncto ſupremo A, plures circuli ABD, AGK ſe mutuo tangant, & exeant plura plana AB, AC, AD, AE circulos ſecantia; partes GE, HB, LC, KD æquali tem- TAB. 7. fig. 3.

tempore percurrentur, si initium motus fiat à puncto supremo.

THEOR. XL.

Si duo Gravia descendant super duobus aut pluribus planis, similiter inclinatis & proportionalibus; tempora iis percurrendis impensa erunt in subduplicata ratione longitudinum planorum.

TAB. 7. fig. 4. Percurrat Grave quodvis plana AB. BC, alterum autem Grave plana DE, EF, similiter ad Horizontem inclinata & proportionalia, hoc est, ut sint anguli BAG, EDH, item BGA, EHD æquales; & AB ad BC ut DE ad EF. Dico tempus quo percurruntur AB, BC ad tempus quo percurruntur DE, EF, subduplicatam habere rationem planorum AB, BC ad plana DE, EF. Ob triangula ABG, DEH æquiangula, est AB ad DE ut BG ad EH; sed ex hypothesi ut AB ad DE ita est BC ad EF, quare ut BG ad EH ita est BC ad EF; & ita (per 12. Elementi quinti) est GC ad HF. Sed quia AB, DE similiter inclinata sunt, eodem prorsus modo percurruntur ac si partes essent ejusdem plani; sic etiam plana GC, HF eodem modo percurruntur ac si partes essent ejusdem plani: adeoque tempus per AB erit ad tempus per DE in subduplicata ratione AB ad DE: & tempus per GC est ad tempus per HF in subduplicata ratione GC ad HF, vel in subduplicata ratione AB ad DE. Sed tempus per GB est ad tempus per HE, in subduplicata ratione GB ad HE, vel AB ad DE; adeoque (per 19. Elementi quinti) tempus per BC post descensum ex G vel A, est ad tempus per EF post descensum ex H vel D, in subduplicata ratione AB ad DE, hoc est ut tempus per AB ad tempus per DE: adeoque (per 12. Elem. V.) tempus per AB, BC erit ad tempus per DE, EF ut tempus per AB ad tempus per DE; vel in subduplicata ratione AB ad DE; verum ob AB ad DE ut BC ad EF, erit AB ad DE ut AB, BC ad DE, EF; adeoque tempus per AB, BC erit ad tempus per DE, EF in subduplicata ratione AB, BC ad DE, EF. Q. E. D. Idem similiter ostendetur si plura essent utrobique plana inclinata & proportionalia, unde patet propositum.

Cor.

Cor. Si ſint duæ ſuperficies curvæ AB, DE, ſimiles & ſimiliter poſitæ, hæ minime differunt ab infinitis numero planis, infinite parvis, & proportionalibus, & ad ſe invicem ſimiliter inclinatis: adeoque erit tempus deſcenſus per ſuperficiem AB ad tempus deſcenſus per ſuperficiem DE in ſubduplicata ratione AB ad DE. TAB. 7. *fig.* 5.

PROBL. VI.

Dato ſpatio AB *in plano utcunque inclinato, in dato tempore à Gravi è quiete cadente percurſo; invenire ſpatium percurſum æquali tempore, in alio plano contiguo* BG; *poſito Grave in ſecundo hoc plano motum ſuum continuare.* TAB. 7. *fig.* 6.

Per A ducatur horizontalis recta AE, & producatur BG ad E, ac fiat BD æqualis AB; & rectis EB, ED capiatur tertia proportionalis EC: erit BC ſpatium quod in ſecundo plano à Gravi motum ſuum continuante æquali tempore percurritur, quo AB in primo plano. Exponat enim AB vel BD tempus per AB, unde (per Corol. Theor. 36.) EB exponet tempus per EB. Eſt vero tempus per EB ad tempus per EC, in ſubduplicata ratione EB ad EC, hoc eſt ut EB ad ED; ſed eſt EB ſpatium quod percurritur tempore ut EB; adeoque EC erit ſpatium quod percurritur tempore ut ED, ac proinde BC eſt ſpatium quod percurritur tempore ut DB vel AB, poſt caſum ex E vel A. Quod erat inveniendum.

PROBL. VII.

Dato ſpatio AB *in plano inclinato, à Gravi è quiete cadente percurſo in dato tempore; item ſpatio* BC *in alio plano contiguo, in quo Grave motum ſuum continuat: Invenire tempus quo percurritur ſpatium illud datum* BC. TAB. 7. *fig.* 7.

Ducatur per A horizontalis recta AE, cui occurrat BC producta in E: inter EB, EC inveniatur media proportionalis ED. Et ſi AB exponat tempus quo percurritur AB, BD exponet tempus quæſitum quo percurritur BC. Eſt enim tempus per AB ad tempus per EB, ut AB ad EB; adeoque EB exprimet tempus quo Grave cadet per EB: at eſt tempus per EB ad tempus per EC, in ſubduplicata ratione EB ad EC,

sive ob EB, ED, EC continue proportionales, ut EB ad ED; sed est EB ut tempus per EB; unde DB erit ut tempus per BC. Ac proinde tempus per AB erit ad tempus BC ut AB ad BD. Q.E.I.

TAB. 7. fig. 8. *Cor.* Hinc si Grave successive per plura plana inclinata AB, BC, CD deferatur, assignari potest tempus in quo per singula movetur: producantur enim BC, CD ut cum horizontali per A ducta conveniant in E, & F; inter EB, EC fiat EG media proportionalis: item inter FC, FD fiat media proportionalis FH, & si AB exponat tempus per AB, BG exponet tempus per BC, & CH exponet tempus per CD.

TAB. 7. fig. 9. *Def.* Si Grave quodvis A, filo tenuissimo circa centrum B mobili, appendatur; talem machinam *Pendulum* appellamus. Quod si *Pendulum* circa B rotetur ut Grave arcum CAD describat, idem motus huic Gravi accidet ac si in superficie sphærica CAD, perfecte dura ac levigata, motum fuisset corpus Grave. Etenim motum circa punctum B liberrimum supponimus, & ab aëris resistentia, quæ in gravioribus pendulis exigua admodum est, abstrahimus: quod si pendulum ad situm BC deferatur, & exinde demittatur, Grave descendendo describet arcum CA, & in puncto A eam habebit velocitatem quæ acquiritur cadendo per EA, qua velocitate per tangentem in A exire conabitur; per Legem primam. Verum cum per filum AB detineatur in peripheria CAD, ascendet per arcum AD ad eandem altitudinem, scil. ad D ex qua decidit, (per Cor. 2. Theor. 38.) ubi omni amissâ velocitate, sua gravitate rursus incipiet descendere; & in puncto A priorem acquiret velocitatem, cum qua ascendet ad C: atque sic ascendendo & descendendo continuas vibrationes in peripheria CAD perficiet. Quod si aër pendulorum motui nihil obstaret, & si nulla esset frictio circa centrum rotationis B, in æternum duraturæ forent pendulorum vibrationes: at ob hasce causas aliquantulum, licet insensibiliter singulis vibrationibus diminuitur penduli velocitas in puncto A, unde fit ut non ad idem præcise punctum redeat Grave penduli, sed arcus in quos excurrit continuo breviores reddantur, donec tandem insensibiles evadant.

THEOR.

THEOR. XLI.

Ejusdem penduli Vibrationes exiguæ, utcunque inæquales sint, fere & ad sensum sunt æquidiuturnæ.

Sit pendulum AB, quod oscillando describit inæquales arcus CBD, FBG: dico æqualia fere in illis describendis insumi tempora, sive oscillationem in arcu CBD æquali fere tempore peragi, quo perficitur oscillatio in arcu FBG, modo arcus CB, FB, non sint nimis magni. Ducantur subtensæ CB, FB, DB, GB; & quoniam arcus supponantur exigui, ii nec longitudine nec declivitate multum à subtensis suis deflectunt: ac proinde Grave paria fere insumet tempora, sive per arcus CB, FB, sive per arcuum subtensas feratur; sed tempora descensuum per arcuum subtensas æqualia sunt (per Theor. 39.) Quare tempora per arcus BC, FB erunt fere æqualia, igitur & horum temporum dupla, scil. quibus oscillando describuntur inæquales arcus CBD, FBG, erunt quoque fere æqualia. Quare ejusdem penduli vibrationes licet in arcus inæquales excurrentes, sunt saltem ad sensum æquidiuturnæ. Q. E. D. TAB. 7. *fig.* 10.

Huic Theoremati suffragatur experientia; pendula enim duo æqualis longitudinis ad motum incitata, quorum unum in multo majores arcus excurrat quam alterum, tempora oscillationum fere æqualia habebunt, adeo ut in centum oscillationibus vix erit discrepantia temporis unius oscillationis.

THEOR. XLII.

Durationes Oscillationum duorum pendulorum in similes Arcus excurrentium, sunt in subduplicata ratione longitudinum Pendulorum.

Sint duo pendula AB, CD, in arcubus similibus EBF, GDH oscillantia; erit tempus oscillationis penduli AB ad tempus oscillationis penduli CD, in subduplicata ratione longitudinis AB ad longitudinem CD. Nam quoniam arcus EB, GD sunt similes & similiter positi, erit (per cor. Theor. 40.) tempus descensus per EB, ad tempus per GD, in subduplicata TAB. 7. *fig.* 11.

ratione EB ad GD; sed tempus descensus per EB est dimidium oscillationis integræ in arcu EBF; sicut tempus descensus per GD est dimidium oscillationis integræ per arcum GDH; adeoque tempus oscillationis penduli per arcum EBF erit ad tempus oscillationis penduli per arcum GDH, in subduplicata ratione EB ad GD: hoc est, ob arcus EB, GD similes, in subduplicata ratione semidiametri AB ad semidiametrum CD; vel in subduplicata ratione longitudinis penduli AB ad longitudinem penduli CD. Q. E. D.

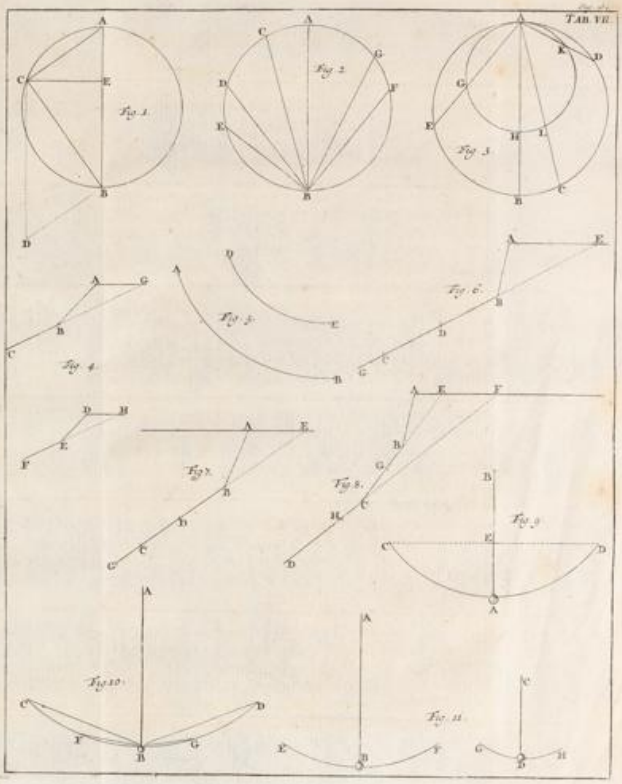
Cor. Longitudines pendulorum sunt in duplicata ratione temporum quibus oscillationes perficiuntur.

Cum durationes vibrationum sint reciproce ut numerus vibrationum eodem tempore peractarum, facile ex dato numero vibrationum quæ ab uno pendulo AB notæ longitudinis, in dato tempore perficiuntur, dabitur numerus vibrationum, quæ ab alio quovis pendulo CD notæ longitudinis eodem tempore perficientur; capiendo numerum qui sit ad numerum vibrationum penduli AB, in subduplicata ratione AB ad CD, sive ut AB ad mediam proportionalem inter AB, CD, vel ut radix quadrata numeri quo exprimitur longitudo penduli AB, ad radicem quadratam numeri quo exprimitur longitudo penduli CD. Et vicissim ex dato vibrationum numero quæ eodem tempore à duobus pendulis AB, CD perficiuntur, & data longitudine unius scil. AB, dabitur longitudo alterius CD; nempe faciendo ut quadratum numeri vibrationum penduli CD ad quadratum numeri vibrationum penduli AB, ita longitudo AB ad longitudinem quæsitam CD.

THEOR. XLIII.

Velocitas penduli in puncto infimo est ut subtensa arcus quem descendendo describit.

Tab 8. *fig.* 1. Sit Pendulum AB, quod motu suo describat circulum BDCG: dico velocitatem acquisitam cadendo ex D in B, esse ad velocitatem in B acquisitam cadendo ex C in B, ut chorda arcus BD ad chordam arcus BC. Per puncta D, C ducantur horizontales rectæ DE, CF: & erit velocitas gravis acquisita


A
C
E
B
D
Fig. 1.
C
A
G
D
F
E
B
Fig. 2
A
E
D
G
E
H
I
B
C
Fig. 3
A
G
B
C
Fig. 4
D
A
E
Fig. 5.
A
E
B
D
C
G
Fig. 6.
D
B
E
F
A
E
B
D
C
G
Fig. 7.
A
E
F
B
G
C
H
D
Fig. 8.
B
E
C
D
A
Fig. 9
A
C
D
B
F
G
Fig. 10.
A
E
B
F
Fig. 11.
C
G
D
H

quisita descendendo per EB, ad velocitatem gravis acquisitam in descensu per GB, in subduplicata ratione EB ad GB, hoc est, ob EB, DB, GB continue proportionales, ut DB ad GB. Eadem ratione, velocitas acquisita à mobili cadendo per GB, est ad velocitatem acquisitam in casu per FB, ut GB ad CB. Quare ex æquo, velocitas acquisita in descensu gravis per EB, erit ad velocitatem acquisitam in descensu per FB, ut DB ad CB; sed velocitas acquisita in descensu per arcum DB, eadem est cum velocitate acquisita in perpendiculo per EB; & velocitas in descensu per arcum CB acquisita, eadem est cum velocitate in perpendiculari descensu per FB acquisita. Quare erit velocitas acquisita in descensu per arcum DB, ad velocitatem acquisitam in descensu per arcum CB, ut subtensa DB ad subtensam CB. Q. E. D.

Corol. 1. Sit GB perpendiculum cujusvis longitudinis, & velocitas acquisita in descensu Gravis ex G ad B exponatur per GB; super quo tanquam diametro, describatur semicirculus GCDB, & ex quovis diametri puncto E, erigatur normalis ED, peripheriæ occurrens in D, ducaturque chorda GD: erit hæc ut velocitas à Gravi acquisita cadendo ex altitudine GE: nam ob BG, GD, GE continue proportionales, erit ratio BG ad GD subduplicata rationis BG ad GE, adeoque BG erit ad GD ut velocitas acquisita cadendo ex altitudine GB, ad velocitatem per GE cadendo acquisitam. Similiter velocitas acquisita cadendo per GB, est ad velocitatem acquisitam ex casu per GF, ut GB ad GC; adeoque velocitates acquisitæ à Gravibus, cadendo per altitudines GE, GF, sunt ut chordæ GD, GC. TAB. 8. *fig.* 2.

Cor. 2. Si capiantur arcus B1, B2, B3, &c. tales, ut eorum subtensæ sint ut 1, 2, 3, &c. respective; atque vis quædam agens pendulum sursum impellat per arcum B1, alia vero per arcum B2, & alia per arcum B3; velocitates pendeli in puncto B hisce viribus moti, erunt ut 1, 2, 3 respective. TAB. 8. *fig.* 1.

Ope hujus Theorematis, variæ in quavis ratione data velocitates mobili tribuentur; aliæque à percussione alterius

corporis acquisitæ, inter se & cum aliis initio datis, comparari possunt.

Tab. 8. fig. 3. Fiat Triangulum ligneum ABC, in quo juxta angulum A, capiantur duo puncta D, E, quorum distantia talis sit, ut pendula duo DF, EG ex illis libere dependentia se mutuo tangant, & centris D, E, intervallo DF vel EG describantur circulorum arcus FK, GH, in quibus capiantur portiones F1, G1; F2, G2; F3, G3; F4, G4, &c. tales ut subtensæ sint ut 1, 2, 3, 4, &c. respective; & si Grave F ad punctum 5 attollatur in arcu KF, G vero ad punctum 3 in arcu GH, atque simul demittantur (per Theor. 41.) ad puncta infima simul pervenient, & velocitates quibus sese percutient erunt ut 5 & 3: quod si post ictum mobile G in arcu GH ascendat ad 5, & mobile F in arcu FK ascendat ad 3, erunt velocitates mobilium F & G ut 3 & 5 respective & versus contrarias partes. Ad hunc modum facile erit experientiæ subjicere regulas motus, tam in corporibus duris quam elasticis, quas in lectionibus XIII & XIV demonstravimus.

Cum ejusdem penduli vibrationes minimæ sint fere æquidiuturnæ, licet arcus in quibus excurrat pendulum sint inæquales; hinc egregium pendulorum usum, ad horologiorum automatωn motus regendos, monstravit *Christianus Hugenius*; quamvis enim *Galilæus* hujus scientiæ author, pendula prius adhibuit in observationibus Astronomicis & Physicis, quæ accuratam temporis mensuram requirunt: *Hugenius* tamen primus horologia pendulis instruxit, & experientia comprobavit, horologia ejusmodi, priora illa quorum libratores horizontales fuerint, longe superare. Ex eo tempore in usum communem recepta sunt horologia pendulis instructa, quorum aliqua tam affabre elaborata sunt, ut temporis mensuram exhibeant motu Solis multo justiorem, qui tempus apparens seu relativum solummodo monstrat, non autem verum & absolutum; unde fit ut automata pendulis instructa, statis temporibus horam indicant ab apparenti diversam, & aliquando tempus solaris horologii quindecim vel sedecim minutis primis superantem, aliquando totidem minutis ab

eo

eo deficientem: nec nisi quater in quolibet anno sol & horologium automaton idem temporis punctum monstrant.

Quamvis ejusdem penduli vibrationes, (licet excurrat pendulum in arcus inæquales,) sint fere & ad sensum æquidiuturnæ; cum tamen non sint omnimodo & Geometrice tales, sed majores minoribus sint aliquantulum diuturniores, & vibrationes pauxilla temporis quantitate à se invicem differant, ex multis minimis differentiolis, tandem magna satis conflatur differentia, idque ita esse reipsâ atque experimentis evincitur: si enim, ut aliquando in frigida fit tempestate, lentore aliquo afficiantur rotæ, ut pendulum minore vi impellant, incitatius quam par est festinant oscillationes; si nimia lubricitate polleant rotæ, & pendulum in majorem arcum excurrere cogant, lentius procedit tempus ab horologio indicatum. Imo ex nuperis experimentis in *Actis Philosophicis Londinensibus* recensitis, constat automati pendulum in vacuo vibrationes perficiens, sublatâ aëris resistentiâ in majores arcus excurrisse, & singulas oscillationes in majore tempore compleviſſe. Quare ut pendulorum Oscillationes ad omnimodam æqualitatem redigantur, & reciprocationum penduli latiorum anguſtiorumque tempora perfecte æqualia evadant; excogitavit *Hugenius* methodum quo Grave penduli per cycloidis arcum semper deferretur. In sequentibus autem demonstrabitur, tempora descensuum per quoscunque ejusdem cycloidis arcus ad punctum infimum quod verticem cycloidis esse supponitur, inter se æqualia esse; adeoque si Grave penduli semper in arcu cycloidis moveatur, erunt tempora oscillationum accurate inter se æqualia; sive pendulum in majores excurrat arcus, sive in minores.

THEOR. XLIV.

Si centro C, *intervallo quovis* CA, *describatur circuli quadrans* AHB, *atque in rectâ* AC *ea lege descendat mobile, ut ejus velocitas in loco quovis* P *sit semper ut* PL *quæ est sinus arcus* AL; *erit tempus quo descendit mobile ab* A *ad* C, *æquale tempori quo percurri possit peripheria* AHB *cum uniformi velocitate ut* CB *quæ ultimo à mobili cadendo acquiritur: erit præterea* Tab 8. fig. 4.

terea tempus casus per spatium quodvis AF, *ad tempus casus per spatium* A*p*, *ut arcus* AH *ad arcum* A*l*; *& vis qua in loco quovis* F *acceleratur mobile erit ut* FC, *quæ est loci à centro distantia.*

Distinguatur peripheria AB in particulas innumeras infinite exiguas LLLL, & ducantur FH, PL, p*l* in AC perpendiculares; jungatur HC, sitque HK perpendicularis in PL. Quoniam triangula FHC KHL sunt æquiangula, (nam præter angulos ad F & K rectos, est angulus FHC æqualis angulo KHL, est enim angulus KHC utriusque complementum ad rectum) erit FH ad HC ut KH vel FP ad HL; sed (ex hyp.) est FH ut velocitas mobilis in puncto F qua scil. percurritur lineola FP, & CH vel CB est ut velocitas quæ ultimo cadendo acquiritur, ubi mobile ad C pervenerit, adeoque erit ut velocitas qua describitur arcus HL. Erit igitur velocitas mobilis descendentis per lineolam FP, ad velocitatem mobilis quod per arcum HL movetur, ut ipsa lineola FP ad arcum HL; quare cum velocitates sint spatiis percursis proportionales, erunt tempora in quibus spatia percurruntur, æqualia. Similiter demonstrari potest aliam quamvis peripheriæ particulam LL cum velocitate CB describi, eodem tempore quo percurritur correspondens lineola PP in perpendiculo, cum velocitate correspondente PL; ac proinde componendo eodem tempore descendit mobile per omnes lineolas PP, hoc est per totam AC, quo percurruntur omnes arcus LL, vel tota peripheria AHB, cum velocitate uniformi ut CB. Q. E. D.

Præterea est tempus quo descendit mobile ab A ad F, æquale tempori quo percurritur arcus AH; & tempus quo descendit mobile ab A ad *p*, æquale est tempori quo describitur arcus A*l*: sed est tempus quo percurritur arcus AH, ad tempus quo percurritur arcus A*l*, (cum utraque eadem velocitate describitur) ut arcus AH ad arcum A*l*; quare erit tempus descensus ex A in F ad tempus descensus ex A in *p*, ut arcus AH ad arcum A*l*; ac proinde dividendo tempus per F*p* erit ut H*h* arcus. Q. E. D. Fiant arcus HL, *hl* æquales, unde tempus descensus per FP æquale erit tempori per *fp*; & ob triangula KHL, FHC, item *khl*, *fh* C æquiangula.

la, erit KL ad HL vel *hl*, ut FC ad CH vel C*h*: item est *hl* ad *kl* ut C*h* ad C*f*, ac proinde, ex æquo, erit KL ad *kl* ut CF ad C*f*; at est KL ut incrementum velocitatis acquisitum dum mobile percurrit FP, & *kl* est ut incrementum velocitatis mobilis dum in æquali tempore percurrit lineolam *fp*; vires vero quibus acceleratur mobile in locis F & *f* sunt ut incrementa velocitatum temporibus æqualibus orta, erunt igitur vires mobilis acceleratrices in locis F & *f* ut rectæ KL, *kl*, hoc est vis qua urgetur mobile in F est ad vim qua urgetur in *f*, ut KL ad *kl*; sed ostensum est ut KL ad *kl* ita esse CF ad C*f*, quare erit vis qua urgetur mobile in F ad vim qua in *f* urgetur, ut distantia CF ad distantiam C*f*. Sunt igitur vires acceleratrices in quibusvis locis ut ipsorum à centro distantiæ. Q. E. D.

Cor. Hinc è converso si mobile descendendo ab A ad C urgeatur à vi quæ sit ut ipsius à centro distantia; & vis illa initio motus exponatur per rectam DE, posito arcu AE infinite exiguo; velocitates ejusdem mobilis in locis quibusvis F*f* exprimentur per sinus FH, *fh*, & tempora per arcus AH, A*h*; & incrementa velocitatum, vel, si arcus æqualiter crescant, vires acceleratrices per incrementa sinuum exponentur.

THEOR. XLV.

Si mobile in recta AC *urgeatur versus punctum* C, *viribus quæ sint distantiis à puncto* C *proportionales, ex quacunque altitudine demittatur, ad punctum* C *eodem semper tempore perveniet; estque tempus illud ad tempus quo possit mobile percurrere eandem viam, cum uniformi velocitate & æquali ei quæ ultimò cadendo acquiritur, ut semiperipheria circuli ad ejus diametrum.*

Demittantur duo mobilia ex punctis A & M simul, & urgeatur utrumque mobile viribus quæ sint distantiis à puncto C proportionales: dico utrumque mobile ad punctum C eodem tempore perventurum. Centro C, intervallis CA, CM, describantur circuli quadrantes AB, MN; & exponatur vis qua urgetur mobile in A, vel quod idem est, ipsius velocitas in ipso motus initio, per DE sinum arcus infinite parvi AE; constat TAB. 8. *fig.* 5.

ſtat ex *Cor.* præcedentis, ipſius velocitatem, poſt caſum ad C, per rectam CB exponi. Sed ex Hypotheſi, vis qua acceleratur mobile in A, eſt ad vim qua acceleratur mobile in M, ut CA ad CM, vel ut DE ad PO, ob arcus AE, MO ſimiles; quare ſi DE exponat velocitatem mobilis initio caſus ex A, PO exponet velocitatem mobilis initio caſus ex M: AC proinde (per idem Cor.) CN exponet velocitatem mobilis in C poſt caſum per MC. Eſt præterea tempus caſus ex A ad C, æquale tempori quo deſcribi poteſt peripheria AB, cum uniformi velocitate ut CB; & tempus caſus ex M ad C, æquale eſt tempori, quo deſcribitur peripheria MN velocitate ut CN. Sed tempus quo deſcribitur peripheria AB velocitate CB, æquale eſt tempori quo deſcribitur peripheria MN velocitate CN, (ob AB: MN:: CB: CN, ſpatia ſcil. percurſa velocitatibus proportionalia.) Quare erit tempus caſus ex A ad C æquale tempori quo corpus deſcendit ex M ad C. Q.E.D.

Tempus quo mobile percurrit rectam AC, cum velocitate CB eſt ad tempus quo arcum AB percurrit cum eadem velocitate, ut recta AC ad arcum AB, vel ut illius dupla ad hujus duplam, hoc eſt ut diameter circuli ad ſemiperipheriam; ſed tempus per arcum AB eſt æquale tempori deſcenſus ad C; unde erit tempus quo mobile fertur per rectam AC cum velocitate ut CB, ad tempus caſus ad C, ut diameter circuli ad ſemiperipheriam Q.E.D.

TAB. 8. fig. 6. *Defin.* Si ſuper recta B*b* inſiſtens circulus, (quem circulum generatorem dicimus,) puncto ſui *b*, (quod punctum lineans appellabimus) rectam B*b* tangens, ſuper eadem recta volvi intelligatur, peripheria ſua continua ad rectam applicatione commenſurans æqualem rectam BA*b*, donec punctum lineans in ſublime latum, adeoque curvam BG*b* ſuo motu deſcribens, circuitu facto, eandem rectam BA*b* iterum in *b* contingat; Curva BG*b* motu puncti *b* deſcripta, linea *Cycloïs* appellatur. Et figura BGDAB figura cycloidis dicitur; & recta GA biſecans baſim perpendiculariter, cycloidis axis; & punctum G vertex cycloidis dicitur.

LEM-

LEMMA.

Si circulus generator circa axem Cycloidis conſtituatur, & à puncto quovis Cycloidis C ordinetur ad axem recta CE, cum peripheria circuli conveniens in D; erit recta CD æqualis arcui circulari GD, arcus vero cycloidis GC æqualis erit duplæ chordæ GD; & ſemicyclois BCG æqualis erit duplæ diametro AG; recta vero CF cycloidem in C tangens parallela erit chordæ DG. Hæc à *Walliſio* & aliis qui de Cycloide ſcripſerunt, demonſtrata ſunt.

THEOR. XLVI.

In cycloide cujus axis ad perpendiculum erectus eſt vertice deorſum ſpectante, tempora deſcenſus quibus mobile urgente vi gravitatis, à quocunque in eo puncto demiſſum ad punctum imum pervenit, ſunt inter ſe æqualia; habentque ad tempus caſus perpendicularis per axem cycloidis, eam rationem quam habet ſemiperipheria circuli ad ipſius diametrum.

Sit cyclois ACD, cujus axis CE, circulus generator ECG. Cum recta cycloidem in puncto quovis H tangens parallela ſit chordæ CG, in circulo Generatore circa axem conſtituto, ductæ; patet mobile in deſcenſu ſuo, eadem vi accelerari in puncto H, ac ſi in recta GC deſcenderet; eſt vero vis qua acceleratur in GC ad vim Gravitatis, ut MC ad GC; ſed ut MC ad GC ita GC ad CE, (per Cor. 8. Prop. El. 6.) Quare vis qua acceleratur mobile in puncto H, eſt ad vim Gravitatis, ut GC ad CE. Eadem ratione vis Gravitatis eſt ad vim qua acceleratur mobile in alio quovis loco K, ut CE ad CL) quare ex æquo vis qua acceleratur mobile in H, eſt ad vim qua acceleratur in K, ut GC ad LC, vel ut dupla GC ad duplam LC, hoc eſt ut curva Cycloidis HC ad curvam KC. Vires igitur quibus deſcendendo ſuper cycloide acceleratur mobile, ſunt ut longitudines curvæ percurrendæ. Ponamus jam rectam *ac* æqualem longitudini curvæ AC, atque ſupponatur mobile aliquod iiſdem viribus urgeri in recta *ac* verſus *c*, quibus mobile urgetur deſcendendo per curvam AC; at vires quibus urgetur mobile, in punctis quibuſvis

TAB. 8. fig. 7.

cycloidis H & K, ſunt ut longitudines HC, KC, vel *hc*, *kc*, hoc eſt vires in locis quibuſvis ſunt ut diſtantiæ locorum à puncto *c*; ac proinde (per Theor. præcedens) tempora deſcenſuum ex quacunque altitudine æqualia erunt. Quoniam itaque in correſpondentibus cycloidis & rectæ *ac* punctis, æquales ſunt vires acceleratrices, velocitatum incrementa æqualia quoque erunt, *v. g.* poſito AH = *ah*, accelerationes in punctis H & *h* æquales erunt, ſicut etiam in punctis K & *k*, modo ſit AK = *ak*: & ſimiliter in cæteris omnibus utriuſque lineæ punctis quæ ſibi mutuo reſpondent, incrementa velocitatum æqualia erunt; adeoque ſi mobilia ex correſpondentibus punctis incipiant deſcendere, ſummæ incrementorum, ſeu velocitates in æqualibus ſpatiis deſcribendis acquiſitæ æquales erunt, ac proinde tempora quibus æqualia hæc ſpatia æqualibus velocitatibus deſcripta ſunt, æqualia quoque erunt. Eſt igitur tempus deſcenſus ab *a* ad *c* in recta *ac*, æquale tempori deſcenſus ab A ad C ſuper cycloide, & tempus deſcenſus ab *h* ad *c* in recta *hc*, æquale tempori deſcenſus ab H ad C ſuper cycloide; & ſimiliter tempus per KC æquale eſt tempori per *kc*, ſi initium caſus fit ex punctis *k*, K, & ſic de cæteris. Sed tempus caſus ab *a* ad *c* æquale eſt tempori caſus ab *h* ad *c*, vel a *k* ad *c*; quare tempus deſcenſus ſuper cycloide ab A ad C, æquale erit tempori deſcenſus ab H ad C, vel a K ad C. Tempora igitur deſcenſus, quibus mobile à quocunque puncto in cycloide demiſſum ad punctum imum pervenit, ſunt inter ſe æqualia. Q. E. D.

Porro tempus caſus ab *a* ad *c* eſt ad tempus quo percurritur *ac* vel 2EC, cum velocitate ultimo acquiſita, ut ſemiperipheria circuli ad diametrum: at tempus quo percurritur 2EC cum eadem velocitate, æquale eſt tempori, quo mobile ſua Gravitate cadens, deſcendit per EC axem cycloidis; unde erit tempus deſcenſus per *ac* vel AC ad tempus quo grave deſcendit per cycloidis axem, ut ſemiperipheria circuli ad ejus diametrum.

Cor. Tempus quo Grave deſcendit in cycloide per arcum AC

AC & ascendit per CD, hoc est tempus motus in cycloide ACD, est ad tempus casus perpendicularis per axem cycloidis, ut integra circuli peripheria ad ejus diametrum.

Hinc si Grave penduli vibrationes in cycloide perficiat, sive in magnos excurrat arcus sive in minimos, æqualibus semper temporibus singulæ oscillationes peragentur. *Hugenius* autem, in tractatu de *Horologio Oscillatorio*, parte tertia, modum ostendit, quo fiet ut Grave in cycloide, vel alia quacunque curva, oscilletur: invenienda scil. est curva, cujus evolutione curva data describitur; & duæ laminæ in eandem curvaturam inflectendæ sunt, intra quas, per fila determinatæ longitudinis, suspensum Grave non circulum sed aliam curvam describit. Sint duæ laminæ ACB, AED, TAB. 8. in figuras similes & æquales incurvatæ, & ex puncto A sus- fig. 8. pendatur penduli filum, quod dum pendulum oscillatur, circumplicatur laminis ACB, AED quas perpetuo tangit; per fili ad laminas applicationem continuo impeditur motus penduli in circulo, & Grave per curvam BPFD defertur: curva ACB vel AED dicitur *Evoluta*, & curva BPFD ex evolutione describi dicitur. Quod si curvæ ACB vel AEB sint duæ semicycloides, quarum axes vel diametri circulorum Generantium sint æquales FG vel AG, dimidiæ scil. longitudini penduli, curva BPFD per quam Grave defertur evadit Cyclois integra, cujus axis est FG dimidia penduli longitudo, ut ab *Hugenio* aliisque demonstratur.

Cum portio cycloidis prope verticem F, describitur motu fili cujus longitudo est AF, atque circulus centro A intervallo AF, eodem fili motu describitur; circulus ille per F transiens fere coincidet cum cycloidis portione prope verticem F, estque ipsi æquicurvus; eodem igitur tempore Grave defertur ad F, per arcum exiguum circuli ac per arcum cycloidis, cui circulus est æquicurvus.

Hinc rursus patet ratio, cur pendulo vibrationes exiguas TAB. 8. in circulo perficiente, tempora oscillationum sunt æqualia: fig. 9. nam si arcus CAD, GAF parvi sint, fere coincident cum portione cycloidis prope verticem F descriptæ circa axem AK, dimidiam scil. penduli longitudinem; adeoque eodem fere

tempore descendit Grave per arcus circuli CA vel GA, quo per arcus cycloidis ipsis propemodum coincidentes descenderet: sed æqualibus temporibus per arcus quoscunque cycloidis descendet Grave; quare etiam æqualibus temporibus cadet Grave per arcus exiguos circulares CA, GA; ac proinde oscillationes integræ per arcus CAD, GAF æqualibus temporibus peragentur.

Est itaque tempus quo pendulum oscillationem minimam in circulo perficit, æquale tempori quo perficitur oscillatio per arcum cycloidis cujus axis est dimidia penduli longitudo. At tempus, quo perficitur oscillatio in cycloide, est ad tempus casus perpendicularis per axem cycloidis, hoc est per dimidiam penduli longitudinem, ut peripheria circuli ad diametrum. Atque hinc sequitur tempus cujusvis oscillationis minimæ, esse ad tempus casus per penduli longitudinem, in constanti ratione, quæ est ea quam habet circuli peripheria ad ipsius diametrum ductam in radicem quadratam numeri binarii.

Si in diversis orbis Terræ regionibus, idem pendulum temporibus inæqualibus oscillationes suas perfecerit, tempora descensuum per penduli longitudinem in diversis his regionibus inæqualia quoque erunt; & ubi lentius procedunt oscillationes, ibi quoque lentius descendet Grave in perpendiculo, & in dato tempore minus cadendo describet spatium. Experimento vero certum est, in Regionibus prope Æquatorem sitis, ejusdem penduli oscillationes diuturniores esse quam in aliis locis, quorum major est latitudo; adeoque Gravia in illis Regionibus minus in dato tempore conficiunt spatium cadendo; & minori vi accelerant motum suum quam in nostris Regionibus longius ab Æquatore dissitis: adeoque experimentis probatur minorem esse Gravitatis actionem in iis locis, quorum minor est latitudo, quam in locis polo propioribus.

Hoc Gravitatis decrementum ex vi centrifuga oritur: cum enim ex Terræ circa axem suum rotatione, quodlibet corpus à centro circuli quem describit recedere conatur, quo majores sunt corporum circuitus, eo major ipsis inerit vis cen-

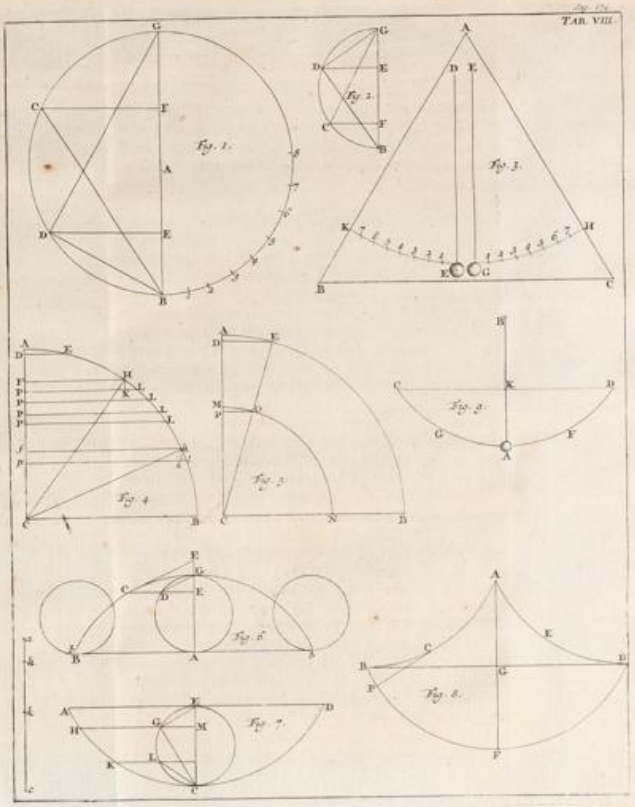

Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.

Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6

Fig. 7.
Fig. 8.

centrifuga, quæ itaque est semper ut sinus distantiæ loci à polo, & sub æquatore maxima est, sub polo vero nulla; adeoque erit vis, Gravitatis in Æquatore minima, in polo vero maxima.

Priusquam hanc materiam missam facimus, lubet solutionem exhibere celeberrimi problematis à *Galileo* primum quæsiti, deinde à *Joh. Bernoullio* Geometris propositi, ineunte An. Dom. 1696. Et à Geometris celeberrimis, *Newtono*, *Leibnitio*, *Jac. Bernoullio*, *Hospitalio* aliisque soluti. *Problema* autem sic propositum fuit.

Datis in plano verticali duobus punctis A & B, *assignare mobili viam, per quam Gravitate sua descendens, & moveri incipiens à puncto* A, *brevissimo tempore perveniat ad alterum punctum* B. TAB. 9. fig. 1.

Lineam hanc esse Curvam Cycloidis per puncta AB transeuntem, cujus basis est in horizontali per A ducta, invenerunt prædicti Geometræ, ad quod demonstrandum sequens præmittimus.

LEMMA.

Si A *dg* B, *sit linea celerrimi descensus, citius descendet Grave, ex quolibet ejus puncto d ad aliud quodvis ipsius punctum g, post casum ex* A, *per ipsam curvam deg, quam per aliam quamcunque viam.*

Nam si dicatur citius descendere Grave per *dfg*. ergo via A *dfg* B, breviori tempori percurretur, quam A *deg* B; ac proinde curva illa A *deg* B non erit curva celerrimi descensus, contra hypothesin.

Sit jam A *deg* B curva, cujus axis AC, ordinatim applicata *a*L; Fluxio seu incrementum momentaneum axis sit LO = *db*: Fluxio vero curvæ sit *de*; sitque semper rectangulum sub data recta, quam vocemus *a*, & *db* vel LO, applicatum ad *de*, velocitati qua percurritur *de*, hoc est, quæ acquiritur cadendo ex A in *d* proportionale: hæc curva erit linea celerrimi descensus. Capiantur *de*, *eg* duæ curvæ portiones contiguæ & infinite parvæ; quæ proinde à TAB. 9. fig. 2.

re-

rectulis minime differunt: dico minore tempore descendere Grave per *deg* curvam, post casum ex A, quam per aliam quamlibet viam *dfg*. Per *f* ducatur *fq* parallela *eg*. Et supponatur *fq* eadem celeritate percurri qua *eg*; sitque *fn* in *de* item *me*, *gq* in *fq* perpendiculares. Et ob æquiangula triangula *fne*, *deh*, item *fme*, *gei*; est *de* ad *dh* ut *fe* ad *ne*; adeoque erit $ne = \frac{dh \times fe}{de}$: item ob *ge* ad *ei* ut *fe* ad *fm*: erit $fm = \frac{ei \times fe}{ge}$. Est vero $\frac{dh \times fe}{de} : \frac{ei \times fe}{ge} :: \frac{dh}{de} : \frac{ei}{ge} :: \frac{hd \times a}{de} : \frac{ei \times a}{ge}$, hoc est, *ne* est ad *fm* ut velocitas qua percurritur *ne*, ad velocitatem qua percurritur *fm*: unde *ne*, *fm* æqualibus temporibus percurruntur; & quia *mq* æqualis est *eg*, erit tempus per *mq* æquale tempori per *eg*, adeoque tempus per *fq* æquale erit tempori per *neg*. Sed ob angulum ad *q* rectum, est *fg* major quam *fq*, adeoque tempus per *fg* majus erit tempore per *fq*, vel per *neg*; & ob *df* majorem quam *dn*, erit tempus per *df* majus tempore per *dn*; unde erit tempus per *df*, *fg*, majus tempore per *dn*, *ng*. Minore igitur tempore descendit Grave ex *dng*, post lapsum ex A, per curvam *deg*, quam per aliam quamlibet viam; ac proinde curva A *deg* B erit via celerrimi descensus.

TAB. 9. *fig.* 3. Sit ABM cyclois per B transiens, cujus basis sit horizontalis recta per A ducta; erit illa linea super qua descendens Grave, in minimo tempore perveniet ex A in B. Sit GNM dimidium circuli Generatoris, cujus diameter GM vocetur *a*, sitque *de* pars curvæ cycloidis infinite parva, quæ ab ejus tangente in *d* minime differt; adeoque parallela erit rectæ NM; unde triangula *dhe*, NQM, GMN, æquiangula erunt: quare est *de* ad *dh*, ut GM seu *a* ad GN; ac proinde $dh \times a = de \times GN$. $AC \frac{dh \times a}{de} = GN$. Sed (per Cor. 1. Theor. 43.) est GN ut velocitas, quæ acquiritur à Gravi cadendo ex altitudine GQ vel L*d*, hoc est ut velocitas qua percurritur lineo-

la

la de. Quare erit $\frac{dh \times a}{de}$ velocitati qua percurritur lineola de proportionalis. Eſt igitur curva Cycloidis A de B linea celerrimi deſcenſus. Q. E. D.

Si velocitas ponatur eſſe ut altitudo unde decidit Grave, linea celerrimi deſcenſus erit portio peripheriæ circuli, cujus centrum eſt in horizontali per A ducta, nam ob æquiangula triangula dhe, dL C, eſt dh ad de, ut dL ad dC; ac proinde erit $dh \times d$C $= de \times d$L & $\frac{dh \times d\text{C}}{de} = d$L. Sed ex hypotheſi dL eſt velocitati proportionalis; quare ſi dC dicatur a, erit $\frac{dh \times a}{de}$ velocitati proportionale. In hac igitur hypotheſi peripheriæ portio A de B erit via celerrimi deſcenſus. TAB 9. fig 4.

Si velocitas, in puncto quolibet, ſit ut altitudinis emenſæ dignitas m, & dicatur AL x, dL y, erit $dh = \dot{x}$, $he = \dot{y}$; & $de = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$. Quare ex curvæ natura, erit $\frac{a^m \dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = y^m$, unde $\frac{a^{2m} \dot{x}^2}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = y^{2m}$, & $a^{2m} \dot{x}^2 = y^{2m} \dot{x}^2 + y^{2m} \dot{y}^2$, & $a^{2m} \dot{x}^2 - y^{2m} \dot{x}^2 = y^{2m} \dot{y}^2$, & $\dot{x}^2 = \frac{y^{2m} \dot{y}^2}{a^{2m} - y^{2m}}$, & $\dot{x} = \frac{y^m \dot{y}}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$.

Quæ æquatio univerſaliter exprimit curvæ naturam, in qua deſcendit Grave, tempore breviſſimo, ſi velocitas ſit ut altitudinis emenſæ dignitas quælibet m.

LECTIO XVI.

MOtus Gravium in planis inclinatis, aut in ſuperficiebus curvis, eorumque ſymptomata præcipua, quantum permitteret inſtituti noſtri brevitas, in præcedente lectione explicavimus. Reſtat jam, ut Projectorum Phænomena recenſeamus: & primo invenienda eſt natura iſtius lineæ, quam mobile in ſpatiis liberis, & non reſiſtentibus projectum, urgente vi Gravitatis deſcribit. Et quidem ſi directe ſurſum vel deorſum projiciatur Grave, in recta linea

movebitur; ejuſque motum eſſe motum uniformiter retardatum vel acceleratum, prout ſurſum vel deorſum projicitur, ex dictis in prioribus lectionibus conſtat. At ſi ſecundum directionem horizontalem, vel aliam quamvis ad horizontem obliquam projiciatur, in linea quadam curva deferetur.

TAB. 9 *fig.* 5. Projiciatur enim mobile ex A, ſecundum directionem AV. Per legem naturæ primam, ſi nulla alia accedat vis, in eadem recta, eadem cum velocitate, ſemper progrederetur; adeoque æqualia ſpatia AB, BC temporibus æqualibus deſcriberet. Diſtinguamus itaque tempus in æquales particulas; & poſt primam temporis particulam ubi mobile ad B pervenerit, vis aliqua, impulſu unico, in ipſum agere ſupponatur; motumque illi communicare, quo ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem (priore ſublato motu) per rectam BE deferretur, in eo tempore quo deſcriberet rectam BC; & compleatur parallelogrammum CBED: conſtat ex Cor. 2. Theor. 30. mobile motu ex utroque compoſito, per diagonalem BD moveri, & in hac recta poſtea ſemper pergeret projectum, ſi nova nulla accederet vis ipſum ex propria ſemita detorquens; & æquali tempore ſpatium DF ipſi BD æquale conficeret. Verum ſi in puncto D vis eadem, ſecunda vice, ſimili agat impulſu, quo mobile per ſpatium æquale FG deorſum in eo tempore deferatur: motus mobilis ex utroque motu compoſitus, erit per rectam DG, quam in eodem tempore deſcribet mobile, quo abſque novo impulſu progrederetur per ſpatium DF. Si vero poſt tertiam temporis particulam, eadem vis iterum agat, & mobile in G deorſum per ſpatium ipſi HI æquale impelleret; motus ex priore & hoc novo compoſitus erit ſecundum rectam GI, quam in quarta temporis particula deſcribet mobile: in I vero eadem urgente vi, mobile è ſemita GL in directionem IK detorquebitur, atque hac lege projectum motu ſuo polygonum ABDGIK deſcribet. Quod ſi diminuantur in infinitum ſingulæ temporis particulæ, quibus vim agere poſuimus, & augeatur ipſarum numerus, latera polygoni in infinitum minuentur, ipſorumque numerus in infinitum augebitur:

bitur: ac proinde in curvam vertetur Polygonum, hoc est, si vis deorsum propellens talis sit, ut constanter & indesinenter agat, qualis est vis Gravitatis, mobile urgente hac vi in Curva deferetur.

THEOR. XLVII.

Projectum, cujus linea directionis horizonti parallela est, motu suo describit lineam Parabolicam.

Sit Grave, vi quavis extrinseca, Balista, *v. g.* Pulvere Pyrio, aut simili qualibet vi, ex puncto A projectum, cujus projectionis directio sit horizontalis AD. Dico Gravis semitam fore curvam semiparabolicam. Nam si aër motui projecti minime obstaret, neque adesset Gravitas; projectum motu æquabili procederet, in eadem semper directione; essentque tempora quibus percurruntur spatii partes AB, AC, AD, AE, ut ipsa spatia AB, AC, AD, AE respective. Accedente jam Gravitatis vi, & eodem tenore agente ac si mobile vi extrinseca non impelleretur; continuo à recta AE deflectet, & spatia descensus seu deviationes ab horizontali AE, eædem erunt ac si perpendiculariter caderet. Quare si mobile, suâ gravitate perpendiculariter cadens, tempore AB percurrat spatium AK; tempore AC descendet per AL, & tempore AD per AM, eruntque spatia AK, AL, AM, ut quadrata temporum, hoc est ut quadrata rectarum AB, AC, AD, vel KF, LG, MH. At cum impetus secundum directionem horizonti parallelam idem semper maneat; (huic enim vis Gravitatis, quæ deorsum tantum corpora urget, minime contraria est) æqualiter promovebitur mobile secundum directionem horizonti parallelam, ac si Gravitas abesset: quare cum tempore AB percurrit mobile spatium æquale AB; cogente vero vi gravitatis deflectet à recta AB per spatium æquale AK, positaque BF æquali & parallela AK, in fine temporis AB erit Grave in F. Sic cum tempore AC percurrat mobile spatium, secundum directionem horizontalem, æquale AC, & in eo tempore descendat per spatium æquale AL, si fiat CG æqualis & parallela AL, in fine istius temporis erit mobile in G. Similiter cum tempore AD, secundum

TAB. 9. fig. 6.

directionem horizontalem promoveatur Grave per ſpatium æquale AD, accedente Gravitate deſcendat interim per ſpatium æquale AM, poſitaque DH æquali AM, in fine temporis AD erit mobile in H. Semitaque projecti erit in Curva AFGH: ſed quia quadrata rectarum KF, LG, MH ſunt interceptis AK, AL, AM proportionalia, erit curva illa AFGH ſemiparabola. Eſt itaque ſemita corporis Gravis ſecundum directionem AE projecti curva ſemiparabolica. Q. E. D.

LEMMA.

TAB. 9. fig. 7. *Sit* ADB *curva talis, ut demiſſa, ex quovis ejus puncto* C, *ad* AB *perpendiculari* CG, *rectangulum ſub* AG, GB *æquale ſit rectangulo ſub* CG, *& data recta* L, *erit curva illa Parabola.*

Biſecetur AB in E; & erigatur perpendicularis DE erit ex hypotheſi, rectangulum ſub DE & L: æquale rectangulo ſub AE, EB, ſeu AE quadrato ‖ (per 5. El. ſecundi) rectangulo ſub AG & GB + GE quad. = CG × L + GE quad. = EF × L + CE quad. quare erit rectang. ſub DF & L æquale CF quadrato, quæ eſt proprietas Parabolæ. Si punctum *g* cadat in AB productam; quod fit ubi curva deſcendit infra AB, eadem Parabola erit locus puncti *c*; nam (per 6. El. ſecundi) eſt E*g* quad. = (*ec* quad. =) rectang. ſub A*g*. *g*B + EB quad. = L × *cg* + L × DE. = L × D*e*: quæ eſt proprietas parabolæ.

Cor. Eſt recta illa L latus rectum ſeu parameter Parabolæ.

THEOR. XLVIII.

TAB. 9. fig. 8. *Linea curva, quæ deſcribitur à Gravi, ſecundum directionem quamlibet ſurſum oblique projecto, parabolica eſt.*

Sit AF directio projectionis, uteunque ad horizontem AV inclinata. Sepoſita Gravitatis actione, mobile in eadem recta motum ſuum ſemper continuaret, per Legem naturæ primam, & ſpatia AB, AC, AD, temporibus proportionalia deſcriberet. At accedente Gravitate, à via AF continuo deflectere cogitur, & in curva moveri, dico hanc curvam eſſe Parabolam. Ponamus Grave perpendiculariter cadens, tem-

tempore AB percurrere ſpatium AQ, tempore vero AC ſpatium AR, & tempore AD ſpatium AS; erunt ſpatia AQ, AR, AS ut quadrata temporum, vel ut quadrata rectarum AB, AC, AD. Quoniam vero mobile vi inſitâ, excluſa gravitate, tempore AB percurreret ſpatium AB, Gravitate vero interim ſe exerente, deſcendit per ſpatium æquale AQ, liquet ſi in perpendiculo BG capiatur BM = AQ, locum Gravis in fine temporis AB, fore M. Similiter cum mobile, ex impetu primo impreſſo, tempore ut AC percurrere debet ſpatium AC, at ex vi Gravitatis per ſpatium = AR interim deſcendere cogitur; ſi capiatur in perpendiculo CN = AR, erit N locus mobilis in fine temporis AC. Sic etiam poſito ſpatio DO, in perpendiculo, æquali AS, erit O locus mobilis in fine temporis AD, & deviationes BM, CN, DO à recta AF temporibus AB, AC, AD ortæ, æquales erunt ſpatiis AQ, AR, AS; adeoque erunt, ut quadrata rectarum AB, AC, AD. Per A ducatur horizontalis recta AP, ſemitæ projecti occurrens in P. Ex P erigatur perpendiculum PE, lineæ directionis occurrens in E; & ob æquiangula triangula ABG, ACH, ADI, AEP, quadrata rectarum AB, AC, AD, AE proportionalia erunt quadratis rectarum AG, AH, AI, AP; adeoque deviationes BM, CN, DO, EP quadratis rectarum AG, AH, AI, AP, proportionales erunt. Rectis EP, AP tertia proportionalis ſit L recta; eritque (per 17. El. 6.) L × EP = AP quad. Eſt vero AP quad.: AG quad. :: EP: BM :: L × EP: L × BM, unde cum ſit L × EP = AP quad. erit L × BM = AG quad. Similiter erit L × CN = AH quad. & L × DO = AI quad. Quoniam autem eſt BG: AG :: (EP: AP :: ex hyp.) AP: L, erit L × BG = AG × AP = AG × AG + AG × GP = AG quad. + AG × GP. Oſtenſum autem eſt L × BM = AG quad. quare erit L × BG — L × BM = AG × GP, hoc eſt L × MG = AG × GP: ſimili ratiocinio erit L × NH = AH × HP, & L × OI = AI × IP, ſicut etiam L × VK = AV × VP. Quare per lemma præcedens, Curva AMNOPK in qua movetur projectum, erit Parabola. Q.E.D.

Cor. 1. Recta L eſt parabolæ latus rectum ad axem pertinens.

Cor. 2. Sit AH = HP & erit L × CN = AH quad. = L × NH,

Unde erit NH = CN; ac proinde recta AF linea directionis projecti Parabolam tanget (per Prop. 33. libri primi Conicorum *Apollonii*.

Cor. 3. Quoniam est AP = 2 AH; erit PE = 2 CH = 4 CN vel 4 NH.

Cor. 4. Si rectis PE, AE tertia proportionalis sit *l*, erit *l* latus rectum, seu parameter parabolæ ad diametrum AS pertinens. Nam quoniam PE, AE, *l* sunt continue proportionales, erit *l* × PE = AE quadrato: est vero AE quad. ad AB quad. vel ad QM quad. :: PE : BM vel AQ :: *l* × PE : *l* × AQ: quare cum sit AE quad. = *l* × PE erit QM quad. = *l* × AQ. Quare erit *l* parameter ad diametrum AS pertinens.

Cor. 5. Est vero *l* = PE + L = 4 NH + L = quadruplæ altitudini parabolæ + L. Nam est *l* × PE = AE quad. = AP quad. + PE quad. = L × PE + PE quad. = $\overline{L + PE} \times PE$. Quare erit *l* = L + PE = L + 4 NH.

Cor. 6. Si tempora AB, BC, CD fiant æqualia; erunt spatia horizontalia AG, GH, HI æqualia; hoc est si Grave motu suo describat parabolam, æqualibus temporibus secundum directionem horizonti parallelam æqualiter promovebitur; & in singulis parabolæ punctis idem manebit impetus horizontalis, qui fuit ab initio motus.

TAB. 9. *fig.* 9. *Cor.* 7. Si mobile ex A projectum, secundum directionem AE, describat parabolam ACP; in puncto quolibet C, per legem naturæ primam, secundum tangentem CG egredi conabitur, cum omni ea velocitate quam in puncto C habet, & per solam Gravitatem in curva parabolica retinetur. Quod si aliud Grave ex C secundum directionem CG, ea velocitate projiciatur quam habuit Grave ex A projectum in eodem puncto C; Grave illud alterum eandem parabolam CP describet. In puncto enim C eadem est utriusque Gravis directio, eadem velocitas, & eadem Gravitatis vis: quare utriusque eadem erit semita.

Cor. 8. Hinc si Grave, deorsum secundum directionem ad horizontem obliquam, projiciatur; semita projecti erit Curva parabolica.

THEOR.

THEOR. XLIX.

Impetus projecti in diversis Parabolæ punctis, sunt portiones tangentium inter duas rectas axi parallelas interceptæ.

Describat Grave parabolam ABL, quem tangant in punctis A & B rectæ AD, BE. Erunt impetus Gravis in punctis A & B, ut CD, EB portiones tangentium inter duas rectas axi parallelas interceptæ. Nam si à mobili in puncto A Gravitas auferatur sua, egraderetur in tangentem AC, eodem impetu quem habet in puncto A. Sic etiam mobile in B, amissa Gravitate, per tangentem BE procederet, cum omni velocitate quam in puncto B habet. Verum in punctis A & B idem manet impetus horizontalis, uti liquet (per Cor. 6. præcedentis Theor.) adeoque mobile in A egrediens per tangentem AD, & in B per tangentem BE, æqualibus temporibus per æqualia spatia secundum lationem horizontalem promovebitur. Æqualibus igitur temporibus percurruntur CD in tangente AD, & BE in tangente BE; sed velocitates, seu impetus mobilis, sunt ut spatia æqualibus temporibus percursa: quare impetus mobilis in A est ad ejusdem impetum in B ut CD ad BE. Q. E. D. TAB. 1. fig. 10.

Cor. Si A sit vertex parabolæ, & producatur tangens donec axi occurrat in G; erit impetus in A ad impetum in B ut ordinata BH ad tangentem BG; est enim CD : BE :: CF : BF (ob Triangula CBF BHG similia) :: BH : BG.

Defin. Sit ACF parabola, in cujus axe ultra verticem producto capiatur GA = ¼ lateris recti. Linea GA dicitur *Sublimitas Parabolæ*. Et si infra verticem capiatur AD = AG, & ordinetur DC ad axem, erit DC = 2 AD vel 2 AG: nam ex natura parabolæ rectangulum sub latere recto = 4 AD & AD, hoc est 4 AD quad. = est DC quad. adeoque erit 2 AD = DC. TAB. 10. fig. 1.

THEOR. L.

Si Grave ex Sublimitate Parabolæ decidat ad verticem usque, motusque cadendo acquisitus, reflexione aliqua aut alio quovis modo, in horizontalem mutetur, ita ut de novo, Grave incipiat motum deorsum; Grave projectum ipsam Parabolam describet.

Cadat

Tab 10. *fig.* 1. Cadat Grave ex puncto G sublimitate parabolæ ACF, & in A, per reflexionem aut aliam quamvis causam, motus cadendo acquisitus in horizontalem per ABE mutetur; Vel quod idem est, projiciatur Grave secundum directionem AE, ea velocitate quæ acquiritur cadendo per GA: dico Grave illud parabolam ACF motu suo describere. Sit AD = AG, eritque DC = 2 AG. Ducatur CB ipsi AD parallela. Et ex alio quovis parabolæ puncto F ducantur FH ad AE, & FE ad HA parallelæ. Si abesset Gravitas, mobile secundum directionem AE projectum, velocitate quæ acquiritur cadendo ex G in A, eodem tempore per duplum G A latum esset; adeoque in eo tempore describeret AB = DC = 2 GA. Sed mobile, ob vim Gravitatis, incipiens in puncto A de novo descendere, in eodem tempore cadet per spatium BC = AG. Quare motu suo transibit per punctum C in parabola. Porro supponatur mobile motu horizontali, (abstrahendo ab illo qui ex Gravitate oritur) quodam tempore perveniisse in E, ultra vel citra B; cumque motus secundum directionem horizonti parallelam æquabilis maneat, erunt AB AE, ut tempora quibus percurruntur. Sed descensus sive deviationes mobilis à recta AE, sunt ut quadrata temporum, quibus fiunt: quare ob BC, EF quadratis rectarum AB, AE proportionales, cum C est locus Gravis in fine temporis AB, erit F ejusdem locus in fine temporis AE; atque sic semper Grave in parabola ACF reperietur.

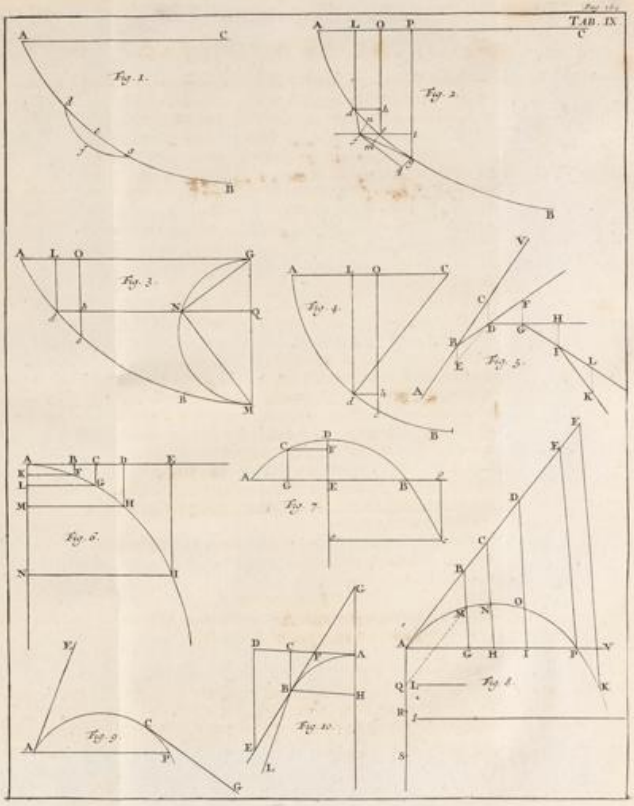
Cor. Hinc Gravis, parabolam quamvis describentis, velocitas in vertice, est ea quæ acquiritur cadendo ex Sublimitate parabolæ.

LEMMA.

Tab 10. *fig.* 2. *Sit* BA *Parabola cujus axis* AF, *sublimitas* AG, *tangens quælibet* BC, *ordinatim applicata* BF: *erit* BF. *quad.*: BC *quad.*:: GA: GF.

Est enim (per 33. Libri primi Conicorum Apollonii CF = 2 AF; & ex natura parabolæ 4 GA × AF = BF quad. quare erit BF quad.: BC quad.:: 4 GA × AF: 4 GA × AF + CF quad.:: 4 GA × AF: 4 GA × AF + 4 AF quad.:: GA: GA + AF vel GF. Q. E. D.

THEOR.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

THEOR. LI.

Grave directe ſurſum projectum, eodem impetu quo aliud Grave oblique projicitur, aſcendet ad altitudinem æqualem altitudini & ſublimitati ſimul ſumptis, ejus parabolæ quam oblique projectum motu ſuo deſcribet. TAB. 10. *fig.* 3.

Projiciatur ex B ſecundum directionem BC Grave, motu ſuo deſcribens parabolam BAM, cujus axis AF, vertex A, ſublimitas GA. Dico ſi idem vel aliud Grave, æquali impetu ex B projiciatur directe ſurſum, illud aſcendere ad L, ut ſit BL æqualis FG altitudini & ſublimitati parabolæ ſimul ſumptis. Per Cor. Theor. 49. Impetus Gravis in B eſt ad ejusdem impetum in A, ut BC ad BF; ſed impetus acquiſitus cadendo ex G in F, eſt ad impetum acquiſitum cadendo ex G in A, in ſubduplicata ratione GF ad GA, hoc eſt (ob BC quad. : BF quad. :: GF : GA) ut BC ad BF. Quare erit impetus in B ad impetum in A, ut impetus acquiſitus cadendo ex G in F ad impetum acquiſitum cadendo ex G in A; ſed impetus Gravis in vertice A eſt is qui acquiritur cadendo ex G in A; quare ejusdem impetus, ſeu velocitas, in B eſt ea quæ acquiritur cadendo ex G in F, ſive ex L in B, quæ altitudo æqualis eſt altitudini & ſublimitati parabolæ ſimul ſumptis; ſed Grave ſurſum directe projectum eodem impetu aſcendet ad L: quare ſi Grave directe ſurſum projiciatur, eo impetu quem habet illud Grave deſcribens parabolam BAM in eodem puncto B; aſcendet ad altitudinem æqualem altitudini & ſublimitati parabolæ ſimul ſumptis. Q. E. D.

Cor. 1. Si Grave cadat ex L in B, & manente impetu caſu acquiſito, reflectione aliqua aut ſimili quovis modo, mutetur directio motus in rectam BC vel BN, ita ut Grave de novo incipiat deſcendere; Grave motu ſuo parabolam SBAM deſcribet.

Cor. 2. Impetus in quovis parabolæ puncto B, eſt is qui acquiritur cadendo per quartam partem lateris recti pertinentis ad diametrum quæ per punctum illud ducitur. Eſt enim $LB = \frac{1}{4}L + KB$. Quare erit $4LB = L + 4KB$ = lateri recto

quod ad diametrum per B tranſeuntem pertinet, ut conſtat ex Cor. 5. Theor. 48.

Jactis fundamentis Doctrinæ de Gravium projectione, antequam ad ſolutionem ſequentium problematum accedamus; convenit ut modum oſtendamus, quo Tormenta bellica, ſecundum quemlibet elevationis Gradum, dirigantur. Directio autem *Bombardi* eadem cenſenda eſt, cum directione vacui ſeu animæ ejuſdem; nam accenſo pulvere pyrio, Globus emittitur ſecundum concavitatem *Bombardi* vel *Mortarii:* & niſi adeſſet Gravitas, in illa recta producta pergeret, adeoque recta illa Tormenti directio eſt.

Quare ut tormentum ad ſcopum dirigatur, non collimandum eſt ſecundum exterius metallum, cum Tormenta craſſiora ſunt verſus caudam quam juxta orificium, quod maxima eorum reſiſtentia fieri debet in ea parte, quæ patitur maxime à pulvere pyrio; unde ut facillime dirigatur tormentum, additur aliquid orificio, (quod *Diſport* vocatur) ut ejus craſſities æquetur craſſitiei caudæ: collimatur deinceps per rectam animæ *Bombardi* parallelam, atque modo prædicto Tormenta rectà ad ſcopum diriguntur cum muri dejiciendi ſunt, aut aliud quidvis efficiendum, ubi magnus requiritur impetus, & ſcopus non diſtat ultra 200 paſſus, & tormentum ſatis magnum eſt: in talibus jactibus præter mox dicta, & experientiam de concedendo cuique Tormento debitam pulveris pyrii quantitatem & Globo congruam, nullum inſuper artificium requiritur. Verum cum ſæpiſſime arces aut hoſtes impetendi ſunt, qui ob nimiam diſtantiam rectà collimando attingi non poſſunt, vel ubi urbium tecta per *Bombas* cadentes perrumpenda & ædes accendendæ ſunt; elevanda eſt machina Bellica, angulo ad horizontem inclinato: in quem finem opus erit regula ABCD cui adhæret parallelogrammum BEFD, in quo ſemicirculus in ſuos gradus diviſus inſcriptus; ex cujus centro dependet filum pondere inſtructum: extremum autem regulæ A in os machinæ inſerendum eſt, & in ſitu ad ejus axem parallelo regula detinenda eſt, atque ſic attollendum aut deprimendum eſt Tormentum, donec perpendiculum CQ attingat, in ſemicirculi lim-

Tab 10. Fig. 4.

limbo, punctum K, gradum scil. elevationis desideratæ, ab L versus B numerandum. Patet autem angulum LCK æqualem esse angulo CMN elevationis machinæ; quia angulus MCN est utriusque complementum ad rectum. Sæpe parallelogrammo BEFD solum utuntur absque regula, & latus BE ad os machinæ applicant, quo fit ut perpendiculum CQ ostendat gradum elevationis.

Defin. Per Impetum perpendiculo quovis AB designatum, intelligimus impetum requisitum ad projiciendum Grave propositum ex A ad altissimum punctum B perpendiculi AB, sive quod idem est, impetum acquisitum cadendo ex B in A; neque enim alia ratione impetus sub certa & universali regula cadere potest, quam illum hoc modo per spatia determinando. TAB. 10. *fig.* 5.

PROBL. VIII.

Dato impetu BA, *hoc est quantus est naturaliter cadentis ex* B *in* A, *dataque directione* AI, *seu angulo Elevationis* DAI; *oportet projectionis amplitudinem, altitudinem, totamque futuræ projectionis semitam reperire.* TAB. 10 *fig.* 5.

Ducantur ex A & B horizontales lineæ AD, BL; Supra diametrum AB fiat semicirculus AFB, qui lineam directionis AI secet in F; per F ducatur horizonti parallela EF, & producatur ad G, ita ut sit GF = EF: itemque per G agatur perpendiculum LGD; vertice G per A describatur parabola AGK; dico hanc esse semitam projecti, cujus directio est AI, & impetus AB; adeoque DG sive AE erit projectionis altitudo. Dupla AD sive quadrupla EF erit ejusdem amplitudo sive jactus integer horizontalis, & BE sive LG erit ejusdem parabolæ sublimitas. In triangulis AEF, IGF, ob angulos ad E & G rectos, & angulos AFE, GFI ad verticem æquales, item EF = GF, erit IG = AF = DG, ac proinde recta AI tanget parabolam. Et quoniam est AD = EG = 2 EF; erit AD quad. = 4 EF quad. = 4 BE × EA = 4 LG × GD = rectangulo sub latere recto & GD; quare erit 4 LG = lateri recto parabolæ, unde erit LG ejusdem parabolæ sublimitas: quare (per Cor. 1. Theor. 51.) si Grave decidat ex B in A, & impetu casu acquisito

ſecundum directionem AI projiciatur, parabolam AGK deſcribet.

Tab. 10. fig. 6. *Cor.* Hinc manifeſtum eſt ex dato alicujus machinæ impetu AB, circa quem deſcriptus ſit ſemicirculus ADB, dari altitudines & amplitudines omnium projectionum, quæ ab eadem machina fieri poſſunt. Exempli gratia, manente ſemper eodem impetu AB, projectio facta ſecundum directionem AE, habet altitudinem AF, & amplitudinem quadruplam ipſius EF; ſimiliter jactus facti ſecundum directionem AD altitudo erit AG, & amplitudo quadrupla ipſius GD; & ſic de cæteris. Unde ſi angulus elevationis DAK ſit ſemirectus, erit quadrupla GD amplitudo omnium maxima quæ eodem impetu fieri poſſunt; & amplitudines projectionum æqualiter à projectione ſemirecta diſtantium, verbi gratia ſecundum rectas AE, AC, (poſitis angulis DAE, DAC æqualibus) nimirum quadrupla EF & quadrupla HC, erunt æquales. Erit præterea projectionis ſemirectæ amplitudo 4 GD = 4 GB = lateri recto parabolæ. Projectio vero perpendicularis ſurſum, hoc eſt impetus projectionis, æquabitur dimidiæ amplitudini projectionis ſemirectæ eodem impetu factæ. Denique ad æquales jactus in plano horizontali faciendos, minor requiritur impetus in projectione ſemirecta: ſi enim non ſit minor impetu alterius projectionis, ſecundum aliam directionem factæ, erit amplitudo projectionis ſemirectæ major amplitudine alterius iſtius projectionis.

Cor. 2. Quoniam AK tangit circulum, erit (per 32. Elementi tertii) angulus ABE = EAK angulo elevationis; ac proinde eſt angulus AGE ipſius EAK duplus: quare poſito GA dimidio impetus pro radio, erit EF quarta pars amplitudinis, ſinus dupli anguli elevationis; & AF altitudo projectionis, erit arcus AE ſeu dupli anguli elevationis ſinus verſus; & FB parabolæ ſublimitas erit ſinus verſus arcus BE, ſeu complementi dupli anguli elevationis ad duos rectos.

PROBL. IX.

Tab. 10. fig. 7. *Datis amplitudine* AK *& angulo directionis* CAK, *invenire projectionis impetum & altitudinem* AI.

Ca-

Capiatur AD pars quarta amplitudinis; & erigantur perpendicula DC, AB; fiatque angulus ACB rectus. Dico AB esse projectionis impetum, & DC esse ejusdem altitudinem. Nam quoniam angulus ACB rectus est, semicirculus diametro AB descriptus transibit per C; unde per Corol. 1. Problematis præcedentis, projectio cujus directio AC & impetus AB, motu suo describet parabolam AMK, cujus altitudo est DC vel AI, & quarta pars amplitudinis est AD; quare vicissim projectum cujus directio est AC & quarta pars amplitudinis AD, impetum habebit AB, & altitudinem DC. Q. E. D.

Cor. 1. Hinc ex dato cujusvis machinæ quovis jactu horizontali, è data elevatione facto; reperire licet altitudinem jactus perpendiculariter sursum facti, nimirum machinæ impetum, qui quidem, in majoribus Tormentis, excedit quamlibet perpendicularem altitudinem, ad quam ascendere hominibus conceditur. Dato vero impetu, dabitur amplitudo & altitudo jactus ex alia quavis elevatione facti; unde dignosci potest num dato Tormento scopus, cujus distantia cognita est, attingi poterit.

Cor. 2. Si AD, quarta pars amplitudinis, ponatur radius, erit altitudo DC tangens anguli elevationis. Ut scopus, in data distantia horizontali percutiatur, præstat eundem semper retinere angulum directionis, semirectum nempe, & impetum augere vel minuere, donec scopus attingatur. Nam machinâ ad hunc angulum elevatâ, minimus requiritur impetus ad scopum feriendum; adeoque in hisce jactibus faciendis maxime pulveri pyrio parcitur: Accedit quod circa hanc elevationem jactus sit omnium certissimus; cum error unius aut duorum graduum vix sensibilem in projectione producet errorem.

PROBL. X.

Datis impetu & amplitudine, invenire directionem & altitudinem jactus.

Sit impetus AB; quarta pars amplitudinis datæ, sit AD. Supra diametrum AB, describatur semicirculus ACEB, & erigatur Tab. II. fig. 1.

rigatur normalis DCE, ſemicirculum ſecans in punctis C & E: Dico utramque directionem, ſive AC ſive AE, parabolam deſignare, cujus amplitudo erit AK, quadrupla AD. Nam projectiones factæ cum impetu AB, juxta directionem AC vel AE, amplitudinem habent AK quadruplam ipſius FC, vel GE, (per Probl. 8.) altitudo vero poteſt eſſe vel AF vel AG; ut patet. Quod ſi normalis DC, circulo in unico puncto occurrat, hoc eſt ipſum tangat, parabola unica erit deſcripta, projectione ſemirecta, & amplitudo propoſita erit maxima quam dato impetu attingere licet. Si perpendicularis DC ſemicirculo non occurrat, problema erit impoſſibile.

Cor. Si habeatur machinæ cujuſvis impetus, (inventus per Cor. 1. Probl. præcedentis, ex quovis jactu horizontali) licebit ope hujus Probl. talem machinæ tribuere directionem, ut ſcopus in data diſtantia horizontali poſitus feriatur, & ex duabus directionibus propoſito aptis, à directione ſemirecta æqualiter remotis, magis idoneam eligere.

SCHOLIUM.

Præcedentium trium Problematum converſa, ex ſupradictis facillime & nullo negotio ſolvuntur; ſcil. ex data altitudine & amplitudine, impetum & directionem invenire. Item ex datis impetu & altitudine, directionem & amplitudinem invenire, & denique datis directione & altitudine, amplitudinem invenire: ita ut hiſce diutius immorari inutile ſit.

PROBL. XI.

Propoſitum ſit, rationem invenire inter durationem projectionis factæ perpendiculariter ſurſum, & alterius cujusvis cujus idem eſt impetus.

TAB. 10. *fig.* 8. Sit AF projecti impetus, ſive projectio ſurſum facta, & ABC projectio ex alia qualibet elevatione AG. Circa diametrum AF, deſcribatur ſemicirculus, directionem AG ſecans in G: dico durationem projectionis directe ſurſum, ſive tempus aſcenſus per AF, & deſcenſus per eandem, eſſe ad durationem projectionis in parabola ABC, ſicut AF ad AG. Tempus

pus lationis ex A in B, æquale est tempori lationis ex B in C: adeoque tempus per ABC duplum est temporis lationis ex B in C; sed tempus lationis ex B in C æquale est tempori descensus liberi in perpendiculo BD; quoniam motus progressivus nullo modo impedit descensum à gravitate oriundum: adeoque tempus projectionis per ABC duplum est temporis descensus per BD, vel per æqualem EA; sic etiam tempus ascensus & descensus per FA, sive tempus projectionis directe sursum, duplum est temporis descensus per FA: quare tempus projectionis sursum erit ad tempus projectionis in parabola ABC, ut tempus descensus per FA ad tempus descensus per EA, hoc est in subduplicata ratione FA ad EA, vel ob FA, AG, EA continue proportionales, ut FA ad AG. Q. E. D.

Cor. Durationes projectionum, pari impetu, secundum diversas directiones AG, AH factarum, sunt in ratione chordarum AG, AH. Quod si AF ponatur radius, erit AG sinus anguli AFG; qui æqualis est angulo elevationis machinæ; adeoque est tempus projectionis directe sursum ad tempus projectionis in parabola, ut radius ad sinum anguli directionis.

SCHOLIUM.

Omnia Problemata circa Gravium projectiones, in plano horizontali factas; ope Tabularum Sinuum & Tangentium facillime resolvuntur.

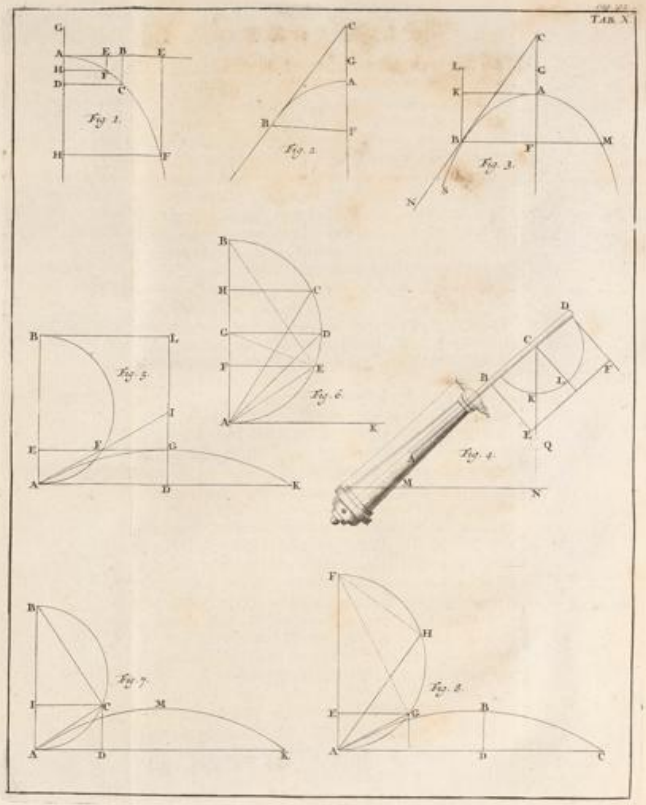
Proponatur AK, amplitudo horizontalis alicujus Tormenti majoris, ad datum angulum CAK elevati; quæritur altitudo projectionis, & machinæ impetus. In triangulo ADC, fiat ut radius ad tangentem anguli elevationis, ita AD quarta pars amplitudinis datæ, ad altitudinem DC; item fiat ut sinus anguli elevationis ad radium, ita altitudo inventa DC ad AC, quæ proinde dabitur; & in rectangulo triangulo BCA, fiat ut sinus anguli ABC (qui æqualis est elevationis angulo,) ad radium, ita AC ad AB impetum, qui proinde innotescet. Dato vero impetu, dabitur tempus projectionis perpendicularis. Est vero tempus projectionis perpendicularis ad tempus projectionis secundum AC, ut AB ad AC; sive ut radius ad TAB. 10. *fig.* 7.

ad ſinum anguli elevationis; ac proinde, per tabulas Sinuum, tempus projectionis ſecundum AC innoteſcet. Hinc etiam, ex dato tempore projectionis cujuſvis, ſecundum datam elevationem factæ, dabitur tempus alterius cujuſvis projectionis, eodem impetu factæ. Eſt enim ut ſinus elevationis projectionis, cujus tempus eſt notum, ad ſinum alterius elevationis, ita tempus notum projectionis unius ad tempus alterius, quod proinde notum erit. Ex data vero amplitudine unius projectionis, ſecundum datam directionem factæ, dabitur amplitudo projectionis ſecundum aliam quamvis directionem factæ. Nam poſito dimidio impetus pro radio, quarta pars amplitudinis eſt ſinus dupli anguli elevationis, ac proinde amplitudines ſunt ut horum angulorum ſinus. Quare ſi innoteſcat amplitudo ſecundum directionem AG, dabitur amplitudo ſecundum directionem AH; fiat enim ut ſinus dupli anguli CAG ad ſinum dupli anguli HAC, ita amplitudo projectionis ſecundum AG ad amplitudinem projectionis ſecundum directionem AH. Quod ſi ex datis impetu & amplitudine horizontali, quæratur elevatio correſpondens; illa ex eodem principio facile innoteſcet. Nam conſtat ex Cor. 1. Probl. 8. duplum impetus eſſe amplitudinem projectionis ſemirectæ. Sed ſinus elevationum duplicatarum ſunt ut amplitudines; quare fiat ut duplum impetus ad amplitudinem datam, ita ſinus dupli anguli ſemirecti, hoc eſt ſinus nonaginta graduum ſeu radius, ad alium; qui erit ſinus duorum arcuum, quorum unus eſt alterius complementum ad ſemicirculum: atque hi duo arcus dimidiati dabunt duas elevationes, quibus data amplitudo attingi poteſt.

TAB. 10. *fig.* 8.

Non ſemper Tormenta bellica ita explodenda ſunt, ut globus præciſe in eodem horizontali plano incidat; ſed ſæpe ſcopus eſt altior Tormento, aut depreſſior: quare in ſequenti Problemate methodus tradenda eſt, qua ſcopus ſupra vel infra horizontem, attingendus eſt.

PRO-


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.

PROBL. XII.

Data basi Parabolæ, unoque puncto per quod ipsa transit; directionem, semitam & impetum projectionis invenire.

Sit AC basis Parabolæ, & punctum B scopus feriendus: ex B in AC demittatur perpendicularis BD; rectis BD, AD, DC quarta proportionalis capiatur L; erit L latus rectum parabolæ: bisecetur AC in E, & ex E erigatur perpendiculum EF; rectis L & AE tertia proportionalis sit EG; erit G vertex parabolæ: & si producatur EG, ita ut sit GF = GE, & ducatur AE, erit FAE angulus directionis machinæ. Estque impetus quo projiciendum est Grave, æqualis EG + ¼ L. Quoniam est BD ad AD ut DC ad L, erit L × BD = rectangulo sub AD & DC, adeoque (per Cor. 1. Theor. 48.) est L latus rectum parabolæ per B transeuntis, cujus basis est AC. Et quoniam L, AE, EG proportionales sunt, erit L × EG = AE quad. adeoque erit G vertex parabolæ. Vertice igitur G & latere recto L descripta parabola erit semita projectionis Gravis, quod punctum B feriet. Estque impetus projectionis æqualis EG + ¼ L; angulus vero elevationis est FAE. Q. E. I. TAB. II. fig. 1.

Eodem modo procedendum est, si punctum *b* sit infra horizontem: si enim ex *b* in AC productam demittatur perpendicularis *bd*, & ipsis *bd*, A*d*, *d*C quarta proportionalis capiatur L, erit L latus rectum parabolæ per *b* transeuntis.

Cor. Posito AE radio, erit EF, vel dupla EG, tangens anguli elevationis; adeoque si fiat ut AE data ad datam EF, ita radius ad tangentem anguli FAE, dabitur angulus elevationis.

PROBL. XIII.

Dato impetu, invenire directionem secundum quam projectum Grave datum punctum quodvis attingat.

Sit impetus datus M, punctum per quod transire debet projectum sit B, cujus distantia A B a puncto A datur: ex B in horizontalem AC demittatur perpendicularis BD, in qua producta capiatur DG = 2 M & centro G intervallo GB describatur circulus quem in B tanget recta BK = AB: ex K super BK erigatur perpendicularis KH circulo in duobus punctis H, H TAB. II. fig. 3.

occurrens, ex quibus in diametrum LB demittantur perpendiculares HE, HE, ducanturque rectæ AE, AE, quæ erunt duæ directiones propoſito ſatisfacientes; hoc eſt, projectum ſecundum directionem AE emiſſum cum impetu M, per punctum B tranſibit. Eſt enim AD quad. + BD quad. = AB quad. = BK quad. = EH quad. = (ex natura circuli) LE × EB = LB × EB — EB quad. = 4 M — 2 DB × EB — EB quad. quare erit 4 M × EB = (AD quad. + BD quad. + 2 DB × EB + EB quad. = AD quad. + DE quad. =) AE quad. Sed parabola deſcripta à Gravi ſecundum directionem AE projecto, cum impetu M, ita ſecabit rectam DE, ut ſit 4M × EB = AE quad. (uti patet ex Cor. 2. Theor. 51.) quare punctum B eſt in eadem parabola: & Grave, cum impetu M ſecundum directionem AE projectum, per B tranſibit. Q.E.D.

TAB. II. fig. 4. *Cor.* Si HK in uno ſolummodo puncto, circulo occurrat; hoc eſt, ſi circulum tangat; unica erit directio propoſito inſerviens. Quod ſi non omnino circulo occurrat, Problema erit impoſſibile, hoc eſt, punctum B dato impetu attingi non poteſt. Adeoque ſi KH circulum tangat, erit impetus ille omnium minimus, quo datum punctum attingi poteſt. Eritque in eo caſu BK ſeu AB = BE vel BG = 2 M — DB, adeoque BE + BD ſeu DE = 2 M, impetus igitur minimus, quo datum punctum attingi poteſt, æqualis erit dimidiæ $DE = \frac{AB + BD}{2}$: & poſito DA radio, erit DE tangens anguli EAD, hoc eſt anguli elevationis. Quare ſi fiat ut AD ad DE, ſive ad AB + BD; ita radius ad quartam proportionalem; dabitur tangens anguli directionis, ſecundum quam ſi fiat projectio, impetu omnium minimo attingitur punctum B.

Sed angulus ille directionis facilius multo habetur, biſecando angulum NAB, perpendiculo AN & recta AB comprehenſum. Recta enim AE, hunc angulum biſecans, erit projectionis directio. Nam quoniam impetus eſt minimus, erit AB æqualis EB; ac proinde angulus BAE æqualis erit angulo BEA = NAE (ob DE, AN parallelas;) adeoque directio pro-

projectionis impetu minimo factæ, angulum NAB bisecabit. Quare si Tormento figatur speculum, cujus planum perpendiculare sit ipsius Tormenti axi seu lineæ directionis ; radius incidens BA in perpendiculum AN reflectetur , atque ope hujus speculi nullo negotio dirigetur Tormentum ut scopus impetu minimo attingatur. Elevanda enim aut deprimenda est machina , quoad imago puncti B , facta per speculum planum , in perpendiculo NA videatur : nam ob angulum BAE incidentiæ æqualem angulo reflectionis NAE, erit angulus NAB bisectus , ac AE erit directio machinæ, cum punctum B impetu minimo attingendum est.



CLARISSIMI

HUGENII THEOREMATA DE VI CENTRIFUGA ET MOTU CIRCULARI DEMONSTRATA.

SEquentium Theorematum demonſtrationes, primus ego literato orbi impertivi; auctor enim abſque demonſtratione illa emiſerat: Poſtea vero à Gallis *quibuſdam eadem Theoremata, ſed mutato ordine, demonſtrata ſunt; & nunc ipſius Auctoris demonſtrationes concinnæ admodum, noſtris vero prolixiores, inter ejus opera poſthuma proſtant. Cum vero ſcientiæ de Motu partem haud ignobilem conſtituunt hæc Theoremata, placuit ipſorum demonſtrationes huic rurſus operi annectere; ut videat Reſpublica literaria quantum Philoſophia Mechanica per Geometriam promovenda ſit.*

Defin. 1. Vis centripeta eſt vis illa, quâ mobile aliquod de motu rectilineo continuò retrahitur, & verſus centrum aliquod perpetuò urgetur. Nam cum juxta ſatis notam naturæ legem, Corpus omne ſemel motum, ſecundum eandem rectam ſemper uniformiter progredi nitatur, patet nullum mobile poſſe orbitam aliquam motu ſuo deſcribere, niſi vi quadam in orbitâ illâ detineatur. *Ex. gr.* Rotetur mobile uniformi cum motu in peripheria circuli ACE; quod ubi ad A pervenit, ſublatâ vi illâ qua in orbita detinetur, progrederetur ſecundum Tangentem AB, & in infinitum excur-

TAB II. *fig.* 5.

curreret: quo itaque in peripheria detineatur, opus est ut vis aliqua continuo agat, quæque æquipolleat vi in A agenti corpus versus D per spatium æquale BC, interea dum mobile vi insitâ per spatium indefinite exiguum AB progrederetur: nam hac ratione hisce viribus conjunctis describet mobile lineam AC (per *Theor.* 30.) Vis hæc, sive sit actio fili detinentis, sive cohærentia cum alio corpore gyrante, sive oriatur à Gravitate aut attractione quacunque, Vis Centripeta dici potest.

2. Vis Centrifuga est Reactio seu resistentia quam exercet mobile ne à viâ suâ deflectere cogatur, quaque motum suum in eadem directione continuare conatur; estque, uti Reactio actioni, vi centripetæ semper æqualis & contraria: ea ex vi inertiæ materiæ oritur, & cum corpus in peripheria circuli gyrans, ope fili ne excurrat detinetur; per vim illam centrifugam tenditur filum, quod filum eodem relaxandi se conatu æqualiter urgebit corpus versus centrum, & centrum versus corpus.

Cum vis centripeta proportionalis est spatio quod corpus urgenti illâ vi in dato tempore describit, liquet tam vim centripetam quam centrifugam posse per lineolas nascentes BC vel *bc* repræsentari: nam dum corpus Tangentem AB indefinite exiguam describit, spatium quod urgente vi centripeta interea percurret, erit æquale BC. Demonstravimus autem (*Lect.* 4ta.) in lineolis nascentibus seu infinite parvis AB, AC, esse BC, infinite minorem AB vel AC unde vis centripeta vel centrifuga erit infinite minor quam vis insita seu excursoria AB.

LEMMA.

In circulo subtensæ anguli contactus evanescentes sive infinite parvæ sunt in duplicatâ ratione arcuum conterminorum.

Sint arcus illi AC, A*c*; subtensæ ad tangentem perpendiculares, BC, *bc*; ducatur diameter AD, & ad diametrum perpendiculares C*m*, *cn*; & erit BC: *bc* :: A *m*: A *n* :: A *m* × AD: A *n* × AD. Est vero (per 8. E. 6.) AD: AC :: AC: A *m*, & AD: A*c* :: A*c*: A *n*; quare erit AD × A *m* = AC *q* & AD × A *n* TAB. II. fig. 6.

$Au = Acq$: Quare est etiam BC: bc:: ACq: Acq. Q.E.D.

Cor. Hinc est $BC = \frac{ACq}{AD}$.

Hoc Lemma in omnibus curvis primi generis universaliter demonstravit egregius Newtonus.

THEOR. I.

Si duo mobilia æqualia, æqualibus temporibus, circumferentias inæquales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia ad eam quæ in minore, sicut ipsæ inter se circumferentiæ vel earum Diametri.

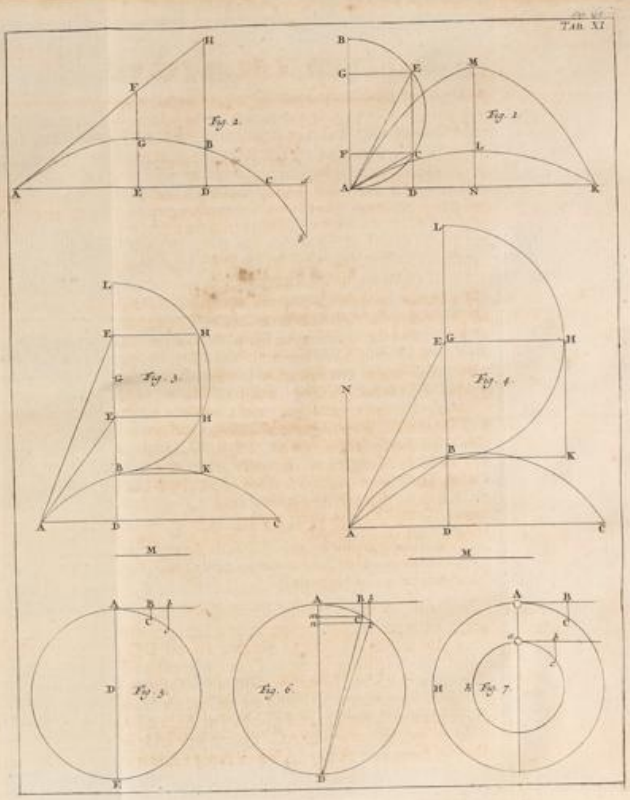
TAB. II. fig. 7. Percurrat mobile A circumferentiam ACH, & eodem tempore mobile *a* circumferentiam *ach*, sintque AC, *ac*, arcus minimi simul descripti. Quia utraque peripheria æquali tempore percurritur, arcus illi erunt similes, & proinde figura ABC similis erit figuræ *abc*; quare BC: *bc*:: AC: *ac*:: periph. ACH: periph. *ach* Sed constat, ex superiore definitione, esse vim centrifugam mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut BC ad *bc*. Quare erit vis centrifuga mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut periph. ACH ad periph. *ach*, sive ut illius diameter ad diametrum hujus. Q. E. D.

Cor. Hinc vice versa, si vires centrifugæ sint ut diametri, tempora periodica erunt æqualia.

THEOR. II.

Si duo mobilia æqualia æquali celeritate ferantur in circumferentiis inæqualibus, erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum.

TAB. 12. fig. 1. Sint AC, *ac* arcus minimi simul descripti, qui ob æqualem in utroque mobili velocitatem, æquales erunt. Fiat arcus A*m* similis arcui *ac* & ducatur *lm* ad BC parallela; & erit vis centrifuga in majori circumferentia ad eam quæ est in minore ut lineola nascens BC ad nascentem *bc*: sed est BC ad *bc* in ratione composita ex BC ad *lm* & *lm* ad *bc*; & ex præcedenti lemmate est BC ad *lm* ut ACq ad Amq, & est *lm* ad *bc* ut A*m* ad *ac* vel AC. Quare erit BC: *bc*:: ACq: $Amq + Am$: *ac*:: ACq: $Amq + Amq$: $Am \times ac$:: ACq vel


Fig. 2.
Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
M
M
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.

vel *acq*: $Am \times ac :: ac : Am$, hoc est, ut tota periph. *ach* ad totam periph. ACH, sive ut diameter *ah* ad diametrum AH. Q.E.D.

THEOR. III.

Si duo mobilia æqualia in circumferentiis æqualibus ferantur, sed utraque motu æquabili, (qualem in his omnibus intelligi volumus) erit vis centrifuga velocioris ad vim tardioris in ratione duplicata celeritatum.

Sunt enim vires centrifugæ ut subtensæ evanescentes anguli contactus quæ (per hactenus demonstrata) in eodem vel æqualibus circulis sunt in duplicata ratione arcuum conterminorum: sed arcus contermini, cum sint spatia simul descripta, sunt ut velocitates; quare vires centrifugæ sunt in duplicata ratione velocitatum. Q.E.D.

THEOR. IV

Si mobilia duo æqualia in circumferentiis inæqualibus circumlata, vim centrifugam æqualem habuerint; erit tempus circuitus in majori circumferentia, ad tempus circuitus in minori, in subduplicata ratione diametrorum.

Sint AC *ac*, arcus minimi simul descripti; Quia vires centrifugæ æquales sunt, erit $BC = bc$. Dicatur tempus quo describitur periph. ACH, T, & tempus quo describitur periph. *ach*, *t*: fiat arcus *Am* similis arcui *ac*, & ponamus mobile aliquod eodem tempore percurrere circumferentiam ACHA quo percurritur circumferentia *acha*; & in eo casu arcus in utraque peripheria simul descripti erunt *Am*, *ac*: sed est velocitas mobilis in dato aliquo tempore percurrentis arcum *Am*, ad velocitatem mobilis eodem tempore percurrentis arcum AC, ut arcus *Am* ad arcum AC; adeoque cum tempus quo eadem peripheria percurritur est semper reciproce ut velocitas, erit $T : t :: Am : AC$ & $T^2 : t^2 :: Amq : ACq :: ml : BC :: ml : bc$: hoc est, ob arcum *Am* similem arcui *ac*, ut diameter AH ad diametrum *ah*, unde constat esse $T : t :: \sqrt{AH} : \sqrt{ah}$: Q.E.D. TAB. 12. fig. 1.

Schol. Cum in omni casu, vis centrifuga est ad vim centrifugam

gam ut BC ad *bc*, est vero $BC = \frac{AC^q}{AH}$ & $bc = \frac{acq}{ab}$, erit vis centrifuga ad vim centrifugam ut $\frac{AC^q}{AH}$ ad $\frac{acq}{ab}$; hoc est, ut quadrata arcuum simul descriptorum ad circulorum diametros applicata; & cum arcus illi sunt ut velocitates, erunt vires centrifugæ etiam ut velocitatum quadrata ad circulorum diametros applicata.

LEMMA. 2.

Si mobile in circumferentia circuli revolvatur, spatium quod mobile recta progrediens, & urgente solummodo vi centrifuga ex motu illo circulari orta, in dato tempore percurreret, erit tertium proportionale circuli diametro & arcui, quem si in circumferentia circuli latum esset eodem tempore describeret.

TAB. 12. *fig.* 1. Sit AC arcus quilibet in minima aliqua temporis particula descriptus, & designet *n* tempus quodlibet seu numerum quemlibet istiusmodi particularum; erit $n \times AC$ arcus quem mobile in peripheria latum in dato tempore *n* describet, & BC spatium quod in prima temporis istius particulâ, urgente vi centrifuga, percurreret. Cum autem mobile omne, vi eadem in eandem semper plagam continuatâ, describat spatia in duplicata ratione temporum (per Cor. 3. Theor. 17. Lect. 11. Quippe quæcunque de gravitate demonstrata sunt, ea cuilibet alii vi uniformiter agenti applicari possunt) erit spatium urgente vi centrifuga in tempore *n* descriptum $= n^2 \times BC$. Sed (ut constat ex lemmate primo) est AH : AC :: AC : BC, & ut AC ad BC ita $n \times AC$ ad $n \times BC$; quare est AH ad AC ut $n \times AC$ ad $n \times BC$, & ducendo consequentes in *n*, erit AH ad $n \times AC$ ut $n \times AC$ ad $n^2 \times BC$: hoc est, diameter circuli, arcus in dato tempore descriptus, & spatium quod urgente vi centrifuga in eodem tempore percurretur; sunt continue proportionalia. Q.E.D.

Cor. Si diameter circuli dicatur D, & arcus in quolibet tempore à mobili descriptus vocetur A, spatium quod mobile, urgente vi centrifuga & recta progrediens, eodem tempore

pore describeret erit $\frac{A^2}{D}$; sunt enim D, A, $\frac{A^2}{D}$ continue proportionales.

THEOR. V.

Si mobile in circumferentia circuli feratur, ea celeritate quam acquirit cadendo ex altitudine quæ sit quartæ parti diametri æqualis, habebit vim centrifugam suæ gravitati æqualem; hoc est, eadem vi funem quo in centro detinetur intendit, atque cum in eo suspensum est.

Vocetur diameter circuli D, & peripheria P: & cum ex hypothesi velocitas mobilis in peripheria lati uniformis sit, & æqualis illi quam acquirit cadendo per $\frac{1}{4}$ D, liquet quod mobile æquali tempore in peripheria latum describeret arcum illius duplo æqualem, (per Theorema 17. Lect. 11.) hoc est $= \frac{1}{2}$ D; unde ex lem. 2. spatium ab impellente vi centrifuga interea percursum erit $= \frac{1}{4}$ D; est enim D ad $\frac{1}{2}$ D ut $\frac{1}{2}$ D ad $\frac{1}{4}$ D: Sed ex hypothesi spatium quod mobile urgente vi gravitatis eodem tempore describit est etiam $\frac{1}{4}$ D. Quare cum spatia à duabus hisce viribus eodem tempore percursa sunt æqualia, erunt quoque vires illæ æquales.

Cor. 1. Hinc vice versa, si mobile in circumferentia latum habeat vim centrifugam suæ gravitati æqualem, ejus velocitas est ea quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{2}$ D.

Cor. 2. Hinc tempus circuitus est ad tempus descensus per $\frac{1}{4}$ D ut P ad $\frac{1}{2}$ D sive ut 2 P ad D. Nam quo tempore mobile cum velocitate accelerata percurrit $\frac{1}{4}$ D, cum velocitate ultimò acquisita uniformiter motum percurret $\frac{1}{2}$ D: ac proinde cum velocitates sunt æquales, erunt tempora ut spatia percursa; hoc est tempus quo mobile percurrit peripheriam est ad tempus quo describit $\frac{1}{2}$ D ut P ad $\frac{1}{2}$ D, sive ut 2 P ad D; sed tempus quo describitur $\frac{1}{2}$ D est = tempori casus per $\frac{1}{4}$ D: unde erit tempus circuitus ad tempus casus perpendicularis per $\frac{1}{4}$ D ut 2 P ad D.

THEOR. VI.

In cava superficie conoidis parabolici, quod axem ad perpendicu-

lum erectum habeat, circuitus omnes mobilis circumferentias horizonti parallelas percurrentis, sive parvæ sive magnæ fuerint, æqualibus temporibus peraguntur: quæ tempora singula æquantur binis oscillationibus penduli, cujus longitudo sit dimidium lateris recti parabolæ genetricis.

TAB. 12. *fig.* 2. Sit HGADE conoides parabolicum, cujus axis AP ad perpendiculum erigitur; GD, HE, diametri circulorum quorum peripherias horizonti parallelas mobile percurrit: quod igitur urgebitur à tribus potentiis sibi mutuo æquipollentibus secundum tres diversas directiones, quarum prima est vis gravitatis impellens mobile secundum rectam HN ad horizontis planum perpendicularem; secunda est vis centrifuga orta ex motu circulari, urgens mobile ab H versus K; tertiæ vero potentiæ supplet vicem resistentia seu contrarius nisus superficiei parabolicæ secundum lineam HP sibi perpendicularem agens, nam reactio actioni semper æqualis est, & fit in plagam contrariam: unde cum superficies perpendiculariter à mobili premitur, hæc æqualiter reaget in corpus secundum directionem HP, & contrarius ille nisus æquipollet potentiæ secundum directionem HP mobile urgenti: quare cum mobile à tribus hisce potentiis sustinetur, erunt necessario sibi mutuo in æquilibrio, *i. e.* binæ quævis alterius effectum destruent. Unde ducta ON ad HK parallela cum HN occurrente in N, si OH repræsentet reactionem superficiei parabolicæ, recta ON exponet vim centrifugam & HN vim gravitatis mobilis: sed ob æquiangula triangula HON, HMP, est ON ad HN ut HM ad MP, hoc est, erit vis centrifuga mobilis peripheriam circuli HME describentis ad vim gravitatis ejusdem ut HM radius circuli ad MP subperpendicularem. Similiter in quavis alia peripheria GLD in superficie Conoidis, vis centrifuga mobilis ipsam describentis est ad vim gravitatis ut GB radius ad BQ subperpendicularem. Porro quoniam est vis centrifuga mobilis, peripheriam HME percurrentis, ad vim gravitatis ut HM ad MP, & vis gravitatis ejusdem mobilis est ad ejus vim centrifugam cum peripheriam GLD percurrit, ut BQ ad BG, sive (ex natura parabolæ) ut MP ad BG, erit ex æquo vis centrifuga mobilis peripheriam HME percurrentis ad vim ejus centrifugam

gam cum percurrit peripheriam GLD, ut HM ad BG; hoc est, vires centrifugæ sunt ut semidiametri vel diametri circulorum: unde (per Cor. Theor. primi) tempora periodica æquantur. Quod primo erat demonstrandum.

Accipiatur jam circulus GLD talis ut ejus diameter GD sit æqualis lateri recto parabolæ HAE, unde ex natura parabolæ erit GB = BQ; adeoque vis centrifuga mobilis in peripheria GLD æqualis erit vi gravitatis; est igitur (per Cor. præc.) velocitas mobilis in peripheria GLD ea quæ acquiritur cadendo per spatium æquale ¼ GD, vel (ex natura parabolæ) per BA. Fiat jam OST cyclois cujus axis vel diameter circuli generatoris SR sit æqualis AB, & erit tempus descensus per cycloidem OS ad tempus casus perpendicularis per axem RS vel per BA, ut ¼ P ad D (per Theor. 46. Lect. 15.) Sed (per Cor. præc.) est tempus descensus per AB ad tempus circuitus in periph. GLD ut D ad 2 P; quare ex æquo tempus descensus per cycloidem OS est ad tempus circuitus in periph. GLD ut ¼ P ad 2 P, sive ut 1 ad 4; unde tempus quatuor descensuum per cycloidem, sive tempus binarum oscillationum in cycloide, æquatur tempori circuitus in peripheria GLD. Est vero tempus binarum oscillationum in cycloide æquale tempori binarum oscillationum minimarum in circulo, qui cum cycloide æquicurvus est ad verticem S; eo quod portio istiusmodi circuli & portio cycloidis ad verticem S fere coincidunt, & proinde eundem in rebus physicis præstant effectum, ut jam satis notum est. Sed radius circuli æquicurvi cum cycloide ad verticem S, vel quod idem est, radius circuli osculantis cycloidem ad verticem, æqualis est duplæ RS vel duplæ AB, (ut facile ex Corol. Theor. 46. Lect. 15. sequitur) adeoque longitudo penduli in circulo illo oscillantis æqualis est duplæ AB sive dimidio lateris recti parabolæ genetricis. Unde tempus binarum oscillationum minimarum penduli, cujus longitudo est dimidium lateris recti, æquale est tempori binarum oscillationum in cycloide OST, vel tempori circuitus in peripheria GLD vel in periph. HME. Q.E.D.

Cor. Hinc si mobile in circumferentia circuli ea celeritate feratur quæ acquiritur cadendo per ¼ diametri, tempus circuitus

æquale erit tempori binarum oscillationum minimarum penduli cujus longitudo sit semidiameter circuli.

THEOR. VII.

Si mobilia duo ex filis inæqualibus suspensa gyrentur ita, ut circumferentias horizonti parallelas percurrant, capite altero fili immoto manente, fuerint autem conorum, quorum superficies fila hoc motu describunt, altitudines æquales, tempora quoque circulationum æqualia erunt.

TAB. 2. fig. 3

Sit ABE conus ille, cujus superficiem describit filum AB; item ADL conus cujus superficiem describit filum AD; sitque C centrum basis utriusque coni, & AC communis eorum altitudo. Consideretur jam mobile B tanquam à tribus potentiis sibi mutuo æquipollentibus tractum, quarum una, quæ est vis gravitatis, trahit mobile per rectam BG ad horizontis planum perpendicularem; altera secundum directionem B*m* agens, est vis centrifuga qua mobile à centro suæ orbitæ C recedere conatur; tertia vero quæ hisce duabus æquipollet & resistit, est nisus contrarius fili secundum directionem AB agens: est enim tensio fili loco potentiæ contrariæ ac eundem in hoc casu præstat effectum. Si ergo BF repræsentet actionem fili, vis mobilis centrifuga & vis gravitatis exponentur per rectas FG & BG (per Theor. 33. Lect. 14.) hoc est, vis centrifuga mobilis B erit ad vim gravitatis ut FG ad BG, sive (propter triangula æquiangula FBG, ABC,) ut BC ad CA. Eodem modo erit vis gravitatis ad vim centrifugam mobilis D ut AC ad DC: quare ex æquo erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis D ut BC ad DC; hoc est, vires centrifugæ sunt ut semidiametri circulorum quorum circumferentias mobilia describunt, ac proinde (per Cor. Theor. 1.) tempora circulationum sunt æqualia. Q.E.D.

Cor Hinc vis centrifuga est ad vim gravitatis ut semidiameter basis coni ad coni altitudinem.

Not. Per vim gravitatis & vim centrifugam nos in hac demonstratione intelligere vires acceleratrices mobilium, nisi mobilia ponantur æqualia, in quo casu possunt etiam sumi vires absolutæ.

THE-

THEOR. VIII.

Si duo mobilia, uti prius, motu conico gyrentur, filis æqualibus vel inæqualibus suspensa; fuerintque conorum altitudines inæquales, erunt tempora circumlationum in subduplicata ratione ipsarum altitudinum.

Sint duo mobilia B & G, sintque primo coni ABD, EGH, quorum superficies fila describant, similes; (per Corol. Theorem. 7.) erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut BC ad AC; & erit vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis ut GF ad FE: sed propter æquiangula triangula ABC, GEF, BC est ad AC ut GF ad FE, quare erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis, ac proinde vires illæ centrifugæ æquales erunt: erunt igitur (per Theorem. 4.) tempora circuitus mobilium in subduplicata ratione semidiametrorum, hoc est, propter æquiangula triangula ABC, EGF, in subduplicata ratione altitudinum AC & EF. Sed qualescunque sunt coni quos fila describant, modo eorum altitudines invariatæ maneant, tempora circulationum etiam invariata manebunt; quare in omni casu constat veritas hujus Theorematis. Q. E. D. TAB. IX. fig. 4.

THEOR. IX.

Si pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat; eorum singulorum tempora ad tempus casus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, eam rationem habent quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde æqualia sunt tempori duarum oscillationum lateralium ejusdem penduli minimarum.

Sit ADB conus cujus superficiem describit filum; ejus altitudo sit AC fere = AB, quia circuitus sunt minimi. Semidiametro GH = AC describatur circulus GLFO, atque in ejus peripheria ponatur mobile revolvi celeritate quæ acquiritur cadendo per ¼ suæ diametri sive ½ D. (Per Theor. 5.) erit ejus vis centrifuga vi gravitatis æqualis; sed est vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis, ac proinde ad vim centrifugam mobilis in periph. GLF lati, ut BC ad AC sive GH: quare mobilia B & G, cum vires centrifugæ sunt ut radii, tempora circu- TAB. IX. fig. 5.

culationum æqualia habebunt (per Cor. Theor. 1.) Eſt vero tempus deſcenſus per GF ſive D ad tempus deſcenſus per ½ D, ut D ad ½ D (per Cor. 3. Theor. 17. Lect. 11.) & eſt tempus deſcenſus per ½ D ad tempus circuitus in periph. GLG ut ½ D ad P: quare ex æquo erit tempus deſcenſus per D ad tempus circuitus in periph. GLF, ſive ad tempus circuitus penduli ABcD, ut D ad P. Pars poſterior Theorematis liquet ex Corollario Theor. 6.

Cor. Hinc cum tempus caſus perpendicularis eſt in ſubduplicata ratione ſpatii à gravi cadente percurſi, erit tempus deſcenſus ex altitudine penduli ad tempus circulationis minimæ ut $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$ ad P.

THEOR. X.

Si mobile in circumferentia feratur, circuitusque ſingulos abſolvat eo tempore quo pendulum longitudinem ſemidiametri circumferentiæ ejus habens, motu conico circuitum minimum abſolveret, vel duplicem oſcillationem minimam lateralem; habebit vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem.

Tab 12. *fig.* 5. Quia mobilia B, G (ex hyp.) æquali tempore circuitus ſuos abſolvunt, erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis G ut Bc ad GH ſive Bc ad Ac; eſt vero ut Bc ad Ac ita vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis (per Cor. Theor. 7.) Quare (per 9. 5. *Euclidis*) erit vis centrifuga mobilis G æqualis vi gravitatis. Q.E.D.

THEOR. XI.

Penduli cujuſlibet motu conico lati, tempora circuitus æqualia erunt tempori caſus perpendicularis, ex altitudine penduli filo æquali; cum angulus inclinationis fili ad planum horizontis fuerit partium 2. ſcrup. 54. proxime: Exactè vero, ſi anguli dicti ſinus fuerit ad radium ut quadratum circulo inſcriptum ad quadratum à circumferentia.

Tab 12. *fig.* 6. Sit pendulum, cujus filum deſcribat ſuperficiem conicam CAD talem, ut ſit ſinus anguli ACE ad radium (hoc eſt AE ad AC) ut $\frac{1}{2}D^2$ ad P^2. Sit etiam AFG ſuperficies coni quem penduli filum motu minimo lati deſcribit, cujus proinde altitudo

tudo AB=AF=AC. Erit (per Theor. 8.) tempus circuitus mobilis F ad tempus circuitus mobilis C in ſubduplicata ratione AB ſive AC ad AE; eſt vero ut AC ad AE ita (ex hypoth. P^2 ad $\frac{1}{2} D^2$; quare erit tempus circuitus mobilis F ad tempus circuitus mobilis C in ſubduplicata ratione P^2 ad $\frac{1}{2} D^2$, hoc eſt, in ratione P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$. Eſt vero ut P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$ ita (per Cor. Theor. 9.) tempus circulationis minimæ, hoc eſt, tempus circulationis mobilis F, ad tempus caſus perpendicularis ex penduli altitudine; quare tempus circuitus mobilis F eandem habet proportionem ad tempus circuitus mobilis C, quam habet ad tempus caſus perpendicularis ex altitudine æquali longitudini penduli; ac proinde (per 9. Elem. 4.) tempus circuitus mobilis C æquale erit tempori caſus perpendicularis ex altitudine æquali longitudini penduli. Q. E. D.

Cum autem eſt P ad D circiter ut 314 ad 100, erit p^2 ad $\frac{1}{2} D^2$ ut 98596 ad 5000. Eſt autem AC ad AE ex prius demonſtratis ut p^2 ad $\frac{1}{2} D^2$; quare eſt 98596 ad 5000 ut AC ad AE: & ut AC ad AE ita (per Trigonometriam) eſt ſinus anguli ACE ſeu radius 100000 ad ſinum anguli ACE. Eſt autem ut 98596 ad 5000 ita 100000 ad 5070, qui igitur eſt ſinus anguli ACE, cui quamproxime reſpondent gradus 2 ſcrupula 54.

THEOR. XII.

Si pendula duo pondere æqualia, ſed inæquali filorum longitudine, motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines æquales, erunt vires quibus fila ſua intendunt, in eadem ratione quæ eſt filorum longitudinis.

Conſtat ex Theor. 7. Nam vis gravitatis eſt in utroque cono ad tenſionem fili ut altitudo coni ad longitudinem fili; cumque eadem eſt conorum altitudo, patet tenſiones filorum eſſe eorum longitudinibus proportionales. Q. E. D.

THEOR. XIII.

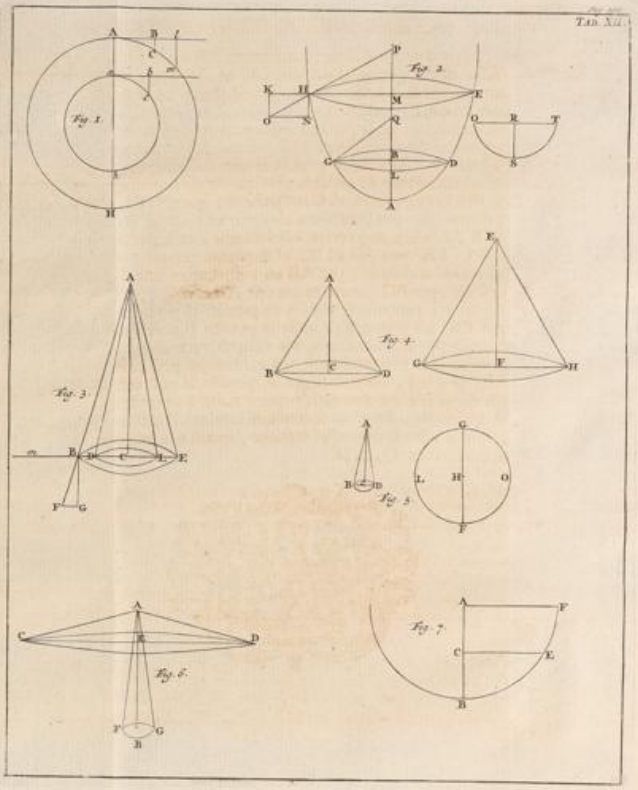
Si pendulum ſimplex oſcillatione laterali maxima agitetur, hoc eſt, ſi per totam circuli quadrantem deſcendat, ubi ad punctum imum circumferentiæ perveneri, tripla majori vi filum ſuum trahet, quam ſi ex illo ſimpliciter ſuſpenſum foret.

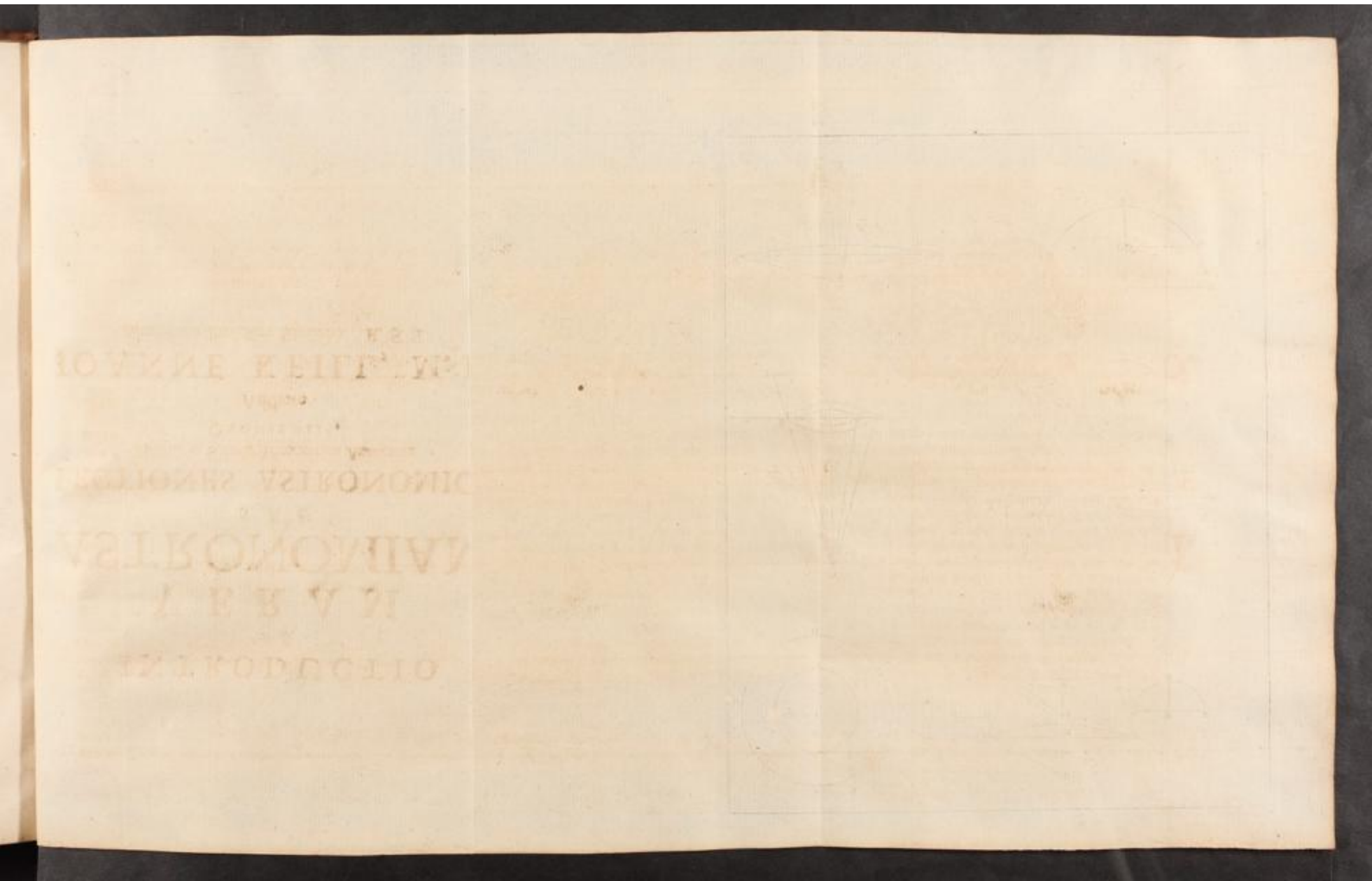
Sit

Tab 12. *fig.* 7. Sit pendulum AB per quadrantem FB motum: biſecetur AB, in C, per quod ducatur CE ad AB perpendicularis circumferentiæ occurrens in E. Si pendulum ſolummodo per arcum EB deſcenderet, acquireret in puncto B eandem velocitatem, ac ſi per CB ½ diametri deſcendiſſet (per corollarium primum Theor. 38. Lectionis XV.) adeoque (per Theor. 5.) habebit in puncto B vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem: & proinde gravitas & vis centrifuga ſimul junctæ dupla majori vi filum trahent, quam ſi ſola adeſſet gravitas. Si vero pendulum elevetur ad F, poſt deſcenſum ad B, eandem acquireret velocitatem, ac ſi per AB cecidiſſet. Eſt vero AB ad BC in duplicata ratione velocitatis acquiſitæ in deſcenſu per AB ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per BC; quare etiam erit AB ad BC (per Theor. 3.) ut vis centrifuga mobilis in puncto B poſt deſcenſum per FB, ad vim centrifugam in puncto B poſt deſcenſum tantum per EB; adeoque vis centrifuga mobilis poſt deſcenſum per FB dupla erit vis centrifugæ poſt caſum per EB; hoc eſt, vis centrifuga in puncto B poſt caſum per FB dupla erit vis gravitatis: quare filum à vi centrifuga & vi gravitatis, ſimul & ſecundum eandem directionem agentibus, tripla majori vi trahitur, quam ſi à ſola gravitate tenderetur. Q. E. D.



IN-


A
B
C
H
P
K
H
E
M
O
N
Q
G
D
L
A
O
R
T
S
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.



INTRODUCTIO
AD
VERAM
ASTRONOMIAM,
SEU
LECTIONES ASTRONOMICÆ
Habitæ in Schola Aſtronomica Academiæ
OXONIENSIS,
Authore

JOANNE KEILL, M. D.
Aſtronomiæ Profeſſore Saviliano. R. S. S.

NOBILISSIMO ET HONORATISSIMO

D^NO. D^NO. JACOBO
DUCI
DE
CHANDOS,
MARCHIONI ET COMITI
DE
CARNARVON.

CUM inter Mathematicæ Scientiæ ſtudia primas merito ſibi vindicavit, & obtinuit Aſtronomia ; Felicitati illius tribuam, an virtuti Hominum; quod in omni ætate & populo, primarios Principeſque viros, præ cæteris longe diſciplinis, ſortita fuerit fautores? Digneris itaque, Vir Nobiliſſime, in hujuſce libri Patrocinium vocari, quem ſi parum tibi commendat, aut operis, aut Auctoris meritum, id abunde compenſabit Argumenti Dignitas. Cujus enim Tutelæ potius ſe committat Aſtrorum deſcriptio, quam illius viri, qui, ſi ſapientiam ſpectemus, inter eos primus eſt qui *Aſtris dominantur?* Ad quem potius confugient Noſtra hæc de Cœli ſiderumque motibus Tentamina, quam ad virum Cœleſtis iſtius Regis obſervantiſſimum, qui *numerum ſolus novit & Stellarum nomina?*

DEDICATIO.

Tu nimirum inter pauciſſimos unus es, cui Sacrorum Adminiſtratio ita imprimis eſt curæ, ut proprii tui ipſius Domicilii non ante jaceres fundamenta, quam Templum pulchre inſtauratum Deo conſecraveris. Neque interim de cultu minus quam de Templo adornando ſolicitus, Pietatis officium excitaſti Muſicæ adminiculo, & Harmonicum induxiſti chorum, Sphærarum, pene dixerim, concentibus æmulum.

Te omnes, Vir Inſigniſſime, cum admiratione intuentur, & dum virtutes imitari contendunt, aſſequi deſperant. In Publicis negotiis obeundis quis acutior? In rebus Domeſticæ vitæ diſponendis quis expertior? In Rationibus computandis & exigendis providus & frugalis. In pecuniis erogandis liberalis, in largiendis Magnificus.

Ita de literis, ſimul & literatis præclare, meritus es, ut dum optimarum Artium ſtudio Animum penitiſſime excolis, earundem Artium ſtudioſis, materiam pariter & incitamentum ſubminiſtres. Ita illius præcipue Scientiæ, cujus Elementa Tibi offero, utilitati proſpicis & incremento, ut in pulcherrimo, quod jam extruis, Ædificio, ſplendide curaveris, ne vel *Aſtronomicis Speculatoribus* locus peridoneus, vel aptiſſima obſervatoribus deſiderentur inſtrumenta.

Stupendum itaque illud, & per univerſum orbem mirabile Teleſcopium, quod Societati apud Anglos Regiæ donavit illuſtriſſimus *Hugenius*, unanimi omnium conſenſu, in veſtras Ædes transferendum, ibique aſſervandum decernitur. Neque enim Clariſſimi illi viri dignius excogitare po-

poterant Hugeniana Machina Domicilium, aut digniorem Chandoſano Domicilio Machinam.

Quod ſi opuſculum hoc inter pretioſa Muſei Tui ornamenta; inter Conſtellationes Stelliculam, collocare non dedigneris, utcunque proprii & nativi luminis nihil præ ſe ferat, mutuatitia ſatis luce ſplendebit, & reflexis illuſtrabitur Radiis.

Illuſtriſſimæ Meritiſſimæque Dignitatis,
Nobilitatis, & Magnitudinis Tuæ

Obſervantiſſimus Cultor

JOAN. KEILL.

PRÆFATIO.

INTER alia, *quæ benignissimus Deus humano generi multiplicia impertivit dona, illustria imprimis illa sunt, quæ in artium & disciplinarum cognitione consistunt; & inter Artes & Disciplinas, ut Antiquitate & Voluptate, ita & Utilitate non postremum locum tenet Astronomia; quæ mirabilem naturæ Harmoniam, (qua rerum omnium creatarum compages & machina constructa constitutaque cohæret) perscrutatur & observat; Corporum cœlestium motus, motuumque momenta, viresque unde oriantur, trutinat & pensat. In hac scientia magni Heroes à primis statim mundi incunabulis sibi imprimis elaborandum duxerunt. Adeo ut Astronomia semper fuit Regum & Imperatorum Doctrina; unde Chaldæi, Magi, & Philosophi plurimum auctoritate & gratia, apud priscos Reges valuerunt, quos utpote in Divina siderum scientiâ instruebant: absurdum enim esse, turpeque censebant hi Reges, mundo imperare, & quid sit mundus nescire.*

Astronomia Regum & Heroum scientia.

Astronomiæ præstantia exinde patet, quod nulla est lumine naturæ nota scientia, quæ ad cognitionem Summi & Omnipotentis, Dei Cœli Terræque conditoris, magis nos ducit, nulla solidiora administrat argumenta, quibus ejus Existentia demonstratur, quam ea: non aliunde magis evincitur Dei Potentia, summaque Sapientia, quam ex siderum motuumque Cœlestium contemplatione. Cœli enarrant Gloriam Dei, & Firmamentum annunciat opera manuum ejus, *inquit sanctissimus Rex & Propheta David*; & *rursus*: Annunciarunt Cœli Justitiam ejus, & viderunt omnes populi gloriam ejus.

Astronomia Religioni maxime inservit.

Cicero de Natura Deorum. lib. 2.

Sed & Marcus Tullius Cicero *rationis tantum lumine ductus in hanc sententiam devenit.* Nihil, *inquit*, potest esse tam apertum, tam perspicuum, cum Cœlum suspeximus, Cœlestiaque contemplatisumus, quam esse aliquid numen præstantissimæ mentis, quo hæc reguntur. *Nihil certe magis rapit*

pit animos hominum in Dei admirationem, reverentiam & amorem, quam tot tantaque corpora & lumina cælestia, quæ visui pulcherrima, & intellectui jucundissima sunt. Eorum obviationes ad invicem, motus ordinatissimi, certissimæ & determinatæ Circulationes, divinitusque præscriptæ Reversionum leges in concinnitate admirabili, summam Dei potentiam, sapientiam, bonitatem & providentiam manifestant. Quibus præceptis, ad Universi hujus Auctorem & Conditorem, admirandum, venerandum, semperque celebrandum impellimur.

Astronomiæ Jucunditas & Certitudo.

Præterea Astronomia mentes hominum tot sublimibus speculationibus, de tot tantisque, tamque longe dissitis corporibus, mirifice delectat, & summâ jucunditate recreat. Hinc canit Ovidius. *Fastor lib.* I. *v.* 297.

Felices Animæ, quibus hæc cognoscere primis,
Inque Domus superas scandere cura fuit.
Credibile est illos pariter, vitiisque jocisque
Altius humanis exseruisse caput.
Non Venus & vinum sublimia pectora fregit;
Officiumque fori, militiæque labor.
Nec levis ambitio, perfusave gloria fuco,
Magnarumve fames sollicitavit opum.
Admovere oculis distantia sidera nostris,
Ætheraque ingenio suppositere suo.

Sic etiam Virgilius. *Georg. lib.* II. *v.* 490.

Felix qui potuit rerum cognoscere causas,
Atque metus omnes, & inexorabile fatum
Subjecit pedibus.

Astronomiæ Perfectio.

Astronomia, certitudine & evidentia demonstrationum, ne quidem Geometriæ cedit. Usu latissime patet, & amplitudine subjecti per omne mundanum spatium diffunditur. Nam inter scientias artesque omnes liberales, nulla est, quæ aut plura, aut majora, aut longius dissita contemplatur objecta, quam Astronomia, sed nulla quoque est in qua pauciores adhuc restant resolvendi nodi, nulla in qua minores supersunt eximendi scrupuli, nulla ad perfectionis culmen propius perducta est, quam Divina hæc scientia.

In reliquis plerisque disciplinis, quidam inextricabiles occurrunt Labyrinthi; eas non parvæ premunt difficultates, multæ

interjectæ reperiuntur nebulæ mentis aciem obtundentes, & densa caligine involventes, quæ ulteriorem investigationem prohibent. At corporum cælestium motus nunc certo cognoscuntur, motuumque causæ demonstrantur, Phænomenónque rationes percipiuntur.

Minimarum quarumcunque stellarum, quarum distantia est immensa, tam Longitudines quam Latitudines, seu in cælis loca nunc dictum accurate habentur, & in Catalogis inseruntur. At Geographia interim nobis paucarum urbium Longitudines & Latitudines certo ostendit; adhuc restant multæ Terræ incognitæ, plurimæ inexploratæ regiones, & plurium earum, quæ majores appellantur Continentes, vix quicquam præter littora nobis innotescit, & quod mirum forte videbitur, locorum positiones, in exiguis, & maxime notis, utpote peragratis atque lustratis provinciis, incertæ admodum sunt, ut ex mappis, seu chartis Geographicis sibi invicem contradicentibus manifestum est.

Prædicunt Astronomi, in multa futura secula, Solis Lunæque defectus, Planetarum Conjunctiones, Oppositiones, atque Aspectus qualescunque mutuos, & quæ futuræ sunt stellarum omnium à Polo distantiæ, quamvis corpora hæc immenso à nobis & à se invicem locentur intervallo. In Meteorologicis interea peritissimus ne divinare quidem potest, qualis futurus sit crastino die nostræ Atmospheræ status, quæ ad pauca tantum passuum millia extenditur; num scil. facies cæli serena aut pluviosa sit futura, aut ex quæ regione spiraturus sit ventus; nec adhuc notum est, à quibus causis ejusmodi oriuntur effectus.

Philosophorum nemo figuras minutissimarum materiæ particularum hactenus perspexit; aut vulgatissimæ cujusvis herbæ texturam, formam internam, partiumve compositionem detexit; nec Medicus quisquis est, qui rationes virtutum, & operationum, quas in corpora humana exercent medicamenta indagavit. Immo in corporibus animatis & vegetabilibus, Fons & Principium motus inscrutabile esse videtur, & mysterii instar à nostro sensu & intellectu longissime disjunctum, nec fortasse ad ejus cognitionem plenam perfectamque sumus unquam perventuri. Sed longe alia est Astronomorum ratio, quibus id datur negotii, motus corporum cælestium, non eorum naturas contemplari, & Phænomenón, quæ ex motu oriuntur rationem reddere. Hi non tan-

tantum determinant quales quantique sunt illi motus; Sed describunt semitas, per quas in immensis spatii regionibus, feruntur errantes Cometæ. Proprietates orbitarum Geometricas, & legem immutabilem cui in lineis peragrandis semper obsequuntur, declarant. Nec Astronomos latet, in qua spatii parte, & in quibus temporibus, Planetæ singuli longissime à Sole decedunt; minimamque caloris atque luminis partem ab eo recipiunt. Unde rursus digredientes, Sol ipsorum motus continuo accelerat, eosque versus se trahit, donec ipsos ad ea spatii puncta perduxerit, ubi maxime propinquos, maxime etiam perfundit luce, & gravitate ciet.

Hæc pleraque præcedentis Sæculi magistris innotuere; sed in nostra tandem ætate, & in nostra Britannia, exortus est vir plane Divinus Isaacus Newtonus, *qui præter alia inventa innumera, originem & fontem motuum cælestium recluſit, & legem illam Catholicam deprehendit, quam Omnipotens & Sapientissimus Creator per totum universæ Naturæ Systema diffudit. Scil. quod Corpora omnia se mutuo trahunt, in reciproca distantiarum à se invicem ratione duplicata.*

Hæc Lex quasi ligamentum Naturæ, & principium illius quæ universalem rerum Fabricam conservat unionis, tam Cometas, quam Planetas in propriis orbitis & intra limites datos detinet, prohibetque ne ulterius, à se invicem recedant, & in spatia infinita excurrant; uti foret si corpora vi tantum insitâ moverentur.

Eodem viro monstrante, nobis innotuit lex, quæ regit & temperat motus cæleſtes, orbitis limites ponit; Planetarum longissimos excursus, & accessus ad Solem maxime propinquos, determinat. Huic incomparabili viro debetur, quod novimus, unde fit, ut tam constans & regularis proportio semper observetur, inter Planetarum Periodos atque eorum à Sole distantias, & cur motus cæleſtes in tam pulchra, tamque mirabili Harmonia peraguntur & semper conservantur. Perpensis motuum legibus, & probe trutinatis; ex iis novam Lunæ Theoriam construxit Newtonus, *quæ omnibus ejus inæqualitatibus accurate satis respondet; qualem quidem antea sperare nemini licuerit; ex illa enim Theoria computatus Lunæ locus vix sen-*

ſibili quantitate, plerumque ab obſervato differt; ut inde navigantibus nova emergere poſſit ſpes, inveniendi in mari Longitudinem loci ubi navis verſatur, quod eſt Problema maxime deſideratum.

Nihil eſt quod Humani intellectus vim atque penetrationem magis demonſtrat, quam magna hæc & mirabilia inventa, non alio certius modo, Mundanæ Machinæ portentoſam molem, animo comprehendere poſſumus, aut opificii Divini ſtupendam pulchritudinem rectius æſtimare, & ſapientiam admirari valemus, quam per Divinas haſce leges nunc tandem repertas. Eæ nobis repræſentabunt magnificam & nobilem Mundani Syſtematis imaginem. Hinc diſcimus, Terram hanc, quam nos colimus, exiguam admodum eſſe, & vix notabilem totius ſplendidiſſimæ fabricæ partem; Cum fere infiniti ſint mundi, Entis ſummi & omnipotentis operâ producti, qui noſtro habitaculo ſunt longe majores, in quibus diſponendis & regendis, Potentiam & Sapientiam infinitam Ens illud ſupremum exerceat. Pſalm. 148. Qui dixit, & facti ſunt cæli, ipſe mandavit & creati ſunt. Statuit eos in æternum, iis legem dedit, quam tranſgredi nequeunt.

Aſtronomiæ uſus in aliis artibus,

Sed nec Aſtronomiæ uſus ſolummodo in excolendis animi viribus, & dulciſſima rerum, quas ſpeculatur cæleſtium contemplatione perſpicitur, ſed latius patet, & artibus & diſciplinis maximo eſt adjumento; In Geographia & Chronologia. *Quibus enim in tenebris errarent Geographus & Chronologus, Aſtronomiæ luce deſtituti? Aſtronomiâ duce, Telluris figuram, & magnitudinem, locorum ſitum & diſtantias inveſtigamus; illius auxilio certam anni menſuram, & res geſtas ſecundum temporum ſeriem diſpoſitas ſignamus. Ex hiſce ſatis intelligitur, quam utilis humanis rebus ſit Aſtronomia, ſine qua, nec* Geographiæ *nec* Chronologiæ, *& proinde nullus quoque eſſet Hiſtoriæ locus.*

In Navigandi Arte.

Sed inter omnes, quas promovet, Scientias Aſtronomia, non alia plus ex ea incrementi cepit quam Navigatio, *cujus beneficio, per vaſtum Oceanum iter non devium tenentes, ultimas terrarum oras inviſunt naves noſtræ. Hinc mutui commercii exſurgunt commoda; & quicquid aliæ Terræ vel pretioſum vel delectabile ferunt, id omne ſine eâ qua laborant illæ caloris aut frigoris intem-*

imperæ, nos domi manentes excipimus. Navigationis peritiæ debetur illud, quod sibi vendicat Britannia, Oceani Imperium, *nec ulla gens à littoribus nostris tam remota est, quam non ab injuria nostris hominibus inferenda, deterreat Armata* Britannica *Classis.*

Astronomiæ antiquitas, & primi Astronomi.

Ut Ars navigandi magna ex parte pendet ab illa quam de astrorum motibus habemus, Scientia; Ita vehemens, quæ Reges & Principes incessit cupido, longinquas & ignotas explorandi regiones, eos impulit ad Astronomiam diligenter excolendam. Primus & Nautarum maximus fuit Neptunus, *qui ob artem suam, Oceani Deus celebratur; cujus filius* Belus *Astronomiæ peritus ejus ope incolas ex Lybia in Asiam traduxit. Ubi Collegia Astronomorum instituit. Nam* Diodorus Siculus *in Historiarum libro primo, parte secunda, ita scribit.* Tradunt, *inquit*, Ægyptii, Belum, Neptuni Lybiæque filium colonos traduxisse in Babyloniam, qui Sacerdotes (hos Babylonii Chaldæos vocant) instituit qui more Ægyptiorum astra observarunt. *Ante hunc vero vixit* Atlas Mauritaniæ *Rex, Astronomiæ scientissimus, qui de Sphæra primus inter homines disputavit; Unde in Æneide,* Virgilius *introducit Iopam canentem ea quæ tradidit Atlas.*

Docuit quæ maximus Atlas,
Hic canit errantem Lunam, Solisque labores.

Sic Uranus quoque Rex istius populi (qui incolunt terras juxta littus oceani Atlantici sitas) ob peritiam in motibus cæleſtibus à Diis originem traxisse perhibetur. Zoroaster *apud Persas, Philosophus ut Astrorum scientissimus ab omni antiquitate celebratur. Talis enim apud antiquos fuit hujus Artis Honos, atque Dignitas, ut cum eâ maxime delectarentur Reges, Regia Scientia appellabatur. Reges enim in* Africa & Syria *primi eam invenere, & excoluere; idque longe ante quam quidquam de ea,* Græcis *innotuit, ut agnoscit Plato in* Epinomide. Primus, *inquit*, harum rerum spectator Barbarus fuit. Antiqua enim Regio illos alluit, qui propter æstivi temporis serenitatem, primi hæc inspexerunt, talis Ægyptus & Syria fuit, ubi stellæ omnes clare cernuntur, quoniam cæli conspectum, nec pluviæ intercipiunt, nec nubes: Quoniam

niam vero magis quam Barbari ab æstiva distamus serenitate, horum siderum ordinem tardius intelleximus. *Sic etiam* Lucianus, *περὶ ἀστρολογίας narrat*, Æthiopes primos ad cæleſtes motus attendiſſe, qui luminarium cauſas ſcrutati, Lunam propriâ luce carere, & à Sole mutuari cognoverunt. *Hoc certum eſt, Aſtronomiam à primis fere mundi initiis, ab orientalibus terræ populis fuiſſe excultam: Nam ſi Porphyrio credendum ſit. Captâ per Alexandrum Magnum Babylone, Calyſthenes, rogatu Ariſtotelis, tranſtulit ex ea urbe in Græciam obſervationes fere duo millia annorum*; Plinius *etiam in Hiſtoria naturali ſcribit, quod Epigenes docet, fuiſſe apud Babylonios obſervationes ſeptingentorum & viginti annorum, coctilibus laterculis inſcriptas*; *Et* Achilles Tatius *in principio Iſagoges ad Arati Phænomenon*, Ægyptios *primos omnium tam cælum quam terram eſſe dimenſos, ejuſque rei Scientiam, columnis inciſam, ad poſteros propagaſſe*; Chaldæi *tamen hujus inventi decus ad ſe transferunt; Idque Belo tribuunt. Ab* Ægypto *omnem doctrinam ſuam Aſtronomicam hauſerunt* Græci. *Nam agnoſcit Laertius, Thaletem, Pythagoram, Eudoxum & alios multos, illam adiiſſe regionem ut in Myſteriis Scientiæ Sideralis initiarentur; Hi non tantum inter Primos, ſed & maximos Græciæ Philoſophos extitere; & ab eodem diſcimus, quod qui in ea Regione diutius morabantur; poſt reditum in Patriam, celeberrimi fuere ob Geometriæ & Aſtronomiæ peritiam; Sic* Pythagoras, *qui ſeptem annos in Sacerdotum conſortio apud* Ægyptios *vixit, & in ipſorum Sacris fuit initiatus, præter multa Geometrica, domum ſecum attulit verum mundi Syſtema, primuſque in* Græcia *docuit Tellurem atque Planetas circa Solem tanquam centrum revolvi, motum autem Solis & Stellarum fixarum diurnum non realem eſſe, ſed apparentem, ortum ex motu Terræ circa Axem. Tum temporis nemo pro Philoſopho habebatur, qui Mathematicis Scientiis non fuit optime inſtructus.*

Aſtronomia poſtea neglecta.

At cito neglectæ jacuerunt hæ Scientiæ; Philoſophi enim poſteriores à prioribus multum degeneres, tempus in tricis & nugis terebant: omiſſo quippe ſcientiarum ſublimium ſtudio, ſophiſmata quærebant, quibus ſibi & ſenſui hominum communi imponere

vole

volebant, verum etiamsi à Philosophorum vulgo, in exilium acta est Astronomia, à quibusdam tamen (paucissimis licet) recepta & exculta fuit, præcipue in Schola Pythagorica, quæ per multos annos in Italia *floruit, in qua extiterunt magni viri* Philolaus & Aristarchus Samius. *In Ægypto quoque Reges Ptolemæi, maximi Literarum Patroni, Scholam Astronomicam* Alexandriæ *fundaverunt; ex qua etiam prodierunt magni & celebres Astronomi, quorum Princeps fuit Hipparchus, qui referente Plinio,* ausus est etiam rem Deo improbam annumerare posteris stellas, cælo in hæreditatem cunctis relicto; *Hic utriusque sideris defectus in sexcentos annos præcinuit. Super Hipparchi observationibus, ædificata est magna illa & pretiosa Ptolemæi Syntaxis; nam ab iis deduxit Æquinoctiorum præcessionem, & Theorias motuum Planetarum.*

Ægypto per Arabes debellata, & Alexandria capta, Victores Astronomiam, aliasque Artes liberales in suum receperunt patrocinium, & quamplurimos scientiarum libros ex Græcia, in proprium sermonem verti curaverunt.

Ex Africa in Hispaniam transeuntes Arabes, ibique cum occidentalibus Europæis commercia exercentes, Astronomicæ quoque artis cognitionem iis tradiderunt; cum hæc ante in Europa fere obliterata latuisset. Jubente itaque Imperatore Frederico *secundo circa annum Christi* 1230., *Ptolemæi* Syntaxis magna *ex Arabica in linguam Latinam translata est.*

Post illud tempus à maximis viris, atque summis Philosophis exculta est Astronomia, inter quos eminent Alphonsus Castellæ Rex, *ob tabulas, ex ipsius nomine* Alphonsinas *dictas, semper celebrandus;* Nicolaus Copernicus *non tantum diligens observator, sed & Systematis Pythagorici antiqui Restaurator.* Willielmus Princeps, Hassiæ Landgravius, *qui Quadrantes & Sextantes prioribus longe majores ad altitudines & distantias syderum dimetiendas adhibuit. Hujus principis observationes editas à Snellio habemus. Dominus* Henricus Savilius *tam in Astronomia quam in Geometria peritissimus, vir à nobis maxime honorandus, qui professionem nostram Astronomicam, Sociamque Geometricam, in Academia* Oxonienſi *fun-*

davit, ampliſque ſtipendiis donavit; cujus memoria ob hæc & alia plura in rem literariam collata beneficia, gratiſſimo animi affectu ſemper eſt celebranda. Tycho Braheus *nobilis* Danus, *ſeculi ſui Atlas, qui obſervandi peritia, omnes qui ante ipſum extiterunt vicit; inſtrumentorum ſuppellectili Reges omnes & Principes longe ſuperavit: Is Catalogum fixarum 770. quam diligentiſſime obſervatarum edidit.* Joannes Keplerus *Aſtronomus optimus, laboribus Tychonis fretus, Syſtema mundi, legeſque motuum veras adinvenit, & Aſtronomiam in immenſum auxit. Ejus opera orbi literato ſunt notiſſima, & ampliſſimas auctoris laudes prædicant.* Gallilæus Gallilæi Lyncæus, *qui tubi optici beneficio, nobis plurima nova cæli Phænomena patefecit; Comites Jovis eorumque motus; Saturni phaſes varias; luminis incrementa & decrementa quæ Venus ſubiit; Lunæ ſuperficiem inæqualem, & montibus aſperam; Solares maculas, & Solis circa Axem revolutionem, primus demonſtravit. Non dies integra ſufficeret, ſi debitis cum laudibus nominarem* Hevelium, *qui Catalogum fixarum Tychoniano longe ampliorem ex propriis obſervationibus edidit; Illuſtriſſimos viros* Hugenium & Caſſinum, *qui primi Saturni Comites & annulum conſpexere;* Gaſſendum, Horoxium, Bulialdum, Wardum, Ricciolum, *alioſque plures magni nominis Aſtronomos. Quos tamen ob maxima in rem Aſtronomicam merita, antecellit vir celeberrimus* Edmundus Halley, *hujus Academiæ Geometriæ Profeſſor Savilianus, Collega meus amiciſſimus, cujus laboribus non parva debentur Aſtronomiæ incrementa. In hoc viro, quod neſcio an alii mortalium ulli præterea contigerit, elucet ſumma in Aſtronomia Practica Habilitas, cum præcellenti rei Geometricæ Scientia conjuncta. Quod per Tabulas Aſtronomicas, quas brevi nobis daturus eſt manifeſto patebit, hæ enim alias omnes ante editas, vel poſthac forſan edendas, longe antecellunt.*

Alios quam plurimos niſi longum foret, poſſum commemorare noſtrates, qui de Aſtronomia optime meriti ſunt. Sed prætereundus non eſt Joannes Flamſtedius *Aſtronomus Regius, qui indefeſſo labore, per triginta & plures annos continuato, cælo invigilavit, innumeras obſervationes de Sole, Luna & Pla-*

Planetis, ampliſſimis inſtrumentis exquiſita arte diviſis, & tubo optico inſtructis, factas conſignavit. Unde hujus Aſtronomi accuratis obſervationibus magis fidendum erit, quam aliorum ante illum, qui oculo inermi ſidera intueri aggreſſi ſunt. Compoſuit præterea Flamſtedius, Catalogum Fixarum Britannicum, *in quo exhibentur ter mille Fixæ; hoc eſt, fere duplo plures quam quæ in Catalogo proſtant* Heveliano, *quibus ſingulis adjunxit propriam Longitudinem, Latitudinem, Aſcenſionem Rectam, Diſtantiam à Polo, cum Variatione Aſcenſionis Rectæ & Diſtantiæ à Polo, dum Longitudo uno gradu mutatur. Hiſtoriam Cæleſtem Britannicam, quæ utrumque Opus, obſervationes ſcil. & Catalogum complectitur, brevi, ut audio, editurus eſt ipſe* Flamſtedius.

Inter tot Aſtronomiæ adjumenta & lumina, deſiderabatur adhuc Univerſa quædam & conſummata Cæleſtium Phænomenôn Theoria, ſecundum rerum veritatem cauſasque Phyſicas explicata, & in unum corpus redacta; quam magno eruditorum omnium plauſu abſolvit tandem & in lucem edidit, Clariſſimus Dominus Gregorius, *inſigne noſtræ Profeſſionis decus, & Præceptor meus mihi ad extremum vitæ Spiritum gratiſſima uſque memoria recolendus, cui ſi quid ego in hiſce ſtudiis profecerim id illi omne acceptum refero.*

Interim fatendum eſt, opus illud Gregorianum, *minus videri ad diſcentium captum accommodatum; multa enim complectitur quæ reconditioris Geometriæ cognitionem poſtulant, qualem in Tyronibus raro reperire licet, qui tamen in Aſtronomiæ elementis poſſunt inſtrui. Præterea ubique mixtim traduntur motus cæleſtes, cum ipſorum cauſis Phyſicis, quæ duæ res, ſimul à Tyronibus addiſcendæ, eorum mentes nimium diſtrahunt, & doctrinam difficilem reddunt; unde ego ſatius duxi, motus primum explicare, & Phænomenon quæ ex iis oriuntur rationem reddere, quibus perſpectis, facilior ad Phyſicam fit tranſitus.*

In hunc finem, ſequentes compoſui Lectiones, quas in Schola Aſtronomica, prout officii mei ratio poſtulabat, habui, in quibus imprimis operam dabam, ut motus cæleſtes perſpicue quantum poſſim explicentur, & Phænomenôn inde orientium

ra-

rationes reddantur; eorum maximè, quæ paucarum in Geometria propositionum subsidio intelligi possunt. Ideoque consulerim, ut Tyrones qui Astronomiam addiscere cupiunt, Euclidem *ante oculos ponant, eumque adeant, quoties Propositiones aliquas à nobis citatas inveniunt. Sunt autem Propositiones numero perpaucæ, quales sunt Prop.* 13, 15, 27, 28, 29, 32, 47, *Elementi primi. Item* 16, 18, 20, 31, 35, 36, 37. *Elementi Tertii. Item* 4, 5, & 6, *Elementi sexti. Optamus quoque, ut Tyrones in Trigonometria Planâ, & Sphærica probe instructi sint; Quod si sint aliqui, qui principia Astronomica addiscere volunt, & tamen Trigonometriam nesciunt; quales futuri sunt, ut credo, plures, ab illis hæc postulamus concedi. Nempe, quoniam in omni triangulo tam Sphærico quam Plano sint tres anguli & tria latera: horum sex, datis tribus quibusvis, quorum in triangulo rectilineo unum sit latus, reliqua inveniri possunt; quod docet Trigonometria, cujus usus in Astronomia latissime patet, ejusque auxilium ubique conspicitur.*

Sunt præterea quædam in nostra Astronomia, quæ penitiorem in Geometria cognitionem desiderant; qualia sunt quæ de Theoriis Planetarum Ellpiticis, à Keplero *inventis, tradidimus. Sed Tyrones, qui de particularibus hisce, sunt minus solliciti, possunt ea præterire. Rogo etiam Tyrones, qui parum in Astronomia antea versati sunt, ut post explicatas in Lectionibus* XI. & XII. *generales Eclipsium causas, reliqua relinquant, & postquam rite satis instructi fuerunt in Doctrina Sphærica in Lect.* XIX. & XX. *à nobis tradita, denuo eadem repetant. Qui nostra hæc prius intellexerint, possunt optimo cum fructu eximium illud* Gregorianum *opus legere, & causas motuum Physicas exinde addiscere.*

In gratiam potissimum Juventutis Academicæ has Lectiones edendas curavi, qui per eas semel in Schola recitatas minus proficere valent. Unde mihi reservo potestatem easdem iterum, quoties visum fuerit, in Scholâ habendi, ubi si quid in illis obscurius dictum sit, dabo operam ut illud in clariore luce exponatur. Auditores autem nostri hoc pacto, ubi semel nostras Lectiones perlegerint, quotiescunque easdem denuo publice recitatas audiant, possint de locis difficilioribus & minus intellectis nos consulere, & dubia sua proponere, prout Statuta nostræ Academiæ requirunt.

LE-

LECTIONES ASTRONOMICÆ.

LECTIO I.

De Motu visibili seu Apparente.

ASTronomiæ elementa traditurus, corporumque longissime dissitorum motus, motuumque Phænomena explicaturus, ut ea omnia à Tyronibus melius intelligantur, necessarium duxi quædam in genere de motu visibili seu apparenti præfari.

Quæ corpora quiescere videntur.

Et primo cum oculus ea corpora tanquam quiescentia spectat, quæ inter se eandem semper conservant distantiam visibilem, & quorum, oculi respectu, idem manet situs, eadem positio, atque invariata distantia; eorum tantum corporum motus nostro objicientur visui, quæ vel inter se, vel oculi respectu, situs, & positiones mutant.

Quæ moveri.

Vel ut paulo altiùs hanc rem ex propriis principiis deducamus, sciendum est apud Opticos demonstrari, Corpus omne quod videtur, imaginem suam depictam habere in fundo oculi, super tunica Retinæ, cujus superficies Sphærica est, idque fieri ope radiorum lucis à visibili prodeuntium. Porro cujuslibet puncti imaginem eum obtinere locum quem radii à puncto visibili prodeuntes & refractione convergentes in retinâ offendunt. Portio peripheriæ A B anteriorem oculi superficiem repræsentet, cujus fundus seu Retina sit D G, illa scil. tunica quam extremitates nervi optici componunt, atque oculi centrum sit C. imago puncti F erit in recta F C H atque ideo in puncto H. sicut imago puncti E erit in L; Radii enim lucis à pellucidis oculi tunicis atque humoribus ita refranguntur, ut qui ex F proveniunt ad H convergant, & qui à puncto E digrediuntur

Quomodo fit visio. TAB. 13. *fig.* 1.

in L conveniant, & in iis locis vellicatis nervis, ſenſationem viſus excitabunt.

Hæc res experientiâ certa & explorata eſt. Nam ſi hominis recens defuncti, aut illius defectu bovis oculus è capite evellatur; ablatâ opacâ Choroidis membranâ, quæ cerebro obverſa eſt, ut remaneat ſolum tenuis & pellucida ſatis Retinæ tunica, ſi hic oculus feneſtræ vel objecto cuivis fortiter illuſtrato obvertatur, non ſine voluptate aut forſan admiratione picturam quandam in eo videbimus, objectum extra poſitum ſcite ſatis imitantem. Eadem conſpicientur phænomena ſi loco oculi capiatur lens vitrea convexa, ea enim feneſtræ obverſa, objectorum lucidorum imagines, chartâ albâ ad debitam diſtantiam pone locatâ, exhibebit.

Quomodo motus oculis percipitur.

Si itaque puncti F imago H in eadem retinæ parte maneat immota, oculo etiam immoto, punctum F ut quieſcens habebitur. Quod ſi punctum illud F ad E deferatur, ejus imago in fundo oculi diverſas retinæ partes ſucceſſive percurrendo & ſpatium L H deſcribendo ſenſationem motus excitabit. Et ſi punctum illud longinquum ſit, motuſque factus fuerit in plano trianguli F C E Spectator magnitudinem apparentis motus per angulum F C E æſtimabit.

Si in lineâ C F aliud ſit viſibile M etiam longinquum, quod motu ſuo ad N deferatur, motus ejus viſibilis idem erit qui fuit puncti F; cum imaginis utriuſque eadem ſit ſemita, idemque motûs veſtigium in oculi fundo cernitur. Si viſibile M per rectam M F ad F feratur motus ille ſpectatoris aciem fugiet, quoniam puncti iſtius imago in H, in eadem retinæ parte immota manet. Et quotieſcunque corpora longinqua moveantur in rectâ aliquâ per oculi centrum tranſeunte, eorum motus non erunt viſu obſervabiles; nec aliâ ratione de iſtiuſmodi motibus conſtabit, quam ex aucto vel diminuto viſibilium ſplendore, & magnitudine apparente. De objectis longinquis hic loquor, nam ſi propinqua ſint, etſi in rectâ lineâ per oculum tranſeunte moveantur, poſſumus tamen de eorum motu judicare, per mutationem ſitûs, & diſtantiæ ad alia corpora, quorum poſitiones & diſtantiæ ſunt notæ. Quin etiam qualiſcunque

que fuerit mobilis ſemita in plano E C F ſive motus ſit in recta F E ſive in arcu circulari F P E ſive in alia quacunque curva F Q E ad lineam E C deferatur idem ſemper conſpicietur motus, eodem manente angulo F C E, aucto autem vel diminuto illo angulo augebitur vel minuetur motus viſibilis qui proinde per angulum illum tantummodo menſurari poteſt.

Angulorum menſuræ.

Quo itaque motus corporum apparentes definiantur, Methodus tradenda eſt, quâ Geometræ & Aſtronomi angulorum menſuras inveſtigant, quæ licet paſſim nota ſit, nec Artifices vulgares latet, ne tamen quicquam omiſiſſe videar, quo ſequentia à Tyronibus facilius intelligantur, libet eam paucis exponere.

Gradus qui? Scrupuli.

Demonſtravit Euclides angulos ad circuli alicujus centrum conſtitutos, proportionales eſſe peripheriis quibus inſiſtunt, unde angulorum menſuræ ex peripheriis vel arcubus circulorum optime innoteſcunt. Quod ut fiat, totam Peripheriam circularem in partes 360 æquales dividunt Aſtronomi, has partes gradus appellant, ſinguloſque gradus in 60 partes æquales ſecant, quas ſcrupulos ſeu minuta prima nominant. Rurſuſque unumquemque ſcrupulum Primum in 60 ſcrupulos Secundos, & Secundorum unumquemque in ſuos Tertios, & Tertios in Quartos, & ita deinceps ſubdividi mente intelligunt. Atque hâc ratione non plures numerant gradus ſeu partes in maximo quovis circulo quam in minimo, adeoque ſi idem angulus ad centrum à diverſis arcubus ſubtendatur, partium ſive ſcrupulorum numerus in omnibus arcubus ſubtendentibus erit æqualis; eandem quippe arcus iſti ad peripherias ſuas totas rationem habent, v. gr. ſit Angulus A C B & centro C deſcribantur arcus duo A B, D E, tot erunt gradus & ſcrupuli in arcu A B, quot ſunt in arcu D E, etiamſi Radius arcûs A B ſit tantum unius pedis in longum & Radius alterius arcûs ſtellas fixas attingat, gradus tamen in peripheria A B in eâ ratione minor eſt gradu in Peripheria D E, quâ radius C B, minor eſt radio C E. Angulus C tot graduum, ſeu ſcrupulorum eſſe dicitur, quot arcus A B vel D E ejuſmodi partes continent. Tab 13. fig. 2.

Inſtrumentum, quo anguli vulgo obſervantur, eſt circularis peripheriæ data portio, in gradus, & minuta, diviſa. Quadrans ſcil., Sextans, aut Octans, ſi Inſtrumentum ſit circuli quadrans, Arcum in 90 partes æquales, ſi Sextans in 60., ſi Octans in 45. dividunt Artifices; quæ ſingulæ erunt æquales uni totius peripheriæ gradui, unumquemque rurſus gradum in ſuos ſcrupulos primos, vel etiam ſecundos, ſi inſtrumenti amplitudo hoc permittat, partiuntur. Deinde inſtrumenti lateri Pinnacidia vel dioptras figunt; & Regulam ſuis quoque Dioptris inſtructam, circa centrum peripheriæ volubilem applicant. Obſervantur autem anguli hunc in modum.

Modus obſervandi angulos. TAB. 13 *fig.* 3.

Sint duo objecta longe à nobis diſſita A & B ſitque oculus in C, & menſurandus ſit angulus ACB. Convertatur inſtrumentum donec per dioptras lateris CD, videatur punctum A; deinde circa latus CD, inſtrumenti planum & Regula circa centrum ita vertantur ut per regulæ dioptras conſpici poſſit punctum B, Manifeſtum eſt ex dictis Arcum DE oſtendere menſuram anguli ACB & etiam menſuram arcus AB, hoc eſt angulus ACB, & arcus AB tot erunt graduum & minutorum quot arcus DE per Regulam abſciſſus conſtat ejuſmodi partibus.

Horizon.

Quin etiam Aſtronomi alias metas ſibi propoſuerunt à quibus eodem vel ſimili inſtrumento diſtantias ſtellarum arcuales numerarent. Eæ ſunt cujuſlibet loci *Horizon*, quem extenſa quaſi infinita Terræ planities efformat, totam Sphæram mundi in duo ad ſenſum hemiſphæria æqualia dividens. Et Arcum verticalem inter ſtellam quamlibet & horizontis limbum interceptum, iſtius ſtellæ *Altitudinem* dicunt. Alia meta eſt *Horizontis Polus*, ſeu punctum quod vertici cujuſque loci quocunque momento temporis imminet, quodque linea perpendiculi denotat, ſecundum quam, & omnia Gravia deorſum rapiuntur, & nos recti conſiſtimus. Hoc pacto Naucleri ſolis Altitudinem inveniunt reſpectu arcus, ſeu anguli quem efficiunt in oculo Radii à ſole, & ab Horizonte venientes. Ita Aſtronomi angulum quoque notant, quem Solis vel ſtellæ Radius format cum li-

Altitudo ſtellæ.

Horizontis Polus.

linea in ſuperficiem horizontis perpendiculari, Regulis & Quadrantibus in hunc uſum conſtructis.

Dioptrarum loco nunc Teleſcopia vulgo adhibentur; quorum ope, objecta longinqua certius & exactius, quam per dioptras exactiſſimas viſu attinguntur. Sed modum Teleſcopia adaptandi, omnemque illius Inſtrumenti apparatum hic deſcribere, nos ad alia properantes nimis retardaret, hæc igitur nunc ſufficiant.

Corporum diametri apparentes.

Ex angulorum quoque menſuris, corporum longinquorum *Diametri apparentes* innoteſcunt; ſit enim quævis linea AB ab oculo C directe viſa, & ab ejus terminis A & B ad oculum C duci ſupponantur rectæ AC, BC, linea illa AB dicitur ſub angulo ACB videri, qui apparens ejus diameter appellatur, & tot eſſe graduum, & minutorum, quot angulus ille, inſtrumento obſervatus, indicabit. Eodem modo objectum quodvis DE ab oculo ad F Spectatum dicitur apparere ſub angulo DFE, & objectorum AB, DE apparentes magnitudines erunt, ut anguli ACB, DFE. TAB. 13. *fig.* 4. TAB. 13. *fig.* 4. 5.

Quod ſi oculus objecto AB jam propinquior ſit, illud ex dimidia diſtantia ſcil. ex G aſpiciat, objectum illud ſub duplo fere majori angulo videbitur. Si triplo propius accedat oculus, triplo fere major fit angulus ſub quo apparet objectum, ejuſque apparens diameter triplicabitur, modo anguli illi ſint ſatis parvi, nimirum ſi gradum unum aut alterum non ſuperant, eruntque ejuſdem objecti magnitudines apparentes oculi appropinquationibus proportionales.

Atque hâc methodo ſi duorum corporum habeantur diametri apparentes, una cum diſtantiarum ab oculo ratione, exinde innoteſcet proportio, quam obtinent eorum diametri veræ. Nam ſi objectorum diſtantiæ ſint æquales, diametri veræ erunt apparentibus proportionales; ſi anguli, ſub quibus videntur objecta, ſint æquales; magnitudines veræ diametrorum, erunt ut ipſarum diſtantiæ ab oculo ex. gr. ſi angulus ACB ſit æqualis angulo DFE, at diſtantia CB ſit tripla diſtantiæ FE erit Recta AB triplo major recta DE. Quin etiam ſi non tantum fit CB diſtantia tripla diſtantiæ fe, ſed & angulus ACB duplus anguli dfe erit TAB. 13. *fig.* 4. 6.

AB sextuplo major quam de. Nam capiatur CM æqualis fe, & sit MN objectum sub angulo MCN aut ACB apparens, ob angulum illum duplo majorem angulo dfe erit linea MN duplo major quam de, sed ob AC triplo majorem quam CM erit AB triplo major quam MN, unde erit sextuplo major quam de. Hinc si Solis & Lunæ diametri apparentes sint æquales, & Solis distantia à Terra sit centies major quam Lunæ distantia ab eadem, erit vera Solis diameter centies major Lunari diametro. At Solis à nobis distantiam plusquam centies superare distantiam Lunæ, in sequentibus demonstrabitur, unde diameter Solis plusquam centies superabit diametrum Lunæ.

Diametri apparentes ad objecta accedendo majores fiunt.

Cum, uti dictum est, ad objecta longinqua accedendo eorum diametri apparentes majores fiunt, inque ea fere ratione augentur qua iis propius admovetur oculus. v. gr. si quis decies propius quam nos Lunam spectaret, is Lunam clariorem & secundum diametrum decies majorem cerneret. Si adhibeatur Telescopium quod decies tantum ampliat objectorum diametros; Luna per illud visa eandem phasim nobis ostendet, quam spectatori decies propius admoto ostenderet. Si Telescopia adhibeantur, quæ objectorum diametros centies vel etiam ducenties augeant, ea apparentias exhibebunt plane similes iis quæ ex distantia centies vel ducenties minore conspicerentur. Atque hinc novimus qualem quantamque oculis nostris se præberet Luna, ex distantiâ trium Telluris diametrorum spectata. Qualisque etiam ejus foret facies, si multo propius accedamus, & ad distantiam 8 tantum stadiorum millia ipsam contemplaremur. Ex eo enim intervallo, ingentes montium Lunarium Tractus, profundas valles, & latos campos intueri liceret. Quin etiam his Telescopiis altius in cœlum invehimur, & Jovi & Saturno reliquisque errantibus, quin cometis quoque & fixis tam prope admovemur, ita ut tam longi itineris pars tantum centesima vel etiam ducentesima nobis restet. Præterea his Telescopiis Planetarum circa Axes Proprios conversiones, Jovis atque Saturni Lunas, & Eclipses hujusque posterioris Annulum, variasque phases conspicimus.

Telescopii beneficia.

mus. Hæc Teleſcopii beneficia ſilentio præterire in hoc loco haud æquum foret; cum illud potiſſimum ſit inſtrumentum, quo non modo corporum magnitudines, ſed apparentes motus obſervantur. Sed intermiſſum de motu viſibili ſermonem repetamus.

Corporum longinquorum motus æquales inæquales videntur.

Cum corporum longinquorum motus non aliunde quam ex mutatione anguli qui ad oculum videntis eſt, innoteſcat, facile hinc conſtabit utcunque corpora æquabiliter moveantur & æqualia ſpatia æqualibus temporibus deſcribant, fieri tamen poſſe, ut eorum motus inæquales admodum & irregulares ab oculo conſpiciantur, quod per exemplum patebit.

TAB. 13. *fig.* 7.

Ponamus corpus aliquod in peripheria circuli ABDEGQ uniformiter revolvi, æquales arcus AB, BD, DE, &c. æqualibus temporibus percurrendo ejuſque motum oculus alicubi in plano ejusdem circuli in O, v. gr. poſitus ex longinquo aſpiciat. Cum igitur mobile ab A ad B pervenerit ejus motus apparens per angulum AOB ſeu per arcum H L quem deſcripſiſſe videtur, definietur; dein in æquali tempore, dum arcum BD percurrit, motus apparens ex angulo BOD dignoſcetur; & videbitur mobile tranſiiſſe per arcum L M qui arcu H L multo minor eſt, & mobile in D in peripheriæ N H M puncto M conſpicietur; Poſtquam vero deſcripſerit arcum D E prioribus A B vel B D æqualem, & ad punctum E pervenerit, ab oculo in eodem puncto M ſpectabitur, ita ut eo tempore quo per arcum D E defertur corpus oculo fere ut immotum & quaſi ſtationarium videbitur; At dum in peripheria proprii circuli per arcum EF progreditur, oculo ad O poſito, per peripheriam ML regredi videbitur. Sic ubi ab E per F ad G pervenerit, oculus illud conſpiciet in puncto H, in eo ſcil. ſitu quam prius in A habuit. Dum autem à G per I ad Q defertur, ſpectator ipſum videbit per arcum H K N moveri; at dum in orbita propria progrediens corpus arcum Q P deſcribit, oculus ipſum ad idem punctum N continuo referret, quo tempore rurſus ſtationarium apparebit corpus, deinde poſt digreſſum ejus à puncto P curſum ſuum invertere & per arcum

cum NHLM motibus admodum inæqualibus ferri videbitur.

Inæqualitas Optica.

Hæc motuum Inæqualitas ab Aſtronomis *Optica* dicitur, eo quod non corporibus revera competit, ſed apparens tantum eſt, ex oculi poſitione orta, corpus enim eâdem ſemper velocitate in propria orbita progredi ſupponitur, & ſi oculus in centro iſtius orbitæ conſtitutus fuerit, motum ejus æquabilem ſemper conſpiceret.

Motus æquabilis in peripheria circuli à ſpectatore intra arculum locato inæquabilis videtur.

Si in quovis intra circulum puncto O quod centrum non eſt, immobilis locetur ſpectator, is motus corporis peripheriam ABCD percurrentis, in ſe quidem æquales, inæquales admodum videbit; & cum longiſſime diſtat corpus à ſpectatore ut in A, tardiſſime incedere videbitur, propinquius accedens corpus ut in C, velociùs progredi apparebit, ob angulum COD majorem angulo AOB, licet arcus AB, CD ſint æquales. At nunquam ſtare aut regredi conſpicietur corpus. Adeoque ſi ſpectator intra circulum in quo defertur corpus locetur, illudque nunc progredi, nunc ſtare, nunc regredi videat concludendum erit ſpectatoris locum etiam mobilem eſſe.

TAB. 14. fig. 1.

Sed nunquam retrogradus.

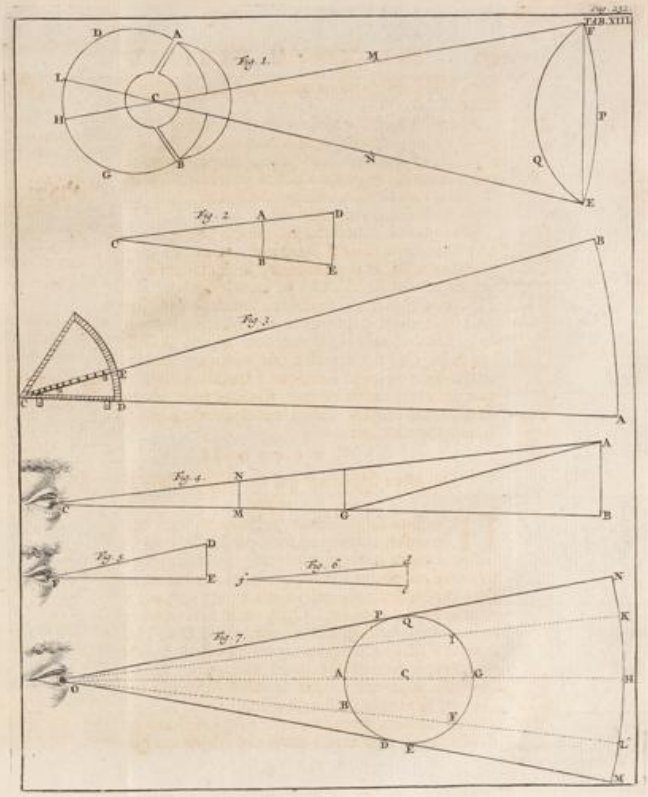
LECTIO II.

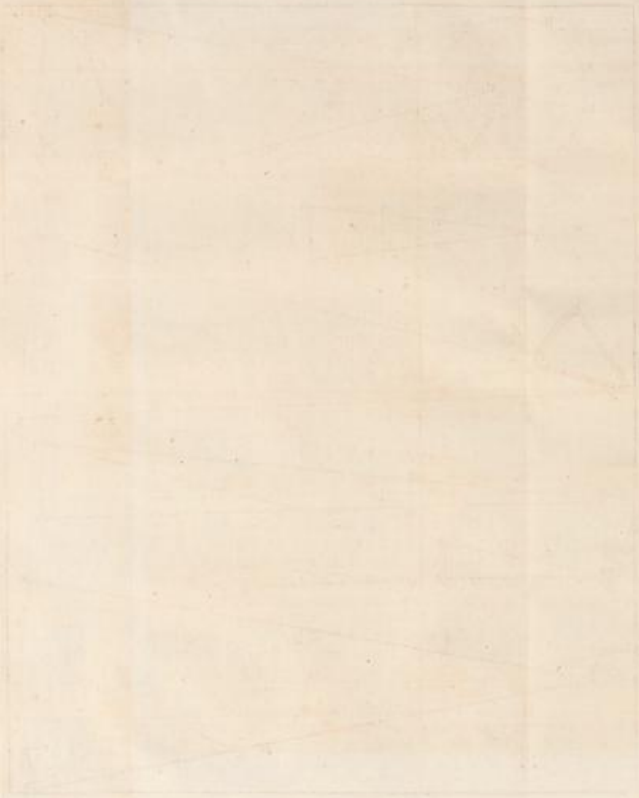
De Motu apparenti qui ex Obſervatoris Motu oritur.

HUcuſque ſuppoſuimus ſpectatorem loco immotum toto obſervationis tempore conſtitiſſe. At ſi Spectatoris locus etiam moveatur, diverſæ tum naſcentur rerum apparentiæ, & oculus ea corpora quieſcere cernet, quæ celerrime progrediuntur, quieſcentia autem corpora veloci impetu deferri conſpiciet. Quin etiam fieri quoque poteſt ut motus corporum apparentes fiant veris & abſolutis directe contrarii, & quæ corpora revera ad orientem feruntur, ad occidentem tendere ſpectatori videantur. Quæ omnia ex motuum apparentiis, quæ ſe offerunt iis qui in nave vehuntur, ſatis apte illuſtrari poſſunt.

Qui in nave vehuntur motum navis non percipiunt.

Si navis aliqua motu utcunque veloci, ſed uniformi, à ventis deferatur, nec motus navis nec corporum quorumlibet eun-


Fig. 1.
D
A
L
C
H
G
B
M
N
F
P
Q
E
Fig. 2.
A
D
C
B
E
Fig. 3.
B
E
C
D
A
Fig. 4.
N
C
M
G
A
B
Fig. 5.
D
E
Fig. 6.
d
Fig. 7.
N
P
Q
K
A
C
G
H
B
F
D
E
L
M



eundem intra navem ſitum ſervantium & relative quieſcentium motus *vectorum* oculis percipitur ; cum enim omnes navigii partes eundem ſemper inter ſe & etiam vectoris reſpectu , ſitum , & poſitionem conſervant , ipſorum imagines in oculi fundo depictæ , iiſdem ſemper retinæ partibus quaſi immotæ adhærebunt. Ex quo fiet ut quamvis omnia quæ intra navem locantur corpora unà cum ipſa celerrime progrediantur , eorum tamen motus , ſpectator ſimul cum iis in nave vectus non viſurus ſit. Idem tamen ad littora oculos vertens , ea cum aliis objectis extra poſitis , moveri conſpiciet , nam dum ipſa navis movetur & oculum ſpectatoris ſecum vehit , neceſſe eſt objecta externa ſitus ſuos oculi reſpectu mutare , & ipſorum imagines nunc has, nunc alias Retinæ partes ſucceſſive occupare , unde fit ut quieſcentia objecta externa moveri , & quæ intra navem ſimul cum ea progrediuntur quieſcere videant , in nave collocati vectores.

At objecta externa quieſcentia moveri videntur.

Si dum navis celerrime progrediatur , globus plumbeus de ſummo malo demittatur , eum quaſi in perpendiculo cadentem aſpicient vectores. Qui quidem globus (quod idem faceret ſi navis omnino quieſceret) tabulatum navis juxta pedem mali percutiet , verus tamen ejus motus non fit in perpendiculari ad ſuperficiem globi terreſtris , ſed deflexo per aërem itinere fertur Globus , quam ejus ſemitam incurvatam facile deprehenſurus eſt quiſquis qui ex alia quieſcente nave motum ſpectaret. Hujus phænomeni cauſa facile oſtenditur. Nam juxta primariam Naturæ legem , corpus omne in incepto ſemel motu ſecundum eandem directionem ſemper perſeverare conatur , jam Globus dum in ſummo malo hærebat , unà cum malo progrediebatur , adeoque poſtquam dimittitur eandem progrediendi vim retinebit , & urgente gravitatis vi progredietur ſimulque deſcendet ; neutra enim harum virium alteram deſtruet aut imminuet , (neque enim ſunt contrariæ) adeoque nec minus prorſum nec minus deorſum tendet globus , quam ſi viribus ſeparatis impelleretur ; ſed hiſce conjunctis viribus ſolum impeditur rectitudo ſemitæ , quam ſeorſim haberent

Motus Globi in nave cadentis.

perpendicularis & horizontalis impetus, motuſque peragetur in linea curva iis ſimili quas deſcribunt Gravia horizontaliter projecta, quæque ſimul prorſum & deorſum feruntur, & ſpectator in quieſcente nave Globum ejuſmodi percurrere curvam videbit. Porro cum Globus & malus eadem velocitate progrediuntur, eadem inter utrumque ſemper manebit diſtantia, & proinde Globus juxta pedem mali tabulatum feriet; Præterea motus Globi quo prorſum tendit, tam navi ejusque partibus quam *vectoribus* communis eſt. At motus ille communis uti oſtenſum eſt, ante caſum Globi videri non potuit, quare nec poſtea in deſcenſu erit obſervabilis. Sed Solus ille motus quo Globus vi gravitatis propriæ deorſum tendit, quique Globo peculiaris eſt viſu percipitur; hoc eſt Globum quaſi in perpendiculo cadentem aſpicient *vectores*. Hæc omnia reverà ſic accidere experimenta ſæpius facta adeo confirmant, ut dubitationi nullus relinquatur locus.

Motus Globi projecti intra navem.

Si quis in prorâ ſedens, Globum verſus puppim eâ celeritate quâ navis fertur, projiciat, Globus ille nec prorſum, nec retrorſum, movebitur, ſed ſublatâ gravitatis vi in aëre immotus maneret, gravitate autem urgente, rectâ ad navem deſcendet, talemque eſſe ejus motum, in ripâ vel in quieſcente nave ſedentes agnoſcent ſpectatores; vis enim à projiciente impreſſa, contrariam & æqualem deſtruet vim quam Globus à nave acceperat. At illi qui in nave vehuntur, Globum non quieſcentem nec rectà cadentem, ſed verſus puppim ea velocitate latum conſpicient, quam reverà haberet, ſi quieſcente nave, eâdem vi projectus fuiſſet.

Si velocitas quâ projicitur Globus verſus puppim ſit minor velocitate navis, Globus in eo caſu in eandem cum nave plagam ſed tardius deferetur, nondum deſtructâ vi totâ quam à navis motu accipiebat. At in nave ſedentes Globum non ſimul cum nave progredientem conſpicient, ſed in contrariam prorſus plagam tendentem ea celeritate quam haberet, ſi quieſcente nave eadem vi projectus fuiſſet. Hinc liquet

liquet motum apparentem vero & absoluto posse fieri directe contrarium.

At objiciat aliquis Globum è manu projicientis emissum, in ipsam puppim impingere, eique ictum imprimere; quod fieri non potest nisi reverà Globus versus puppim moveretur. Qui nodus solutu non difficilis est, Globum enim ii qui intra navem versantur in puppim irruere eamque percutere cernent. At si ponatur aliquis in ripa quiescens, ille non Globum in puppim sed puppim in Globum impingentem videbit & ictûs magnitudo in utrovis corpore recepti, eadem omnino erit ac si navis quiesceret & Globus reverà in puppim impelleretur ea celeritate qua puppis ad Globum accedebat. Si enim duo sint corpora A & B utcunque æqualia vel inæqualia, eâdem erit percussionis vis, sive B cum datâ celeritate in corpus A quiescens impingeret, sive quiescat B, & A cum eadem celeritate in ipsum B irrueret, vel si utrumque corpus versus eandem plagam moveretur, & subsequens A celerius motum in ipsum B impingat, eadem erit quantitas ictûs, ac si B omnino quiesceret & A latum esset solummodo differentiâ celeritatum quâ scil. ipsius celeritas superat celeritatem corporis B. Vel denique si A & B in contrarias ferantur plagas, atque in se invicem impingant, ictûs magnitudo eadem erit ac si ipsorum unum quiesceret, alterum motum esset cum eâ celeritate quæ sit utriusque celeritatum summæ æqualis. Verbo dicam, eâdem semper manente velocitate corporum relativâ, qua ad se invicem accedant, eadem quoque manebit percussionis quantitas quomodocunque velocitates illæ partitæ fuerint. Atque hinc fit ut in nave quantumvis velociter latâ motus omnes nostri rerumque à nobis mobilium eadem ratione peraguntur, iidemque apparent ac si navis reverà quiesceret. Et universaliter verum esse deprehendimus, quod corporum in dato loco inclusorum, iidem erunt motus inter se, iidem congressus, eadem percussionis vis, sive locus ille quiescat, sive moveatur uniformiter indirectum.

Objectio

Tab 14. fig. 2.

Hæc adduxi exempla, ut vobis constaret quantum discriminis inter motus corporum reales, & apparentes, pos-

fit intercedere; & quam difficile fit de illis, ex his, judicium facere.

Ex iisdem constabit, quod si in Jove vel Saturno vel alio quovis Planetarum locetur spectator, is loci sui motus proprios non magis visu percipiet, quam navigantes motum navis in qua vehuntur oculis discernere possunt. Et hi quidem ex subitaneis navis jactationibus quas sibi frequenter molestas experiuntur, motum ejus aliqualem dignoscunt. At Planetæ nullis fluctibus, nullis procellis sunt obnoxii sed placidissima latione in tranquillo quasi æquore natantes fruuntur, & in motibus suis absque omni impedimento perseverant.

Lectio III.

De Systemate Mundi.

CUm ut ostensum est, pro vario oculi situ atque motu tot & tam variæ fiunt rerum apparentiæ, quo melius mundi fabrica innotescat, & Universi admiranda pulchritudo, motuumque Harmonia, animo concipiatur; convenit ut Divinum hoc & immensum opus non ex uno aliquo spectetur puncto seu angulo, sed ex pluribus locis debitis intervallis à se invicem distantibus lustrandum erit, ut diversos hos aspectus comtemplando, eosque comparando vera tandem, & justa, summoque Conditore digna universi opificii eliciatur cognitio.

Cælestia itaque corpora motuumque phænomena ut pernoscantur, fingamus nos non Terricolas esse, & uni sedi quasi puncto affixos, sed potestatem nobis dari libere quocunque libuerit, per spatia indefinita vagandi. Et ut diversitas aspectuum ex diversis locis habeatur, aliquando nosmet in spatio quodam immoto sistamus, aliquando in Sole, sæpius in planetarum aliquo & nonnunquam etiam in Stellis fixis vel in Cometa locari nos supponamus.

— — — — Juvat ire per alta
Astra. Juvat Terris & inerti sede relictis
Nube vehi, validique humeris insistere Atlantis.

Et

Et quamvis corpora noſtra utpote in Terram ſua gravitate depreſſa ad altiſſimas illas domos avolare non poſſunt; nihil tamen prohibet quo minus animo & imaginatione cæleſtes illas peragremus regiones. Nec deneganda eſt hæc quam noſmet nobis vindicamus licentiam, quippe quæ omnibus omnis ævi Aſtronomis ſemper conceſſa fuit; hi enim oculum à ſuperficie ad ipſum telluris centrum detulerunt, ut motuum æqualitas exinde ſpectaretur, quin & circulos & lineas rectas per Solem & Sidera traducunt, quæ licentia, ni peteretur ſemper, & concederetur, brevis admodum & imperfecta eſſet Aſtronomiæ Scientia, & irritus omnis Aſtronomorum labor.

Ut igitur Aſtronomis ſolenne fuit, oculum ad Terræ centrum detrudere, quò is motum apparentem diurnum conſpiceret æquabilem, nobis è contra, quo motus corporum reales & abſoluti, quantum fieri poteſt æquabiles videantur; liceat ſpectatorem in cælum invehere & in loco quodam immoto conſtituere. Nam omnes cujuſque ſectæ Aſtronomi facile agnoſcunt Planetarum motus eſſe in ſe ſimplices uniformes & regulares. At ex Terræ ſuperficie, aut ab ejus centro ſpectati Planetæ in motibus propriis inæquali admodum & minime regulari curſu deferri videntur, adeoque certum eſt Tellurem hanc non in illorum motuum centro locari. Motus itaque corporibus mundanis proprios qui contemplari velit ſpectator, primo vel in Solis centro vel etiam extra ſolaris corporis Globum, non tamen in loco ab illo nimis remoto ſe ſiſtat, & quales is ſit viſurus rerum apparentias hic perpendamus.

Planetæ è Terra ſpectati irregulari curſu moveri videntur.

Et hic inprimis notandum eſt; quod in quocunque loco ponatur ſpectator, ſemper in centro proſpectus proprii ſe conſtitutum cernet. Nam corpora longinqua etiamſi magnis intervallis à ſe invicem diſtent, ſi tamen in eâdem fuerint linea per oculum tranſeunte, in eodem ſpatii puncto, & quaſi æque remota videntur; Unde fiet, ut ſpectator ea corpora quorum diſtantias viſu æſtimari nequit, ad ſuperficiem Sphæræ referet, cujus centrum ab oculo tenetur, motuſque omnes in ea ſuperficie peragi apparebunt. Hinc fit ut Solem,

Spectator eſt ſemper in centro proſpectus proprii.

lem, & Lunam, & reliqua omnia ſidera, quæ diverſiſſimis intervallis à nobis diſtant, unà cum nubibus quæ non ultra milliare unum aut alterum aſcendunt, tanquam in eâdem ſuperficie Sphæricâ concavâ locata intuemur; Qualiſcunque igitur ſit ſpectatoris habitatio ſive in Sole, ſive in Saturno Planetarum Extimo, vel etiam in ſtella quavis fixa, locus ille pro medio mundani ſpatii, ſeu pro centro Univerſi ab iſtius loci incola habebitur.

Proſpectus è centro Solis.

Spectator itaque Solis centrum tenens, & cælum intuens, ſuperficiem ejus Sphæricam concavam oculo concentricam innumeriſque Stellis, quas fixas dicimus, undique refertam videbit; cumque Stellæ illæ è tellure ſpectatæ eundem inter ſe immutabilem ſitum atque ordinem ſervare deprehenduntur, ſic etiam è Sole viſæ, eandem quoad ſenſum quæ è Terra obſervatur à ſe invicem invariatam diſtantiam & poſitionem obtinebunt; tanta enim eſt ipſarum vel à Terra vel à Sole diſtantia, ut poſtea oſtendetur, ut exigua illa loci mutatio, quæ fit ſpectatorem à tellure ad Solem deducendo, vix ſenſibilem mutationem in Stellarum ſitu viſibili efficiet. Verum quamvis Stellæ fixæ è tellure viſæ eaſdem ſemper à ſe invicem diſtantias & eoſdem inter ſe ſitus conſervare videantur, at oculi reſpectu poſitiones mutare, & nunc ſupra attolli, nunc infra deprimi, perpetuoque motu circa telluris Axem gyrare obſervantur, cum tamen interea qui è cælo Solari illos intuetur, omnino immobiles ſeu in eodem ſemper loco permanentes conſpiciet. Nec profecto refert ſive omnino quieſcerent Stellæ, ſive circa Tellurem cælum omne ſidereum una cum ſole eſſet volubile, ſemper enim è Sole eadem eſſet quietis apparentia, nam motus ille ſi quis fuerit gyrationis circa Terram fit ſpectatori Stelliſque omnibus communis, adeoque non magis ſenſibus percipietur, quam navigantium oculis curſus navis, in qua vehuntur, ſit obſervabilis.

Immenſa Stellarum à Sole diſtantia.

Stellæ fixæ poſitionem reſpectu oculi mutant.

Planetæ ſeu Erones ſex.

Præter Stellas innumeras quieſcentes, ſex alii in cœlo nitent circa Solem volubiles Globi, qui diverſis omnino periodis gyros complent, adeoque varias & continuo mutabiles poſitiones tam à ſe invicem, quàm ab immotis Stellis eas

eas sortiri necesse est. Stellas has errantes sive Planetas dicimus, quarum una est ipsissima Tellus nostra habitatio. Quin si Tellurem quiescere, Solemque circa ipsam motu annuo deferri supponamus; certum tamen est spectatorem in Sole, Tellurem eundem in cælo circulum & eodem tempore describentem videre, quem nos in Terra habitantes à Sole percurri observamus, uti in sequentibus demonstrabitur.

Planetarum nomina & Characteres sunt, Saturnus ♄, Jupiter ♃, Mars ♂, Tellus ♁, Venus ♀, Mercurius ☿ qui est Soli proximus.

Planetæ moventur circa Solem ab occidente in orientem.

Planetæ omnes Secundum eandem plagam, scil. ab occidente in orientem, circa Solem in orbitis in uno fere plano jacentibus seu non multum à se invicem dehiscentibus, feruntur; & orbitarum plana se mutuo secant in lineis quæ per Solis centrum transeunt; adeoque spectator in Solis centro locatus, in orbitarum omnium planis consistet, & Planetas in concava cæli superficie motus suos peragentes, circulosque circa se maximos describentes videbit, unde fit ut singulorum planetarum diversas a Sole distantias oculorum acies æstimare non potest. Quo itaque tam distantiæ quàm motus Planetarum videantur, convenit ut è Sole migremus, oculusque supra orbitarum plana ascendat, in recta quæ per Solem transeat, & ad orbitam Telluris perpendicularis sit, & quanta Terræ à Sole distantia est, tanta etiam sit spectatoris distantia, in hâc rectâ positi. Ex hoc loco cernere licebit Planetas diversis admodum intervallis à Sole removeri, & qui gyros citius conficiunt, ipsi propiores esse; qui tardius absolvunt circuitus, longius abesse. Eritque Planetarum talis ordo, qualis in annexâ figurâ repræsentatur. Ubi in orbitarum centro perstat Sol loco immobilis, circa quem volvuntur planetæ sex, Mercurius, Venus, Tellus, Mars, Jupiter & Saturnus, ab occidente in orientem. Secundum ordinem literarum ABCD; Mercurius Soli proximus, circulum suum peragrat, spatio temporis trimestri; deinde Venus paulo majori ambitu periodum absolvit mensibus fere octo. Ultra hanc Tellus circuitum conficit

TAB. 14. *fig.* 3.

Planetarum Ordo.

ficit ſpatio unius Anni. Deinde Mars biennio circulum proprium complet. At longius multo protenditur orbita Jovis, tardiuſque ille ſcil. duodecim annorum ſpatio circulationem perficit. Extimus denique atque omnium lentiſſimus Saturnus reliquas omnes orbitas gyro ſuo continet, & triginta annos ad periodum propriam complendam, poſtulat. Hoc eſt antiquiſſimum Mundi ſyſtema à Pythagora ejuſque ſequacibus in Græcia ab Orientis populis introductum, quamvis alterum illud apparens Syſtema, quod Terram immobilem, cælumque volubile ponit à vulgo fuit receptum. Quod etiam Ariſtoteles reliquique qui poſt illum in ſequentibus ſeculis vixerunt Philoſophi, à prioribus magnis viris multum degeneres amplexi ſunt, uſque ad Nicolaum Copernicum, qui verum veterum ſyſtema ab oblivione vindicavit, & reſuſcitavit, ſolidiſque argumentis confirmavit. Unde ab Aſtronomis ſyſtema hoc Copernicanum dicitur. Poſt inventum Teleſcopium nova ſpectacula non ante obſervata, cælum intuentibus manifeſtè ſe oſtentabant, quæ ſyſtema Antiquum mirifice auxerunt, invictiſque argumentis ſtabiliverunt.

Planetæ ſunt corpora Sphærica opaca.

Planetas Teleſcopio adjutus, diligentiùs luſtrans ſpectator, deprehendet eos Telluris inſtar, eſſe corpora Sphærica, & opaca, nam facies eorum quæ Soli obvertuntur illuminari, Soliſque luce reflexâ ſplendere, facies autem averſas tenebris obvolvi, eoſque umbras in plagam Soli oppoſitam projicere, conſpicimus. Lineaque illa quæ ſplendentem partem à tenebroſa diſterminat, aliquando recta apparet, aliquando curva, & nunc convexitate, nunc concavitate ſua lucentem partem reſpiciet, pro vario planetæ & oculi ſitu, reſpectu Solis illuminantis ſuperficiem planetæ ſphæricam. Quin etiam pro diverſo ſpectatoris ſitu nunc major nunc minor illuminatæ faciei cernitur portio; Ut in corporibus opacis Sphæricis lucenti Soli expoſitis, fieri oportet.

Planetæ ſecundarii.

Planetarum tres, nimirum Tellus, Jupiter, & Saturnus, aliis minoribus Planetis continuo ſtipari obſervantur; qui Planetæ ſecundarii, Lunæ, ſeu Satellites appellantur. Hi pri-

primarios in ſuis circa Solem circulationibus perpetuo comitantur, & interea etiam unuſquiſque circa Primarium proprium, gyros perficit. Tellus quidem unicâ tantum comitatur Lunâ, quam illa ſecum annuo circa Solem curſu vehit, & præterea circa ſe, tanquam centrum, menſtruo itinere gyrare facit. *Tellus Lunâ ſtipatur.*

Quod autem Luna præ omnibus ſtellis tanta luce fulgeat & magnitudine Solem ipſum adæquare videatur, in cauſa eſt ejus Telluri proximitas, nam è Sole vix ſine Teleſcopio erit obſervabilis, ac proinde ſi tantum à Terris diſtaret, quam Sol, opus eſſet Terricolis teleſcopio, quo videatur.

Jovem quatuor Lunæ tanquam Satellites perpetuo ſtipant, quæ diverſis periodis atque diſtantiis circulationes circa ipſum perficiunt. Harum intima ad diſtantiam 2 ½ diametrorum Jovis periodum abſolvit, die una cum tribus partibus quartis. Secunda 4½ diametris Jovis à Jove diſtat, & orbitam propriam deſcribit ſpatio dierum trium, horis tredecim. Tertia diebus circiter ſeptem, horis tribus ſeptemque Jovis diametris cum parte ſexta à Jove remota, circulum peragrat. Extima denique diebus ſedecim, cum octodecim horis, ad diſtantiam duodecim circiter diametrorum Jovis revolutionem in orbita ſua perficit. *Jupiter quatuor Lunis.*

Planetas hos Joviales primus mortalium conſpexit magnus ille Galilæus, tubi optici ſeu Teleſcopii beneficio, hiſque cælum ſidereum adauxit, Stellas Mediceas eos appellans, quorum motibus obſervatis non pauca debentur Aſtronomiæ atque Geographiæ incrementa.

Saturnum in ſuo circa Solem itinere, non pauciores quam quinque comitantur Planetæ minores, horum plerique ob magnam vel à Terra, vel à Sole, diſtantiam; & exiguam corporum, molem, non niſi longiſſimis perquiſiti Teleſcopiis ſe produnt, quorum tempora periodica, & diſtantiæ à Saturno ita ſe habent. Intimus revolutionem conficit die 1½ & diſtat à Saturni centro ejus ſemidiametris 4½. 2^dus diebus 2 horis 17, ad diſtantiam 5 ½ ſemidiametris, Saturni periodum abſolvit. Tertius 4 diebus, horis 13, ad diſtan- *Saturnum comitantur quinque planetæ ſecundarii.*

tiam octo ſemidiametrorum, integrum circulum deſcribit. Quartus, diebus fere ſedecim periodum abſolvit, diſtans à Saturno octodecim ſemidiametris. Quintus & viſorum extimus ſpatio dierum 79 ½ orbitam percurrit, diſtans à Saturno 54. ſemidiametros Saturni.

Saturni annulus. Exornat, præterea, Saturnum Annulus, qui eum medio cingens, nuſquam contingit, ſed undique ab ejus corpore diſtans, fornicis inſtar, pondere libratus ſuo, ſeipſum ſuſtinet. Annuli hujus diameter pluſquam dupla eſt diametri Saturni, & quamvis tenuis admodum ſit ſuperficiei convexæ craſſities, tanta tamen eſt annuli latitudo, ſive profunditas, ut pars circiter media iſtius ſpatii quod ab extima ejus ſuperficie ad Saturnum porrigitur, ab ejus corpore occupetur, reliquo tantum ſpatio vacuo manente. Quibus uſibus inſervit admirabilis hic annulus, Terricolas & latet & perpetuo forſan latebit, cum nihil ei ſimile in rerum naturâ deprehendimus. Suſpicienda tamen eſt infinita Majeſtas atque potentia Dei qui noſtrâ hâc ætate, nova operum ſuorum ſpecimina, nobis conſpicienda deprompſit.

LECTIO IV.

In qua probatur Syſtema ſuperius expoſitum eſſe verum Mundi Syſtema.

COntra Mundi Syſtema in ſuperiore lectione expoſitum, nobis fortaſſe objiciat aliquis; nos finxiſſe noſmet in cælum evectos, & ordinem atque motum planetarum ſupra traditum propriis luſtraſſe oculis, ſed finximus tantum, & qui proinde ponitur corporum mundanorum ordo ſive ſitus, erit figmentum. An non eâdem fingendi licentiâ, alius quivis Planetarum ordo ſupponi poteſt? poſſumus, accedente ſenſuum teſtimonio, Terram ponere immobilem, Solemque atque planetas circa illam motus ſuos deſcribentes, atque ex illis poſitionibus poſſumus omnes apparentias & phænomena explicare. Reſpondeo quamvis finximus nos in altum ſublatos, è cælo in Solem atque Planetas deſpexiſſe, qui tamen ex hâc hypotheſi è cælo conſpiciendus erit Planetarum ſitus atque ordo, figmentum non eſſe; ſed ordo ille non

non minus verus, certus, & indubitatus erit, ac si reverà è cælo illum oculis contueri liceret. Nam in nostra Astronomia nihil omnino fingitur, quod non habet naturam ducem, & comitem observationem, quicquid in eâ asseritur, ex rationibus physicis, & demonstrationibus Geometricis certissime pendet. Veterum Astronomia sicut & Tychonica rectè Hypotheses & figmenta dicuntur, cum ultrà suppositionem nudam nihil habeant, quo nitantur sed deformem Mundi fabricam exhibeant. At Nostra Astronomia quæ & antiquissima Pythagoreorum fuit, undique sibi consentiente compagine cohærens, mirandum in modum Mundi faciem ornat, & splendidissima Symmetria decorat. Nihil est in rerum natura quod magis monstrat acrem humani ingenii vim, summamque intellectûs perspicaciam, quam quod mens nostra ultra sensuum testimonia, imo repugnantibus sensibus, ausa sit se in sublime attollere, & subtilissimis suffulta rationibus, verum Mundi Systema partiumque dispositionem eruere. Quibus vero artibus has arces attigit igneas, paucis hic declarabo.

In vera Astronomia nullæ hypotheses aut figmenta.

Primo qualiscunque locus Soli concedatur, certissimum est Veneris orbitam illum cingere, nam aliquando supra Solem attollitur Venus, aliquando inferius descendit, & inter Solem, & Terram conspicitur. Quod supra Solem ascendit Venus, exinde patet quod in conjunctione cum Sole, hoc est cum juxta Solem è Terrâ videtur; plenâ & rotundâ facie *fulgentem* se Terricolis ostendit. Nam cum Venus, sicuti reliqui omnes Planetæ, lucem omnem à Sole accipiant, necesse est ut ea sola eorum facies splendescat quæ Soli obvertitur quæ vero aversa est, tenebris obvolvatur; adeoque cum Terricolis pleno fulget orbe, facies Soli obversa, & ab illo illuminata, Terræ quoque obvertitur; & proinde tunc temporis ultra Solem est. In Figura sit S Sol, T Terra, Venus in F, vel V locata, facie plenâ à Terricolis conspicietur, adeoque in illo casu Venus loca ultra Solem protensa, peragrat. Quod autem Venus infra Solem descendit, exinde constat, quod in conjunctione cum Sole, vel prorsus evanescit, vel corniculata Lunæ instar ap-

Demonstratur Planetas Solem circumire.

TAB. 14. *fig.* 4.

paret, adeoque ejus facies Solis luce illuſtrata, vel Terræ non obvertitur, ut in G, vel parva aliqua ejus pars à Terricolis conſpicitur, ut in H. Unde neceſſe eſt ut inter Terram & Solem tunc temporis locetur. Semel quidem Venus viſa eſt nigræ inſtar Maculæ Solis diſcum pertranſire, quod unicum ſpectaculum nemini mortalium præter Horoxium noſtrum contigit videre, Anno Chriſti 1639. nec iterum Stella Veneris ſubtercurret Solem uſque ad annum 1761 Menſis Maji die 26 mane; quo tempore rurſus in medio diſci Solaris exſpectanda erit. Præterea Veneris Stella nunquam à Sole digreditur ultra certum ac determinatum intervallum 43 circiter graduum, nec unquam Solis oppoſitionem attingit; ſed neque ad quadratum aut ſextilem aſpectum pervenit, at tales aſpectus neceſſario ſubiret, ſi circa terram periodum ſuam abſolveret.

Similes quoque ſunt & Mercurii motus.

Similiter Mercurius ſemper in viciniâ Solis, commoratur, propius ſemper abeſt à Sole quam Venus, adeoque Veneris æmulus in orbita minore, intra Veneris orbitam concluſâ, & Solem ambiente neceſſario locandus erit. Præcipue vero cum eum Soli quam proximum eſſe, oſtendit egregius illius ſplendor quo & Veneri cæteriſque Planetis longe antecellit.

Martis orbita Solem ambit.

Mars cum veniat ad oppoſitionem Solis, ejus orbita complectitur terram. Sed & hoc neceſſarium eſt, ut amplectatur etiam Solem. Nam cùm venit ad conjunctionem cum Sole, ſi ſubter illum incederet, corniculatus appareret inſtar Veneris & Lunæ: Atqui ſemper ille rotundam ſpeciem exhibet, niſi quod in quadrato cum Sole Aſpectu, aliquantulum gibboſus apparet.

TAB. 14. *fig. 5. Et Terra non locatur in orbitæ centro.*

Referat S Solem, T Terram, circulus MNPR orbitam Martis. Patet Martem tam in M quàm in P Terricolis plena & rotunda facie ſplendere, quoniam in his poſitionibus facies Soli obverſa Terræ quoque obvertitur, at in N & R paululum gibboſus apparebit. Præterea Mars Soli oppoſitus ſepties major videtur quam conjunctioni propinquus, adeoque in illo ſitu ſepties propius ad Terram accedit, quàm in conjunctione, ubi longiſſime à Terra diſtat. Hinc conſtat

ſtat non Terram, ſed Solem in centro orbitæ Martis locari, apparentiæ enim demonſtrant Terram longiſſime ab illo centro diſtare.

Eadem obſervantur Phænomena in Jove & Saturno.

Præterea cum eadem obſervantur Phænomena, in Jove & Saturno licet multo minore diſtantiarum diverſitate in Jove, quam in Marte, & adhuc minore in Saturno quam in Jove hos quoque Planetas in diverſis orbitis ultra Martis Sphæram circa Solem rotari neceſſe eſt. Præterea Planetæ omnes è Terrâ viſi, motus admodum inæquales, & irregulares peragere obſervantur, nam nunc progredi, nunc ſtare, mox regredi cernuntur. At qui è Sole illos conſpiceret, ſemper uniformi quadam lege unumquemque proprium circulum decurrere videbit.

Terra etiam in orbita circa Solem movetur.

Sol itaque, non Terra, in centro orbium Planetarum collocatur, Hanc enim demonſtravimus inter Veneris & Martis orbitas medium ſortiri locum, ſed & neceſſe erit, orbitis quieſcentibus, ut Terra quoque circa Solem moveatur, nam ſi immobilis conſiſteret, cum intra ambitum orbium quos ſuperiores Planetæ Mars, Jupiter, & Saturnus percurrunt, claudatur, nunquam illos ſtare, aut regredi, aſpiceret Terricola. Verum horum Planetarum ſtationes & regreſſus non minus quam progreſſus è Terra obſervantur; itaque Terram in medio partium mobilium, inter Veneris & Martis orbitas conſtitutam, circulum quoque reliquorum Planetarum ritu; circa Solem deſcribere concludendum eſt. Utque locus Terræ medius eſt inter Venerem & Martem; ita quoque periodus quâ curſum ſuum circa Solem perficit, media erit inter periodos Veneris & Martis. Venus enim octo menſibus; Terra ſpatio annuo, Mars biennio circuitus abſolvunt: His indubiis rationibus inducti, Tellurem in cælum invexi-

Mira harmonia inter Planetarum à Sole diſtantias & eorum tempora periodica.

mus, & inter Planetas poſuimus, Solemque ad centrum detruſimus. Atque ita ex indubitatis principiis, & invictis ratiociniis, verum Mundi ſyſtema, ordinem, ſitum, & motum corporum mundanorum declaravimus

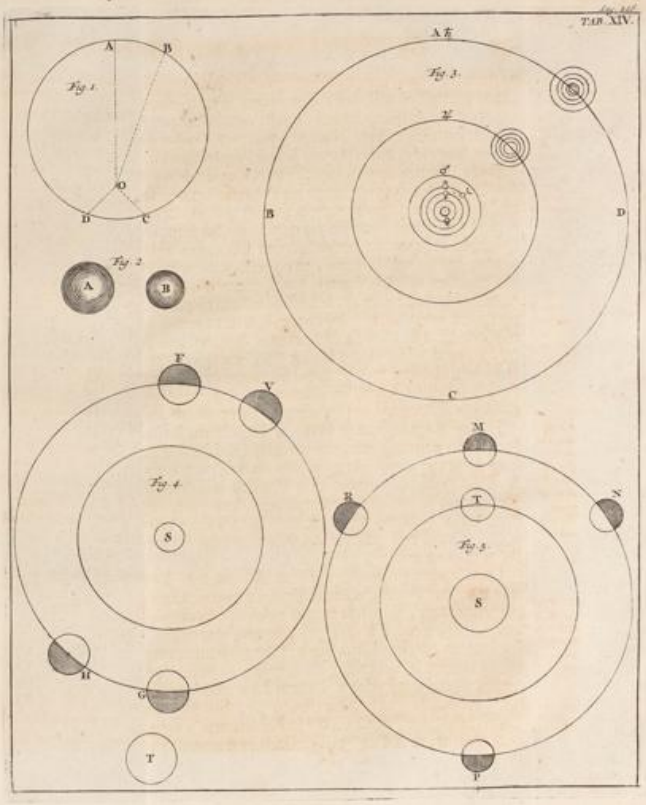
Comparatione factâ, miram quandam inter Planetarum Tempora, quibus circuitus ſuos circa Solem abſolvunt, & ipſorum à Sole diſtantias deprehendimus harmoniam, & Pro-

portionem; nam quo quilibet Planeta Soli propior eſt, eo citius periodum abſolvit, & celerius fertur, ſecundum datam & immutabilem legem, quam omnia corpora mundana conſtanter obſervant. Nempe *Quadrata Temporum Periodicorum ſunt cubis diſtantiarum à Sole proportionalia.* Quod omnium primus detexit ſagaciſſimus Keplerus in Planetis primariis. Poſtea deprehenſum eſt Planetas omnes ſecundarios tam Saturnios quàm Joviales eandem quoque in motibus ſuis legem obſervare, eorum enim periodi ita temperantur, ut quadrata temporum periodicorum ſint cubis diſtantiarum à centro Jovis, vel Saturni, proportionalia. Ita intimus Jovis Satelles diſtat à centro Jovis diametris Jovis 2 $\frac{1}{2}$ & periodum conficit horis 42. Extimus autem circulum proprium percurrit horis 402. Adeoque ſi fiat ut 1764 quadratum numeri 42 ad 161604 quadratum numeri 402 ita $\frac{9261}{125}$ cubus numeri 2 $\frac{1}{2}$ ad alium is erit $\frac{1860867}{125}$ ex quo extracta Radice cubica dabitur $\frac{57}{5} = 12\frac{3}{5}$ qui numerus exprimet diſtantiam extimi ſatellitis Jovis, in diametris Jovis, talemque reverà eſſe ejus diſtantiam obſervationibus deprehenſum eſt.

Hujus Regulæ cauſam Phyſicam Primus invenit Newtonus.

Hujus Regulæ cauſa Phyſica Keplerum latuit, qui ſolummodo eam invenit, comparando diſtantias Planetarum, cum ipſorum Periodis; at gloria illam à priore inveſtigandi & illius cauſam ex neceſſitate Phyſica monſtrandi, magno Neuwtono noſtro reſervata fuit, qui demonſtravit ſalvis naturæ legibus, aliam regulam in mundo locum obtinere non poſſe: Quod nos quoque oſtendemus cum de cauſis Phyſicis agendum erit.

Cum itaque omnes agnoſcunt Aſtronomi, Legem ſuperius traditam, conſtanter obſervari à quatuordecim corporibus mundanis, quorum plures circa commune centrum revolvuntur, nempe à quinque planetis primariis, & novem ſecundariis, & cum Luna circa Terram, tanquam centrum, gyros ducit; ſi Sol etiam circa ipſam, circulationem perficeret, congruum eſſet ut eadem Lex ipſorum motus regeret. Adeoque cum Luna diebus 27, Sol 365 diebus, circulos abſolvunt, & Luna 60 ſemidiametris Terræ, à Terra removeatur, ſi fiat ut 729 quadratum numeri 27 ad 133225 qua-


TAB. XIV.
Fig. 1.
A
B
O
D
C
Fig. 2.
A
B
Fig. 3.
A ♄
♃
♂
☿
☉
♀
☽
B
D
C
Fig. 4.
F
V
S
H
G
T
Fig. 5.
M
B
☿
N
S
P

quadratum numeri 365, ita 216000 cubus numeri 60 ad alium, is erit 39460356 cujus Radix cubica eſt 340, & ille numerus diſtantiam Solis exhiberet, ſi modo in ejus motu locum obtineret eadem Regula qua reliqua omnia corpora mundana motus ſuos conſtanter temperant.

Verum omnes conſentiunt Aſtronomi, & invictis rationibus demonſtrari poteſt, Solem pluſquam trigeſies magis à Terra diſtare quam ſunt 340 ſemidiametri Terreſtres.

Sol non poteſt circa Terram moveri niſi tollatur motuum Harmonia.

Ex quo liquet, ſi admittatur Solis motus circa Terram annuus, violari univerſalem jam traditam Naturæ legem, & concidere motuum proportiones, quæ ut integræ maneant, Terra in ſuo loco inter Planetas reponi debeat, Solemque cum iis circumire, quibus poſitis reſtituetur pulcherrima circulationum Harmonia, & ſine omni exceptione, motuum ordo manebit immutabilis.

Sol & fixæ ſunt corpora ejuſdem naturæ.

Ut Planetarum omnium agnoſcimus cognationem, ſimilemque naturam, ex eo quod Telluris inſtar, ſint corpora opaca, Sphærica, Soliſque luce illuſtrata, circa quem etiam motibus omnino ſimilibus continuo cientur; ſic etiam cum Sol & reliqua omnia ſidera propria luce ſplendeant, & ſedibus ſuis immota conquieſcant, ſimili ratione pro corporibus ejuſdem naturæ haberi poſſunt. Quodque Sol præ reliquis omnibus ſtellis tantus Terricolis appareat, quodque tanta luce refulgeat, ut ejus præſentia omnes ſtellarum flammas ſplendore ſuo extinguat, in cauſa eſt quod Terra à reliquis omnibus ſideribus immenſo intervallo diſtans, in Solis viciniâ circa ipſum continuo gyrat. Nam qui fixam aliquam ex eodem intervallo, quo nos Solem aſpiceret, ſe Solem noſtro Soli per omnia ſimilem intueri crederet; ſpectator etiam à Sole noſtro æque remotus, ac nos ab aliqua fixâ, eum ſtellis annumeraret. Fixæ itaque omnes ſunt Soles; eſtque Sol una ex fixis.

Immenſa eſt Fixarum diſtantia præ Terræ diſtantia à Sole.

Quamvis tanta ſit Telluris à Sole diſtantia, ut ex hoc ſpectata Tellus, quaſi ut minutum aliquod punctum videtur, ea tamen diſtantia, ad ſtellarum fixarum diſtantiam comparata, tam exigua habenda eſt, ut etiam ſi orbita in quâ diximus Terram circa ſolem deferri è ſtellis fixis conſpi-

ſpiciatur, ea etiam ut punctum apparebit anguluſque ſub quo orbitæ diameter, ex fixâ videtur, tam exiguus eſt, ut ab Aſtronomis acutiſſimis vix obſervari hactenus potuit; certe qui in hoc angulo (quem paralaxim orbis annui dicunt) obſervando maxime invigilarunt, illum ſemper uno minuto primo minorem deprehenderunt, adeoque neceſſe eſt ut ſtellæ decies millies aut longius à nobis diſtent, quam nos à Sole diſtamus.

Hinc ſequitur, quod etiamſi Tellus ad aliquas ſtellas propius uno anni tempore accedat, quam in oppoſito, idque intervallo diametri orbitæ ſuæ, non tamen ſtellæ illæ majores apparebunt, neque ulla fiet apparentis intervalli inter duas quaſvis ſtellas ſenſibilis mutatio, propter diverſas ſpectatoris poſitiones.

Sint enim in Terrâ, duæ turres ſibi invicem propinquæ, à quibus tamen diſtet ſpectator ſpatio decem mille paſſuum, is ſi per unum tantum paſſum ſitum ſuum mutat, ad ipſas accedendo, tantillo ſpatio propius admotus, nec turres magnitudine auctas, nec à ſe invicem longius diſſitas conſpiciet. Itaque cum Tellus una anni tempeſtate tantum per decies milleſimam diſtantiæ ſuæ partem ad fixam aliquam accedit, quam aliâ; nulla tamen ſenſibilis orietur in ſtella, ſitûs aut magnitudinis reſpectu mutatio.

Angulus ſub quo Sol ex diſtantia fixarum apparet.

Hinc etiam ſequitur quod ſi Sol tantum à nobis diſtaret, quantum proxima quævis fixa, angulus ſub quo videbitur, erit decies millies minor quam nunc eſt; cumque angulus ſub quo videtur Sol à Terricolis, ſit dimidii circiter gradus, ſeu triginta ſcrupulorum primorum, ex ſtellâ fixa ſpectatus Sol ſub angulo qui eſt milleſima pars trium ſcrupulorum hoc eſt ſub angulo decem circiter ſcrupulorum Tertiorum videbitur.

Objectio.

Contra hanc poſitionem objiciunt aliqui; ſi tanta ſit fixarum diſtantia, oportet ut ſtellæ Solem noſtrum magnitudine multum ſuperent, nec minores poſſunt eſſe quam Sphæra, cujus diameter diametro orbitæ annuæ Telluris æqualis ſit; volunt enim ſtellas, ſaltem ordinis primi, ſub angulo non minore uno minuto videri: cumque orbitæ Telluris diame-

ter

ter è fixis sub majori angulo non cernitur, stellarum diametri diametro orbitæ in qua fertur Tellus, magnitudine non cedunt. Cumque Sphæra illa cujus semidiameter distantiam Terræ à Sole adæquat, Solem nostrum centies centenis mille vicibus superat, toties quoque superabunt stellæ Solem nostrum, adeoque cum enorme intersit magnitudinis discrimen, non erunt Sol noster & Fixæ corpora cognata, neque proinde Sol pro fixâ habendus est.

Stellæ fixæ nullius magnitudinis sed ut meræ puncta apparent.

Sed qui de magnitudine fixarum talia prædicant, multum falluntur, dum tantas iis assignant diametros apparentes; eæ enim tam exiguæ apparent, si rite observentur, ut veluti puncta tantum lucentia sine visibili quâvis latitudine refulgeant; quo fit, ut observationibus nulla earum mensura deprehendi potest; cingit quidem flammea omnia corpora in tenebris visa irradiatio quædam seu capillitium, unde fit ut centies & pluribus vicibus majores conspiciuntur quam si sublato capillitio viderentur; multum autem minuitur capillitium, si per exiguum foramen aciculâ in charta factum conspiciantur, facilius vero & melius huic incommodo medetur, Telescopia adhibendo, quæ radios illos adventitios auferunt, & stellas, ut mera puncta lucentia spectandas præbent. At Telescopia quamvis multum augeant objectorum diametros, non tamen certas & definitas stellarum mensuras nobis exhibent, cum sidera ut lucida puncta, seu nullius magnitudinis per ea etiam visa appareant; Unde mirum est quod Ricciolus Syrii sive Canis majoris stellam posuit sub angulo 18″ videri. Nam si tantus Syrius nudo oculo appareret, per Telescopium visus, quod ducenties ampliat objecta quoad diametros, debet ille sub angulo 3600. scrupulorum secundorum seu angulo unius gradus videri; unde & ejus discus Solarem discum quater superare videbitur; cum tamen certum est Telescopium illud exhibere Syrium ut punctum tantum lucens, & stellâ Martis non majorem. Mars autem cum nobis proximus atque maximus adest, sub angulo 30 scrupulorum secundorum conspicitur. Unde diameter Syrii ducenties ampliata, non major erit 30 scrupulis secundis, adeoque angulus sub quo

Quod per Telescopium demonstratur.

nudo oculo rpparere debet, non major erit $\frac{1}{3}$ unius ſcrupuli ſecundi, ſeu novem ſcrupulis tertiis : Hoc eſt Syrius Soli fere æqualis cernitur, ſi is tantum à nobis diſtaret quam Syrius. Mirum fortaſſe quibuſdam videbitur, quod ſtellæ fixæ omnino conſpiciantur, cum eorum diametri tantillos ſubtendunt ad oculum angulos. Sed flammea & ignita corpora ex maximis intervallis cerni poſſunt, iis ſcil. unde alia corpora æque exiguis angulis comprehenſa, prorſus evaneſcunt. Quod comprobat candelæ flamma, quæ noctu ad diſtantiam duo millia paſſuum cernitur, cum tamen interdiu objectum opacum Solis luce illuſtratum, etiamſi decies & amplius flammam latitudine ſuperat, ex ea diſtantia videri nequit. Lux enim quam ex ſe undique defundunt ignita corpora, vegetior multo eſt, fortiuſque fibrillas Retinæ vellicat, quam ea quæ â corporibus opacis reflectitur, reflectionibus enim debilis redditur radiorum actio; & inde fit ut corpora lucida in ſpecies ampliores ſpargantur.

Fixæ ſunt corpora ignea.

Immota itaque cæli aſtra ſunt corpora ſuâ naturâ ignea, inſtar Solis noſtri, quæ huic nec magnitudini cedunt, nec multum ſuperant, adeoque, pro totidem Solibus haberi poſſunt.

Fixæ ſunt Soles.

Concipiendum porro eſt, Soles hos non in unâ eademque ſuperficie hærere, ſed per immenſa mundi ſpatia, undique diſſeminari & longiſſimis intervallis à ſe invicem diſtare; ita ut tantùm inter duos quoſlibet Soles proximos, interjaceat ſpatium quantum ad minimum inter Solem noſtrum, & Syrium porrigitur. Hinc ſpectator qui alicui Soli propius adeſt, illum tantum ut Solem conſpiciet, & reliquos omnes Soles ut micantia aſtra, in cœlo ſeu firmamento proprio inhærentia videbit.

Porro non credibile eſt, Deum tot innumeros Soles in locis tam remotis ſolitarie locaſſe, & nulla juxta poſuiſſe corpora quæ horum luce & calore foveantur; hoc certe ſapientiæ divinæ minime congruum eſſe videtur; cum Deus nihil fruſtra creavit, ſed confitendum potius eſt, Solem unumquemque ſuo quoque Planetarum comitatu cingi, qui circa Soles hos, diverſis periodis, ad diverſas diſtantias, Lunis quoque ſuis ſtipati rotantur.

Quam

Quam admirabilis & magnifica hinc nobis oritur amplitudinis mundanæ Idea. Concipiendum enim est Indefinitum spatium mundanum, in quo innumerabiles locantur Soles, Solesque illi sunt stellæ quas vel nudo oculo, vel Telescopii ope detegimus; harum singuli propriis Planetis stipati totidem Mundos seu systemata constituunt. Et unusquisque Sol in proprio systemate idem munus obit, quod in hoc suo systemate Sol noster. *Idea amplitudinis Mundanæ.*

Hinc Mundus existet Divinæ Sapientiæ, Omnipotentiæ, & Bonitatis Theatrum, Gloriæque Immensæ, & Infinitæ Palatium.

LECTIO V.

De Maculis Solaribus, & Solis, & Planetarum, circa proprios Axes, vertigine, & de Stellis fixis.

OB maximam Telluris à Sole distantiam, Solis convexitas nostris oculis prorsus evanescit, nec mirum cum & Lunæ, quæ nobis multo propius adest, Sphærica superficies à sensibus non percipitur, & tam Lunæ quàm Solis orbes tanquam disci plani nobis appareant; quorum in medio punctum, quod revera est in superficie centrum, seu centrum apparens, dicitur. Et si Solis facies æqualiter ubique luceret, ob uniformem ejus faciem quæ nullam varietatem oculo objiceret, poterit ille circa suum Axem rotari, & ejusmodi rotatio nobis non innotesceret; nunc vero cum in lucidissimo Solari disco, & purissimâ ejus flammâ, sæpe nigræ conspiciuntur maculæ ejus superficiei adhærentes, ex eorum motu nobis constat de Solis rotatione; nam hæ maculæ à margine Solis orientali, medium versus progredi cernuntur, deinde ulterius provectæ in opposita margine scil. occidentali margine occidere videntur. Et earum aliquæ postquam in oppositâ nobis Solis superficie per quatuordecim circiter dies delituerunt, in margine rursus oriri incipiunt. Circulus AGHD repræsentent Solarem superficiem nobis conspicuam, sæpe vidimus materias quasdam densas & obscuras nubibus circumterrestribus persimiles in margine A oriri, *Solis & Lunæ convexitas nostris oculis evanescet.* *In Solis superficie sunt maculæ.* *Sol circa axem suum vertitur.* TAB. 15. *fig.* 1.

quæ paulatim versus B repentes in medio tandem disci conspiciuntur, deinde per BC ad circumferentiam progredientes, post aliquam moram in D evanescunt.

Maculæ à puncto aliquo digressæ aliquando ad idem redeunt post 27 dies.

Aliquando macularum aliquæ, interjecto dierum viginti septem circiter spatio, post digressum ab A rursus in eodem puncto conspiciuntur tantumque temporis per Solis superficiem nobis aversam transcurrendo impendunt, quantum in obversa Solis facie nostro conspectui subjiciuntur. Macularum motus in disci peripheria A vel D tardissimus apparet, & versus medium velocior: præterea earum figuræ, circa margines Solis arctissimæ, in medio latæ, & plena majestate sese ostendunt; & hæ apparentiæ respondent materiis quibusdam densis & obscuris Solis superficiei contiguis, & Solari vertigine abreptis. Quidam existimaverunt maculas has non corpori Solari adhærere, sed ab eodem aliquantulum distare, & circa Solem revolvi ad modum satellitum Jovis; sed ii facile refelluntur, nam si maculæ in superficie Solis non existerent, eadem macula non videretur per totum tempus semiperiodi in superficie Solari. Sit enim Sol in A visus ex Tellure B sub angulo DBC 30. minutorum, si macula orbitam HEG extra Solis superficiem percurreret, non videbitur Solis discum intrare, antequam ad E pervenerit, ubi recta BED ex terra ducta discumque tangens maculæ orbitam secat, & ductâ BCG Solem quoque tangere per Solis superficiem tantummodo decurrere videtur, dum arcum EG describit, qui arcus semiperipheriâ minor erit & tempore quod semiperiodo minus est percurretur. Sed ex observationibus constat maculas quæ integram revolutionem absolvunt, (fuere enim nonnullæ, quæ duas aut tres periodos absolverunt, singulas nempe viginti septem dierum) illæ inquam $13\frac{1}{2}$. impendunt, ad hoc ut à limbo occidentali Solis ad limbum orientalem perveniant; adeoque cum dimidium periodi suæ tempus in transcurrendo Solis discum impendunt, ipsarum orbitæ in ipsa superficie Solari extabunt.

Maculæ in superficie Solari existunt. TAB. 15. *fig.* 2.

Maculæ sæpe dissolvuntur sæpe plures in unam confluunt.

Macularum plures in medio Solis disco primo videri incipiunt, alias in eodem dissolvi & evanescere cernimus;

sæ-

sæpe plures in unum confluunt, sæpius una in plures diffluit. Primus eas Telescopio suo detexit Galilæus, postea accuratius observavit Scheinerus qui magnum volumen de iis edidit, & tunc temporis plures quinquaginta in Sole visæ sunt. At ab anno 1653 usque ad annum 1670. vix una aut altera visa est, exinde sæpe plures una conspectæ sunt, & nullâ constanti temporum lege apparent aut evanescunt.

Solem aliquando pallidum per integrum annum apparuisse.

Narrant Historici Solem per integrum annum aliquando pallidum apparuisse, & sine solito fulgore, calorem tenuem debilemque emisisse, quod credibile est ex eo provenisse, quod plures ingentes maculæ non minimam Solaris superficiei partem tunc temporis texerunt; & nunc aliquando videntur maculæ quæ non tantum *Asiam*, aut *Africam*, sed totius Telluris superficiem latitudine superat.

Axis Solis inclinatur ad planum Ecliptica sicuti Solis æquator.

Macularum motus est ab occidente in Orientem, & ex eo constat, Axem circa quem vertitur Sol non esse ad planum orbitæ Telluris perpendiculariter erectum, sed ad illud inclinari, & facere cum Axe orbitæ qui per Solis centrum transit angulum septem circiter graduum, & proinde Solis Æquator, seu circulus in medio inter duos polos, orbitæ planum secabit in linea recta quæ producta orbitæ ocurret in duobus punctis. Et cum Terra in hisce duobus punctis invenitur, semitæ macularum rectæ lineæ apparebunt, cum scil. oculus spectatoris est in earum plano. At in alio quovis Telluris situ, cum scil. æquator Solaris supra oculum attollitur, aut infra illum deprimitur, vestigia macularum erunt curvilineæ & Ellipses.

In Planetis maculæ videntur.

Cum splendidissimum Solare corpus obscuris maculis fœdatur, non cogitandum est corpora Planetarum opaca nævis carere; quibus eorum facies asperguntur. Et reverà Jupiter Mars & Venus, si Telescopio spectentur, nobis maculas suas produnt, ex quarum motu constat has Planetas circa Axes rotari. Simili scil. argumento quo Solarem vertiginem probavimus. Venus scil. spatio 23 horarum gyrationem circa proprium Axem ab occidente in orientem perficit, Mars similem rotationem horis 24 min. 40. absolvit. Terra una die ab occidente in orientem etiam circa Axem

Planetæ circa axes suos rotantur.

rotatur quod ex apparenti motu omnium Aſtrorum ab oriente in occidentem nobis conſtat.

In Jove præter maculas, plures ſunt *faſciæ* ſibi invicem parallelæ, at hæ neque eandem conſtantem magnitudinem, nec diſtantias conſervant eaſdem, nunc creſcunt, nunc diminuuntur, aliquando à ſe invicem longius diſcedunt, aliquando propius accedunt & plures unà cum maculis, ſubeunt mutationes. Anno 1665 D^nus^ Caſſini inſignem detexit in Jove maculam, quam per duos annos obſervavit, Jovis corpori per totum illud tempus firmiter adhærentem, & ejus figura & poſitio *reſpectu Faſciarum* probe determinatæ fuere; evanuit tamen illa macula anno 1667, nec rurſus uſque ad annum 1672 viſa fuit, poſt illud tempus per tres fere annos in conſpectum aſſidue veniebat: ſæpius deinde à noſtris oculis ſe ſubduxit, & identidem ſe conſpiciendam præbuit; & ut verbo dicam ab anno 1665 quo primo viſa eſt, uſque ad annum 1708 octies apparuit & evanuit. Ejus revolutionibus ſæpius obſervatis D^nus^ Caſſini comperuit periodum Jovis circa proprium Axem eſſe horarum 9 minutorum 56.

Veriſimile quidem eſt, quod Terra ſtabili magis & tranquillâ fruatur conditione quam Jupiter, in cujus facie majores cernuntur mutationes, quam Telluri obtingerent, ſi Oceanus alveo ſuo relicto per Terras undique ſe diffunderet, novas continentes, nova maria exhiberet, permutato invicem Soli Salique vultu.

Mercurius prope Solem continuo commorans, tantâque luce cum videtur, perfunditur cælum, ut obſervationes non admittat, quibus ejus maculæ dignoſcantur, & Saturni maxima à nobis præ reliquis Planetis diſtantia macularum viſum oculis adimit. Credibile tamen eſt illos, prædictorum inſtar, circa Axem quendam revolvi, nempe ut ſæpius quam ſemel in unâ revolutione circa Solem, cujuſque Planetæ pars quælibet radiis Solaribus expoſita & iis rurſus ſubducta, viciſſitudines patiatur naturæ ſuæ congruas.

LECTIO VI.

De Magnitudine & Ordine Fixarum, De Conſtellationibus, Stellarum Catalogis, & Mutationibus quæ fixis accidere viſæ ſunt.

QUod fixæ diſpari inter ſe magnitudine appareant inde evenit, quod non omnes pari à nobis diſtent intervallo, ſed quæ propius abſunt reliquis tum magnitudine tum luce præcellere videntur; illæ interea quæ longius diſtant minore & mole & ſplendore conſpiciuntur. Hinc oritur ſtellarum illa in claſſes diſtributio, quarum Claſſium Prima ſtellas primæ magnitudinis, 2^da^ ſecundæ, 3^tia^ tertiæ, & ita porro uſque ad ſextum ſtellarum ordinem, quæ minimæ ſunt omnium, quæ nudis oculis videri queunt. Nam cæteræ ſtellæ, quas non niſi Teleſcopii ope detegimus, his claſſibus non continentur. Licet vero antiquum & vulgo receptum ſit ſex tantum eſſe fixarum claſſes & magnitudines, non tamen exiſtimandum eſt unamquamque ſtellam ad harum aliquam præciſe referri poſſe, quin potius tot conſtituendi ſunt magnitudinum ordines, quot fere ſunt ſtellæ, nam rarò admodum duæ fixæ cernuntur ejuſdem ſplendoris; & iſtarum ſtellarum, quas inter primas numerant Aſtronomi, apparet magnitudinis diverſitas, clarior enim eſt Syrius, aut Arcturus, quam Aldebaram, aut Spica, omnes tamen magnitudinis primæ habentur; ſunt quoque nonnullæ magnitudinis intermediæ, adeo ut alii hujus, alii illius æſtimant, v. gr. Canicula quæ Tychoni eſt magnitudinis 2^dæ^ Ptolemeo fuit primæ, quod indicio eſſe poteſt, nec eſſe primæ, nec ſecundæ, ſed ordinis intermedii. *Stellarum ordo.*

Verum ſtellas non tantum magnitudine ſuâ deſignant Aſtronomi, ſed quo melius in ordinem referant, eas per ſitum & poſitionem ad ſe invicem diſtinguunt, & in Aſteriſmos ſeu Conſtellationes diſtribuunt, plures ſtellas uni conſtellationi aſſignando, eſtque Conſtellatio plurium ſtellarum ſibi juxta jacentium ſyſtema. Præterea ut ſtellas omnes facilius in cœlo notent & obſervent, conſtellationes ad formas animantium & rerum quarundam imagines reducunt. Pleraſque *Conſtellationes.*

que has imagines ex fabulis, seu religione suâ in cælum transtulerunt veteres, & recentioribus Astronomis easdem retinere placuit; ut perturbationis periculum evitetur, cum observationes antiquæ cum nostris conferantur.

Distinctio stellarum in imagines longe antiquissima fuit, ipsi scil. Astronomiæ seu Philosophiæ coœva. Nam in vetustissimo libro Job memorantur Orion, Arcturus atque Pleiades, & multa constellationum occurrunt nomina apud Homerum atque Hesiodum Poëtarum antiquissimos, necesse enim fuit sic ab initio stellas per partes distinguere, & ordine quodam designare.

Eadem cœli stellati facies ex omnibus Planetis spectatur.

Cum immensa admodum sit stellarum distantia, nihil refert in quo Solaris nostri systematis loco resideat spectator, sive is sit in ipso Sole, sive in Tellure, vel etiam in Saturno Planetarum extimo; ex omnibus enim nostri systematis partibus eadem videbitur cæli facies, eadem stellarum positio atque invariata magnitudo. Planeticolis omnibus eadem spectantur Astra; commune cælum est, idem eos omnes involvit mundus.

Cæli Regiones.

Cælum stellatum in tres Regiones partiuntur Astronomi, quarum media eas continet stellas, quæ circa plana orbitarum in quibus deferuntur planetæ jacent, & hoc cæli spatium Zodiaci nomine insignitur, ob constellationes ibi positas, & animalia referentes, & extra quod nunquam videntur vagari Planetæ. Zonam hanc ex utroque latere claudunt duæ reliquæ cæli regiones, quarum una comprehendit Borealem cæli plagam, altera Australem.

Veterum imagines XLVIII.

Veteres cælum ipsis visibile XLVIII. imaginibus distinxerunt, quarum duodecim Zodiacum occupant, ejusque *Dodecatemoriis* nomina imponunt sua, suntque Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Pisces.

In septentrionali regione numerantur Imagines XXI. nempe Ursa minor, Ursa major, Draco, Cepheus, Bootes, Corona Septentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Cassiopeia, Perseus, Andromeda, Triangulum, Auriga, Pegasus, Equuleus, Delphin, Sagitta, Aquila, Serpentarius, &

& Serpens. Hiſce poſtea adjectæ ſunt conſtellationes Antinoi ex *informibus* prope Aquilam, & Comæ Berenices, ex informibus prope Caudam Leonis.

Ad Auſtralem Zodiaci partem ſunt Aſteriſmi XV veteribus cogniti, nempe Cetus, Eridanus, Lepus, Orion, Canis major, Canis minor, Argo navis, Hydra, Crater, Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corona auſtralis, & Piſcis Auſtrinus. Hiſce nuper adduntur conſtellationes XII circa polum Auſtrinum, quæ nobis Borealem Telluris partem habitantibus, ob gibboſitatem Terræ ſunt inconſpicuæ, ſcil. Phœnix, Grus, Pavo, Indus, Apus, Triangulum Auſtrale, Muſca, Chamæleon, Piſcis volans, Taucan ſive Anſer Americanus, Hydrus, Xiphias ſive Dorado.

Stellæ informes.

Extra depictarum imaginum limites ſunt ſtellæ quædam ad illas irreducibiles, quas ideo informes vocant; ex quibus inſigniores Aſtronomi novos aliquando aſteriſmos conficiunt.

Galaxia.

Ad Aſteriſmos etiam pertinet Galaxia, ſeu Via Lactea, quæ eſt circulus latus candore lactis perfuſus, nonnunquam duplici tramite, plerumque ſimplici totum cælum ambiens. Hunc cæli tractum innumeris minutiſſimis ſtellis refertum eſſe, Teleſcopio ſuo deprehendit Galilæus; & quamvis ſingulæ ſtellæ nudo oculo ſint imperceptibiles; conjunctis tamen luminibus eam cæli regionem illuſtrant, & candore ſuo perfundunt

Imaginum ope, uti diximus, ſtellas omnes diſtinguere & in cælo notare valuerunt vetuſtiſſimi Aſtronomi, & catalogos fixarum mirâ ſolertiâ & curâ exinde condiderunt; Hi catalogi recentiorum obſervationibus adaucti & correcti omnes continent ſtellas viſu perceptibiles, imo plures in iis nunc notantur ſtellæ quæ non ſine Teleſcopio videri poſſunt.

Hipparchus primus fixarum catalogum compoſuit.

Hipparchus Rhodius annis circiter ante Chriſtum natum 120. primus inter Græcos ſtellas fixas in Catalogum reduxit, *auſus* ex ſententiâ Plinii (*rem etiam Deo improbam*) *annumerare poſteris ſtellas, ac ſidera ad normam expangere, organis excogitatis, per quæ ſingularum loca atque magnitudines*

ſignaret: Vti facile diſcerni poſſet ex eo, non modo an obirent naſcerenturve ſtellæ, ſed an omnino aliqua tranſirent moverenturve, item an creſcerent, minuerenturque, cælo in hæreditate cunctis relicto, ſi quiſquam qui rationem eam caperet inventus eſſet.

Hipparchus ex propriis & antiquorum obſervationibus 1022 ſtellas in Catalogum retulit, & unicuique propriam latitudinem & longitudinem tunc temporis competentem adſcripſit.

Ptolomeus Hipparchi catalogum quatuor ſtellis adauxit.

Ptolomeus Hipparchi Catalogum quatuor ſtellis adauxit 1026 numerando. Poſt Ptolomeum, Ulug Beighi magni Tamerlani Nepos ſidera obſervavit & 1017 ſtellas catalogo ſuo intulit. Sæculo decimo ſexto & ſequente, plures Urania nacta fuit cultores, inter quos eminebant Regiomontanus & Copernicus. At omnium conatus ſuperavit nobiliſſimus ille Aſtronomus Danicus Tycho Brahe, qui magna & exquiſitâ arte facta inſtrumenta comparavit, quibus cœlum denuo luſtraret. Is loca 777 fixarum propriis obſervationibus ex cælo deduxit, & in Catalogum retulit. Keplerus quidem in Tabulis ſuis Rodolphinis ſtellarum catalogum exhibet, quem Tychonicum vocat, in quo numerantur 1163 ſtellæ, at reliquas præter illas 777 à Tychone obſervatas, partim ex Ptolomeo, partim ex aliis diverſis authoribus hauſit, nihil enim Tycho in proprium catalogum retulit, quod non ipſe ſuis inſtrumentis calculoque inveſtigaverat.

Tycho Brahe 777 ſtellas obſervavit & in catalogum retulit.

Guliel-mus Haſſiæ princeps 400 ſtellas obſervavit.

Tychoni coævus Sereniſſimus Haſſiæ Princeps Gulielmus ſidera contemplari aggreſſus eſt, & cum Mathematicis ſuis Rothmanno & Byrgio, indefeſſo per 30 annos labore, 400 ſtellas obſervavit, & catalogo incluſit, adjunctis ſtellarum locis ſecundum longitudinem ex propriis obſervationibus computatis.

Ricciolus Catalogum edidit; ſed pauciſſimas ipſe obſervavit ſtellas.

Ricciolus Jeſuita Kepleri catalogum 305 ſtellis locupletavit, & exinde earum numerus ad 1468 excrevit, ſed hunc catalogum ex propriis obſervationibus haud conſtruxit, ſed tantum 101 ſtellas propriis inſtrumentis cum Socio Grimaldi obſervavit: & earum loca ſupputavit; reliquas ex Tychone, Keplero & aliis auctoribus deprompſit. Mirum eſt quod

quod Ricciolus plures ſtellas, quæ tempore Tychonis in oculos omnium incurrebant, quæque ab ipſo Tychone rite ſunt obſervatæ, tempore verò Riccioli plane evanuerunt, etiam adhuc, licet non amplius conſpiciuntur, in catalogo ſuo retineat, quaſi ipſe illas obſervaſſet.

Bartſchius in Globo ſuo quadrupedali, anno 1635 Argentorati in 4^to^ edito meminit Bayerum in ſua Uranometria 1725 ſtellas delineaſſe; gloriatur etiam quod ipſe in ſuo Globo 1762 ſtellas deſignaverat, ſed quis eas obſervavit, aut quo anno, non prodit.

Edmundus Hallejus primus rite obſervavit ſtellas ad polum Antarcticum ſitas.

Stellas ad polum Antarcticum ſitas, & noſtræ Zonæ inconſpicuas, primus rectè obſervavit Cl. meus Collega Edmundus Halley qui magno Sidereæ ſcientiæ amore percitus, longam & periculoſam ad Inſulam S^tæ^ Helenæ ſuſcepit navigationem, ut ſitus ſtellarum ſub polo Antarctico nos latentium exquireret, edidit is Catalogum 373 Fixarum auſtralium, quarum loca ſupputavit ad annum 1677.

Hevelius 1553 ſtellas obſervavit & catalogus ejus continet ſtellas 1888.

Illuſtris Joannes Hevelius Dantiſcanus vir maxime Induſtrius & indefeſſus aſtrorum cultor, exquiſitiſſimis inſtrumentis & omni apparatu Aſtronomico inſtructus, fixas majori quam antea curâ obſervavit, loca 1553 ſtellarum ex propriis obſervationibus ſupputavit, & novum omnino condidit ſtellarum catalogum, qui continet ſtellas 1888, nimirum 950 veteribus cognitas, & ſupra Horizontem Gedanenſem conſpicuas; 603 alias quas ante ipſum nemo rite debitis inſtrumentis determinavit, & 335. circa polum Antarcticum, & infra Horizontem Gedanenſem ſemper depreſſas ex Catalogo Halleano tranſtulit.

Flamſtedii Catalogus longe ampliſſimus.

At Catalogum longe ampliſſimum & correctiſſimum, brevi, ut ſpero, nobis dabit Joannes Flamſtedius Aſtronomus Regius Greenovicenſis, in hoc catalogo numerus ſtellarum ad 3000 excurrit. Et ſicut Hevelius duplo plures ſtellas obſervavit quam Tycho, ſic Aſtronomus noſter Britannicus numerum ſtellarum ab ipſo obſervatarum duplo auctiorem reddidit quam eſt numerus earum quæ ab Hevelio obſervatæ fuerunt. Tantum Urania hujus Aſtronomi debet laboribus, ut ne minima quævis conſpicitur ſtella, cujus

locus in cælis non melius innoteſcit, quam plurimarum urbium & civitatum ſitus & poſitiones, per quas quotidie itinera faciunt viatores. Non mirum eſt quod Aſtronomi tot pertinaces vigilias, tam Herculeos labores in ſtellis obſervandis ſuſtinuerunt, cum non alio potuerunt modo inveſtigare Planetarum vias, & orbitas in cœlo notare, niſi per cognita prius fixarum loca, quibus, tanquam columnis firmiſſimis, omnis innititur Aſtronomia.

Stellæ inermi oculo viſibiles numero non multæ ſunt.

Ex tribus millibus ſtellis à Flamſtedio in catalogum relatis, plures ſunt quæ non ſine Teleſcopio videri poſſunt, adeoque non plures in hemiſphærio viſibili oculo inermi ſimul conſpici poſſunt, quam mille. Mirum hoc pleriſque videbitur, cum hyeme, illuni & ſerenâ nocte, primo intuitu innumerabiles videntur conſpici ſtellæ. Sed apparentia illa eſt viſus hallucinatio, ex vehemente ſtellarum micatione profecta, dum oculus confuſe & ſine ordine omnes ſimul intueatur; at qui diſtinctè ad ſingulas attendit ſpectator, nullas inveniet ſtellas, quæ ab Aſtronomis non notantur; Quod ſi quis Globum cæleſtem majoris formæ, qualis eſt Blavianus, adhibeat, eumque cum cælo comparet, quantumvis acri oculo cælum rimetur, non facile tamen ſtellam inveniet vel minimam, cujus imago in ſuperficie iſtius Globi non depingitur.

Eſt tamen ſtellarum numerus immenſus.

Interim fateor ſtellarum numerum eſſe immenſum & tantum non infinitum, nam qui Teleſcopio cælum vult intueri, ingentem ubique fixarum multitudinem inveniet, quæ nudis oculis ſe minime produnt, præſertim in viâ Lacteâ tam confertim reperiuntur fixæ, ut illum cæli tractum ſingulæ licet imperceptibiles, luce ſua, ſeu candore quodam perfundant.

Cl. Hookius Teleſcopium duodecim pedum verſus Pleiades dirigens, (quæ olim ſeptem ſunt viſæ, at nunc tantùm ſex, inermi oculo viſuntur,) ſeptuaginta & octo ſtellas notavit, & longiora adhibens Teleſcopia longe plures diverſæ admodum magnitudinis detexit: vide Microgr. pag. 241. Et *Antonius Maria de Rheita in Radio ſuo ſidereomyſtico* pag. 197. affirmat à ſe per tubum opticum numera-

meratas fuisse in solâ constellatione Orionis stellas quasi bis mille.

Ex dictis in præcedenti Lectione constat, quam falsa & vana fuit veterum Philosophorum opinio, qui cælis nimium faventes quædam iis privilegia sine ratione indulserunt; eos quippe ab omni mutatione immunes statuebant; materiamque cæli à Terrestri specie diversam esse pronunciabant, hanc corruptibilem esse, & in varias formas mutabilem; illam non item, sed sub eadem formâ & facie semper permanentem nullique mutationi obnoxiam prædicabant. Vidimus in Sole atque Planetis quotidie nova corpora generari, rursusque corrumpi, & Planetarum facies varias mutationes subire. Nec solum in Terrâ nostrâ, aut in nostri systematis corporibus locum obtinent mutationes Verum longe ulterius porrigitur Generationis & corruptionis Principium; inter stellas enim immotas longissime à nobis dissitas dominatur & nullum corpus est quod ejus imperium non patitur. Perierunt enim stellæ plures à veteribus conspectæ, novæ renascuntur, ipsæ etiam aliquando perituræ. Quin etiam quorundam siderum extinguuntur flammæ, quæ post statam periodum rursus resplendescent. Inter stellas has maxime celebris est illa, quæ in collo Cæti videtur, quæ octo vel novem anni mensibus inconspicua, reliquis quatuor vel tribus mensibus variâ magnitudine se videndam præbet; hujus stellæ superficies corporibus opacis seu maculis maximâ parte tegi videtur, aliquâ tamen ejus portione lucidâ manente, quæ dum circa suum axem convolvitur, modo hanc, modo illam partem nobis obvertit, sed & hujus stellæ maculæ quasdam mutationes subire videntur; non enim singulis annis eandem obtinet stella magnitudinem, quandoque secundi ordinis fixas superat magnitudine, aliquando inter tertium ordinem vix consistere videtur; nec eodem semper temporis spatio sui copiam facit, nam sæpe non ultra tres menses continuos, sæpe etiam per quatuor integros & amplius conspicitur, neque æquis temporum intervallis incrementa sumit.

Materia cæli non est incorruptibilis.

Principium Generationis & corruptionis ad stellas fixas pertingit.

Stellæ quæ periodice apparent & evanescunt.

Præterea ex Astronomorum observationibus constat, sæpius *Stellæ novæ.*

pius novas aliquas prius latentes emicuisse stellas, quæ per aliquod tempus insignes & maxime conspicuæ apparuere; sed deinde paulatim decrescentes, tandem evanuere quasi exstinctæ fuissent. Harum stellarum una ab Hipparcho Astronomorum principe notata & observata fuit, eumque impulit ut fixarum catalogum adornaret, posterisque traderet, ut ex eo facile discerni possit an obirent inciperentve stellæ.

Stella nova in Cassiopeia.

Post plura deinde sæcula, alia etiam nova Tychoni Braheo, ejusque temporis Astronomis, in constellatione Cassiopejæ apparuit; quæ non secus ac Hipparchea illa Tychonem admonuit, opus esse ut novum conderet stellarum Catalogum: visa est hæc stella circa Novembris medium Anno 1572; permansit eodem inter fixas loco, toto apparitionis tempore, quod per menses circiter sedecim duravit, tandemque paulatim extincta fuit; magnitudo ejus apparens Lyram aut Syrium inerrantium splendidissimas superabat, Veneris *Perigeæ* fere æmula, in meridie à non paucis visa est. Sed tandem sensim imminuta evanuit, nec ex eo tempore in cælis est conspicienda. Leovicius ex historiis istius temporis tradit anno 945 regnante Othone imperatore, stellam novam in Cassiopeja apparuisse, similem ei quæ suo tempore visa est anno 1572. aliud quoque adducit testimonium perantiquum, quod anno 1264. visa est in septentrionali cæli parte, circa constellationem Cassiopejam nova & maxima stella quæ nullum habebat motum proprium, credibile est hanc & supra memoratam quæ anno 945 apparuit eandem fuisse stellam cum eâ quæ a Tychone visa fuit.

Stella nova in pectore Cygni.

Anno 1600. & sequenti deprehendit Keplerus aliam novam stellam in pectore Cygni quæ multos annos ibidem perstitit, & Hevelio apparuit tertiæ magnitudinis; evanuit tamen anno 1660 indeque ad annum 1666 latuit, donec in mense Septembri eam denuo conspexit Hevelius nudo oculo, ut stellam sextæ magnitudinis, & quidem in eodem loco quo fuerit ab anno 1601 ad usque 1662.

Ex catalogis fixarum liquet plures stellas fuisse à veteribus & etiam à Tychone observatas quæ nunc non amplius con

conſpiciuntur. Et ſpeciatim Pleiades vulgo habentur numero ſeptem, at nunc in ſerena nocte, non plures quam ſex cerni poſſunt. Unde Ovidius lib. 3*tio* Faſtorum.

Quæ ſeptem dici, ſex tamen eſſe ſolent.

Clariſſimus Montanerus profeſſor Mathematum Bononiæ literis ad Societatem Regiam datis, Apr. 30. 1670. ſic ſcribit. *Deſunt in cælo duæ ſtellæ 2dæ magnitudinis in puppi navis, ejuſque tranſtris, Bayero β & γ prope canem majorem à me & aliis, occaſione præſertim Cometæ Anni* 1664 *obſervatæ & recognitæ; earum diſparitionem cui anno debeam non novi, hoc indubium eſt quod à die* 10. *Apr.* 1668. *ne veſtigium quidem illarum adeſſe amplius obſervo, cæteris circa eas etiam tertiæ & qvartæ magnitudinis immotis, plura de aliarum ſtellarum mutationibus pluſquam centenis at non tanti ponderis notavi.*

Credibile eſt ſtellas has maculis, & corporibus opacis, penitus obſitas & obrutas fuiſſe; & lucem exinde omnem amiſiſſe, quarum proinde Planetarum cohortes tenui admodum reliquarum fixarum luce tantum illuſtrantur.

LECTIO VII.

De Motu Telluris annuo circa Solem & circa proprium Axem, & de Motu Apparente Solis & cæli inde orto

PErluſtratâ curſorie Univerſali Mundi materialis Fabricâ, traditiſque quæ de ſtellis fixis comperta habuimus, ad noſtrum Solare accedamus Syſtema, cujus partes omnes accuratiore intuitu ſunt contemplandæ, nam circa corporum in eo contentorum motus, motuumque phænomena præcipue verſatur noſtra Aſtronomia.

Exordium à motu Terræ.

Et primo à Motu Terræ, domicilii noſtri, ſcil. à nobis ipſis convenit ut incipiamus, nam ex noſtro motu oritur motus Solis apparens, ſine quo reliquorum Planetarum phænomena, nec explicari, nec computari poſſunt.

Sed noſtri Syſtematis centrum occupat.

Oſtenſum eſt in præcedentibus, Solem noſtri ſyſtematis corpus maximum & nobiliſſimum, ſuique generis unicum, cen-

centrum occupare, à quo ille undique diffundens radios, Planetarum corpora opaca luce suâ illustrat, & calore fovet, atque vivificat, circa hunc aguntur in orbem diversis periodis & distantiis Planetæ omnes, inter quos Tellus numeratur, quæ periodum absolvit spatio unius anni, & interea circa suum axem vertitur spatio viginti quatuor horarum. Cumque distantia Fixarum à Terra vel Sole sit admodum immensa, respectu distantiæ Terræ à Sole, eadem apparebit cæli stellati facies, idem manebit situs, atque ordo fixarum ad se invicem, sive è Sole, sive è Terrâ, aspiciantur astra. Sed cum corpora omnia longinqua ad cælum referantur, Spectator in Sole locatus, videbit Tellurem circulum in cæli stellati superficie maximum, inter fixas describere.

Tellus circa Solem movetur & interea circa suum Axem.

Idem stellarum aspectus è Sole qui est è Terrâ.

Repræsentet S Solem, ABCD Telluris orbitam in quâ movetur Tellus ab Occidente in Orientem. scil. ab A per BCD. Spectator in S Terram in A positam ad stellam ♈ referet; cum Terra pervenerit in B, illam juxta stellam in ♋ aspiciet & cum ad C progressa fuerit in ♎ videbit, in D vero delatâ Tellure è Sole in ♑ eam spectabit. Et in A periodum perficiens rursus in ♈ videbit eam.

Motus Terræ è Sole spectatus. TAB. 15. *fig.* 3.

Hinc si planum orbitæ Telluris ad fixas usque protendatur, efficiet in superficie cæli sphærica concava, circulum quem inter fixas peragrare videbitur Tellus, quolibet anno. Circulus hic *Ecliptica* dicitur, & ab Astronomis in duodecim æquales partes, quæ signa appellantur dividitur; quarum unaquæque nomen sortitur à constellatione quæ tunc temporis, quando nomina imposita fuere juxta illam partem visa fuit. Partes illæ sunt *Aries* ♈, *Taurus* ♉, *Gemini* ♊, *Cancer* ♋, *Leo* ♌, *Virgo* ♍, *Libra* ♎, *Scorpio* ♏, *Sagittarius* ♐, *Capricornus* ♑, *Aquarius* ♒, *Pisces* ♓.

Ecliptica.

Ecliptica partes duodecim.

E Sole ad Terram transferatur spectator, & ponamus Terram in C locatam, è quâ Terricola Solem observet, is quoque Solem ad cælum referet, & cum Tellus est in orbitæ puncto C Sol in cælis videbitur in ♈. spectatorque ille motus annui particeps, Terræ partes omnes in eodem ad se invicem situ, & in eadem ab oculo distantiâ manere videbit; & proinde motum illum sensibus percipere non potest; at

Motus Solis apparens è Terrâ.

at Solem aſpiciens, cum ad D pervenerit Terra, Solem juxta ſtellam in ♋ videbit, & eum inter fixas locum mutaſſe deprehendet, & ab ♈ per ♉ & ♊ ad ♋ pertranſiſſe; ex D vero ad A progrediens Terra, Sol ex eâ conſpicietur ſigna ♋ ♌ & ♍ percurriſſe; & rurſus dum ſemicirculum ABC deſcribit Terra, Sol per ſex ſigna ♎♏♐♑♒♓ in ſuperficie cæli ſphærica deferri videbitur. Terricola igitur Solem loco revera immotum, eundem in cœlo circulum deſcribere videbit, quem ſpectator in Sole Terram deprehendet percurrere.

Hinc oritur motus ille apparens Solis verſus ſtellas orientaliores. Ut ſi ſtella obſervetur prope Eclipticam, una cum Sole oriri; aliquod interjectis diebus, Sol magis verſus orientem promotus videbitur, & ſtella ante Solem orietur, citiuſque occidet; ſic etiam quæ nunc poſt Solis occaſum videtur ſtella, in Ecliptica notabili ſatis intervallo à Sole diſtans, poſt aliquod interjectum tempus, unà cum Sole occidet, nec amplius noctu conſpicietur: Hunc motum motui diurno contrarium, realem eſſe & Soli revera competentem ſtatuebant Ptolomei ſectatores; at illum apparentem tantum eſſe, & ex motu Terræ ortum hic oſtenſum eſt.

Similes Solis motus è reliquis Planetis ſpectantur.

Similes quoque motus reliquorum Planetarum Incolæ in Sole obſervabunt, & unuſquiſque Planeticola Solem circa ſe eundem circulum inter fixas, & eodem tempore, deſcribentem aſpiciet, quem idem Planeta, è Sole Spectatus, in cælo deſcribere videtur, v. gr. Jovis Incola obſervabit Solem circa Jovem in orbem agi, & circulum diverſum quidem à noſtra Ecliptica, & per diverſas ſtellas tranſeuntem percurrere, ſpatio duodecim annorum.

Eadem ratione & ob ſimiles cauſas, Sol videbitur ex Saturno alium diverſum circulum circa ipſum abſolvere, ſpatio triginta annorum, qui tempus periodicum Saturni complent. Cumque impoſſibile ſit, ut omnes hi motus ſimul ſint in Sole, nec ratio excogitari poteſt, cur unus eorum potius quam reliqui Soli tribuatur; dicendum eſt, omnes eſſe tantum apparentes & ex veris motibus Planetarum ortos.

Gyratio Terræ circa ſuum Axem Telluris Poli.

Præter motum hunc Circulationis annuum, Terra etiam circa ſuum Axem rotatur, ab occidente in orientem, & puncta illa duo in quibus Telluris Axis ejus ſuperficiei occurrit, Telluris Poli dicuntur; & ſi Axis utrinque ad cælum producatur, ſignabit quoque in cælo duo puncta, qui poli cæleſtes nominantur: unumquodque autem punctum in Telluris ſuperficie, polis exceptis, ex hujus rotationis natura, deſcribet circumferentiam circuli majorem vel minorem, prout punctum ſignatum plus minuſve fuerit à polis remotum & poli erunt ſoli loci in ſuperficie Telluris, omnis rotationis expertes. Locus autem ille qui deſignatur à puncto, æqualiter ab utroque polo remoto, maximum circulum deſcribit, & is Telluris *Æquator* ſeu *circulus Æquinoctialis* dicitur; reliqui circuli minores paralleli appellantur.

Telluris Æquator & Paralleli.

Horizon circulus.

Porro ſi per punctum, in quo inſiſtit ſpectator, duci intelligatur planum Tellurem tangens, ad cælum uſque protenſum, hoc planum in duas partes cælum dividet, & circulum in illo efficiet qui *Horizon* dicitur, cæli partem conſpicuam & viſu patentem, ab illa infra depreſſam, & propter Telluris opacitatem, latentem diſtinguens. Hic Horizon eſt proprie Horizon ſenſibilis, à quo differt rationalis qui tranſit per centrum Terræ, ſenſibili parallelus. Hi duo circuli in cælo coincidere cenſendi ſunt, evaneſcente in tanta diſtantia ipſorum intervallo, ſeu Telluris ſemidiametro.

Senſibilis.

Rationalis.

TAB. 15. *fig.* 4

Rotatio Terræ efficit motum diurnum apparentem cæli ab oriente in occidentem

Cum Terra circa ſuum Axem rotetur, huic inſiſtentem ſpectatorem unà cum horizonte ſuo ſimul in eandem plagam (ſcil. Orientem) rotari neceſſe eſt, unde verſus ortum poſita prius inconſpicua, retegentur, propter Horizontem infra illa ſubſidentem, & alia verſus occaſum abſcondentur, Horizonte ſupra illa elevato; & ideo ſpectator illa ſupra Horizontem aſcendere ſive oriri videbit, hæc infra eundem deſcendere; unde & Plagis iſtis, talia nomina ſunt impoſita. Hinc provenit motus ille apparens omnium corporum mundanorum, Terræ non adhærentium; quo cælum omne ſidereum & unumquodque in eo punctum præter Polos circa Axem Telluris ad cælum productum ab oriente in occidentem rapi, & circulos deſcribere videntur, majores aut mi-

minores, pro majore aut minore ipsorum distantia à polis, qui soli ut puncta immota spectantur.

Quando fit dies. Licet superficiei Terrestris locus quilibet à qualibet stellâ supra Horizontem conspicuâ illuminetur, illustratio tamen à Sole facta, tanta est, ut Sol præsentiâ suâ reliquas omnes stellarum flammas extinguat, & diem efficiat; absentia autem Solis, ubi is infra horizontem deprimitur, vel quod verius est, ubi Horizon supra illum attollitur, noctem efficit. *Quando nox.* Cumque Terra figuram Sphæricam & substantiam opacam obtineat, & à Sole secundum medietatem superficiei suæ illuminetur, alterâ medietate tenebris opertâ manente; circulus ille in Terrâ maximus illuminatam Terræ faciem à tenebrosa distinguens, *lucis & Umbræ Terminator* dici potest, ejusque planum erit ad rectam jungentem centra Solis & Telluris normale. *Circulus Lucis & umbræ Terminator.*

Telluris Axis non est ad planum Ecliptice normalis. Si Telluris Axis ad planum Eclipticæ esset normalis, coincideret æquatoris planum cum plano Eclipticæ, & circulus lucis Terminator in eo casu semper per polos transiret, & æquatorem omnesque ejus parallelos in partes æquales secaret; adeoque in eo casu astra omnia unà cum Sole tantundem temporis supra Horizontem fierent conspicua, quantum infra eum depressa laterent, diesque noctibus per totum Terrarum orbem perpetuo forent æquales. Verum Axis Terræ non est ad Eclipticæ planum perpendiculariter erectus, sed ad illud inclinatur angulo 66½ graduum; nec proinde coincidet planum Æquatoris cum plano Eclipticæ.

Et si planum æquatoris ad cælum usque protendatur, efficiet in cælo circulum, qui Æquator seu Æquinoctialis cælestis nominatur, & hi duo circuli, Æquinoctialis nimirum & Ecliptica angulum constituunt 23½ graduum.

Ita verò in suâ orbitâ progreditur Tellus, ut Axem suum retineat sibi semper parallelum; hoc est, si ducatur linea quævis, axi in quovis ejus situ parallela, Axis ille in omnibus aliis orbitæ suæ punctis eidem lineæ parallelus manebit: nec unquam directionem variabit, sed versus eandem mundi plagam continuò dirigetur. Atque hoc necessario fiet,

si Terra nullo alio motu præter progressivum in orbita propria, & rotatione circa Axem ciatur. Sit enim corpus cujus centrum in linea AB feratur, & in A notetur quælibet diameter CD, utcumque ad lineam AB inclinata, si corpus nullum alium præter progressivum motum habeat, cum ad B pervenerit Diameter CD in situ *c d* priori CD parallelo invenietur, quod si eidem corpori circa Axem CD rotatio imprimatur, omnes ejusdem corporis diametri præter Axem, situs suos constanter mutabunt. At Axis per rotationem illam è statu suo non turbabitur, adeoque parallelus, ut prius sibi semper manebit.

Tab. 15. *fig.* 5.

Hinc constat non opus esse, ut tertius quidam motus Terram exerceat, quo paralleliſmum Axis sui conservaret, ut quidam somniarunt: ad hoc enim nihil aliud requiritur, quàm ut soli prædicti duo motus Terræ imprimantur, nam si tertius nullus eidem insit, Axis necessario erit perpetuo eidem rectæ parallelus, cui semel parallelus erat.

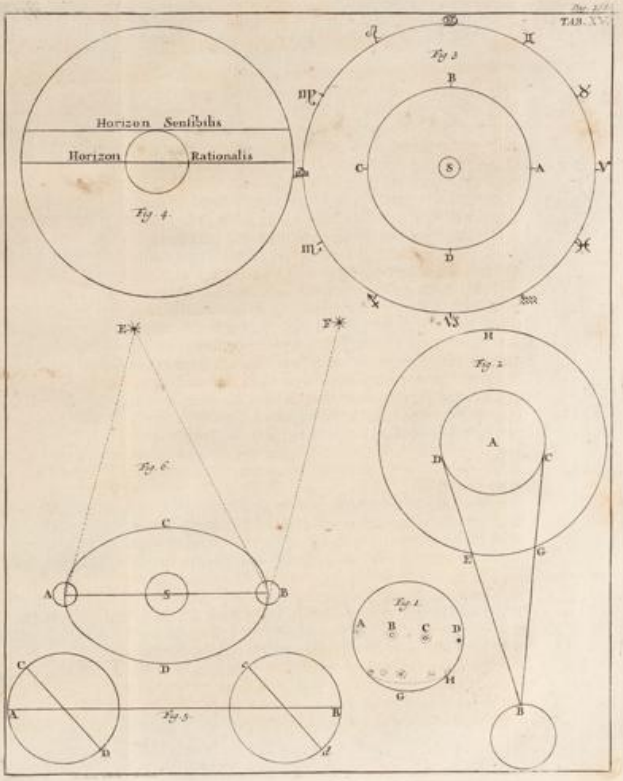
Cum planum Æquatoris non coincidat cum plano Eclipticæ, hæc duo plana se mutuo in rectâ lineâ secabunt, & communis eorum sectio sibi semper parallela manebit; ob eandem scil. causam, quâ Axis Terræ paralleliſmum conservare ostensus est. Sectio itaque illa ad duo opposita Eclipticæ puncta semper dirigitur easdemque semper Universi partes respicit.

Et circulus in cælo maximus per Polum Æquatoris & communem illam intersectionem transiens dicitur *Colurus æquinoct.orum*; sicut alter, hunc ad rectos angulos in polo secans, dicitur *Colurus Solstitiorum*; qui transit per puncta, ubi Ecliptica ab æquatore maxime distat, & tam æquatorem quam Eclipticam ad rectos angulos secat, adeoque per utriusque circuli polum transit. Quatuor puncta, in quibus hi duo coluri Eclipticæ occurrunt, *Puncta Cardinalia* appellantur, quod Sole in iis existente, quatuor anni Cardines seu tempestates determinant. Et duæ intersectiones coluri Æquinoctiorum cum Ecliptica dicuntur puncta Æquinoctialia, aliæ duæ in quibus colurus Solstitiorum occurrit Eclipticæ, dicuntur puncta Solstitialia.

Colurus æquinoctiorum.

Colurus Solstitiorum.

Aspi-


TAB. XV.
Horizon Sensibilis
Horizon Rationalis
Fig. 4
Fig. 3
B
C
A
D
S
Fig. 6
E
F
C
A
B
S
D
Fig. 2
H
A
D
C
E
G
Fig. 1
A
B
C
D
G
H
Fig. 5
C
A
B
D
c
d
B

Aſpiciat jam ex obliquo oculus orbitam Terræ, cujus repræſentatio ſecundum leges Artis perſpectivæ erit figura Ovalis ſeu Ellipſis, in quâ medium tenet Sol S, per Solis centrum ducatur recta ♈ S ♎ communi Sectioni æquatoris & Eclipticæ parallela, Eclipticæ in duobus punctis ♈ & ♎ occurrens; & cum Tellus in utrovis horum punctorum invenitur, recta illa ♈ ♎ quæ Solis & Terræ centra conjungit cum communi planorum ſectione coincidit, eritque perpendicularis ad Axem Terræ, utpote eſt in plano æquatoris, ſed & eadem recta eſt perpendicularis ad Planum circuli terminatoris lucis & umbræ; adeoque Terræ Axis, erit in plano ejuſdem circuli & circulus terminator per polos Terræ tranſibit, & æquatoris parallelos omnes in partes æquales ſecabit. Terra igitur *Initium* ♎ tenente, Sol videbitur in ♈ communi ſectione plani æquatoris cum plano Eclipticæ, adeoque videbitur in circulo æquinoctiali cæleſti, neque declinabit ad polum Boreum aut Auſtrium ſed inter utrumque medius æquinoctialem circulum motu diurno apparente deſcribet, & in hoc ſitu illuſtratio Terræ à Sole facta ad utrumque polum A & B pertinget, & parallelos omnes, uti dictum eſt, æqualiter dividet, locuſque Terræ quilibet qui motu diurno æqualiter circumvectus parallelum deſcribit, tamdiu in tenebris quam in luce manebit, hoc eſt, per totum Terrarum orbem dies noctibus æquantur. Unde circulus quem illo die Sol deſcribere videtur, æquinoctialis nomen eſt adeptus.

Tab 16. fig. 1.

Apparentiæ cum Terra eſt in ♎ & Sol videtur in ♈.

Terrâ motu annuo paulatim verſus ♏ ♐ ad ♑ delatâ, ſectio planorum æquatoris & Eclipticæ ſibi ſemper parallela manens non amplius verſus Solem dirigitur, ſed in ♑ facit cum linea S P jungente Solis & Terræ centra angulum rectum. Cumque linea illa S P non ſit in æquatoris, ſed in Eclipticæ plano, Angulus BPS, quem cum eo facit Axis Terræ non erit rectus ſed acutus 66½ graduum æqualis, ſcil. inclinationi Axis Terræ ad Planum Eclipticæ. Fiat angulus SPL rectus, & circulus lucis Terminator per punctum L tranſibit, & arcus BL, ſeu angulus BPL, erit 23½ graduum, æqualis ſcil. complemento anguli BPS ad rectum. Fiat angulus BPE rectus, & recta PE erit in æquatoris plano, unde ob arcum BE æqualem arcui L T, æquali quadranti, erit ablato communi BT, arcus TE æqualis

Apparentiæ cum Terra eſt in ♑ & Sol videtur in ♋ ſcil. puncto Solſtitiali æſtivo.

LB, æqualis 23½ gradibus. Fiat EM æqualis ET, & deſcribantur per T&M paralleli æquatoris duo MN, TC. Hic dicitur *Tropicus Cancri* ♋, ille *Tropicus Capricorni* ♑, & Terrâ in hoc ſitu exiſtente, Sol ſuper punctum Terræ T perpendiculariter eminet; ubi maxime ad Boream ad æquatore declinat, & circulus, quem tunc temporis motu diurno deſcribere videbitur, ſuper circulum TC directe eminet & proinde Tropicus ♋ cæleſtis dicitur. Et propter revolutionem diurnam circa Axem ſtabilem omnia paralleli TC puncta per idem punctum T tranſibunt, & Soli directe obvertentur, tunc Sol in meridie fiet verticalis omnibus habitatoribus paralleli T C. Dumque Tellus hanc poſitionem obtinet, manifeſtum eſt, circulum lucis terminatorem ultra Polum Borealem B pertingere in L, & citra Auſtrinum A deſinere in F; Per L & F deſcribantur circuli æquatori paralleli, circuli illi *Polares* dicuntur, ille *Arcticus* hic *Antarcticus*: & Telluris Tractus polari Arctico KL incluſus, non obſtanti revolutione diurna, continua in luce verſabitur perpetuoque die fruetur; è contrario, quæ circulo Antarctico concluditur Terræ portio, continuis tenebris & nocte involvetur. Patet porro, cujuſlibet circuli æquatori paralleli, inter hunc & polarem Arcticum interjecti, partem majorem in luce verſari, cujuſvis autem qui æquatorem & polarem Antarcticum interjacet, partem majorem tenebris obvolvi, & quidem partes illæ majores erunt aut minores, prout circuli ab æquatore magis minuſve diſtant. Itaque in illo Telluris ſitu, cum Sol in ♋ apparet, Borealis hemiſphærii incolis longiſſimi fiunt dies, noctes breviſſimæ, adeoque illis erit æſtas. Auſtralis autem Hemiſphærii incolæ noctes habebunt longiſſimas, dies breviſſimos, & Hyemis frigora ſentient.

Tropici duo.

Circuli Polares.

Quibus dies ſunt longiſſimi Quibus breviſſimi.

Et quidem cujuſque loci longiores erunt dies longiſſimi; & breviores noctes breviſſimæ, prout locus ille ab æquatore remotior eſt. Vidimus etiam ex omnibus parallelis ſolum æquatorem circulum utpote maximum, ſecari in partes æquales à terminatore lucis, adeoque incolæ, qui in æquatore degunt, ſoli habebunt per totum annum dies noctibus æquales.

Pro-

Procedente Terra à ♑ per ♒ ♓ ad ♈, quo tempore Sol signa ♋ ♌ & ♍ peragrare videtur, Sol paulatim versus æquatorem revertitur, & cum ad ♈ pervenerit Terra, Sol videtur in ♎ ubi communis intersectio æquatoris & Eclipticæ sibi parallela manens per Solem transibit, & Sol in Æquatore cælesti conspicietur, ubi rursus dies noctibus æquales efficiet, pari modo quo factum est dum Terra erat in ♎, & in eo denuo situ circulus lucis terminator per polos transibit, adeo ut polo B quo Tellus ♎ reliquit, nimirum per semestre spatium perpetua fuit dies, quippe qui in luce versabatur, sicut A polus semestri premebatur noctu.

Apparentiæ cum Sol videtur in ♎ puncto æquinoctiali Autumnali.

Terrâ porro per signa ♈ ♉ & ♊ motâ Sol interim per ♎ ♏ & ♐ apparenter incedens paulatim ab æquatore versus austrum declinare videbitur, & Terra revera in ♋ existente Sol inter fixas in ♑ videbitur. Et cum Axis B A non mutaverit inclinationem, sed sibi parallelus, manserit, aspectum & positionem respectu Solis, Terra habebit, omnino similem ei, quem obtinebat dum ♑ occupabat. Sed cum hâc differentiâ, quod cum circulus K L, dum Terra ♑ tenebat, una cum tractu Terræ intus contento totus fuit in luce, jam Terra in ♋ existente totus tenebris tegitur. Et oppositus F G jam totus est in luce qui prius tenebris fuit involutus.

Apparentiæ quando Sol videtur in ♑ puncto Solstitiali Hyberno.

Ex parallelis inter æquatorem & polum B, arcus illuminati seu diurni minores sunt tenebrosis seu nocturnis, cujus contrarium prius acciderat; ex alteris versus polum A jacentibus parallelis, arcus diurni jam sunt majores nocturnis, cujus oppositum accidebat in priori Terræ positione. Sol quoque verticalis factus erit Tropici M N habitatoribus, & descendet versus austrum à parallelo T C ad parallelum M N per arcum C Q N 47 graduum. Hinc Sol in quolibet ultra tropicos versus alterutrum polum loco altius observabitur in meridiano, seu propius ad verticem accedit per 47 integros gradus una anni tempestate quam in oppositâ, atque hæc omnis mutatio non proficiscitur ex eo, quod Terra deprimitur aut elevatur, sed contra ex eo quod nusquam deprimitur, nusquam elevatur; sed eundem semper retinet situm &

Sol propius accedit ad verticem habitatoribus ultra Tropicos per 47. integros gradus unâ anni tempestate quam aliâ.

& ſtatum reſpectu Univerſi, Solem tantummodo circumiens, qui poſitus eſt in medio fere iſtius orbitæ quem deſcribit Terræ centrum motu annuo.

Quomodo hæc omnia oculis repræſententur.

Hæc omnia oculis fient manifeſta, ſi in loco obſcuro accendatur candela, quæ Solem repræſentet, & Globus comparetur, cujus diametet ſit duorum aut trium digitorum in quo ſignentur poli, æquator, ejuſque paralleli aliquot, & meridiani; deinde ita teneatur Globus, ut ejus Axis non fiat ad Horizontem (qui hic loci Eclipticæ planum refert) perpendicularis, ſed ad illum aliquantulum inclinatus; deinde primò in eo ſitu ponatur Globus, ut Polorum unus plagam cæli Boream reſpiciat & lumen candelæ ad utrumque Polum exacte pertingat, hoc eſt circulus lucis & Umbræ terminator per Polos tranſeat; & probe notetur Axis poſitio, ſeu plaga mundi ad quam dirigitur; tandem circa candelam in circulo horizonti parallelo, ita feratur Globus, ut Axis ejus eandem plagam ſcil. boream ſemper reſpiciat; & tunc videre licebit flammam candelæ eodem prorſus modo illuminare Globum, Polos, æquatorem ejuſque parallelos, quo Terra à Sole reverà illuſtratur, & eadem prorſus conſpicientur Phænomena, quæ prius de Sole & Terra declaravimus.

Phænomenis ex vertigine Terræ ortis, ſimilia obſervari poſſunt ex alio quovis Planeta circa Axem ratato. *v. gr.* cum Jupiter circa Axem ſuum vertitur ſpatio decem horarum; Jovis incola videbit cælum omne ſidereum & Terram noſtram una cum Sole circa ipſum eodem tempore motu rapidiſſimo revolvi. At cum Jovis Axis ad planum ſuæ orbitæ ſit normalis, circulus lucis Terminator ſemper & ubique per polos tranſibit, unde in Jove dies noctibus ſunt perpetuò æquales, & Jovis incola uniformem per totam periodum ſentiet temperiem, nec æſtatis calores aut Hyemis frigora pertimeſcet.

Si per Telluris, Soliſve centrum (perinde enim eſt, cum hæc duo puncta è cælo ſtellato ſpectata coincidere videntur) erigatur recta ad planum Eclipticæ perpendicularis, & ad cælum uſque producatur; dicitur hæc linea *Axis Eclipticæ*, punctumque quod in cælo offendit erit *Eclipticæ Polus*.

Axis Eclipticæ.
Polus Eclipticæ.

Quod

Quod si per hunc Polum, & quaslibet stellas, traducantur circuli maximi, erunt ex natura sphæræ omnes ad Eclipticam perpendiculares. Et secundarii Eclipticæ seu Latitudinum circuli nominantur. Et Arcus ejusmodi circuli inter stellam quamvis & Eclipticam interceptus, dicitur istius stellæ Latitudo, seu distantia ab Ecliptică. Sicut Arcus Eclipticæ inter initium ♈ & ejus intersectionem cum Secundario per stellam transeunte dicitur Longitudo stellæ.

Secundarii Eclipticæ.
Stellæ Latitudo.
Longitudo stellæ.

Similiter si per polum Telluris seu Æquatoris & quælibet loca in superficie Telluris traducantur circuli, erunt omnes ad Æquatorem perpendiculares, & secundarii Æquatoris nominantur; Locorum verò respectu Meridiani dicuntur, quia cum Sol in Plano alicujus Meridiani videtur, incolis sub illo Meridiano degentibus fit Meridies. Arcus secundarii inter locum quemlibet & Æquatorem interceptus dicitur *loci Latitudo* quæ est distantia ejus ab Æquatore. Et arcus Æquatoris interceptus inter sectionem ejus cum Æquatore, & punctum aliquod in Æquatore fixum dicitur loci Longitudo.

Loci latitudo.
Loci longitudo.

Lectio VIII.

De Variis aliis Phænomenis ex motu Terræ Pendentibus.

Cum Terra circa Solem ita feratur, ut ejus Axis sibi semper parallelus maneat, necesse erit ut Axis ille diversis anni temporibus, ad diversas fixas dirigatur; & stella seu punctum cæli quod directè supra Polum terrestrem imminet in æstate, in hyeme non directè eidem Polo incumbet; sed punctum, cui hyeme dirigitur Axis, à priore distabit intervallo diametri orbitæ Terræ.

Terræ Axis debet ad diversas Fixas diversis anni temporibus dirigi.

Sit enim ACBD orbita Terræ, in cujus centro sit Sol S, cum Terra est in A, axis ejus dirigitur ad stellam E, quæ directè supra Polum imminet, at cum ad oppositum orbitæ punctum B pervenerit Terra, Axis in positione priori parallela, non ad E dirigitur sed ad aliam stellam F, quæ duæ fixæ distabunt à se invicem intervallo æquali AB diametro orbitæ Telluris, Angularis autem seu observabilis ste-

Tab. 15. fig. 6.

larum distantia erit angulus EBF, cui æqualis est angulus AEB per 29. El. 1. qui est angulus sub quo videtur diameter orbitæ quam orbem Magnum appellant Astronomi, è Fixa E conspecta. Angulus ille EBF vel AEB *Parallaxis orbis magni* dicitur; & si is observari poterit, daretur fixæ E distantia à Terra, respectu Solis distantia ab eadem. Nam in triangulo EAB datur angulus E, æqualis EBF observatione scil. noto; datur etiam angulus EAB, qui in æquinoctiis est rectus, in Solstitiis autem est æqualis inclinationi Axis Terræ ad planum Eclipticæ, & universaliter est ubique æqualis complemento declinationis Solis. Unde dabuntur omnes anguli & latus AB, & proinde per Trigonometriam innotescet latus AE distantia Fixæ.

Parallaxis orbis magni Quid?

Parallaxis orbis magni vix observabilis. Incerta est fixarum distantia.

Verum tanta est fixarum distantia ut angulus ille EBF exquisitissimis instrumentis vix deprehendi potest; & qui ei investigando quam maxime insudârunt, semper uno minuto primo minorem invenerunt; Et cum in tam parvis angulis capiendis, error facile admitti potest, qui error in computo maximas distantiarum differentias producet, istiusmodi observationibus vix tutò fidendum erit. Nam si cum Flamstedio Parallaxis observata 42 secundorum statuatur, & error in observando admissus sit 25 secundorum in excessu peccans, qualis error haud facile vitari potest, distantia fixarum plusquam dupla erit ejus quæ ex observatione prodit. Et si minus accurate factæ fuerint observationes, ita ut intra minutum primum non consistant (quales pleræque sunt) in immensum à se invicem, & a veritate discedent distantiæ, ex talibus observationibus computatæ.

Axis Terræ non conservat exactum parallelismum.

Huc usque posuimus, Axem Telluris positionem stabilem & perfectum paralleliſmum semper tenuisse, neque alium habuisse motum quàm illum quo circa Solem in orbem motu annuo defertur. At ex plurium annorum observationibus deprehenderunt Astronomi, Axem illum à paralleliſmo paululum deflectere, motu quidem lentissimo, ita ut aberratio à paralleliſmo intra duos tresve annos facta vix sensibilis evadat; plurium tamen annorum decursu satis notabilis invenitur. Adeoque dum Phænomena unius anni

Expli-

explicanda erant, de tantillâ aberratione omnino tacendum fuit, utpote quæ Phænomena tradita minime turbaret, quæ tamen temporis progressu sensibilis invenitur, & directionem Axis mutari vidimus quamvis ejus inclinatio ad planum Eclipticæ immutabilis maneat. Unde Telluris Axi necessario competit alius quidam motus cujus modus hic exponendus est.

Sit linea DCH portio orbitæ Telluris, sitque centrum Terræ in C, & ex C erigatur recta CE ad planum Eclipticæ normalis, superficiei cæli occurrens in E, recta CE est Eclipticæ Axis & punctum E Polus Eclipticæ. Sit C *p* Axis Terræ, qui ad cælum productus signabit in superficie cæli punctum P Polum cæleſtem seu Polum mundi, circa quem sidera omnia motu diurno revolvi videntur. Per E & P traducatur circulus maximus EPA, Eclipticæ occurrens in A; hic circulus cum transit tam per Polum Æquatoris quam Eclipticæ Polum, erit ad utrumque circulum rectus & arcus PA metitur angulum PCH inclinationem Axis Terræ ad planum Eclipticæ quæ est 66½ grad. unde erit arcus EP ejus complementum ad quadrantem 23½ graduum, & arcus ille metitur angulum ECP, quem Axis Terræ facit cum axe Eclipticæ. Polo E per P describatur circulus minor PFG qui erit Eclipticæ parallelus, & cum Axis Terræ eundem semper facit cum Axe Eclipticæ immutabilem angulum scil. 23½ graduum; Polum mundi P in peripheria circuli PFG semper locari necesse est. Quinetiam si eandem quoque directionem immutabilem retineret Axis, quoties Terra in orbitæ suæ puncto C invenitur, Polus Mundi in puncto immoto P semper conspiceretur; verum observatum est Polum in peripheriâ PFG locum continuo mutare; & Axis Terræ qui prius ad P dirigebatur, post septuaginta & duos annos ad punctum Q dirigitur uno gradu à P versus anteriora remotus, ita ut Axis Telluris sive mundi motu conico feratur seu describat superficiem Coni cujus vertex est Terræ centrum C & basis circulus PFG; Et Polus P semper fertur in peripheria PFG motu lentissimo, & retrogrado, sive ab oriente in occidentem, & periodum

TAB. 16. *fig.* 2.

Eclipticæ Axis.

Polus mundi regreditur in circulo minore parallelo Eclipticæ.

riodum absolvit in peripheria PFG non nisi post 25920 annos, post quod tempus Polus à stella in P digressus ad eundem rursus dirigitur. Atque hinc sequitur stellam in P quæ hodie cum Polo coincidit, post 12960 annos (semiperiodum nempe motus Poli) per integros gradus 47 ab eodem Polo dimotam ire scil. cum Polus est in G.

Circulus EPA est colurus Solstitiorum.

Circulus maximus EPA, cum transit per Polos tam Eclipticæ quam æquatoris, erit ad utrumque circulum perpendicularis. Ac proinde est colurus Solstitiorum, & Eclipticæ punctum A erit Solstitium seu punctum Eclipticæ omnium maxime ab æquatore declinans; cum Axis Terræ productus pervenerit ad situm CQ, si per Polos Eclipticæ E & æquatoris Q ducatur circulus maximus EQB, hic circulus erit ad utrumque circulorum, Eclipticæ nimirum & Æquinoctialis, perpendicularis; adeoque Axe Terræ hunc situm tenente, erit circulus ille EQB colurus Solstitiorum, & B erit Solstitii punctum, adeoque semper una cum Polo regredientur Solstitia, & quidem æqualiter. Nam cum motus Poli in peripheria PFG fuerit PQ unius v. gr. gradus, erit AB regressus Solstitii unius quoque gradus, sunt enim arcus QP, BA (cum sint paralleli) similes.

Puncta Solstitialia regrediuntur.

Puncta æquinoctialia simili & æquali motu retrocedunt.

Hinc Solstitii puncta à stellis fixis continuo recedunt, adeo ut si punctum Eclipticæ Solstitiale sit hodie juxta stellam A, post septuaginta & duos annos Solstitium erit in B uno gradu à stella versus occidentem dimotum. Cum itaque puncta Solstitiorum continuo regrediuntur, necesse erit ut puncta æquinoctialia omniaque reliqua Eclipticæ puncta simili & æquali motu retrocedant, quippe quæ à Solstitiis dato intervallo distant. Nempe cum inter puncta æquinoctialia & Solstitia 90 gradus semper interjacent, quando Solstitia per unum gradum regressa fuerint, necesse erit ut tantundem retrorsum ferantur æquinoctialia puncta; alioquin non maneret eadem semper distantia eorundem à se invicem. Puncta itaque æquinoctialia cum omnibus reliquis Eclipticæ punctis continuo regrediuntur, qui motus dicitur fieri in *Antecedentia*, seu ad occidentem & contra seriem signorum,

Motus in Antecedentia quid?

gnorum, ſicut alter motus, quo Terra & Planetæ omnes feruntur circa Solem ab occidente in orientem dicitur fieri in *Conſequentia*, ſive juxta ordinem ſignorum ab ♈ ad ♉ ♊, &c. Motus ille Æquinoctiorum retrorſum dicitur eorum *Præceſſio* qua in præcedentia ſeu antecedentia ſignorum feruntur.

Motus in Conſequentia.

Præceſſio æquinoctiorum.

Cum ſtellæ fixæ immobiles maneant, & retrocedat communis ſectio Æquatoris & Eclipticæ, neceſſe eſt ut fixarum diſtantia à punctis æquinoctialibus continuo mutetur, & ſtellæ ab iiſdem punctis verſus orientem magis quotidie promoveri videantur; unde ipſarum longitudines quæ in Eclipticâ ab initio Arietis ſive interſectione Eclipticæ & Æquatoris vernali computantur, continuo creſcant; & fixæ omnes videntur ferri in conſequentiâ ſignorum, non quod reverà in orientem moventur, ſed quod contrario motu regreditur punctum æquinoctii vernalis, à quo ſtellarum longitudines initium ducunt.

Punctorum æquinoctialium motus in antecedentia, efficit motum Fixarum apparentem in conſequentia.

Hinc fit, quod conſtellationes omnes mutaverunt loca, quæ tenebant dum à primis Aſtronomis obſervatæ fuerunt; & conſtellatio Arietis, quæ tempore Hipparchi prope interſectionem Eclipticæ & Æquatoris vernalem viſa fuit, eidemque Eclipticæ portioni nomen ſuum communicavit; nunc ab eâdem digreſſa in ſigno Tauri commoratur; ſicut & Tauri conſtellatio Geminorum ſedem occupat, Geminique in Cancrum promoti ſunt, & Cancer Leonem ex ſede expulit, & hic Virginem e loco detruſit. Ita ut unaquæque conſtellatio ex illo tempore è ſuo in proximæ tranſivit locum. Quamvis autem Conſtellationes è locis migrârunt, Eclipticæ tamen portiones ſeu *Dodecatamoriæ* quas tempore Hipparchi tenebant ſidera, nomina ab iiſdem ſideribus deſignata adhuc retinent; at ut diſtinguantur, Portiones Eclipticæ vocantur ſigna *Anaſtra*, Conſtellationes vocantur ſigna *ſtellata*.

Conſtellationes Eclipticæ mutaverunt Loca.

Veteres quidam Aſtronomi ſectiones Eclipticæ & Æquatoris fixas & immobiles ſtatuebant, at quoniam ſtellas abhiſce punctis diſtantias continuo mutare obſervarunt, Fixarum ſphæram ſupra Polos Eclipticæ lentiſſimo motu volubi-

lem posuerunt. Ita ut stellæ omnes circuitus in Eclipticâ aut ejus parallelis absolvant spatio 25920 annorum, post quod tempus Fixæ ad pristinas sedes restituentur. Quod Temporis spatium, quod ætatem Mundi quinquies superat, Annum magnum vocabant, quo demum finito res omnes eodem ordine renasci voluerunt.

Annus Magnus Quid?

Præcessionum æquinoctiorum Causam Physicam ante Neuwtonum Astronomorum nemo vel conjecturâ assequi potuerit; at ille perpensis motûs & Gravitatis legibus, è figura Telluris spæroidicâ motum illum oriri demonstravit. Et figura sphæroidica ex vertigine Terræ ortum ducit.

Motus Terræ æquabilis non est.

Quamvis Terra ita circa Solem motu annuo feratur, ut æqualibus semper temporibus periodos absolvat, motus tamen ejus in suâ orbitâ per totam periodum, æquabilis non est; sed nunc gradum accelerat, nunc remittit; in aliquibus orbitæ suæ locis velocius incitatur, in aliis remissius; adeoque motus apparens Solis in Eclipticâ uniformis non erit; neque ille quidem conspicitur æquam Eclipticæ portionem singulis diebus describere; æstate nostrâ segnius incedit, hyeme incitatius ferri videtur: & tanta quidem est motuum differentia, ut locus ejus in Eclipticâ aliquando antecedat duos fere gradus, locum quem teneret, si æquabili motu latus esset, aliquando per tantidem spatium ab eo deficiat; Præterea Sol observatur in sex signis Borealibus diutius commorari, per octo integros dies quam in sex Australibus, adeo ut ab Æquinoctio vernali ad autumnale sunt dies 186½, quo tempore unam Eclipticæ semissem motu apparente describere videtur; at ab Æquinoctio autumnali sunt tantum dies 178½, quo tempore alteram Eclipticæ semissem & signa Australia Sol videtur percurrere. Observationes quoque ostendunt diametrum Solis apparentem tempore Hyberno, ubi motus ejus est velocissimus, majorem esse quam in æstate, ubi Sol tardissimus incedit. Et differentia quidem tanta est, ut Hyeme ubi Sol maximus apparet, videtur sub angulo 32′ & 47″, at æstate ubi minimus, ejus diameter est 31′.

Æstas octo diebus longior Hyeme.

Apparens Solis diameter major Hyeme quam æstate.

31′. 40″, quæ differentia minuto major est, adeoque longius debet abesse æstate quam Hyeme.

His Phænomenis ut satisfacerent quidam Astronomi, orbitis circularibus pertinaciter nimium adhærentes; statuebant quidem Tellurem in peripheriâ circuli æqualiter moveri, & æquales angulos circa centrum æqualibus temporibus describere; at Solem non in istius circuli centro locari supponebant, sed extra in determinatâ à centro distantia statuebant.

Motus Terræ in circulo excentrico. TAB. 16. *fig.* 3.

Sit Circulus ABCD orbita Terræ, cujus centrum E atque Sol sit in S. Cum Terra est in A, Sol videtur in puncto ♈, & cum ad B pervenerit Terra, Sol in ♋ conspicietur; ad C autem delatâ Tellure, Sol signum ♎ tenere aspicietur; & dum Tellus ab A ad C pervenerit, Sol unam tantum Eclipticæ medietatem motu apparente peragrasse videbitur; alterum autem Eclipticæ dimidium motu apparente percurret Sol, dum Terra orbitæ suæ portionem CDA describet. Et cum arcus ABC arcu CDA major sit, liquet Solem plus temporis impendere debere in percurrendo Eclipticæ semissem ♈♋♎ quam alteram illam ♎♑♈. Præterea cum Terra in B longius à Sole distet quam in D, & si motus ejus foret æquabilis, è Sole tamen illius motus conspectus inæquabilis apparebit, in B tardissimus, in D velocissimus, sed huic motui æqualis est Solis motus apparens è Tellure visus, Unde causam reddere facile est, cur Sol æstate nostrâ lentius incedere, in Hyeme autem gradum accelerare videtur. Atque ita motum Solis vel Terræ inæquabilem observatum non realem esse & Physicum, sed opticum tantum & apparentem statuebant, & exinde oriri quod Sol non in centro orbitæ in E, sed extra in S locatur, & contendebant spectatorem in E Terram uniformi motu semper deferri visurum.

Motus Planetarum veri nec æquabilis nec eorum orbitæ perfecte circulares sunt.

Hæc quidem Hypothesis, simplex satis, primo intuitu Phænomenis bene respondere, & apparentias explicare visa fuit; & Astronomi plerique ante Keplerum ut veram amplectebantur. Apud eos enim tanquam indubitatum invaluit Axioma, motus omnes cæleſtes in se æquabiles esse, & orbitas perfecte circulares. At cum accuratiori examini cæle-

leſtes motus ſubjecit Magnus Keplerus, obſervationibus Tychonis Brahei innixus; Axioma hoc motibus Planetarum veris non congruere deprehendit. Et certiſſimis rationibus ab eo oſtenſum fuit, motus Planetarum veros nec eſſe in ſe æquabiles, nec eorum orbitas eſſe perfecte circulares. Obſervationes enim teſtantur, idque ultra omnem diſputationem, Figuram orbitæ Planetariæ eſſe Ellipſin, ſive ovalem, & a circulo deficientem, motumque Planetæ in hac Ellipſi inæqualem eſſe & pro diſtantiâ ſuâ à Sole intendi, & remitti.

Planetarum orbitæ ſunt Ellipſes.

Ellipſis deſcriptio.

Ellipſis autem eſt linea curva, quam Geometræ tranſverſe Conum vel Cylindrum ſecando repræſentare ſolent. At ejus natura ſequenti deſcriptione tyronibus melius innoteſcet, quam ex cylindri aut coni ſectione. Concipiantur duo pali ſeu paxilli plano defigi, alterum in puncto H, alterum in puncto G, & filum capiatur, quod duplicatum nexis extremitatibus, longitudinem quamvis diſtantia paxillorum HG majorem adæquet; illudque filum paxillis circumponatur, & in fili duplicaturâ immiſſo ſtylo paloſque circumeundo & filum ſemper eadem vi adducendo ut ſcil. illud æqualiter intendatur, linea curva D K B in plano deſignabitur, quæ erit Ellipſis. Et ſi non mutatâ longitudine fili pali tantum H G aliquanto propius ad ſe invicem adducantur, alia denuo Ellipſis deſcribetur, ſed alterius ſpecici quam prior, & ad circuli formam magis accedens, & ſi adhuc propius admoveantur Pali, alia itidem habebitur Ellipſis; poſtremo ſi conjungantur paxilli, Ellipſis in circulum migrabit. Puncta H & G, ubi Pali figuntur, dicuntur Ellipſeos *Foci* ſeu *umbilici*, & Biſecta H G in C, punctum C erit centrum Ellipſis recta D K per focos & centrum tranſiens & utrinque in Ellipſi terminata, dicitur Axis Ellipſeos. Hinc apparet ſi ex aliquo puncto in Ellipſi pro arbitrio electo verbi gr. B, agantur ad focos duæ lineæ B H, B G, has duas lineas ſimul junctas Ellipſeos Axi æquales fore, ſeu longitudine fili, dempta H G diſtantia focorum.

TAB. 16. *fig.* 4.

Foci ſeu Umbilici Ellipſeos.

Sol non in Ellipſeos centro ſeu puncto Axis medio, ſed in focorum alterutro, locatur, & Axis Ellipſeos AP dicitur li-

linea *Apſidum*, A *ſumma Apſis* ſeu *Aphelium*, P *ima Apſis* ſeu *Perihelium*; & SC diſtantia inter Solem & centrum Ellipſeos, *Excentricitas* dicitur: ſi ex centro ad axem erigatur CE Ellipſi occurrens in E & ducatur SE, hæc linea dicitur *Diſtantia Planetæ media* à Sole; æqualis ſcil. ſemiaxi majori CA vel CP, quæ eſt media Arithmetica inter maximam & minimam Planetæ a Sole diſtantiam; verum in orbitis planetariis Ellipſium formæ à circularibus parum recedunt, ita ut in orbita Terræ forma Ellipſeos talis eſt, ut Excentricitas SC ſit tantum partium fere 17 qualium diſtantia media SE eſt 1000, eſtque excentricitas dimidia tantum pars iſtius quam poſuere Aſtronomi, qui Terram in circulari orbita deferri contendebant.

Linea Apſidum. *Apbelium Perihelium.* *Excentricitas.* *Diſtantia media.* *Excentricitas orbitæ Terræ qualis.*

Planeta in Ellipſeos perimetro fertur, non quidem motu æquabili, ſed eâ ratione, ut radius à centro Solis immobili ad planetam ductus, & motu angulari latus verrat, ſeu deſcribat, Aream Ellipticam tempori proportionalem: *v. gr.* ſit Planeta in A, ex quo in quavis temporis particulâ ad B perveniat, & Area quam verrat radius è Sole ad Planetam ductus ſit ASB; ſi deinde Planeta ſit in P & ducatur recta SD talis, ut Area PSD ſit æqualis Areæ ASB; æqualibus temporibus percurret Planeta arcus Ellipticos AB, PD, qui quidem erunt inæquales; & in initio motus quam proximè in ratione diſtantiarum à Sole reciprocâ; Nam ob æquales areas tanto minor erit arcus AB arcu PD, quanto AS altitudo Areæ ASB eſt major PS, altitudine Areæ PSD. Hæc omnia à Sagaciſſimo Keplero in Commentariis de motibus ſtellæ Martis abunde demonſtrata ſunt, atque huic ejus ſententiæ omnes jam ſubſcribunt Aſtronomi, cum alia nulla ſit quæ phænomenis ſatisfacit. Circuli arcus, vel angulus, vel Area ASG tempori proportionalis dicitur *Anamolia* Planetæ *media*. Sicuti Angulus ASG cum Planeta eſt in G, dicitur ejus *Anamolia vera*: at ſi Planetæ motus ab æquinoctio vernali computetur, ſeu ab initio Arietis; *Motus ejus in Longitudinem* dicitur, eſtque vel medius, qualis eſſet ſi Planeta motu æquabili orbitam circularem percurreret, vel verus, qui eſt motus Planetæ reverà competens, & nunc accelera-

Motus Planetæ in Ellipſi qualis. *Areæ Ellipticæ æqualiter creſcunt.* *Anamolia Media.* *Anamolia vera.* *Motus in Longitudinem.*

tur, nunc retardatur, pro variâ distantiâ Planetæ à Sole.

Determinatio loci Planetæ in suâ orbitâ.

Hâc ratione determinare licet locum Planetæ in suâ orbitâ pro quolibet tempore ex quo Aphelium reliquit. Nempe ita dividatur Area Ellipseos rectâ SG, ut fiat tempus Periodicum Planetæ ad tempus datum, ita Area totius Ellipseos ad Aream ASG, & erit G locus Planetæ quæsitus. Methodos autem varias tradiderunt Geometræ, quibus Ellipsis Area in datâ ratione secanda est, de quibus in proprio loco erit dicendum.

Quare recedente Terrâ à Sole calor major sit.

Cum in æstate Terra longius à Sole distat, Hyeme propius ipsi accedat, mirum fortasse videtur recedente Sole, Terram magis incalescere, Hyeme autem, cum propius Soli adstamus, ingravescere frigora. At sciendum est, quod caloris & frigoris incrementa non tota pendent ex distantia Solis, sed aliæ potentiores concurrunt causæ, ad harum qualitatum mutationes producendas. Nam primo directi radiorum impetus fortiores sunt quam obliqui; Hyeme autem oblique admodum Solis lucem recipimus, ejusque potentia non tantum ideo debilitatur, sed etiam quia pauciores in datam superficiem agunt Radii, quo magis oblique ipsis objicitur superficies. Præterea Hyeme, radii Solares obliquius incidentes magis crassum aëris corpus pervadunt, & longiore itinere per aera feruntur quam æstate, quando directius incidunt; unde radiorum vires plures aëris particulas offendendo, magis franguntur quam in æstate. Atque hinc ratio patet cur Solem in Horizonte possumus sine oculorum damno contueri; quem cum altius ascendit oculi ferre non possunt.

Dies noctibus longiores augent calorem.

Est & alia potentior causa quæ tempestatum varietates inducit: nempe, notum est quo diutius corpus aliquod durum & solidum, igni objicitur, eo magis id incalescere; at in æstate per sedecim continuas horas Solis ardori objicimur, & per octo tantum horas ejus absentiam persentimus; cujus contrarium Hyeme experimur, unde non mirum erit tantas his tempestatibus oriri caloris & frigoris differentias.

Cum Solis potentia maxima sit quando ejus radii sunt directissimi atque dies longissimi, videtur nos debere maximos calo-

calores sentire cum Sol Tropicum ♋ occupat, quo tempore propius ad verticem accedit, ejusque radii directiùs, atque diutiùs nos feriunt; quotannis tamen experimur calorem æstivum post digressum Solis à Tropico crescere, & annum maxime fervere circa finem mensis Julii, cum integro fere signo à Tropico distat Sol. *Quare calor noster maximus est, quando Sol tropicum tenet.*

Ut hujus rei causa reddatur, observandum est actionem Solis, qua corpora calefacit, non esse transeuntem, qualis est ejus illuminatio, sed permanentem, ita ut corpus semel à Sole calefactum, post ejus absentiam per aliquod tempus calidum maneat, scil. particulæ calorificæ è Sole in corpus calefactum continuo recipiuntur, quæ per aliquod tempus eidem inhærent, & in ipsum agendo calorem excitant, aufugientibus autem istiusmodi particulis frigescit corpus, unde si plures recipiantur in corpore particulæ calorificæ quam aufugiunt, istius corporis calorem continuo crescere necesse erit. Verum in præsenti casu, post adventum Solis ad Tropicum, numerus particularum aerem & Terram nostram calefacientium continuo crescit, adeoque augebitur simul calor. Ponamus *v. gr.* die, lucente Sole, centum tantum particulas calorificas intra corpus aliquod admitti, & nocte, cum ea sit die brevior, istarum tantum quinquaginta avolare, aliis quinquaginta manentibus; proxima die eâdem fere vi agens Sol alias centum particulas eidem corpori immittet, quarum non plures fere quam dimidia pars nocte evadunt, adeoque initio tertii diei numerus particularum calefacientium centenario augebitur; dum itaque plures die recipiuntur particulæ, quam nocte aufugiunt, calor necessario crescet; at decrescentibus diebus, & noctibus crescentibus, fiet tandem, ut plures absente Sole effugiant particulæ quam die recipiuntur, quo fit ut calor continuo minuetur, frigescetque Terra.

Lectio IX.

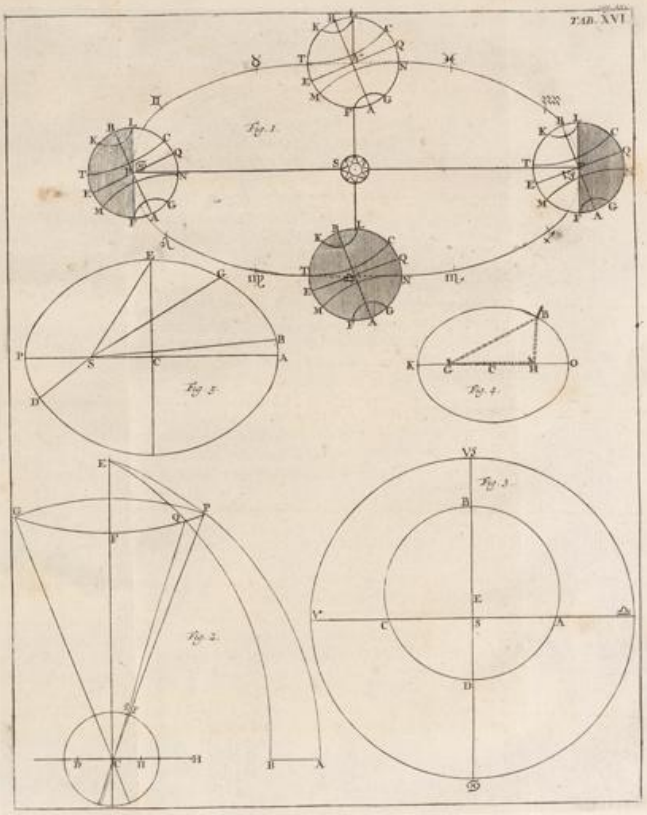
De Luna ejusque Phasibus & Motu.

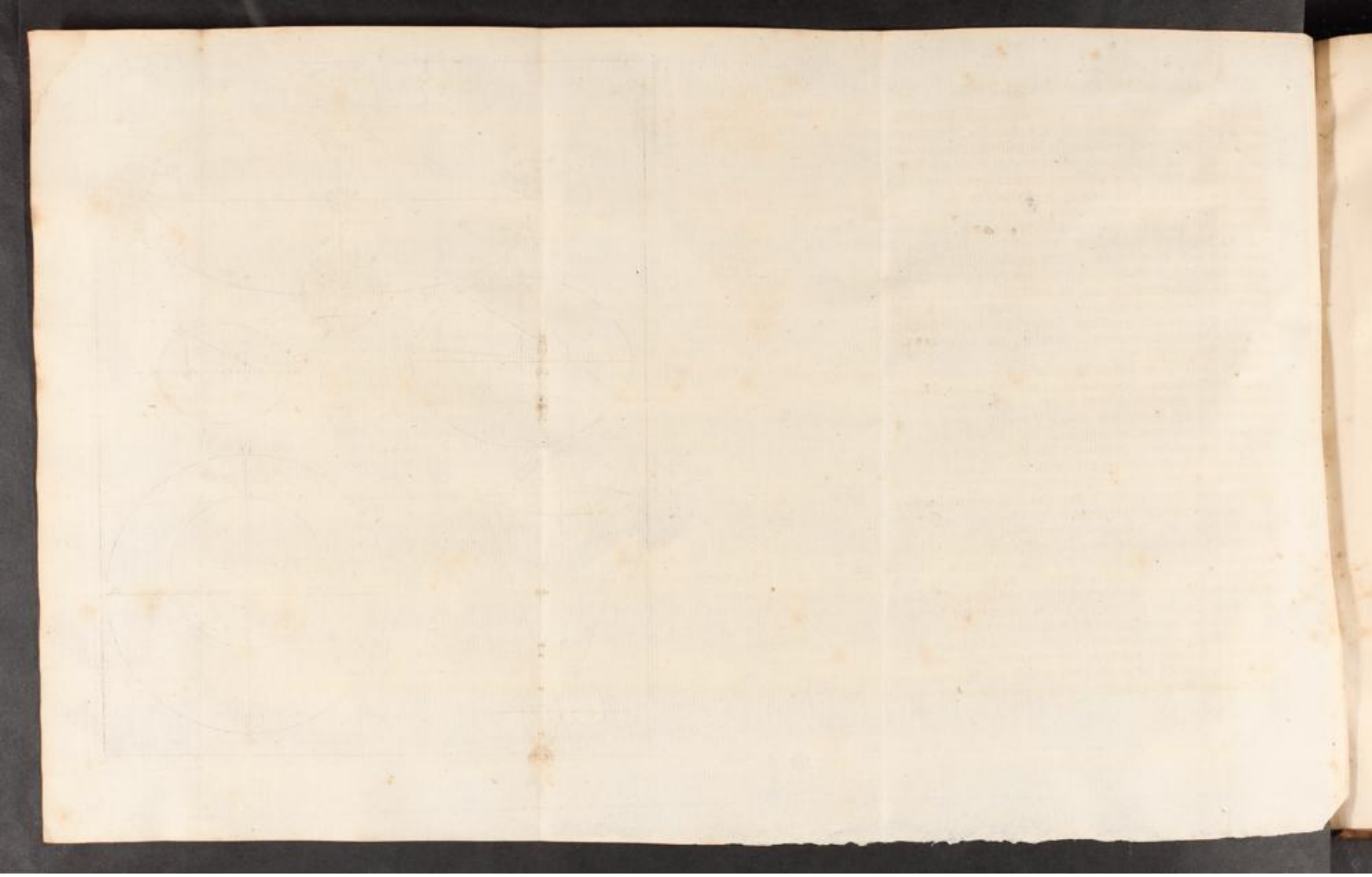
LUna corporum cælestium omnium, si Solem excipias, splendidissime lucens, ad Terram nostram proprie pertinet,

tinet, cujus est assecla & individua Comes. Adeo quidem in viciniâ Terræ semper commoratur, ut è Sole spectata, nunquam arcu decem Minutis primis majore à Tellure discedere videretur. Sed terræ perpetuo juncta, ipsique quasi satelles data, una cum eâ revolutionem annuam circa Solem perficit, & interea etiam in orbita circa Tellurem spatio menstruo periodum absolvit. Planetæ primarii Solem ut Centrum Motus atque Rectorem respiciunt, & nunc longissime à Terra digrediuntur, nunc ad eam propius accedunt. Luna tanquam terrestre corpus in nostra viciniâ propriâ propensione seu gravitate detinetur; ejusque vi à motu rectilineo continuo retrahitur, & circa terram revolutionem perficere cogitur, spatio viginti septem dierum, horarum circiter septem. Varias continuo Luna subit Phases, Varias induit formas, adeo ut multiformi ambage semper torqueat contemplantium ingenia, crescens semper, aut senescens, modo curvata in cornua, modo æquâ portione divisa, modo sinuata in orbem, mox fulgens orbe pleno, ac deinde repente nulla; alias pernox, alias sera, deficiens, & in defectu tamen aliquando conspicua, uti Plinius notavit, jam vero fit humilis, jam excelsa, nunc in Aquilonem elata, nunc in Austros dejecta, quæ singula deprehendit primus *Endymion*, ob quod eum amore Lunæ captum fuisse fama traditur.

Est autem Luna corpus sphæricum, Terræ instar, scabrum, opacum, & densum; Solis luce, non sua, resplendens; Sol quippe Fons luminis, perpetuo dimidiam corporis Lunaris partem, quæ ipsi obvertitur, illuminat, dum altera aversa à Sole medietas, tenebris obvolvitur; Lunæ autem superficies à Terricolis spectabilis, est ea quæ Terræ obvertitur, adeoque pro vario Lunæ respectu Solis Terræque situ, variæ videntur Lunæ illuminationes, & Luminis vicissitudines; & nunc major, nunc minor, aliquando nulla illustratæ faciei pars, ex Terra videtur, & aliquando etiam tota Terræ obvertitur, quæ ut melius intelligantur, libet Diagrammate declarare. Sit S Sol, T Terra, RTS portio orbitæ Telluris, quam motu annuo circa Solem describit; ABC

Tab. 17. fig. 1.


Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 2.
Fig. 5.



ABCDEFGH orbita Lunæ in qua ſcilicet circa Tellurem fertur ſpatio menſtruo ab Occidente in Orientem; qui motus manifeſte oculis obſervari poteſt, ſi enim Luna una cum Stella aliqua ad Meridianum appellat, poſtero die ſerius quam Stella Meridianum attinget, minutis temporis circiter 47, & à Stella Orientem verſus 13. gradibus receſſit; connectantur Solis & Lunæ centra rectis SL, & per Lunæ centrum tranſeat planum MLN, cui recta SL ſit normalis; planum illud efficiet in ſuperficie Lunari circulum, qui erit *Lucis & Umbræ finitor*, illuminatam ſcilicet faciem à Tenebroſâ diſtinguens; eodem modo jungantur centra Terræ & Lunæ rectis TL, quæ ſint normales ad aliud planum PLO, etiam per Lunæ centrum tranſiens. Planum illud efficiet in Lunæ ſuperficie circulum, qui Lunæ Superficiem à Terra ſpectabilem ab averſa & inconſpicua dividet, qui itaque *circulus viſionis* dici poteſt.

Motus Lunæ ab oriente in occidentem.

In Lunæ circulus lucis finitor.

Hinc patet primò, cum Luna eſt in ſitu A, puncto ſuæ orbitæ Soli oppoſito, quod coincidat circulus Lucis finitor cum circulo viſionis, & tota Lunæ illuſtratæ facies Terræ obvertitur, & à Terricolis videtur, in quo caſu *Luna plena, pernox, Plenilunium* nominatur, & reſpectu ſitus ad Solem dicitur eſſe in oppoſitione; cum ſcilicet è Terra, Sol & Luna in oppoſitis cæli punctis videntur. Cum ad B pervenerit Luna, illuminatus ſemicirculus MPN totus Terræ non obvertitur, ſed pars MP è conſpectu noſtro ſubducitur, adeoque illuminatio ſpectabilis à circulo deficiet, & Luna gibboſa apparebit, Phaſiſque erit ea, quæ in figura 2. Tab. XVII. per B notatur: Luna ad C perventa, augulus CTS eſt rectus, & illuminati diſci MPN, pars media à Terra videtur, & Luna dimidiata apparet, ut in C, fig. 2. & *Biſecta* ſeu *Dichotoma* nominatur: in hoc ſitu Sol & Luna quadrante circuli à ſe invicem diſtant, diciturque Luna eſſe in Aſpectu Quadrato ſeu in Quadratura: Procedente Lunâ ad D faciei illuminatæ MPN, pars parva PN Terræ obvertitur; & Diſci ONP qui Terræ obvertitur, pars maxima ON tenebroſa manet, & proinde ob Lunæ figuram ſphæricam & apparenter planam, illuſtrata pars veluti in cornua

Circulus viſionis. TAB 17. *fig.* 2.

Luna Phaſes declarantur.

Luna gibboſa.

Luna Biſecta.

Lunæ cornua.

curvata videbitur ubi circulus lucis finitor, & circulus visionis in angulos coeunt, ejusque Phasis è Terrâ spectata apparebit ut in D. Tandem Lunâ ad situm F progressâ, nulla illustratæ faciei pars è Terra videbitur, sed obscura & tenebrosa tota Terræ obvertitur, tunc Luna dicitur esse in *conjunctione* cum Sole, cum scilicet Sol & Luna in eodem Ecclipticæ puncto videntur, in quo fit *Novilunium*, *Neomenia* seu *Interlunium*: Ubi Luna ulterius ad F promovetur, corniculatam seu falcatam figuram rursus induit, & ante quidem novilunium, cornua in occasum spectabant, & nunc post novilunium, in ortum tendunt: cum Luna ad G provehitur, & in aspectu cum Sole quadrato venit, bisecta & dimidiata apparet, & in H Gibbosa, & ubi ad A denuo pervenerit, rursus pleno fulget orbe.

Novilunium.

Arcus EL, seu angulus STL, contentus rectis ductis è centris Solis & Lunæ ad Terræ, centrum dicitur *Elongatio* Lunæ à Sole, & arcus MO illuminati semicirculi MON pars illa, quæ Terræ obvertitur, quique est mensura anguli quem circulus Lucis finitor & circulus visionis efficiunt, est ubique quam proxime similis arcui EL Elongationi Lunæ à Sole, seu quod idem est angulus STL est quam proxime æqualis angulo MLO, quod sic demonstro; producatur SL utcunque in X, & erunt anguli TLP, MLS æquales, utpote uterque rectus est; sed anguli OLS & PLX sunt æquales, ad verticem enim sunt, quare demptis æqualibus, erit angulus MLO æqualis angulo TLX, sed angulus TLX externus est & æqualis duobus internis & oppositis trianguli STL, scilicet angulus STL & TSL; erunt igitur hi duo anguli æquales angulo MLO sed angulus TSL exiguus admodum est, & cum maximus, hoc est in quadraturis non decem minutis primis major; nam tantilla est distantia Lunæ à Terra præ Solis ab eadem distantia, ut angulus ille ad Solem evanescat, & pro nullo haberi possit; est itaque angulus MLO æqualis angulo STL & arcus MO similis est arcui EL.

Elongatio Lunæ à Sole.

Videsitum Lunæ v.

Semicirculus OMP, cum ejus planum per oculum transit, in rectam OP projicitur, seu in Lunæ disco, ut recta OP apparet, at circulus Lucis finitor, cum obliquè è Terrâ vi-

de-

detur, in Ellipsin projicitur ; atque hinc data Elongatione Lunæ à Sole, facile exhibetur Phasis, sub qua Luna tunc temporis apparet. Repræsentet circulus COBP Lunæ discum è Terra spectabilem, OP rectam in quam projicitur semicirculus OMP, hanc ad rectos angulos secet alia diameter BC, & posito LP radio, capiatur LF æqualis cosinui elongationis Lunæ à Sole, & axe Majore BC, & semiaxe minore æquali LF, describatur semiellipsis BFC, abscindet illa ex lunari disco partem illuminatam BFCPB è Terra spectabilem. *Delineatio Phasis Lunæ pro datâ Elongatione à Sole.* TAB. 17. *fig.* 3.

Cum posito LP radio, LF sit cosinus Elongationis Lunæ à Sole, erit PF sinus versus ejusdem Elongationis; Estque BFC linea (quæ tenebrosam Lunaris disci partem ab illuminata dividit) semiellipsis, cujus axis major æqualis est Lunæ diametro, semiaxis autem minor æqualis est Lunæ semidiametro diminutæ sinu verso Elongationis Lunæ à Sole. Sit jam OBPC Lunæ discus Terræ obversus, BFC semiellipsis illuminatam disci partem à tenebrosa dividens; ducatur quævis recta GHN Axi minori Parallela, & axi majori occurrens in M; Ex natura Ellipsis & circuli, erit LP, ad LF; ut MG, ad MH; adeoque per divisionem rationis LP ad PF ut GM ad GH, & duplicando antecedentes PO ad PF ut GN ad GH; idem de alia quavis recta GN Axi minori parallela demonstrabitur, adeoque per 12 Elementi 5^ti, ut PO ad PF, ita omnes GN ad omnes GH. Sed omnes GN faciunt Lunæ discum Terræ obversum, & omnes GH faciunt partem disci illuminatam, adeoque erit PO ad PF seu diameter circuli ad sinum versum elongationis Lunæ à Sole, ut totus Lunæ discus ad partem ejus illuminatam. Hinc illustratio quolibet tempore à Luna facta est ad ejus illustrationem maximam tempore plenilunii, ut sinus versus elongationis Lunæ ad circuli diametrum. *Quantitas illustrationis determinatur.* TAB. 17. *fig.* 4.

Sicut Luna luce Solis reflexa Terram illuminat, sic & Terra plus quàm par pari referens, vicissim solarem lucem reflectendo, Lunæ superficiem multò majore luce perfundit; siquidem cum Terræ superficies sit quindecies circiter major lunari, si Luna & Terra æque in reflectendo polleant, hæc quin- *Terra luce reflexâ Lunam illuminat.*

quindecies plus lucis ad Lunam remittet, quam ab illa accipit. Et Lunicolis quindecies major apparet Terra, quam nobis Luna videtur. In noviluniis illuſtrata Terræ facies tota Lunæ obvertitur, & tenebroſam Lunæ ſuperficiem luce illuſtrans Lunicolis *Pleniterreum* efficit. Hinc oritur lucula illa, quæ in Lunâ nova veterique præter argentea cornua apparet, reliquum Lunæ diſcum, tenebroſum licet, conſpicuum exhibens. Cum autem Luna ad oppoſitum Solis pervenerit, Terra è Lunâ in conjunctione cum Sole videtur, ejuſque tenebroſa facies Lunæ obvertitur, in quo ſitu è Lunâ videri nequit, ſicuti in noviluniis nos non videmus Lunam, & ut verbo dicam, Phaſes Terræ è Lunâ conſpicuæ per omnia ſunt ſimiles iis quæ à nobis in Luna obſervantur.

Menſis Periodicus. *Menſis ſynodicus.*

Quamvis Luna Terram circumeundo, orbitam ſuam deſcribat ſpatio dierum 27. horis circiter ſeptem, quod tempus *menſis periodicus* appellatur, tempus tamen quod impendit Luna, dum ab unâ conjunctione cum Sole ad proximam pervenit, quod *Menſis ſynodicus*, ſeu Lunatio dicitur, menſe Periodico majus eſt. Nam dum Luna in propriâ orbitâ periodum abſolvit, interea Tellus ejuſque comes Luna, cum ſuâ orbita circa Solem eundo, integro fere ſigno verſus Orientem promotæ ſunt, & punctum Orbitæ quod in priore ſitu, in recta centra Terræ & Solis jungente jacebat, nunc Sole paulo Occidentalior eſt, adeoque cum Luna ad illud punctum pervenerit, nondum in conjunctione cum Sole invenitur.

TAB. 20. *fig.* 1.

Sit enim AB portio orbitæ Telluris, Terra T, S Sol, ACL orbita Lunæ, & cum Terra eſt in T ſit Luna in L in conjunctione cum Sole, & dum Luna ab L digreditur, orbitamque propriam LACD deſcribit, Tellus interea per arcum T *t* defertur, & cum ad *t* venit, orbita Lunæ ſitum *l a c d* obtinet, punctumque orbitæ L erit in recta *t l*, priori TL parallela, unde patet ad *l* diventâ Lunâ, eam totam orbitam percurriſſe, ſed nondum ad conjunctionem cum Sole perveniſſe, ſed opus eſſe, ut ulterius progrediatur Luna, & arcum *lm* deſcribat, priuſquam Solem aſſequatur; & cum Luna orbitam abſolvat diebus viginti ſeptem, horis circiter ſe-

septem, Terra hoc tempore describet arcum T *t* viginti septem circiter graduum, cui similis est arcus *l* M, ob angulum *l t* M æqualem angulo M S L; at verò opus est ut majore arcu quam *l* M Luna describat, (ob motum Terræ interea factum) priusquam ad conjunctionem cum Sole perveniat, inde fit ut Lunatio tota seu Tempus ab uno novilunio ad proximum, non nisi diebus 29, horis circiter duodecim compleatur, & separetur Luna à Sole dietim angulo graduum 12 & aliquot minutorum, qui *motus à Sole diurnus* nuncupatur. *Motus Lunæ à Sole diurnus.*

Si planum orbitæ Lunaris coincideret cum plano Ecliptícæ, hoc est, si orbita Lunæ circa Terram, & orbita Terræ circa Solem, in eodem jacerent plano, semita motûs Lunæ in cælis è terrâ visa eadem esset, quæ est motus Solis apparens, seu eundem omnino circulum, Eclipticam nempe, quem Sol spatio unius anni conficere apparet, Luna mense quolibet percurrere videretur; verùm orbitæ Lunaris planum non coincidit cum plano Eclipticæ, sed se mutuo intersecant hæc duo plana, in linea per centrum Terræ transeunte, eorumque inclinatio angulum quinque circiter graduum constituit. *Luna in Ecliptica non movetur.*

Sit A B portio orbitæ Telluris, T Terra, circulus C D E F Lunaris orbita, cujus centrum est centrum Terræ T, eodem centro T describatur in plano orbitæ Telluris, circulus C G H, cujus diameter æqualis sit diametro orbitæ Lunæ: Hi duo circuli cum idem habeant centrum, in recta per Terram transeunte se intersecabunt, & Lunaris orbitæ medietas una C E D supra planum circuli C G H attolletur in Boream; altera medietas D F C deprimetur in Austrum, recta C D communis circulorum intersectio *Linea nodorum* dicitur, & anguli C & D *Nodi* dicuntur; & quidem nodus C, ubi Luna ascendit supra planum Eclipticæ versus, Boream *nodus ascendens* & *caput Draconis* nuncupatur, & brevitatis causa sic ☊ notatur; alter nodus D, ubi Luna in Austrum descendit, *Nodus descendens* & *cauda Draconis* nominatur, cujus signum est ☋ & si Linea nodorum immobilis esset, hoc est non alium haberet motum, præter illum quo circa Solem fer- TAB. 17. *fig.* 5. *Linea nodorum.* *Nodus ascendens.*

rertur, ad idem Eclipticæ punctum ſemper dirigetur, utpote ſibi ſemper parallela manens, ſed linea Nodorum continuo ſitum mutare deprehenditur, & ab Oriente in Occidentem contra ſeriem ſignorum motu retrogrado fertur, circulumque abſolvit ſpatio annorum fere novemdecim, poſt quod tempus nodus utervis ab aliquo Eclipticæ puncto digreſſus, ad idem redit, ſeu in eodem quo prius Eclipticæ gradu è Terra videtur.

Nodi moventur motu retrogrado.

Ex dictis conſtat Lunam non niſi bis in qualibet periodo in Eclipticâ videri, ſcilicet cum in nodis verſatur, in aliis orbitæ ſuæ locis nunc magis nunc minus ab Eclipticâ diſtare, prout nodorum alicui remotiorem aut propriorem eſſe contigerit; maxime autem ab Ecliptica diſtat Luna cum eſt in E vel F, quæ media ſunt à nodis puncta; & *Limites* vocantur. Diſtantia Lunæ ab Ecliptica ejus Latitudo vocatur, hanc metitur arcus circuli per locum Lunæ in cælo transeuntis, & ad Eclipticam perpendicularis, arcus inquam ille inter Lunam & Eclipticam interceptus, metitur Lunæ ab Ecliptica diſtantiam; ſeu Latitudinem, & idcirco tales Circuli ad Eclipticam perpendiculares *Circuli Latitudinum* dicuntur, & Latitudo Lunæ, cum maxima eſt, ut in E vel F, æqualis eſt quinque gradibus cum octodecim minutis primis, eſtque illa Latitudo menſura angulorum ad nodos.

Latitudo Lunæ.

Circuli Latitudinum qui?

LECTIO X.

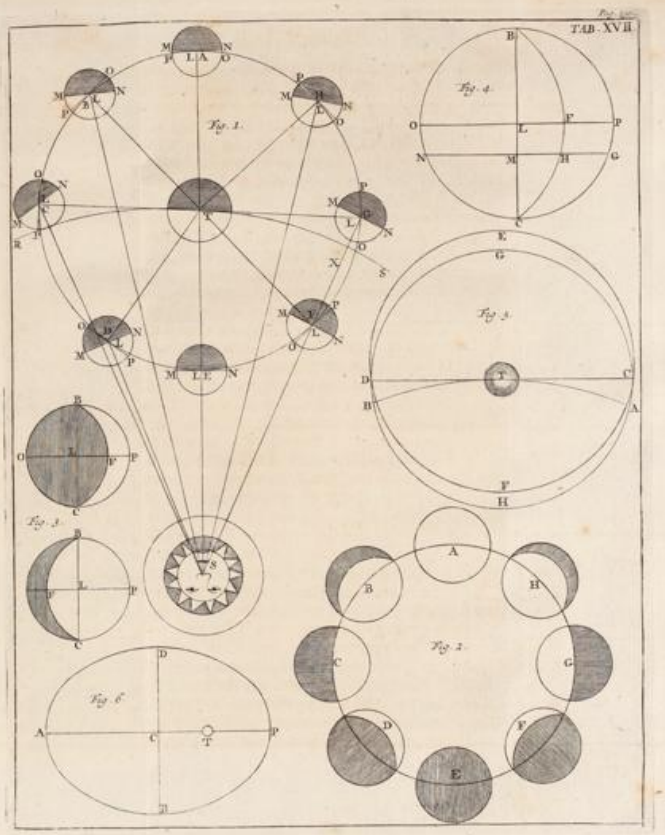
De Inæqualitate motuum Lunarium, de Lunæ facie, ejuſque Montibus & Vallibus.

Luna in orbitâ Elliptica movetur.

ASTronomorum obſervationes teſtantur, Lunæ diſtantiam à Terra multum variari, & nunc propius nobis accedere Lunam, nunc longius recedere; hoc ideo fit quod Luna non in Orbita circulari, circa Terram fertur, ſed in Elliptica, qualem repræſentat figura ABPD, cujus focorum alterum tenet Terra, & Axis Ellipſeos major AP eſt linea Apſidum; TC Excentricitas, Punctum A ſumma Apſis vocatur *Apogeon* Lunæ, ubi ſcilicet maximè à Terrâ diſtat, Punctum P ima Apſis, ubi maximè ad Terram accedit, *Perigeon* nominatur. Et ſi orbita Lunæ non alium haberet motum

TAB. 17. fig. 6.

Apogeon Lunæ. Perigeum.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.

tum præter illum, quo circa Solem fertur, Axis Ellipseos sibi semper Parallelus maneret, & ad idem cæli punctum semper dirigeretur, ad quod cum pervenerit Luna eandem semper à Terrâ distantiam obtineret; sed Linea Apsidum est etiam mobilis sicut Linea Nodorum, & motu Angulari circa Terram fertur, secundum seriem signorum seu ab Occidente in Orientem, circulum absolvit hæc linea, & ad eundem situm redit annis fere novem.

Motus Lunæ ejusque orbitæ multiplici afficiuntur inæqualitate; nam *Primò* cum Tellus Aphelion tenet, ubi unà cum Luna longissimè à Sole distat, motus Lunæ aliquantulum acceleratur; Tellure autem ad Perihelion delatâ, ubi proxime ad Solem accedit Luna, aliquantulum retardatur ejus motus; unde fit ut minore tempore Luna suam orbitam percurret, breviusque fit tempus Periodicum Terra Aphelion tenente, quàm cum eadem in Perihelio versatur, & menses Periodici neutiquam sint inter se æquales: 2^do Luna in Syzigiis id est, cum est in linea quæ jungit centra Solis & Terræ, cæteris paribus celerrimè movetur; in Quadraturis tardissimè. *Tertiò* pro varia distantiâ Lunæ à Syzigiis, hoc est ab conjunctione seu oppositione, ejus motus inæquabilis redditur, motus enim in primo mensis quadrante, sive pergente Lunâ à conjunctione ad quadraturam proximam retardatur, in secundo acceleratur dum tendit à Quadratura ad oppositionem; in tertio retardatur rursus; & in quarto iterum acceleratur; hanc inæqualitatem in motu Lunæ, primus deprehendit Tycho, & *Variationem* Lunæ appellavit. *Inæqualitates in motu Lunæ.* *Variatio Quæ?*

4^to. Cum Luna in Ellipsi moveatur, cujus umbilicum tenet Terra, circa quam Areas describit temporibus proportionales, oportet Planetarum primariorum more, ut in Apogeo suo tardius incedat, in Perigeo velocius feratur.

5^to. Orbita etiam Lunæ est continuo mutabilis, & ejusdem non eadem manet species, aut figura, sed excentricitas nunc augetur, nunc minuitur, & maxima quidem est cum linea Apsidum est in Syzigiis, hoc est cum coincidit cum rectâ quæ centra Solis & Terræ conjungit; minima autem cum hanc rectam normaliter secat; & differentia inter maximam & minimam *Orbita Lunæ ejusque excentricitas semper mutabilis.*

nimiam excentricitatem tanta est, ut illa semissem Excentricitatis minimæ superet.

Apogeum inæquabili motu fertur.

6to. Ipsum Apogeum Lunare inæquabili fertur motu; quando enim est in Syzigiis cum Sole progreditur, in quadraturis regreditur, & progressus & regressus illi non sunt æquabiles, sed Lunâ in quadraturis versante tardius progreditur, vel forsan etiam regreditur, in Syzigiis versante Luna, Apogeum celerius progreditur. *Septimo* Nodorum motus retrorsum est minime æquabilis, nam nodi in Syzigiis positi penitus quiescunt, dum vero quadratum ad Solem obtinent aspectum, velocissime in Antecedentia feruntur.

Harum omnium inæqualitatum causas, primus & solus detexit sagacissimus Neuwtonus, easque secundum leges Mechanicas ex Theoriâ Gravitatis oriri demonstravit. Mirum videtur, quod etsi Luna sit corporum cælestium omnium nobis maxime propinqua, ad eam tamen accessus patet maxime difficilis, cum non sine multo labore & longis annorum observationibus illius irregulares excursus investigari possunt.

Luna æqualiter circa axem suum rotatur.

Solus in Lunâ motus æquabilis est ille, quo circa Axem suum rotatur, in eodem præcise tempore, quo circa tellurem periodum absolvit, unde fit ut eandem fere sui faciem Terræ ostendat, sed ea ipsa æquabilitas causa est apparentis inæqualitatis quod Luna videtur è Terra super Axem suum nunc ab ortu in occasum, nunc ab occasu ad ortum paululum librari, & partes quædam in limbo occidentali Lunæ per quoddam spatium modo recedunt, modo accedunt, quædam antea visæ occultantur, ac deinde rursus in conspectum veniunt, talisque motus *Libratio* dicitur; oriturque ex motu Lunæ inæquali

Libratio.

in perimetro Ellipseos; nam si Luna in circulo moveretur, cujus centrum teneret Terra, & circa axem spatio temporis Periodici rotaretur, ejusdem meridiani Lunaris planum semper per Terram transiret, & eadem ubique Lunæ facies Terræ obverteretur; at cum Luna in Ellipsi feratur, in cujus umbilico seu foco locatur Terra, & conversio Lunæ circa Axem æquabilis est, seu quod idem est, datum quodlibet Lunare meridianum angulos temporibus proportionales describit, illud planum non ubique per Terram transibit.

Sit

Sit enim ALP orbita Lunæ, cujus focum tenet Terra in T, & cum Luna est in A ejus meridianus MN productus per Terram transeat; si Luna in orbita absque conversione lata esset, idem meridianus MN sibi semper Parallelus maneret, & cum Luna ad L pervenerit, meridianus MN esset in situ PQ, ad MN Parallelo, verum per rotationem æquabilem, Meridianus MN situm mutat, angulosque describit temporibus proportionales, & tempore Periodico quatuor rectos absolvit, unde erit in situ *m*L*n* tali, ut angulus QL*n* sit ad rectum, ut tempus quo Luna confecit arcum AL ad quartam partem temporis periodici, sed tempus quo Luna confecit arcum AL, est ad quartam partem temporis periodici, ut area ATL ad aream ACL, scilicet quartam partem Areæ Ellipseos, unde erit angulus QL*n* ad rectum angulum, in eadem ratione; est autem area ATL major area ACL, unde angulus QL*n* recto major erit, sed est angulus QLT acutus, major itaque est angulus QL*n* angulo QLT, adeoque Meridianus MN, cujus, planum cum Luna fuit in A, per Terram transibat, nunc Lunâ ad L delatâ versus Terram non dirigitur, unde constat Lunæ Hemisphærium in L è Tellure visum aliquanto esse diversum ab hemisphærio, quod è Terra videtur cum Luna fuit in A, partesque ultra Q nunc retegi, quæ prius Luna in A existente fuerunt inconspicuæ. At cum Luna ad Perigeum P pervenerit, in eo tempore Meridianus MN semicirculum absolvit, rursusque ejus planum per Terram transibit, ut eadem Lunæ facies è Tellure conspiciatur, quæ prius in A visa fuit; hinc patet hanc Lunæ librationem bis in quovis mense periodico restitui, scilicet cum Luna est in Apogeo & Perigeo. TAB. 20. *fig.* 2.

Lunæ superficies aspera.

Si Lunæ superficies tersa & polita esset, ut in speculis, illa non lucem undequaque reflecteret, sed Solis imaginem exiguam admodum instar puncti splendidissimè micantis, tantum ostenderet, verum sicut in corporibus terrestribus, sic in Luna Aspera & scabra est ejus superficies, qua fit ut lucem solarem undequaque diffundat & corpora Terrestria illuminet.

Et montibus obsita.

At non tantum inæqualis & aspera est Lunæ superficies, sed altissimis montibus profundissimisque vallibus tota obsita; nam si nullæ in Luna extiterint eminentiæ, sive partes re-

liquis altiores, linea recta in Dichotomia, aut Elliptica in reliquis Phasibus, semper disterminaret confinia lucis & umbræ. Verum si tubo optico aspiciatur Luna, confinium illud in nulla regulari linea, sed dentatum, serratum multisque anfractibus interciſum apparet. Quin etiam in tenebrosâ Lunæ facie, partes aliquæ â confinio non multum distantes cernuntur Solis Luce illustratæ: Et die circiter quarto post novilunium in tenebrosa Lunæ facie quædam Cuspides luminosæ, tanquam scopuli aut parvæ insulæ, apparent, quæ non multum à confinio illustratæ & tenebrosæ partis distant; aliæ item dantur illuminatæ parti adhærentes areolæ, paulatim formam figuramque cum lumine crescente mutantes, donec parti illustratæ omni ex parte annectantur, & cum locis vicinioribus lumine prorsus imbuuntur. Mox quam plurimas iterum novas in illa tenebrosâ parte orientes cernimus, & in locum antecedentium succedentes. Contrarium autem accidit in phasibus Lunæ decrescentibus, ubi lucidæ areolæ, quæ nunc confinio & parti illustratæ adhærent, paulatim avelluntur, & confinio relicto diutius tamen conspiciuntur, quod impossibile foret, nisi areolæ illæ essent partibus reliquis altiores, ut Solis lux illas stringeret. Puncta itaque illa, extra lucis confinium micantia, sunt cuspides & vertices prælatorum montium, quæ cum altiora sunt quam reliqua loca vicina, citius à Sole illustrantur, seriusque ab ejus lumine subducuntur. Præterea multæ nigricantes maculæ in parte illuminata conspiciuntur, quæ sunt ingentes cavitates seu cavernæ, in quibus cum Sol illas oblique irradiat, ejusque lux limbum externum tantum attingit profundiores partes obscuræ manebunt; at Sole ascendente plus lucis hauriunt, & quo altius super illas attollitur Sol, eò vallium umbræ magis se comprimunt, brevioresque evadunt, usque dum Sol punctum attingit verticale, quo tempore totam illustrat cavernam, umbrâ penitus evanescente; & prædictæ valles æque clare ac montium vertices conspiciuntur; immo multo illis lucidiores. Lunæ itaque superficies præruptis montibus profundissimisque vallibus ubique scatet.

Demonstratur dari in Luna montes.

In Luna ingentes cavernæ.

Geometræ possunt montes Lunares metiri.

Montes Lunares nostris Terrestribus longe excelsiores de-

pre-

prehenduntur; possunt enim Geometræ horum altitudinem hac ratione metiri. Sit Hemisphærium Lunæ illustratum EGD, ECD Diameter circuli lucis & Umbræ Finitoris, A vertex montis, ubi primo illuminari inceperit. Observetur Telescopio, vel Micrometro, proportio rectæ AE, ad Lunæ diametrum ED; & quia ES tangit Lunæ Globum, junctâ AC, erit AEC triangulum rectangulum per 16 El. tertii. Adeoque datis AE, EC, dabitur CA, ex qua subductâ CB, æquali CE, restabit BA altitudo montis Quæsita, v. gr. Dicit Ricciolus quarto die post novilunium, se observasse montem *Stæ Katharinæ* illuminatum, ejusque distantiam AE a limite consueto illuminationis, fuisse diametri Lunaris partem decimam sextam, seu semidiametri partem octavam: Unde si EC sit partium 8, erit EA harum partium una, adeoque quadratum lateris EC erit 64, ad quod addatur quadratum lateris AE quod est 1, & per 47. *El. primi*, habebitur quadratum hypotenusæ AC æquale 65 cujus Radix Quadrata est 8, 062 æqualis AC; unde dempta BC=8 erit AB altitudo montis æqualis 0, 062, & est CB, vel CE ad AB ut 8000, ad 62, adeoque cum semidiameter Lunæ sit milliarium circiter 1182, si fiat ut 8000, ad 62, ita 1182, ad quartum, qui erit 9. Altitudo igitur hujus montis novem milliaria adæquat, estque altissimis nostris montibus triplo celsior. TAB. 20. *fig.* 3.

Qui Lunæ vultum Telescopio contemplari velit, cernet illam mirabili varietate distinctam; Quædam enim partes splendidissime lucent, quas quidam philosophi Rupes Adamantum esse prædicant, alii Unionibus vel Margaritis eas assimilant, quæ partes videntur montes parteque solidas Lunæ repræsentare; at aliæ interim partes, eæque non paucæ, nec parvæ, tanquam maculæ obscuriores, & nigri coloris apparent, quæ Maria, Paludes, & lacus, esse suspicati sunt philosophi. Verum partes has obscuriores, quas maria appellant, revera non esse liquidas exinde constat, quod si melioris notæ Telescopio inspiciantur, innumeris cavernis, seu cavitatibus vacuis (umbris intus cadentibus) constare deprehenduntur, quod maris superficiei convenire nequit: quocirca maria esse non possunt, sed materiâ constant minus candicante

Facies Lunæ mira varietate distincta.

In Luna non sunt maria.

te quam est ea, quæ in partibus asperioribus conspicitur; intra has tamen partes quædam vividiore lumine fulgent, cæterisque antecellunt. Sed neque nubes ullæ, unde pluviæ generantur; si enim essent, viderentur nunc has, nunc illas Lunæ regiones obtegere, atque visui nostro occultari, quod nunquam contingit, sed in Lunâ perpetua apparet serenitas. Præterea nec videtur Luna, Atmosphærâ donari; nam Planetæ & stellæ prope ejus marginem siti, nullam patiuntur refractionem.

Nullæ nubes.

Nulla Atmosphæra.

Astronomi selenographi. Tab. 18. *fig.* 19.

Lunæ faciem (qualem eam exhibent melioris notæ Telescopia) accurate depinxerunt Astronomi Selenographi Florentius Langrenus, Joannes Hevelius, Maria Grimaldus, & Ricciolus; & splendentes quoque partes annotaverunt, & quo melius distinguantur, iis nomina imposuerunt. Langrenus & Ricciolus regiones Lunares inter Philosophos aliosque insignes viros distribuerunt, quælibetque pars nomen celebris cujusdam Philosophi, vel Mathematici, accepit. At Hevelius veritus, ne de divisione agrorum lites inter philosophos orirentur; Ditiones Lunares ab omnibus eripuit, & Geographica nostræ Telluris nomina in Lunam transtulit, nullo habito ad figuram aut situm respectu.

LECTIO XI.

De Solis & Lunæ Deliquiis, seu de Eclipsibus.

NIhil est in Astronomiâ, quod miram humani intellectus solertiam, acremque ejus perspicaciam magis ostendit, quam defectuum Solis & Lunæ clara explicatio; & accurata prædictio, qualis apud Astronomos habetur. Subtilis quidem est hæc nostræ scientiæ pars, sed tamen certa & indubitata, quâ nihil sublimius, aut contemplatione dignius.

Eclipsis Quid est.

Est autem *Eclipsis* vox Græca, ab ἐκλείπω deficio, quæ deliquium, aut defectionem significat, unde ægri & moribundi cum deliquium animi, & languor lethalis eos corripit, in Eclipsin incidisse dicuntur. Sic etiam Luna, cum orbe pleno fulget, si in umbram Terræ incidat, vivificâ Solis luce spoliata, expallescit; & Sol vicissim interjecta Lunâ,

TAB. XVIII.
Pag. 206.



R. Blackburn Fec.


TERRA SICCITATIS
Mare Frigoris
Mare Imbrium
OCEANUS PROCELLARUM
TERRA
Mare Serenitatis
Mare Tranquillitatis
MARE FECUNDITATIS
TERRA
CALORIS
TERRA STERILITATIS
FERTILITATIS

nâ, non ſibi, ſed nobis deficiens, obſcurari videtur; tunc dicuntur Sol & Luna Eclipſin ſeu deliquium pati. Ut autem à primis principiis exordiamur.

Umbræ Corporis.

Sciendum eſt, corpus omne lucenti Soli expoſitum, *Umbram* projicere in plagam Soli oppoſitam; eſtque hæc *Umbra* nihil aliud quam privatio Lucis in ſpatio quodam, ob Solis radios ab opaco corpore interceptos. Adeoque Terra, opaca cum ſit, umbram projiciet in plagam Soli oppoſitam, in quam ſi incurrat Luna, eam obtenebreſcere neceſſe eſt. Et quia figura Telluris eſt ſphærica, Umbræ figura cylindrica foret, ſi Terra Solem magnitudine æquaret: aut ſi Solem ſuperaret, figura umbræ eſſet coni vertice truncati & craſſitie creſcens; & in utroque caſu umbra in infinitum porrigeretur; alioſque Planetas, Martem ſcil. Jovem, & Saturnum, tenebris ſuis involveret. Quod cum nunquam facit, neceſſario erit Terra Sole minor; in quo caſu, figura umbræ eſt conica in apicem deſinens.

Figura Umbræ. TAB. 20. *fig.* 4. 5.

Sol Terrâ major eſt. TAB 20. *fig.* 6.

At Luna, cum ejus diameter in diametro Umbræ Terreſtris ter contineatur, eſtque diameter Umbræ minor diametro Terræ, erit Terrâ multo minor.

Sit itaque S Sol, T Terra, Conus ABC umbra Telluris; patet nullam duci poſſe rectam lineam à Sole ad punctum quodvis intra ſpatium ABC, quæ non in Terram incidat, adeoque cum opaca ſit Terra, tranſitum Solis radiis negabit, & illuſtrationem ſpatii ABC impediet. Et ſi Luna Soli oppoſita per hoc ſpatium tranſeat, illam tenebris involvi neceſſe erit, fietque Eclipſis Lunæ tempore Plenilunii.

TAB 21. *fig.* 1.

Quando fit Eclipſis Lunæ.

Quando fit Eclipſis Solis. TAB. 21. *fig.* 2.

Quin etiam Luna ſuam quoque umbram Conicam in plagam Soli oppoſitam projiciet; ſi hæc umbra in Terram incidat, quod fieri non poteſt, niſi cum Luna in conjunctione cum Sole è Terra videtur, Incolæ iſtius partis in quam incidit umbra, in tenebris includentur, iiſque Sol videbitur deficere, quamdiu intra umbram morantur. At cum Luna multo minor ſit quam Terra, ejus umbra non poteſt niſi partem aliquam ſuperficiei Terreſtris nempe BC tegere, & totalibus tenebris involvere; reliquis interim circumjacen-

Aliquibus Terræ Locis eſt Eclipſis Solis totalis, aliquibus partialis, aliquibus nulla.

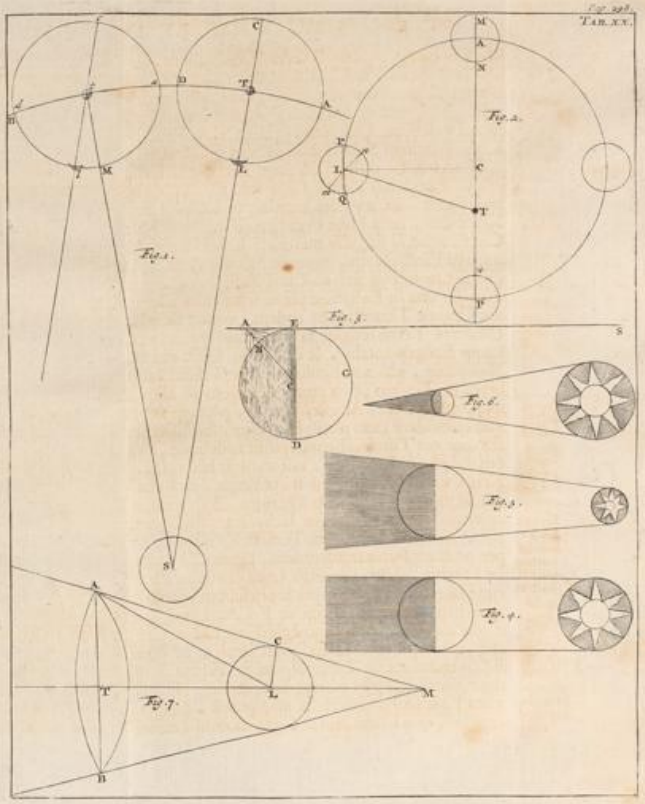
jacentes partes quidam Solis radii illuſtrabunt, & incolæ partem tantum Solaris diſci obſcuratam videbunt, majorem aut minorem, prout umbræ propiores, aut ab eâ remotiores fuerint. Et ſpeciatim qui circa P degunt, dimidium Solis eclipſari videbunt. Qui vero regiones ultra M ad N uſque colunt, ii nullam Solaris diſci partem obſcuratam percipient.

Hinc patet, nullam unquam fieri poſſe Eclipſin Lunæ niſi in Plenilunio, cum Luna ſcil. ad oppoſitionem Solis pervenerit; nec unquam contingere Eclipſin Solis, niſi in Novilunio, cum Luna in conjunctione cum Sole videtur; Cum itaque in ſingulis menſibus ſemel ſit novilunium, ſemelque Plenilunium, quæratis fortaſſe Academici, cur non ſingulis menſibus Sol & Luna Eclipſes patiantur? Et quidem ſi Luna in Eclipticæ plano ſemper incederet, cum Axis Umbræ Terreſtris in eodem quoque ſit plano, Luna Umbram Terræ ſemper in Plenilunio pervaderet, fieretque Lunæ Eclipſis totalis, & centralis. Quin etiam in ſingulis Noviluniis, ubi non nimium à Terrâ diſtat Luna, illa umbram in Terram projiceret, & Solem in aliquibus Terræ locis obſcuraret. At oſtenſum eſt, planum orbitæ Lunaris non coincidere cum plano Eclipticæ, ſed illud ſecare in rectâ quæ per Terræ centrum tranſit; adeoque Luna nunquam erit in plano Eclipticæ, niſi cum in hâc rectâ, hoc eſt in Nodis verſatur, adeoque ſi contingat, ut Luna in plenilunio ſit etiam in nodorum alterutro, Axis umbræ per Lunæ centrum tranſibit; fietque Eclipſis totalis & centralis. Exponat circulus MN umbræ Terreſtris ſectionem tranſverſam, per orbitam Lunæ tranſeuntem, Linea CD portionem orbitæ Lunaris, quam percurrit Luna tempore Plenilunii, quæ cum ſit exigua, per rectam repræſentari poteſt. Recta BGA ſit in plano Eclipticæ. Sitque F Luna cum primo umbram ingreditur. E Luna ultimo egrediens. G Luna in ipſo umbræ axe, patet hujuſmodi Eclipſim totalem & centralem eſſe. Et quandocunque Lunæ & umbræ centra in nodo coincidunt, fient Eclipſes totales & centrales. Hinc Duratio maxima Eclipſis Lunaris tanta eſſe poteſt, quanta æqualis ſit tempori, quo Lunæ motus ſupra motum umbræ Terreſtris inter-

Quare Sol & Luna Eclipſes ſingulis menſibus non patiuntur.

Eclipſes Lunæ totales & centrales.

TAB 21. *fig.* 3.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.

interea factum sit per arcum FE, quæ quatuor diametris Lunaribus est æqualis, hoc est duobus circiter gradibus, quem arcum Luna quatuor horis plerumque absolvit.

Fieri etiam possunt Eclipses totales, quæ non sunt centrales, ubi nodus non in Axe, sed ne quidem intra umbram ponitur, uti figura ostendit. Potest etiam nodus tantum ab umbrâ distare, ut non nisi pars Lunæ illam subeat, fientque Eclipses partiales, uti figura monstrat, quæ erunt majores, aut minores, prout distantia Nodi ab umbra minor majorve fuerit. Quod si contingat, Nodum tempore Plenilunii, magis tredecim gradibus ab Axe Umbræ distare, tanta tunc erit Lunæ à plano Eclipticæ distantia, ut ab umbrâ intemerata maneat. TAB. 21. *fig.* 4. *Eclipses partiales.* TAB. 21. *fig.* 5. 6.

Eclipsis Terræ.

Ut umbra Terræ in Lunam projecta efficit Eclipsin Lunæ; sic viciſſim umbra Lunæ, si in terram incidat, efficiet Eclipsim Terræ. At cum Luna multo minor sit Terrâ, non potest ejus umbra totum Terræ discum Tenebris involvere, sed exigua tantum ejus pars obscurabitur; & Eclipses hæ erunt omnes partiales; eæque solum partes tenebrescent, in quas incidit umbra Lunæ, & earum Incolæ Solem obscurari videbunt. Ideoque Eclipses Solis eas appellant, sed improprie, cum Sol lucem omnem illibatam retineat; & tantum eæ Terræ partes, quæ sub umbra versantur, lumine orbantur.

Sed ut Eclipsium Phænomena melius vobis Academici innotescant; Coni umbrosi, tam Terrestris, quam Lunaris, dimensiones exhibere convenit. Quod ut facilius fiat, libet sequens præsternere postulatum.

Lineæ à centro Solis ad Terram ductæ sunt quam proxime parallelæ.

Si à centro Solis ducantur lineæ rectæ, ad quævis Telluris puncta, eæ omnes erunt quam proxime parallelæ, nam parallelæ sunt quæ non concurrent nisi ad infinitam distantiam; adeoque quæ non currant nisi ad distantiam respectu distantiæ linearum immensam, sunt Physice parallelæ, at tanta est distantia Terræ à Sole ut ejus Diameter si ad distantiam illam comparetur, puncti instar habeatur; quod omnes agnoscunt Mathematici, nam Telluris semidiameter è Sole visa sub angulo prorsus imperceptibili, seu qui oculis distingui nequit, apparet; & tanquam punctum indivi-

sibile videtur; adeoque præ Solis distantiâ evanescet, & proinde lineæ omnes è centro ad Terram ductæ, erunt Physice parallelæ. Præterea, si recta linea in alias duas incidens, faciat duos internos angulos æquales duobus rectis, erunt lineæ in quas incidit, inter se parallelæ, per *prop.* 29. *El primi.* Sit jam AB semidiameter Terræ, C Solis centrum, ductis AC, BC, per 32. *El. primi* erunt anguli A, B, & C æquales duobus rectis, sed angulus C evanescit, & est nihilo fere æqualis, cum Tellus è Sole visa, ut punctum appareat, ergo anguli A & B sunt duobus rectis æquales, & proinde rectæ AC, BC, sunt quam proximè parallelæ. Sic etiam duo fila, ponderibus appensis pendula, pro parallelis habentur, attamen filorum directiones si producantur, concurrent ad centrum Terræ, ad quod Graviæ omnia tendunt.

Tab. 21. fig. 7.

Quæ de Terrâ hic ostensa sunt, de Lunâ quoque magis vera erunt; nam ejus semidiameter ad distantiam Solis minorem habet rationem, quam Terræ semidiameter ad eandem. At non tantum lineæ à centro Solis ad quævis in Terrâ Lunave puncta ductæ, pro parallelis habendæ sunt, sed etiam duæ lineæ à centro Solis ad Terræ Lunæque centra ductæ à paralleliſſimo sensibiliter non aberrabunt. Nam angulus quem continent præsertim in *Syzigiis* tam parvus est, ut tuto negligi potest, ejusque neglectus calculum, & Eclipsium Phases, minime turbabit.

Hoc etiam Lemma demonstratu facile præmittimus.

Tab. 21. fig. 8.

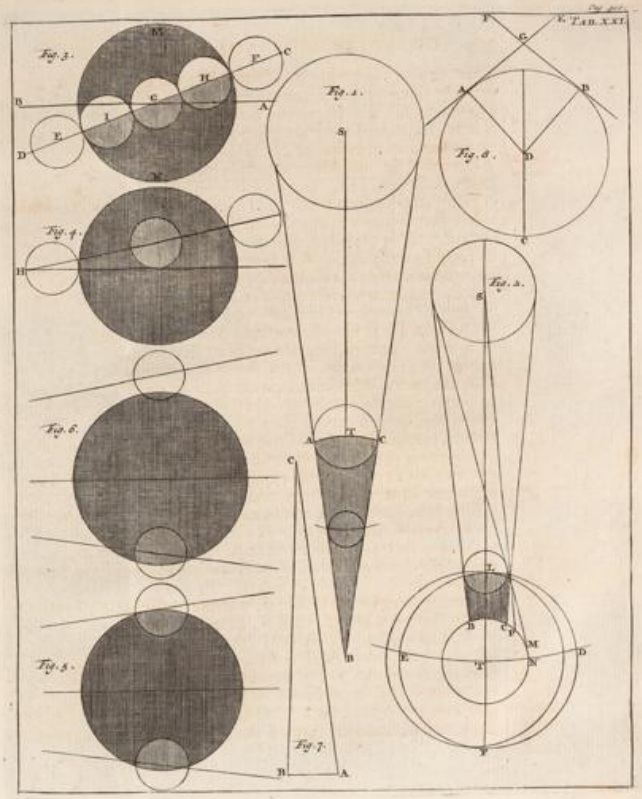
Si circulum ABC *tangant rectæ* AE, BF, *& a punctis contactuum ad centrum ducantur rectæ* AD, BD, *Angulus ad centrum ductis lineis contentus, æqualis erit ei quem continent rectæ tangentes.*

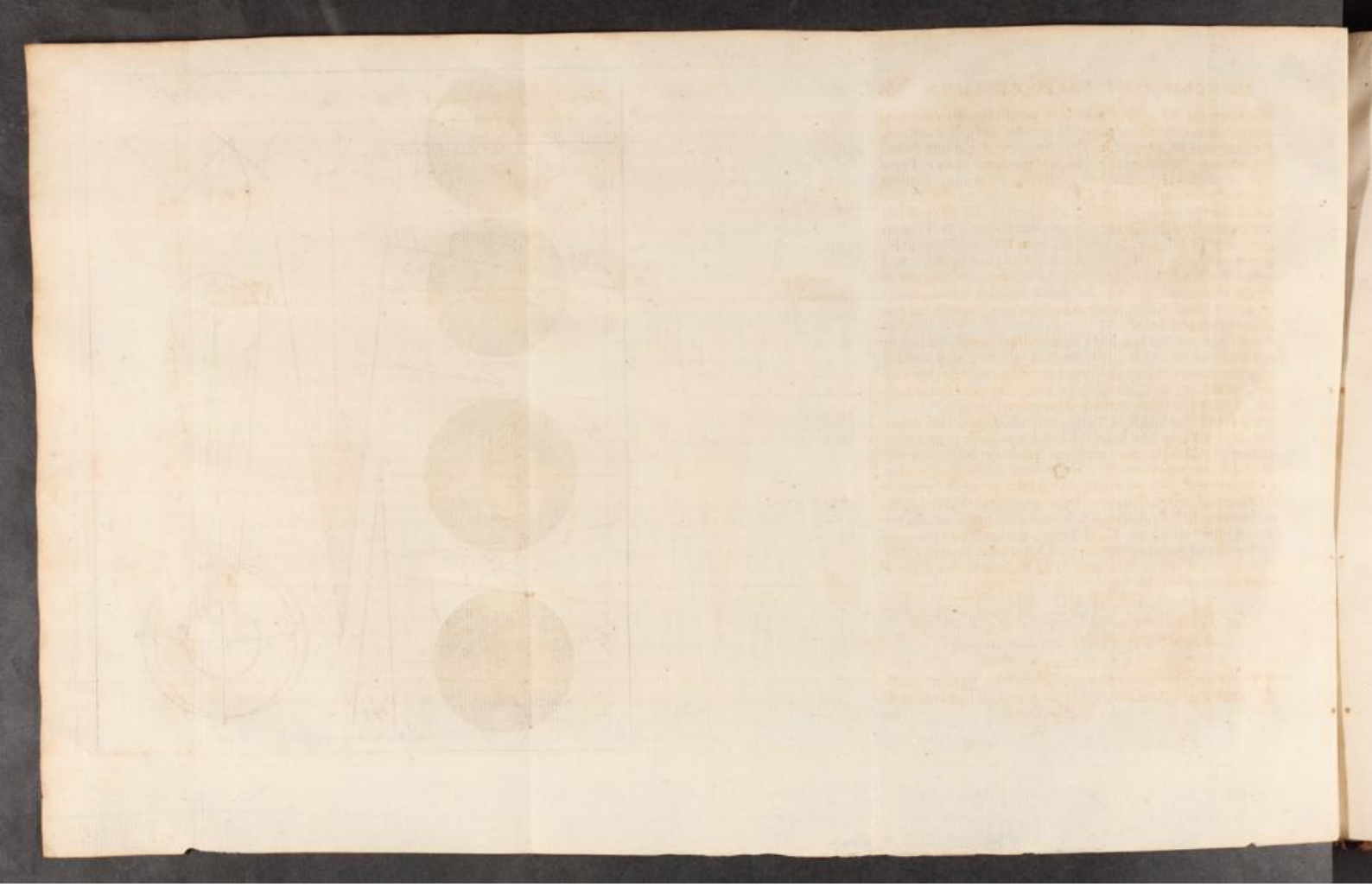
Nam in quadrilatero GADB, omnes anguli efficiunt quatuor rectos, sed anguli A, & B, sunt recti per 18. Elem. tertii, quare anguli AGB & D sunt æquales duobus rectis. sed per 13 *El primi* AGB & AGF sunt æquales duobus rectis, quare angulus D erit æqualis angulo AGF.

Dimensio anguli coni Umbrosi.

Tab. 22. fig. 1.

Circulus ABK repræsentet Telluris globum, AM rectam quæ Terræ & Solis centra conjungit, ad quam sit perpendicularis semidiameter Terræ CB. si à B ad centrum Solis du-


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.



ducatur recta BF, erit illa ad CM parallela, uti oſtenſum fuit, ſaltem recta illa à parallelâ minime poſitione differet. Fiat angulus BCD æqualis ſemidiametro apparenti Solis, hoc eſt æqualis angulo ſub quo ſemidiameter Solis è Terra videtur, & per D ducatur tangens DG, eritque per Lemma ſuperius traditum, angulus GEF, æqualis angulo BCD, ſeu ſemidiametro apparente Solis, adeoque cum BF ad centrum Solis tendit, recta GED Solis limbum tanget, & Terram quoque in D ſtringet, & producta cum HC concurret in H, eritque angulus DHC ſemiangulus Coni umbroſi. Sed quia FE eſt ad MH parallela, DHC angulus æqualis erit GEF angulo, *per 29. El. primi* hoc eſt ſemidiametro apparenti Solis. Adeoque totus angulus coni æqualis eſt diametro apparenti Solis.

Similiter in Luna hoc idem demonſtrari poteſt, & eâdem manente Solis diametro, in omnibus ſphæris, quæ Tellure non ſunt majores, æquales erunt anguli Conorum quæ umbras includunt, & Coni umbroſi erunt ſemper figuræ ſimiles. Quod hâc etiam ratione demonſtrari poteſt. *In omnibus ſphæris anguli conorum, qui umbras includunt, ſunt æquales.*

Sit AGF Sol, DEH Terra, vel aliud quodvis corpus Sphæricum Terrâ non majus, SC linea jungens centra Solis & Terræ; AD recta quæ utramque ſphæram tangit cum SC productâ concurrens in M. Erit angulus AMS ſemiangulus Coni umbroſi. Et in triangulo SDM, angulus externus ADS, æqualis eſt duobus internis & oppoſitis DMS, & DSM; ſed angulus DSM ſub quo ſcil. è Sole videtur ſemidiameter Terræ, fere nullus eſt. Nam Terra, uti ſæpius dictum eſt, è Sole viſa ut punctum apparet. Quare erit angulus DMS ſemiangulus Coni æqualis angulo ADS ſemidiametro apparenti Solis. Q.E.D. TAB. 22. fig. 2.

LECTIO XII.

De Penumbra ejuſque Cono, de Coni umbroſi altitudine, & Umbrarum diametris apparentibus.

Præter umbram omni luce privatam, eſt & ſpatium quoddam Penumbroſum, quod ab aliquibus Solis radiis illu- *Penumbra quid?*

luſtratur, reliquis per opacam Sphæram interceptis; cujus partes diverſos obtinent illuminationis gradus, ſcil. minores aut majores, prout umbræ propiores ſunt, aut ab eâ remotiores: hoc ſpatium *Penumbra* dicitur; eamque ſic determinamus.

TAB 22. *fig.* 3. Exponat circulus AEFG Solem, HED ſphæram quamlibet opacam, v. gr. Lunam, SC ſit linea centra conjungens; ducatur recta FDO inferiorem Solis limbum, ſuperioremque Lunæ contingens. Item AHP ſuperiorem Solis, & inferiorem Lunæ limbum lambens, quæ rectam SC ſecent in I. Si manente puncto I immobili, recta IDO, vel IHP, indefinite protenſæ, & Lunæ Globum ſemper contingentes, motu conico circa Axem IM vertantur, generabitur ſuperficies conica Indefinita PHDO umbram perfectam includens, & etiam ſpatium circumambiens ODM, PHM, à quo radii ab aliquibus Solaris diſci partibus prodeuntes arcentur per interpoſitam ſphæram opacam; hoc ſpatium *Penumbra* dicitur, quæ obſcurior eſt in X & Y verſus coni umbroſi oras quam in V & N quæ loca à ſuperficie Penumbræ conica minus diſtant. Nam loca X & Y à minore Solaris diſci parte illuſtrantur, quam reliqua ab axe Coni magis remota. Si itaque Tellus intra hoc ſpatium verſetur, quædam ſuperficiei Terreſtris pars ad S poteſt totalibus tenebris includi. Et ſpectatores in eâ degentes totalem Solis Eclipſim videbunt. At qui extra Umbram degunt, in cono tamen Penumbroſo locati, ut ad Q aliquam ſaltem Solaris diſci portionem videbunt, reliquâ per Lunam tecta. Nam ducatur QD Lunam tangens & ad Solem producta, manente puncto Q, ſi motu conico circumagatur QD indefinite protenſa; ſuperficies quam deſcribit Conicam abſcindet Solaris diſci portionem à Luna tectam.

Coni penumbroſi dimenſio TAB 22. *fig.* 4. Coni penumbroſi dimenſio hac ratione habetur. Circulus HDL ſphæram opacam v. gr. Lunam repræſentet; cujus & Solis centrum conjungat linea SC, ad quam perpendicularis ſit ſemidiameter Lunæ CB, & eidem parallela BF, Lunam tangens. Fiat angulus BCD æqualis apparenti Solis ſemidiametro, per D ducatur tangens DG, eritque per Lemmâ,

ma, angulus FEG æqualis angulo BCD, seu semidiametro Solis; adeoque cum EF ad centrum Solis tendat, EG Solem ad superiorem marginem continget. Sed & Lunam quoque tangit; adeoque puncto ejus I manente immobili, si motu conico feratur, conum penumbrosum efficiet. Ob parallelas autem EF, CS, erunt anguli FEI, EIC alterni æquales. Sed angulus EIC est semiangulus Coni Penumbrosi. Et est FEI semidiameter apparens Solis; erit itaque semiangulus Coni semper æqualis semidiametro apparenti Solis. Conus itaque umbrosus & Penumbrosi pars ea quæ Solem & sphæram opacam interjacet, sunt figuræ similes & æquales, habent enim angulos & bases æquales.

Altitudo Coni umbrosi Terræ. Tab. 22. *fig.* 5.

Coni umbrosi terrestris altitudo sic invenitur. Sit CT semidiameter Terræ, TM altitudo Coni. Posito TM radio erit CT sinus anguli TMC semianguli coni, qui æqualis est semidiametro apparenti Solis, in mediocri ejus distantia, circiter 16′; Fiat igitur ut sinus 16′, ad radium, ita semidiameter Terræ, ad quartum; & invenietur TM æqualis 2148. semidiametris Terrenis. At quando Terra maxime à Sole distat, semidiameter Solis seu semiangulus Coni est 15′: 50″ & tunc altitudo umbræ evadit æqualis 217 semidiametris Terræ. Cum Terræ diameter sit ad diametrum Lunæ ut 100 ad 28. erit Altitudo Coni terrestris ad altitudinem coni umbrosi Lunæ in eadem ratione; sunt enim Figuræ similes, adeoque erit æqualis 59. 36 semidiametris Terræ. Hinc si distantia Lunæ à Terra ejus mediocrem distantiam (quæ 60 circiter semidiametris Terræ æqualis est) superet, umbrosus Lunæ Conus ad Terram non pertinget; in quo casu, Eclipsis potest esse centralis, at non Totalis; sed circa Lunam luminosus Solis circulus quasi annulus, aureus eam cingens, apparebit. Sequitur etiam quod si tempore Eclipseos, Anomalia Lunæ minor sit tribus signis, aut major novem, fieri non potest Eclipsis Solis totalis; in his enim omnibus Anomaliæ gradibus, Lunæ distantia est major mediâ.

Altitudo Coni umbræ Lunæ.

Quanta superficiei Terrestris pars Umbrâ includi potest.

Ut inveniatur quanta Terrenæ superficiei pars Lunari umbra involvi potest. Ponamus distantiam Solis esse maximam, in quo casu Altitudo Coni umbrosi est maxima, scil. circiter

ter 60 ſemidiametris Terræ. Ponamus etiam diſtantiam Lunæ à Terra eſſe minimam, ut craſſior pars umbræ in Terram incidat, eſtque hæc diſtantia minima æqualis circiter 56. ſemidiametris Terræ.

TAB 23. *fig.* 1. Sit L Luna, ABD, Terra, cujus centrum T, LM altitudo coni umbroſi, æqualis 60 ſemidiametris Terræ; LT diſtantia Lunæ à Terra æqualis 56 ſemidiametris. Erit itaque TM æqualis quatuor ſemidiametris Terræ, unde TB, ad TM, ut 1, ad 4, ſed ut TB, ad TM, ita ſinus anguli TMB, ad ſinum anguli TBM, eſt vero angulus TMB 15′: 50″ adeoque innoteſcet angulus TBM 63. min. primis cum 13 ſecundis cui ſi addatur angulus TMB 15′: 50″; habebitur angulus ATB, qui his duobus eſt æqualis nempe 79 min. prim. quibus æqualis eſt arcus AB, cujus duplum BAC eſt 158 min. ſeu 2 grad. 38 minut. ſeu milliaribus Anglicanis 180 circiter. Supponimus hic Axem umbræ tranſire per centrum Terræ; At ſi Axis hic ſit ad Terræ ſuperficiem obliquus, Conus oblique ſecabit ſuperficiem Terræ & figura umbræ evadet Ovalis.

Quantam ſuperficiei partem penumbra continet.

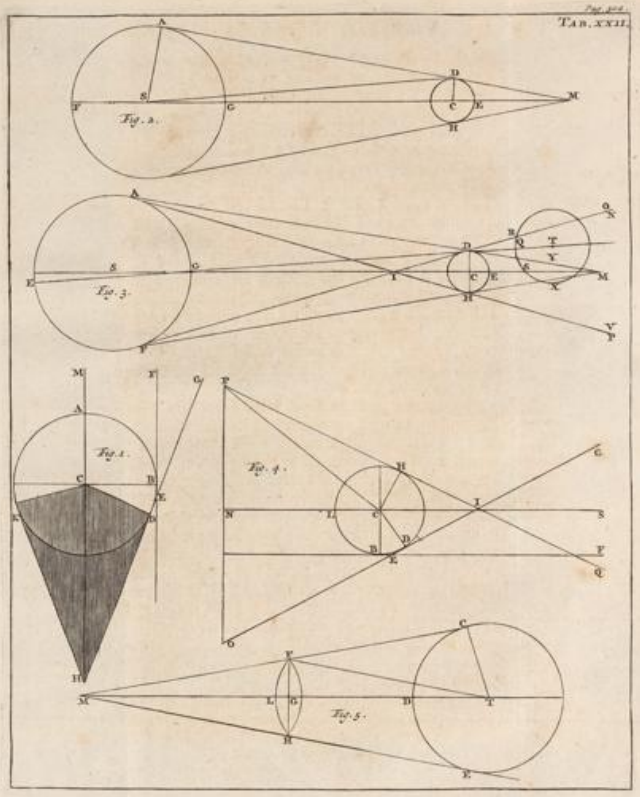
Si quæratur quanta ſuperficiei Terreſtris pars poteſt in Penumbra Lunari contineri; illam hac ratione exquirere licet. Ponamus apparentem Solis diametrum eſſe maximam, cum ſcil. Terra eſt in Perihelio, eſtque illa 16′: 23″ Sit jam ABD Terra, L Luna, AMB ſemiangulus coni Penumbroſi 16′ 23″. unde invenietur altitudo LM æqualis 58′ ſemidiametris terreſtribus. Sit Luna in Apogeo, adeoque in diſtantiâ à Terra maximâ, quæ eſt 64 ſemidiametris Terræ; hinc eſt TM æqualis TL+LM æqualis 122 ſemidiametris Terræ, adeoque TB, ad TM, 1 ad 122; ſed per Theorema Trigonometricum eſt TB, ad TM, ut ſinus anguli TMB ſcil. ſinus 16′: 23″ ad ſinum anguli MBN, qui itaque erit 35′ 42′. à quo ſi ſubſtrahatur angulus TMB, 16′ 23″, reſtabit angulus MTB, ſeu arcus AB 35° 25′: cujus duplus eſt arcus CAB æqualis 70. grad. min. 50. qui conſtat circiter 4900 milliaribus Anglicanis.

TAB. 23. *fig.* 2.

Apparens diameter Umbræ terreſtris.

Si conus Terræ umbroſus, ad Lunæ cælum plano transverſe ſecetur, Sectio fit circulus, quæ umbra dicitur, cujus

TAB. XXII.





jus apparens diameter è centro Telluris visa sic determinatur: sit T centrum Terræ, CMT semiangulus Coni umbrosi; FLH sectio umbræ ad Lunæ cælum, ejusque diameter FH. Ex noto semiangulo coni innotescet ejus altitudo TM; datur etiam TL distantia Lunæ à Terra; unde innotescet quoque ML, sed datur angulus FML, æqualis scil. semidiametro Solis apparenti; anguli autem sub quibus idem objectum videtur, sunt reciproce ut distantiae unde videtur objectum; quare si fiat ut TG ad MG, ita angulus FMG notus ad angulum FTG, qui propterea innotescet. TAB. 22. fig. 5.

Quin etiam hâc ratione obtineri potest angulus FTG; scil. datâ FT distantiâ Lunæ à Terrâ & CT semidiametro Terræ, dabitur angulus CFT semidiameter apparens Terræ è Luna visa quæ *Parallaxis Lunæ horizontalis* dicitur, utpote quæ eidem est æqualis; quare in triangulo TFM; est angulus externus CFT, æqualis duobus internis & oppositis; adeoque si ab angulo CFT noto, auferatur angulus FMT notus, restabit angulus FTM vel FTG apparens umbræ semidiameter. Apparentes autem Terræ semidiametri seu Lunæ Parallaxes horizontales, pro variis ejus à Terrâ distantiis, habentur in Tabulis Astronomicis. *Alia methodus idem exquirendi.* *Parallaxis Lunæ horizontalis.*

Sit vel ☊L portio orbitæ Lunaris, quam Luna prope plenilunium percurrit, quæ cum parva sit pro recta haberi potest, per quam transeat planum ad Eclipticæ planum normale illudque secat in recta ☊M, in quam ex L cadat perpendicularis LG, circulus FMO repraesentet umbram Terræ, cujus centrum G, erit GL latitudo seu distantia Lunæ ab Ecliptica, momento plenilunii, quæ parum differt à Lunæ distantia minima. Patet si GL Latitudo Lunæ major sit quam summa semidiametrorum umbræ & Lunæ, tunc Lunam in umbram non incurrere. Neque fiet Eclipsis. At si Latitudo Lunæ sit huic summæ æqualis, Lunæ limbus tanget umbram, sed non ingredietur. Si Latitudo Lunæ sit minor summâ semidiametrorum umbræ & Lunæ, at major earum differentiâ, fiet Eclipsis partialis. At si Latitudo sit minor eâdem differentiâ semidiametrorum umbræ & Lunæ Eclipsis erit totalis. Hinc innotescent termini Ecliptici, quibus si distantia Lunæ à nodo sit minor, tempore Plenilunii fieri potest *Quando fient Eclipses Lunæ.* TAB 23. fig. 3. 4. 5. fig. 3. fig. 4. fig. 5. *Termini Ecliptici.*

TAB. 23. *fig.* 6. teſt Eclipſis: ſi major, non poteſt. Referat ☊ S portionem Eclipticæ, ☊ L portionem orbitæ Lunæ, SL latitudinem Lunæ tempore plenilunii; quæ latitudo ſit talis, ut Lunæ limbus tangat circulum umbroſum, ſitque Nodus ad ☊, angulus L☊S eſt inclinatio orbis Lunaris ad Eclipticam 5 circiter graduum, & LS Latitudo Lunæ, ubi ejus limbus contingit umbram 66′. min. Itaque datis LS & angulo L☊S invenitur ☊ S ſeu diſtantia puncti Eclipticæ Soli oppoſiti, à nodo ſcil. 754. min. ſeu 12 gr. 34′ unde ſi longius diſtet punctum Eclipticæ Soli oppoſitum, vel Luna à ☊. nulla erit Eclipſis.

TAB. 23. *fig.* 7. Sit L Lunæ centrum, ejus Conus umbroſus DME, hic conus ad diſtantiam Terræ plano tranſverſe ſecetur, ſectio fiet circulus, cujus ſemidiameter dicitur ſemidiameter umbræ Lunæ; angulus autem, ſub quo ſemidiameter umbræ ex Lunâ viſa apparet, æqualis eſt differentiæ ſemidiametrorum apparentium Solis & Lunæ è Terra viſarum. Eſt enim angulus LPD ſemidiameter apparens Lunæ, æqualis duobus internis angulis PLM, & PML; unde angulus PLM vel PLT ſemidiameter apparens umbræ æqualis eſt angulo LPD dempto angulo LMP, hoc eſt ſemidiametro Lunæ apparenti dempta ſemidiametro apparenti Solis.

Apparens umbræ Lunaris diameter è Luna viſa.

Apparens Penumbræ diameter. TAB. 20. *fig.* 7. Sit L Luna, AMB conus penumbroſus ad terram uſque protenſus, ejuſque Axis MT; ſi conus per T tranſverſe plano ſecetur, fiet circulus, cujus ſemidiameter AT, dicitur Penumbræ ſemidiameter; & angulus ſub quo illa ex Lunâ apparet eſt TLA, qui cum trianguli LMA externus ſit angulus, erit æqualis internis & oppoſitis LAM & LMA; ſed angulus LMA eſt ſemiangulus coni, & æqualis ſemidiametro apparenti Solis & MAL ſeu CAL æqualis eſt ſemidiametro apparenti Lunæ, ex Terra conſpectæ, unde ſemidiameter apparens Penumbræ ex Lunâ viſa, æqualis erit ſummæ ſemidiametrorum apparentium Solis & Lunæ.

Via Lunæ à Sole. Si nullus eſſet motus Solis apparens, ex motu reali Terræ ortus, *via Lunæ a Sole* eadem eſſet ac via in propria orbita. At quia dum Luna in orbita progreditur, Sol etiam in Ecliptica incedere videtur, via Lunæ à Sole diverſa erit

ab

ab orbitâ Lunæ, ejuſque inclinatio ad Eclipticam major erit inclinatione orbitæ Lunaris ad eandem. Sit ☊ A Lunaris orbitæ portio, & Sol & Luna conjungantur in ☊ deinde dum Luna in orbita deſcribit ſpatium ☊ L, Sol in Ecliptica per ſpatium ☊ S motu apparenti feratur, erit SL via Lunæ à Sole. At ſi duo corpora ſecundum eandem plagam ferantur, motus ipſorum relativus, quo unum ab altero recedit, idem erit ac ſi corpus tardius motum quieſceret, & alterum cum velocitatum differentia latum eſſet, ut in Lectionibus Phyſicis demonſtratur. Per Lunæ locum L ducatur BL Eclipticæ parallela, cui ſit perpendicularis ☊ B. Et dum Luna in orbitâ lineam ☊ L deſcribit motus ejus ſecundum Eclipticam erit per ſpatium æquale BL, ſit L *l* æqualis S ☊, & ducta ☊ *l*, erit ea ad SL parallela, motuſque Lunæ à Sole, idem erit ac ſi Sol in ☊ quieſceret, & Luna ſecundum Eclipticam lata eſſet, velocitate B *l*, velocitatum ſcil. differentiâ. Cum autem anguli BL☊, & B *l* ☊ parvi ſint, erit angulus BL☊ ad angulum B *l* ☊, ut B *l* ad BL; hoc eſt ut differentia motuum Solis & Lunæ ſecundum Eclipticam ad motum Lunæ in Eclipticâ, ita erit angulus quem facit orbita Lunæ cum Ecliptica, ad angulum B *l* ☊; qui æqualis eſt angulo *l*☊E, ſeu LSE angulo inclinationis viæ Lunæ à Sole cum Eclipticâ. Tab. 25. fig. 8.

Hinc quoque innoteſcet angulus, quem circulus Latitudinis per quodvis Eclipticæ punctum ductus facit cum via Lunæ à Sole. Nam in Triangulo Sphærico rectangulo, quem Ecliptica, via Lunæ, & circulus Latitudinis faciunt, datur unus angulus, Inclinatio viæ Lunæ ad Eclipticam, & baſis, diſtantia ſcil. circuli Latitudinis à Nodo, unde & alter angulus acutus dabitur.

LECTIO XIII.

De Projectione Umbræ Lunaris in Telluris Diſcum.

SI linea recta in planum ſibi parallelum projiciatur, demiſſis à ſingulis ejus punctis perpendicularibus in planum, Projectio, ſeu locus ubi perpendiculares planum offendunt, erit linea recta priori parallela, & æqualis; nam perpendicula-

culares, quæ ab extremis Rectæ punctis in planum ducuntur, ſunt parallelæ & æquales, unde quæ ipſas conjungunt rectæ lineæ, æquales & parallelæ erunt. Hinc ſi duæ rectæ lineæ ſeſe contingentes, plano alicui ſint parallelæ, ipſarum in planum illud Projectiones, & ipſæ rectæ lineæ æquales angulos continebunt, uti liquet per 10. El. XI. Adeoque ſi Figura quælibet plana in planum ſibi parallelum projiciatur, Projectio erit figura ei ſimilis & æqualis.

At ſi linea ad planum inclinetur, ejus projectio, demiſſis perpendicularibus in planum, erit ad ipſam lineam, ut coſinus anguli inclinationis ad radium. Sit AB linea ad planum inclinata, & DE repræſentet planum ad quod inclinatur, demiſſis à punctis A & B perpendicularibus rectis A *a* B *b*; erit *a b* projectio lineæ AB, cui ſi ducatur per B parallela BC perpendiculari A *a* occurrens in C, erit BC æqualis *ab*; ſed eſt BC ad AB, ut coſinus anguli ABC ad radium; unde erit *a b* ad AB, ut coſinus anguli inclinationis ad radium. Hinc ſequitur figuram omnem, cujus planum ad planum projectionis eſt perpendiculare, projici in lineam rectam. Nam perpendiculares à quibuſvis plani punctis in planum projectionis demiſſæ, ſemper cadent in communem planorum ſectionem. Hujuſmodi linearum & Figurarum projectio Dicitur *Projectio Orthographica.*

TAB. 13. *fig.* 9.

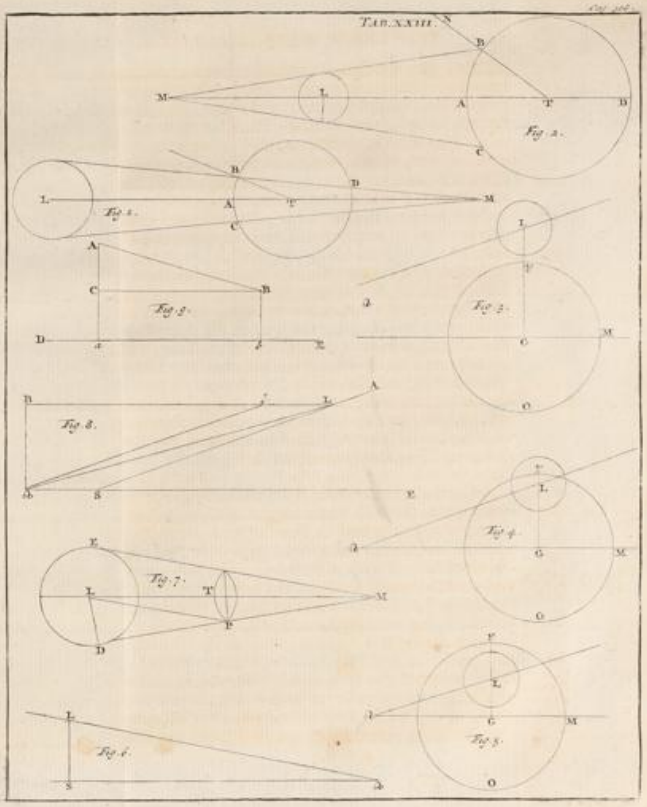
Projectio Orthographica.

Si per Telluris centrum tranſire concipiatur Planum, ad quod recta, Solis & Terræ centra conjungens, ſit perpendicularis, planum hoc in Terrâ efficiet circulum, qui Hemiſphærium illuſtratum à tenebroſo diſtinguet; quemque circulum lucis & umbræ Finitorem in ſuperioribus lectionibus nominavimus; hic *Telluris Diſcum* appellari illum liceat, qui diſcus ſpectatori in Lunæ cœlo, & in recta quæ centra Solis & Terræ conjungit conſtituto, directe obvertitur, & in illum Æquator Terreſtris, ejuſque Paralleli, Poli & circuli omnes in ſuperficie Terræ projici videntur. Nam rectæ è centro Solis ad quælibet diſci puncta cenſendæ ſunt parallelæ, adeoque cum ea linea, quæ ad centrum diſci ducitur, ſit ejus plano perpendicularis, erunt reliquæ omnes, a centro Solis ductæ & per quælibet Telluris puncta transeuntes

Telluris Diſcus

Projectio in Diſcum Orthographica.

TAB. XXIII.


N
B
M
L
A
T
D
C
Fig. 1.
B
D
L
A
T
M
C
Fig. 2.
A
C
B
D
a
b
c
Fig. 3.
I
Ψ
a
C
M
O
Fig. 8.
B
L
A
a
S
E
Fig. 4.
Ψ
L
a
G
M
O
E
Fig. 7.
L
T
M
P
D
Fig. 5.
F
L
a
G
M
O
L
Fig. 6.
S
a

euntes lineæ, ad disci planum normales. Præterea per conversionem Telluris circa proprium Axem, Regiones omnes Terrestres, Civitates & oppida, semitas in hoc disco describere à spectatore in Lunæ cœlo conspicientur. Nam vertigine diurnâ Æquatorem, vel ei parallelos describunt, & si Sol sit in Æquinoctiali plano, hi circuli, cum in hoc casu sint ad planum disci recti, in rectas lineas projicientur: at in aliis casibus projicientur in Ellipses quæ erunt semitæ, quas spectator loca Telluris in disco percurrere videbit. Et si per Polum Telluris circulus immobilis traducatur, cujus Planum productum per Solem transeat, fiet Meridianus Universalis; ad cujus Planum cum locus quilibet pervenerit, fit istius loci incolis meridies: cum vero locus quilibet marginem disci occidentalem primo attigerit, istius loci incolæ Solem orientem videbunt. At spectator in Lunæ cælo, locum in disco oriri aspiciet; & versus orientem progredi, cumque meridianum transiverit, locus Sole orientalior factus Sol è Terra versus occidentem vergere apparebit; ad marginem denique disci orientalem pervento loco, mox is occidere & in tenebrosâ Telluris parte se abscondere, è Luna videbitur, cum Loci Incola Solem occidentem & è conspectu ejus sese subducentem videbit. *Meridianus Universalis.*

Disci magnitudo per angulum sub quo Terræ semidiameter è Luna videtur, æstimatur; Estque idem angulus qui Parallaxis Lunæ Horizontalis dicitur. Et si a Lunâ in planum Eclipticæ perpendicularis demittatur, quæ Lunæ distantiam ab Ecliptica metitur, erit hæc linea plano disci parallela, adeoque in rectam sibi æqualem & parallelam projicietur in planum disci; eritque angulus sub quo projectio è Luna apparet, æqualis angulo sub quo ipsa perpendicularis è Terra videtur; nam æquales rectæ ex æqualibus distantiis directe visæ, sub æqualibus angulis videntur. *Disci magnitudo.*

Via Lunæ à Sole, si ejus capiatur pars illa exigua, quæ tempore Eclipsis Disco obvertitur, pro recta linea haberi potest, & in disco in rectam sibi æqualem projicietur, ejusque projectio cum circulo Latitudinis projecto eundem angulum continebit, quem via Lunaris facit cum eodem in *Via Lunæ à Sole in discum projecta.*

Eclipticâ. Hanc lineam centrum Penumbræ in plano disci exceptæ percurrere videbitur.

TAB. 24. *fig.* 1. *Latitudo Lunæ in discum projecta.*

Circulus DKG Telluris discum repræsentet, cujus semidiameter tot contineat partes quot parallaxis Lunæ horizontalis, seu semidiameter apparens Terræ è Luna visa constat scrupulis. Linea NT sit distantia Lunæ à plano Ecliptice tempore novilunii in planum disci projecta, tot etiam constans partibus, quot Latitudo Lunæ habet scrupula. ☊ K Ecliptice portio ☊ *l* viæ Lunaris à Sole portio in disci planum projectæ. Ex centro disci T, in Penumbræ semitam demittatur perpendicularis TV; hæc recta metitur minimam distantiam centrorum Disci & Umbræ Lunaris. Centro V describatur circellus parvus, cujus semidiameter sit æqualis excessui semidiametri Lunæ apparentis supra Solis apparentem diametrum: circellus ille umbram Lunarem exponet, nam ostensum est Umbram illam è Luna visam æqualem esse differentiæ apparentium diametrorum Solis & Lunæ. Rursus si describatur circulus HM priori concentricus, cujus semidiameter VM sit ad semidiametrum disci, ut summa semidiametrorum Solis & Lunæ ad diametrum apparentem Terræ, seu ad parallaxem Lunæ horizontalem circulus hic penumbram Lunarem exponet, in ejus distantiâ à centro disci minimâ. Ostensum enim est semidiametrum apparentem penumbræ huic summæ fuisse æqualem. Adeoque si hic circulus discum non attingat, nulla omnino futura est Solis Eclipsis; hoc est si distantia illa VT major sit summâ semidiametrorum disci & Penumbræ, vel quod idem est, major summâ semidiametrorum Solis & Lunæ & Parallaxis Lunæ horizontalis, nulla habebitur Eclipsis: si distantia VT huic summæ sit æqualis, Penumbra Terram stringet, in illam tamen non incurret. At si VT sit hâc summâ minor, hoc est si VT, sit minor quam VM, & TR, aliquam disci Telluris partem Penumbra teget. Et qui segmento RZMY includuntur, Eclipsim Solis partialem saltem videbunt.

Quando Terra ab Eclipsi immunis est.

TAB. 24 *fig.* 2. *Quando Eclipses Partiales.*

Si vero distantia minima TV, sit minor differentiâ semidiametri disci, & circelli penumbrosi, hoc est si minor sit differentiâ semidiametrorum Solis & Lunæ & Parallaxi Lunæ ho-

Quando Eclipses Solis totales.

horizontali simul sumptis, circellus umbrosus aliquam discí partem percurret, inque iis locis per quæ transit, Eclipsim Totalem Solis efficiet. Eclipsis illa Totalis semper fit sine notabili morâ, quia circellus admodum parvus est, cum Lunæ apparens diameter Solis apparentem diametrum parum superet: & raro excessus hic seu diameter umbræ duobus minutis primis adæquatur, quod spatium in plano discí ab umbra percurretur quatuor circiter horæ minutis primis; ejus tamen mora in aliquo loco longior esse potest, ob motum loci interea factum secundum eandem plagam. TAB. 24. fig. 3.

Termini Eclipticí.

Hinc innotescent termini Ecliptici, seu distantia Lunæ à nodo tempore conjunctionis ut possibilis sit Eclipsis Solis; Sit enim circulus ROG discus Terrestris, ☊ TK linea sit intersectio plani Ecliptícæ cum plano discí, estque projectio portionis Ecliptícæ in idem planum ☊N portio viæ Lunaris in planum discí projectæ. TV minima distantia centrorum umbræ & discí similiter projecta, æqualis semidiametro discí & semidiametro penumbræ simul sumptis: in Triangulo ☊TV, datur latus TV, quod cum maximum est, 94½ minutis primis constat, datur quoque angulus ad ☊ qui cum minimus est, constat gradibus 5. min. 30. unde invenietur ☊T æquale 986 minutis primis seu grad. 16. min. 26., cumque in hoc casu penumbra Telluris discum tantùm stringit, necesse est ut tempore noviluni Ecliptici Luna à nodo minus distet quam 16 gr. 26. TAB. 24. fig. 4.

Tempus Eclipsationis mediæ.

Referat ut prius RKG discum Terrestrem, ☊TK portionem Ecliptícæ in discí planum projectam, ☊*l* semitam centri penumbræ per discum transcurrentis, erit TN Latitudo Lunæ, & TV minima distantia centrorum umbræ & discí. Sit circulus OPQ penumbra, à D per VN ad *l* pergens, in cujus medio est circellus umbram repræsentans, sitque notum tempus conjunctionis, seu cum penumbræ centrum est in N, quod per Tabulas Astronomicas datur; dabitur inde tempus cum centrum Umbræ est in V, hoc est tempus Eclipsationis mediæ. Nam in triangulo rectangulo TVN, datur TN latitudo Lunæ, & angulus TNV, quem circulus TAB. 24. fig. 5.

Lati-

titudinis facit cum via Lunæ unde innoteſcet VN, & TV; ſed ex motu Lunæ à Sole dabitur tempus, quo umbræ centrum percurrit ſpatium VN, hoc tempus à tempore conjunctionis ſubductum, vel additum, dabit tempus Eclipſationis mediæ. Præterea in triangulo rectangulo DTV, dantur DT ſumma ſemidiametrorum diſci & Penumbræ, & TV diſtantia minima jam inventa, ex his innoteſcet DV, & inde tempus quo umbra percurret arcum DV, hoc eſt ſemiduratio Eclipſeos in diſco, & hinc quoque datur punctum temporis quando Penumbra diſcum primo attingit, & ſimiliter invenietur tempus quando ipſum relinquit.

Semiduratio Eclipſeos.

Locus cui Sol dato temporis momento eſt verticalis

Dato Loco Solis in Ecliptica pro quovis temporis momento, exinde innoteſcet locus in ſuperficie terreſtri, cui Sol eo momento eſt verticalis, ſeu in cœli puncto altiſſimo. Nam loci Latitudo eſt æqualis declinationi Solis, ſeu diſtantiæ ejus ab æquatore; & Longitudo a loco quo tempus computatur habetur, vertendo tempus à meridie in gradus & minuta Æquatoris, ſingulis horis quindecim gradus, ſinguliſque minutis quindecim gradus minuta aſſignando, v. gr. Longitudo loci in cujus vertice eſt Sol, cum Oxonii hora nona & dimidia matutina numeratur, habetur ſubſtrahendo 9 h. 30′ à 12 & reſtabunt horæ 2. 30′ quæ in 15 ductæ efficiunt gradus 37: minut. 30. Locus itaque ille erit gr. 37, min. 30. Oxonio orientalior.

Elevatio Poli ſupra diſcum.

Tab 24. *fig.* 6.

Circulus FRK ut prius repræſentet Telluris diſcum, FTK portionem Ecliptice in diſcum projectam, cui ſit normalis TR, erit illa axeos Ecliptice projectio & punctum R ejuſdem polus, ſitque P polus Terræ projectus. Per T & polum P concipiamus tranſire circulum TPS qui meridianum univerſalem repræſentet, & Elevatio Poli ſupra diſci planum æqualis erit declinationi Solis. Nam arcus meridiani inter Solem & diſci peripheriam interceptus eſt circuli quadrans; & arcus ejuſdem meridiani inter æquatorem & polum eſt quoque circuli quadrans. Quare ab æqualibus ablato communi TP, erit PS elevatio poli ſupra diſcum, æqualis diſtantiæ Solis ab Æquatore.

Notandum eſt quando Sol tenet ſigna ♑ ♒ ♓ ♈ ♉ ♊ ſeu po-

potius quando Terra tenet signa opposita, Punctum S, ubi meridianus disci peripheriæ occurrit, cadere ad dextram Poli Eclipticæ, at quando in reliquis sex signis sit, punctum illud erit ad sinistram respectu poli Eclipticæ, secus ac fit ubi projectio concipitur fieri in plano ad Lunæ cælum, quod est ad planum disci parallelum; quodque per rectam jungentem Solis & Terræ centra transit.

Positio meridiani per Solem transeuntis determinatur.

Ut habeatur angulus RTS, seu disci arcus RS, inter polum Eclipticæ & meridianum interceptus; In triangulo Sphærico rectangulo RSP, datur arcus RP, distantia Poli Eclipticæ, ab æquatoris polo scil. 23 ½ grad. Item latus PS æquale declinationi Solis. Quare per Trigonometriam innotescet latus RS, seu mensura anguli RTS. In TS capiatur TP æqualis consinui declinationis Solis posito TS radio & erit P Punctum in quod projicitur Polus.

Determinatur locus Terræ in quem penumbra primo incidit.

Ut habeatur locus Terræ Q. ubi penumbra discum primum attingit, seu ubi Sol oriens in supremo sui puncto deficere videtur, ducatur per polum meridianus PQ ad punctum Q, ubi penumbra primo tangit discum. Et primo in triangulo rectangulo rectilineo DTV ex datis DT TV, innotescet angulus DTV, cui si addatur vel subtrahatur angulus datus VTP, qui est summa vel differentia notorum angulorum VTN, NTP, dabitur angulus QTP. Hinc in Triangulo in superficie terræ Sphærico rectangulo SPQ, datur SP æqualis declinationi Solis & arcus SQ qui est mensura anguli STQ; dabitur inde arcus PQ complementum Latitudinis loci Q. Item dabitur SPQ angulus, ejusque complementum ad duos rectos, scil. angulus QPT; qui est mensura distantiæ meridianorum loci Q, & loci istius cui Sol est verticalis, cumque locus hic notus sit, innotescet quoque locus Q, nam nota est tam Longitudo ejus, quam Latitudo.

Determinatio Loci Terræ qui dato quolibet momento umbrâ involvitur.

Eâdem methodo innotescet locus Terræ qui umbra totali primo involvitur. Et simili fere ratione habebitur locus terræ M, qui umbrâ involvitur pro quolibet temporis momento, ante vel post Eclipsationis medium. Nam ex dato temporis momento per motum horarium Lunæ à Sole invenitur recta MV, & punctum M in disco ubi incumbit centrum umbræ,

bræ, & in triangulo itaque rectangulo MVT, ex datis MV, VT, dabitur MT, & angulus MTV, cui si addatur vel subtrahatur angulus notus VTP, dabitur angulus MTP; est vero MT sinus arcus circuli verticalis, qui per verticem loci M & punctum sub Sole transit, posita semidiametro disci pro radio; si itaque fiat ut semidiameter disci, ad MT, ita Radius ad sinum arcus, qui erit distantia Solis à vertice M. In triangulo itaque Sphærico in superficie Terræ MPT, dantur PT distantia Solis à polo, & MT distantia Solis à vertice, & angulus MTP, unde dabitur MP complementum Latitudinis Loci, & angulus MPT qui ostendet differentiam meridianorum loci M, & loci illius cui Sol verticalis est; sed datur differentia meridianorum istius loci cui Sol verticalis est, & loci à quo tempus computatur; quare dabitur differentia meridianorum loci M, & loci à quo tempus computatur. Ex quâ innotescet locus M. Atque hâc methodo si plura inveniantur loca, per quæ centrum umbræ transit, lineisque jungantur, habebitur semita Umbræ in Telluris superficie.

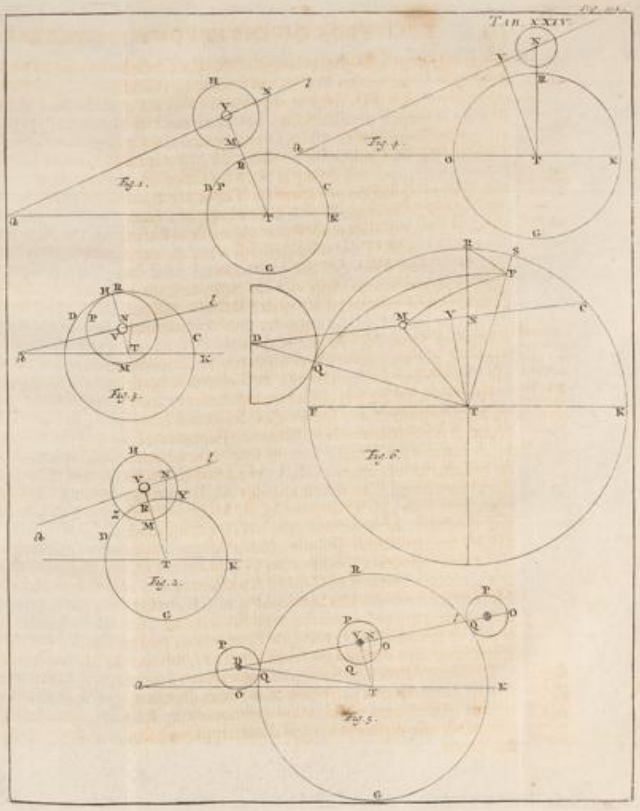
Pars Solaris diametri obscurata. TAB. 25. *fig.* 1.

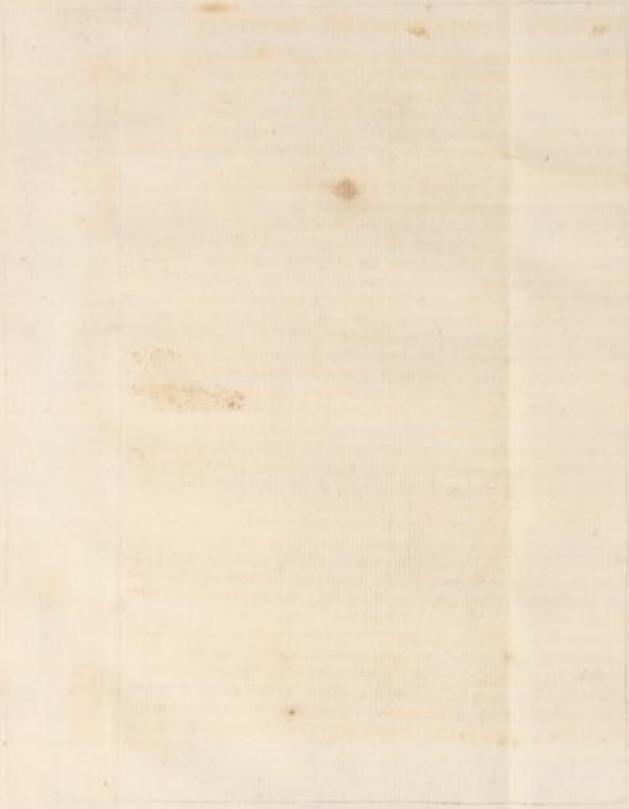
Pars diametri Solaris obscurata innotescet ex loco spectatoris intra penumbram, seu ex ejus distantia à centro umbræ. Sit enim ASB diameter Solis diametro Penumbræ EF parallela, ducatur recta MCB, Lunam stringens ad dextrum Solaris diametri terminum, GCA vero ad sinistrum Solaris diametri terminum tendat: erit angulus ACB æqualis diametro apparenti Solis, & Triangula ACB, MCF erunt similia: sit jam spectator intra penumbram in G locatus, ducatur recta GCP, tangens Lunæ globum, & erit AP pars diametri Solaris à Lunâ obscurata spectatori in G; sed recta GA cum per triangulorum vertices ad C quam proxime transit, bases AB, MF similiter fere dividet; unde AP, ad AB, ut GF, ad MF. Est itaque pars obscurata diametri Solaris, ad ipsam diametrum, ut distantia Loci à margine Penumbræ, ad Penumbræ semidiametrum diminutam semidiametro Umbræ.

Quantitas Eclipseos per digitos mensuratur.

Dividunt Astronomi Solarem Diametrum, sicuti etiam Lunarem in duodecim partes æquales; quas digitos appellant, quibus quantitatem obscurationis dimetiuntur. Et Eclipsim dicunt tot esse digitorum, quot diametri pars obscurata constat digitis.

Si


Tab. XXIV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.



Dato situ in disco pro quolibet temporis momento invenitur phasis Eclipseos pro eo momento.

Si detur situs loci in disco pro quolibet temporis momento, & quæratur quæ futura sit Phasis Eclipseos eo momento in loco illo; hæc sic invenitur. Sit S situs loci in disco, quæratur pro illo temporis momento locus centri penumbræ in propria semitâ, qui sit M; quo centro & semidiametro æquali semidiametro Lunæ describatur circulus AFL, Item centro S, semidiametro SB, æquali semidiametro Solis, circulus EBG describatur, quem circulus EFL intersecat in E &F, erit EBFA pars Solis à Lunâ tecta spectatori in S. Nam producatur MA semidiameter Lunæ ut fiat AD per S transiens æqualis semidiametro Solis, scil. æqualis BS, unde erit MD æqualis summæ semidiametrorum Solis, & Lunæ; adeoque semidiametro Penumbræ æqualis, & distantia Loci à margine Penumbræ erit SD. At quia est BS æqualis AD, erit AB æqualis SD. Fiat AN æqualis semidiametro Solis, eritque MN æqualis differentiæ semidiametrorum Solis & Lunæ; seu æqualis semidiametro umbræ: Sed ostensum est esse DS, ad DN, ut pars diametri Solis obscurata, ad Solis diametrum; & ita quoque erit AB quæ est, ipsi DS æqualis, ad DN; sed est DN æqualis Solis diametro, quare erit AB æqualis parti diametri Solis obscuratæ. TAB. 25. fig. 2.

Hinc Cuspidum quoque positio determinatur, nam ducto verticali circulo TSG, arcus GE, GF, ostendunt distantiam cuspidum à supremo Solis puncto.

Si quæratis, Academici, velocitatem qua umbra Terræ discum percurrit, observandum est, viam Lunæ à Sole in discum projici in lineam sibi æqualem, & parallelam; adeoque velocitas centri umbræ in propriâ semitâ in discum excepta, æqualis est velocitati quâ Luna viam suam à Sole percurrit. At motus Lunæ à Sole est circiter $30' \frac{1}{2}$ in unâ horâ, adeoque spatium, quod centrum Penumbræ in unâ horâ intra discum percurrit, æquale est arcui $30' \frac{1}{2}$ in orbita Lunari; verum orbitæ Lunaris semidiameter mediocris æqualis est 60 semidiametris Terræ, adeoque 1′ orbitæ Lunari æquale erit 60 minutis primis in Terræ superficie, seu uni gradui circuli in Telluris superficie maximi; hoc est 69 milliaribus Anglicanis; & proinde $30' \frac{1}{2}$ minuta æquipollent 2104 milliaribus

Anglicanis; quod ſpatium umbra conficit in una horâ. At quamvis hæc ſit velocitas umbræ in Diſco Terreſtri, velocitas tamen, quâ à dato Loco in ſuperficie Telluris recedit, eâ minor eſt: Nam dum umbra ab occidente in orientem movetur, loca omnia Telluris interea per vertiginem Terræ diurnam abrepta, etiam ab occidente in orientem ſed Lunâ tardius, feruntur; adeoque motum umbræ lentius ſequentes, velocitatem, quâ umbra ab iis recedit, diminuunt.

LECTIO XIV.

Nova Methodus computandi Eclipſes Solis e dato loco viſibiles.

HUc uſque Generalis Eclipſeos Solaris Phænomena expoſuimus, qualia ſcil. à Spectatore in Luna conſtituto videntur, modumque oſtendimus, quo univerſalis Eclipſeos Initium, Medium, atque Finis determinentur. Verum initium illud atque finis à paucis tantum videri poſſunt, ab iis ſcilicet, qui marginem diſci tunc occupant, & prope ſemitam umbræ locantur, cum interim ex aliis locis verſus interiora diſci ſitis nulla videbitur Eclipſis, neque iis Eclipſari Sol videbitur, niſi poſt ſatis notabile Tempus, quando ſcil. Penumbræ margo primo loca illa attigerit: finiſque erit Eclipſeos, quando margo eadem reliquerit; unde pro vario locorum ſitu, varia quoque erunt durationis Tempora, ſicuti & Eclipſeos quantitas, pro diversâ diſtantiâ locorum à ſemita umbræ.

Initium & finis Generalis Eclipſeos à paucis videri poſſunt.

Tempora & initia Eclipſeos pro diverſitate locorum ſunt diverſa.

Ut igitur Eclipſeos particularis Phaſes, quales è dato loco conſpiciendæ ſunt, habeantur; liceat novam vobis, Academici, exponere methodum, qua abſque moleſto illo, multiplici, & laborioſo Parallaxium calculo, quo ante nos utebantur Aſtronomi omnes, Phaſes illæ determinari poſſint. Sit itaque ſemicirculus AEB ſemidiſcus Telluris à Sole illuminatus, Polus Eclipticæ E, Terræ P. Cum locus quilibet in Terræ ſuperficie, motu diurno raptus, deſcribit circulum æquatori parallelum, & omnes paralleli præterquam in æquinoctiis ſint ad planum diſci inclinati; projicitur parallelus loci cujuſlibet in Ellipſim, quæ erit ſemita, in qua fer-

TAB. 26. *fig.* 1.

Paralleli omnes in Ellipſes projiciuntur.

ferri videbitur locus in plano disci à spectatore in Luna constituto. Sit itaque F XII. D. Ellipsis in quam projicitur parallelus loci cujuslibet. Et projiciantur quoque circuli horarii, saltem projiciantur puncta in quibus circuli horarii parallelum secant, sintque puncta VI VII VIII IX X XI XII I II III IV V VI. Et hora sextâ matutinâ quem intra discum tenet locus erit VI; hora septima in VII invenietur; hora octava ad punctum VIII deveniet; nona punctum IX occupabit, atque ita deinceps.

Sit CT portio semitæ centri Penumbræ in planum disci exceptæ, atque hora 2^da supponatur centrum illud in 2, hora tertia in 3, quarta in puncto 4 locari, idque ita deinceps. Hora secunda locus in disco punctum II occupat, itaque distantia centri umbræ à loco erit 2 II. At si distantia illa secundum semitam Umbræ æstimatur, demittatur à loco in semitam perpendicularis II L, eritque distantia hac ratione æstimata, æqualis 2 L, & L punctum erit positio loci ad semitam umbræ reducta. Hora Tertia centrum umbræ sit in 3, locus autem in III, eorum distantia fit 3 III minor priore: hora quarta umbra sit in 4 & locus in IV, in quo situ umbra propior ad locum facta erit, ita ut penumbræ margo locum attingat, & Eclipsis incipiat. Hora autem quinta cum centrum umbræ sit in 5 & locus in V, magis in Penumbra involvitur, & magis ad locum accedit centrum umbræ. At hora sexta centrum umbræ est in 6, jam magis in orientem promotum quam locus, qui punctum in disco VI occupat, adeoque centrum umbræ locum præteribit; & continget tempus minimæ centri umbræ & loci distantiæ inter horam quintam & sextam, post quod tempus semper augetur umbræ à loco distantia: & margo Penumbræ tandem locum relinquet, fietque finis Eclipseos. Sequenti autem methodo Initium, Medium, Finis sicuti Phases Eclipseos è dato loco visibiles accuratius definiuntur. Utque hoc fiat duo præmittimus Problemata.

Positio loci ad semitam Umbræ reducta.

PROBLEMA. I.

Invenire in Disco Telluris, situm dati loci, pro quolibet Temporis momento dato.

Investigatio situs loci in disco pro dato tempore TAB. 25. *fig.* 3.

Sit semicirculus AEB semidiscus Terræ à Sole illuminatus, AB portio Eclipticæ in discum exceptæ ejus Axis SE, Polus E, sitque linea SP illa in quam Axis Terræ projicitur, atque P projectio Poli. Fiat ut Radius ad sinum Latitudinis loci ita SP ad SH punctum H erit projectio centri paralleli. Per H ducatur HG æqualis semidiametro paralleli, seu sinui distantiæ loci à Polo, quæ sit ad SP perpendicularis, & erit illa semiaxis major Ellipseos, in quam projicitur parallelus loci. Fiat, ut Radius ad sinum elevationis poli supra planum disci, ita GH ad HL erit HL semiaxis Ellipseos minor. In GH capiatur H Q, quæ ad GH eam habeat rationem quam sinus anguli circuli Horarii & meridiani habet ad radium; sitque QR ad GH perpendicularis. Fiat item, ût Radius ad cosinum anguli quem circulus horarius facit cum Meridiano, ita GH ad D. Denique, fiat ut Radius ad sinum Elevationis Poli supra planum disci, ita D ad QR erit R situs loci quæsitus in disco pro temporis momento dato.

Idem aliter ope circuli horarii perficitur.

TAB. 25. *fig.* 4.

Sit AOB semidiscus illuminatus. Polus P, meridianus universalis SP, cum peripheria disci conveniens in G, sitque circulus horarius pro temporis momento dato FPO. In triangulo Sphærico rectangulo PGO, datur PG Elevatio Poli supra planum disci, & angulus GPO, quem circulus horarius facit cum meridiano, unde innotescet angulus GOP inclinatio circuli horarii ad planum disci, item arcus PO & GO, adeoque dabitur Punctum O, ubi circulus horarius convenit cum peripheria disci: ducatur SO, erit illa communis sectio circuli horarii cum plano disci, & sit arcus FP distantia loci à Polo, seu complementum Latitudinis. Posito SO radio, sit SQ sinus arcus, cujus complementum est FO, æquale scil. summæ duorum arcuum datorum FP & PO sitque D cosinus ejusdem arcus cujus sinus est SQ. Ad Q super OS erigatur perpendicularis QR, ad quam D eandem habet rationem, quam

quam habet radius ad cosinum anguli inclinationis circuli horarii ad planum disci, & erit R punctum quæsitum, quod ostendet positionem loci in disco pro tempore dato. Atque eadem ratione pro aliis diversis temporum momentis aliæ inveniuntur loci positiones in disco, quæ omnes locantur ad Ellipsim, in quam projicitur parallelus loci. Hæc omnia patent ex legibus projectionis Ortographicæ.

PROBLEMA II.

Invenire tempore Eclipseos, situm centri Penumbræ in disco Telluris, pro dato quolibet temporis Momento.

Sit ut prius AEB semidiscus Telluris à Sole illustratus, SE Axis Eclipticæ, CL semita centri penumbræ per planum disci transcurrentis, Axemque Eclipticæ secans in N: cum autem centrum penumbræ invenitur in N, celebratur conjunctio Solis & Lunæ vera, cujus proinde tempus per tabulas Astronomicas datur; datur etiam per easdem tabulas, motus horarius Lunæ à Sole. Fiat, ut parallaxis horizontalis Lunæ ad ejus motum horarium à Sole, ita semidiameter disci ad quartam, quæ sit M; erit illa linea æqualis spatio quod intra horam à centro umbræ percurritur in disco. Deinde fiat, ut hora una ad tempus interjectum intra conjunctionem veram & temporis momentum pro quo quæritur positio centri umbræ, ita recta M ad aliam: hæc recta ostendet distantiam centri penumbræ in propria semita à puncto conjunctionis veræ N, pro momento temporis dato. Dabitur itaque positio umbræ pro tempore dato. Quæ erat invenienda. TAB. 26. *fig.* 1.

Sit hora quæ immediate præcedit tempus conjunctionis, v. gr. quarta. Fiat, ut hora una ad tempus inter conjunctionem & horam quartam interjectum, ita recta M ad N 4. Erit punctum 4 situs centri umbræ ad horam quartam. Capiantur deinde 4. 3, 3. 2, 4. 5, 5. 6 singulæ æquales M, & puncta 2, 3, 4, 5, 6, ostendent situs centri penumbræ pro respectivis horis.

Hisce præmissis, sit ut prius AEB semidiscus; CT semita centri umbræ supra planum disci, quam secet Axis Eclipticæ in N & cum umbra ad N pervenerit celebratur conjunctio vera. TAB. 26. *fig.* 2.

Calculus initii Eclipseos.

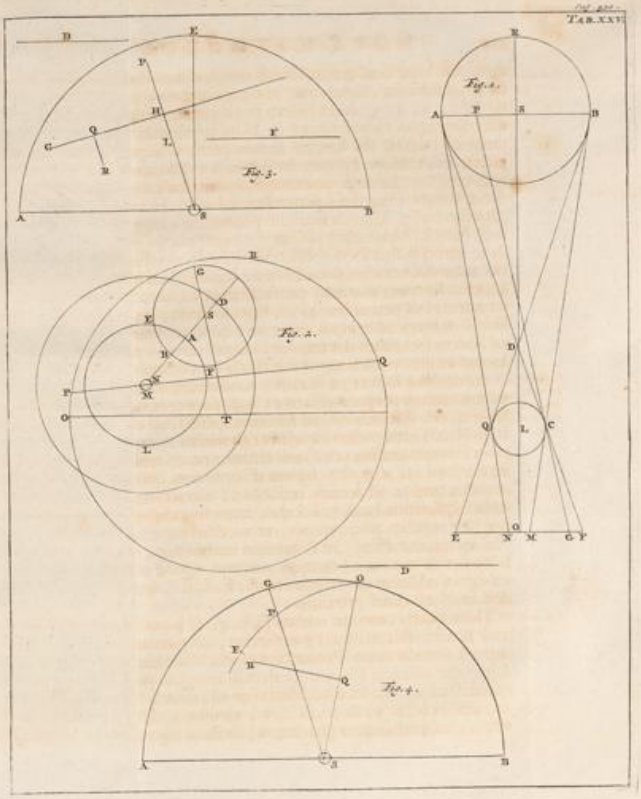
vera. Sit hora quæ conjunctionis tempus immediate præcedit v. gr. secunda, & notentur in semita umbræ ejus loca horis 1, 2, 3, 4, 5. Item iisdem horis notentur situs loci in disco, fiantque III III IV V. Hora prima distantia centri umbræ à loco est II, hæc ad scalam partium æqualium applicata sit, ejusque magnitudo numeris exhibeatur, ab illa auferatur semidiameter penumbræ, eadem scalâ dimensa, restabit distantia marginis penumbræ à loco. Hora secunda capiatur rursus distantia marginis penumbræ à loco in II posito; harum distantiarum differentia, cum margo penumbræ sit in utroque situ loco occidentalior, erit accessus seu motus relativus horarius penumbræ ad locum. Fiat itaque, ut accessus horarius marginis penumbræ ad locum, ad distantiam marginis penumbræ à loco hora secunda; ita hora una seu 60 minuta ad tempus quartum, quod tempus additum ad horam secundam dat tempus, quando margo penumbræ locum attingit; seu tempus initii Eclipseos ostendet.

Calculus momenti maximæ obscurationis.

A positione loci II ad horam secundam, demittatur ad semitam umbræ perpendicularis II *a*, & cum centrum umbræ sit in 2, erit distantia loci ad semitam reducti, ab umbra 2 *a*. Item hora Tertia positio loci est III, demittatur perpendicularis in semitam umbræ III *b*, erit distantia centri umbræ à loco ad semitam reducto, 3 *b*; harum distantiarum differentia est accessus umbræ ad locum reductum, intra spatium unius horæ: differentia hæc, ope scalæ, numeris exhibeatur; fiatque per regulam proportionis, ut accessus horarius umbræ (ad locum reductum) ad distantiam umbræ hora tertia, ita hora seu 60 minuta ad tempus quartum. Quod tempus horæ tertiæ additum dat tempus medii Eclipseos seu maximæ obscurationis quam proxime.

Calculus Temporis finis Eclipseos.

Hora quarta centrum umbræ sit in 4, & locus in puncto IV; horum distantia scalâ mensuretur, & quoniam illa minor est semidiametro Penumbræ subducatur hæc distantia, & restabit distantia loci ab occidentali margine penumbræ, qua scil. margo illa loco occidentalior est; deinde hora quinta, umbra est in 5, & locus in V, earumque distantia 5 V major est semidiametro penumbræ; unde margo occidentalis


D
E
F
H
G
Q
R
L
F
A
S
B
Fig. 3.
E
A
P
S
B
Fig. 1.
D
Q
L
C
E
N
M
G
F
E
G
D
S
A
H
F
Q
K
M
F
O
T
L
Fig. 2.
D
G
O
F
E
H
Q
A
S
B
Fig. 4.

lis penumbræ magis erit in orientem provecta quam locus; & ante hoc tempus, penumbra locum relicta finem fecerit Eclipseos. A distantia 5 V subducatur semidiameter penumbræ, relinquetur distantia occidentalis marginis penumbræ à loco; cumque in priore casu margo fuit loco occidentalior, & nunc sit loco orientalior, harum distantiarum summa erit motus relativus umbræ respectu loci factus, in spatio unius horæ; fiat itaque, ut hæc summa ad distantiam marginis occidentalis penumbræ à loco horâ quartâ, ita una hora ad tempus quartum, hoc dabit tempus cum occidentalis margo locum attinget, eumque relinquet, seu finem Eclipseos ostendet.

Accuratior determinatio.

Accuratius omnia definientur, si loco duarum horarum ante conjunctionem, capiantur duæ semihoræ, quæ conjunctionem immediate præcedunt, & quæratur motus umbræ ad locum semihorarius, & error qui ex inæquabili motu oritur minor erit, utpote in minore tempore productus.

Erroris, qui oriri potest, correctio.

Motus Umbræ in semita suâ æquabilis est saltem in tempore Eclipseos pro æquabili habere potest. At motus loci in disco non est æquabilis, sed versus marginem disci contractior videtur, in medio per latiora spatia progreditur; præterea calculus supponit motum Relativum Umbræ ad locum æquabilem quoque esse, & Eclipseos medium seu maximam approximationem centri umbræ & loci, esse ubi linea jungens locum & centrum umbræ est perpendicularis ad viam Umbræ quorum neutrum præcise verum est, & exinde errorem aliquem oriri necesse est; is tamen hac ratione corrigi potest. Ad tempus Initii Eclipseos, priore methodo computatum, inveniatur locus centri Umbræ; item situs loci in disco pro eodem temporis momento, & in plano disci centro umbræ describatur circulus penumbrosus, & si margo penumbræ per locum transeat, tempus computatum verum erit. Sin minus, notetur loci & marginis penumbræ distantia, & deinde ex dato umbræ & loci motu relativo pro semihora, operando rursus per regulam proportionum, dabitur verum tempus initii Eclipseos. Et simili-

ter corrigetur temporis error, qui in fine Eclipseos accidit; atque hac ratione non minus accuratè habentur tempora Eclipsium quam vulgari methodo, quæ fit per parallaxium computum: ubi etiam supponitur motum Lunæ visibilem esse per aliquod tempus æquabilem, qui reverà non minus inæquabilis est quam motus loci in disco; nam ille per parallaxes continuo mutatur.

Quantitas obscurationis maximæ.

Si tempore medii Eclipseos, centro umbræ describatur circulus, cujus diameter sit æqualis diametro Lunæ; item describatur alius circulus, cujus centrum sit locus spectatoris, & diameter æqualis diametro Solari, horum circulorum intersectiones ostendent quantitatem obscurationis maximæ.

Si quibusdam minus arrideat Mechanica hæc methodus lineas seu distantias per scalam partium æqualium dimetiendi, possunt Trigonometriam adhibere & linearum longitudines per calculum exquirere methodo sequenti.

Methodus Trigonometrica distantias umbræ & loci computandi. TAB. 27. fig. 1.

Sit ut prius AEB semidiscus, P polus Telluris, CNT via seu semita umbræ supra discum, punctum 2 situs umbræ pro tempore dato, & pro eodem momento situs loci sit II. Sit SE Axis Eclipticæ semitam secans in N, & erit SN latitudo Lunæ tempore conjunctionis veræ; ducantur ab umbra & loco ad centrum disci rectæ 2 S, II S, & jungatur 2 II. In triangulo rectilineo 2 NS datur NS, latitudo Lunæ, & 2 N distantia umbræ in propria semita à puncto conjunctionis, item datur angulus 2 NS inclinatio Semitæ ad latitudinis circulum, quare dabitur 2 S, & angulus 2 S N. Deinde in triangulo Sphærico P S II. Datur Arcus P S complementum declinationis Solis, & P II complementum Latitudinis loci, item angulus S P II, quem circulus horarius efficit cum Meridiano, unde dabitur S II arcus, qui est distantia Solis à vertice, ejusque sinus æqualis est distantiæ S II, posito SE radio; item dabitur angulus P S II, cui si addatur vel dematur angulus notus P S E dabitur angulus N S II: sed datus fuit angulus 2 S N, unde dabitur totus angulus 2 S II. In triangulo denique rectilineo 2 S II dantur 2 S & II S & angulus iis comprehensus 2 S II quare per Trigonometriam

triam planam dabitur distantia 2 11, quæ erat invenienda. Hac methodo procedendo non opus est ut situs loci & umbræ in disco inveniantur, sed erunt illi calculo solum acquirendi.

Hinc obiter patet alia methodus inveniendi situm loci in disco, pro temporis momento dato, scil. per calculum trianguli PS II investigando angulum PS II & distantiam S II.

Locorum Longitudines Geographicæ per Eclipses solares determinantur.

Per Eclipses Solares, non minus quam per Lunares, inveniri possunt Locorum in superficie Terræ longitudines; si observetur in loco, cujus longitudo quæritur, momentum temporis initii vel finis Eclipseos. Sit illud, v. gr. ad horam quintam, & centro V nempe situ loci in disco pro momento initii vel finis Eclipseos, & distantia æquali semidiametro penumbræ describatur arcus circuli, qui semitam penumbræ secet. Sitque punctum sectionis *d*, erit illud positio centri umbræ momento initii vel finis Eclipseos observatæ: scala deinde mensuretur distantia N*d*, ex qua data, & ex dato motu Lunæ à Sole dabitur tempus conjunctionis veræ à Meridiano Loci computatum. Deinde, si in alio quovis loco observetur initium vel finis Eclipseos, similiter habebitur momentum conjunctionis veræ secundum tempus à meridiano istius loci computatum, & temporum istorum differentia in gradus æquatoris conversa ostendet differentiam Longitudinum Locorum, quæ erat invenienda. TAB 26. *fig.* 2.

In praxi convenit semidiametrum disci æqualem decem digitis ponere, ut illa in mille partes ope scalæ diagonalis divisa habeatur: Est enim hic numerus qui radium Tabularem exprimit; & latitudo Lunæ SN omnesque lineæ quarum dimensiones quæruntur, iisdem partibus exprimantur. Nam si fiat, ut Parallaxis horizontalis Lunæ scrupulis exhibita ad Lunæ Latitudinem, ita 1000 ad quartum; & capiatur SN ex scala huic quarto æqualis, erit linea hæc latitudini Lunæ æqualis, & similiter in cæteris lineis operando habentur earum quantitates.

Novam itaque methodum vobis, Academici, expossui, qua Eclipsium Solarium momenta atque Phases, quatenus è

dato loco ſpectantur, definiri poſſunt, per quam non opus eſt, ut ad longum illum & moleſtum Parallaxium calculum recurratis, ut habeatur locus Lunæ in cælo viſus, tam quoad longitudinem quam latitudinem, quo utuntur Aſtronomi plerique: methodus enim noſtra illa facilior multò eſt, & ut opinor, non minus accurata. Nam in vulgari methodo diverſæ Eclipticæ poſitiones, quoad horizontem nunquam non variantes, in Lunæ locis, ſive ſecundum longitudinem ſive latitudinem ſpectatis, inæqualitatem in ejus motu non exiguam ubique inducunt, & Parallaxes pro Luminarium minore aut majore ſupra horizontem Elevatione admodum mutantur, adeoque niſi earum habeatur frequens reſpectus, in errores incidere pronum erit.

At quia methodus Phænomena Eclipſium per Parallaxes computandi, à pleriſque Aſtronomis adhibetur, viſum eſt, illam etiam Vobis exponere: Vos autem in Parallaxium ſcientia vel per vulgares libros Aſtronomicos, vel per doctrinam Parallaxium à nobis poſthac tradendam, ſatis inſtructos eſſe ſupponere liceat. Quibus poſitis, principia, quibus fundatur hic Eclipſium calculus, facillime explicari poſſunt.

Conjunctio vera & viſa differunt.

Primo conjunctio viſa, ſemitaque Lunæ in cælo viſa ſunt inveſtigandæ: differunt enim conjunctio vera & viſa, & non in eodem temporis momento accidunt; Nam locus Lunæ viſus non coincidit cum vero, qui è Telluris centro conſpiciendus eſt, quod figuræ inſpectione manifeſtum fiet. Semicirculus CAB repræſentet Hemiſphærium Terræ, cujus centrum T, è quo ducatur recta TLS, in qua ſit Luna in L, & Sol longius diſtans in S; adeoque cum Solis & Lunæ centra in eadem recta linea ſpectantur è centro Telluris, ad idem cæli punctum referri debent; eruntque in conjunctione vera. At ſpectator in ſuperficie Telluris in A locatus, Solis & Lunæ centra ad diverſa puncta referet; eorumque diſtantia erit arcus SE ad cælum productus, punctumque, quod recta TL per Telluris & Lunæ centra tranſiens, in cælo offendit, dicitur locus Lunæ verus. At punctum, cui recta per ſpectatoris oculum & Lunæ centrum ducta in cælo occurrit, dici-

TAB. 27 *fig.* 2.

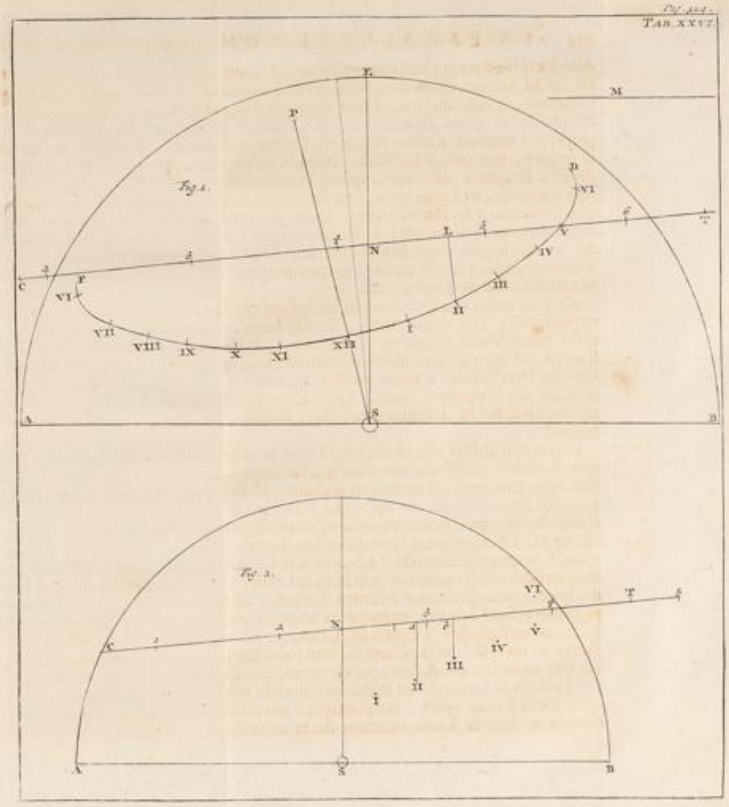

Fig. 1.
Z
M
P
D
VI
V
IV
III
II
I
N
C
F
VI
VII
VIII
IX
X
XI
XII
S
A
B

Fig. 2.
VI
V
IV
III
II
I
N
C
S
A
B

dicitur locus Lunæ visus. Sint puncta illa S, E, Arcus SE, distantia inter locum verum & visum Parallaxis Lunæ vocatur, & cum puncta L & T respectu distantiæ cæli coincidunt, idem erit arcus SE, sive ejus centrum concipiatur esse in L, sive in T, adeoque arcus SE erit mensura anguli SLE, vel huic æqualis ALT; sed angulus ALT est ille, sub quo semidiameter Terræ AT per spectatoris locum ducta è Lunâ videtur; adeoque Parallaxis Lunæ est semper æqualis angulo, sub quo semidiameter Terræ per spectatorem ducta è Lunâ videtur. At angulus ille fit maximus, cùm semidiameter Terræ directè videtur, hoc est cùm angulus LAT est rectus, & Luna in horizonte spectatur, unde Parallaxis horizontalis est Parallaxium maxima. At si Luna in vertice in F existeret, evanesceret angulus ALT, & Lunæ locus in cælo visus idem esset ac verus, qui è Terræ centro conspicitur, in quo situ nulla erit Lunæ Parallaxis.

Solis nulla erit Parallaxis sensibilis.

Cum Phænomeni cujusvis Parallaxis sit semper æqualis angulo, sub quo Telluris semidiameter per spectatoris locum ducta, è Phænomeno videtur, Solis nulla erit Parallaxis sensibilis. Nam uti sæpius dictum est, Terra ut punctum & sub nullo sensibili angulo è Sole videtur. Lunæ autem Parallaxis cum illâ in horizonte & nobis proxima videtur, gradum unum aliquot minutis superat.

Hinc sequitur Parallaxes semper reddere locum Lunæ depressiorem, & magis à vertice distantem, quàm revera esset, si è centro Terræ spectaretur hic Planeta; & hæc depressio mutationem loci Lunæ secundùm Eclipticam quoque inducet, facietque ut ejus Longitudo & Latitudo visæ à veris differant.

TAB. 27. *fig.* 3.

Sit enim in Figura circulus HCZ meridianus, ceu circulus per Spectatoris verticem & Polum traductus, Z vertex, HED horizon loci, CE Ecliptica, in qua sit verus locus Lunæ sine latitudine L; sit ZT circulus verticalis per Lunam transiens, cumque Parallaxis semper deprimit Lunam in verticali, locus Lunæ visus magis à vertice distabit, quam verus; sit locus visus *o*, erit L*o* Parallaxis altitudinis. Per locum visum *o* traduci concipiatur circulus ad Eclipticam Perpendicularis *om* Eclipticæ occurrens in *m*,

Parallaxis Longitudinis.

erit punctum illud locus Lunæ visus ad Eclipticam reductus, & *Lm* erit Parallaxis longitudinis, seu distantia inter locum Lunæ verum & locum visum ad Eclipticam reductum, arcusque *om* seu distantia Lunæ ab Ecliptica in hoc casu erit Parallaxis Latitudinis.

Parallaxis Latitudinis.

Ut Phases itaque Eclipsium è dato loco spectabiles per Parallaxes definiantur, necesse erit, ut cognoscantur Lunæ Solisque loci veri, qui per tabulas Astronomicas pro dato quolibet temporis momento habentur, præterea cognoscendus est locus Lunæ in cælo visus, qui ex loco vero per Parallaxium calculum institutum, tam quoad Longitudinem quàm Latitudinem, definiendus est, quibus cognitis, sic inveniuntur Tempora & Phases.

TAB 27. *fig.* 41

Sit *pk* portio Eclipticæ, *s* locus Solis tempore conjunctionis veræ, *l* locus Lunæ visus ad Eclipticam reductus pro eodem temporis momento; *lo* Latitudo Lunæ visa, *ls* Longitudo Lunæ à Sole visa. Exiguo satis temporis intervallo ante conjunctionem veram inveniatur rursus locus Lunæ visus in Ecliptica qui sit *p*, ejusque Latitudo visa sit *pq*; ducatur *qo* quæ producta cum Eclipticâ conveniat in *k*, erit *qk* via visa Lunæ à Sole tempore conjunctionis. In triangulo *qon* rectangulo datur *on* differentia Longitudinum à Sole, & *qn* differentia Latitudinum, unde dabitur angulus *qon* seu *qkp* inclinatio viæ visæ ad Eclipticam, & latus *qo*, ex quo etiam inveniuntur *ot*, *tk* & *sk*. Nam *pl* est ad *qo* ut *ls* ad *ot*, & in triangulo *olk* ex datis *ol* & angulo *k* dabuntur *ok lk*, unde dabuntur *lk sk* & *st*. At cùm Lunæ centrum in *t* videtur, fit tempus conjunctionis visæ, adeoque si fiat ut *qo* ad *ot* seu ut *pl* ad *ls* ita tempus quo Luna percurrit lineam *qo* ad aliud, dabitur tempus inter conjunctionem veram & visam. Ex *s* in viam Lunæ visam demittatur perpendicularis *sm*. In triangulo rectangulo *skm* datur *sk* & angulus *k*, unde dabitur *sm*, quæ est minima visibilis centrorum Solis & Lunæ distantia. Si hæc distantia sit major summa semidiametrorum Solis & Lunæ, nulla videbitur Eclipsis; sin minor, differentia ad digitos reducta ostendet Eclipseos quantitatem. Ex datis *sm* & angulo exinde

inde $t s m$ æquali angulo k, dabitur $t m$, & inde invenitur tempus, quo Luna ſemitæ viſæ portionem $t m$ percurret hoc eſt tempus inter conjunctionem viſam & maximam obſcurationem.

Initium Eclipſeos viſibilis ſic definitur; ſit $p k$ ut prius portio Eclipticæ, centrum Solis s, via Lunæ $q k$, $s m$ diſtantia minima centrorum Solis & Lunæ; ducatur à Sole ad viam Lunæ recta $s q$ quæ ſit æqualis ſummæ ſemidiametrorum Solis & Lunæ. Et cum centrum Lunæ in q cernitur, incipiet marginem Solis attingere, fietque Eclipſeos initium. in triangulo rectangulo $q s m$ ex datis $q s$ $s m$, dabitur angulus $q s m$ ſcil. angulus incidentiæ; item $q m$; adeoque dabitur tempus quo Luna in via viſa percurrit ſpatium $q m$, quod à tempore obſcurationis maximæ ſubductum dat tempus initii Eclipſeos. TAB 28. fig. 1.

Similiter invenitur tempus finis Eclipſeos, ſed ut illud habeatur invenienda eſt rurſus via Lunæ à Sole viſa poſt conjunctionem, quæ à priore differet: nam reverà inclinatio viæ viſæ ad Eclipticam continuò mutatur, ob continuas Parallaxium mutationes. Quæratur itaque intra horam vel exiguum ſatis temporis intervallum poſt conjunctionem Longitudo Lunæ à Sole viſa, ejuſque Latitudo viſa, & exinde inveniatur inclinatio viæ viſæ ad Eclipticam, motuſque Lunæ à Sole viſus, quibus datis, eadem methodo qua initium Eclipſeos inveſtigatur, finis quoque & temporis momentum innoteſcent.

Si quæratur Phaſis Eclipſeos pro dato quolibet temporis momento, quæratur pro illo momento Locus Lunæ in via viſa, quo centro, & intervallo æquali ſemidiametro Lunæ deſcribatur circulus, item centro, quod ſit locus Solis, deſcribatur alius circulus, cujus ſemidiameter ſit æqualis ſemidiametro Solis, horum circulorum interſectiones oſtendent phaſim Eclipſeos, quantitatem obſcurationis & cuſpidum poſitionem pro tempore dato.

Priuſquam huic Eclipſium doctrinæ finem imponamus, liceat Phænomenon ſatis notabile vobis exponere, ejuſque cauſam reddere.

Scil.

Scil. in Eclipſibus Lunæ totalibus, etiam dum Luna prope centrum umbræ verſabatur, ſæpius ea viſa eſt tenui pallidâque luce perfuſa: mirum fortaſſe pleriſque videbitur, unde oritur hæc Lux: quidam enim eam Lunæ nativam eſſe ſuſpicabantur, alii à Stellis Planetiſque eam deducebant, nam interpoſitio Telluris omnem Solis lucem à Luna arcere, & denſiſſimis tenebris conum umbroſum involvere videretur. At vero cum Terram amplectatur Sphæra Aëris ſatis craſſa, & vi refractiva pollens, illa Solis radios è medio rariore obliquiſſime in ſe incidentes è propria directione detorquet, itaque illos refranget, ut umbroſum ſpatium pervadant lucis Solaris radii, Lunæque corpus interpoſitum illuſtrent, illudque nobis conſpicuum reddant. Uti figuræ inſpectione manifeſtum fiet.

TAB 27. fig. 5.

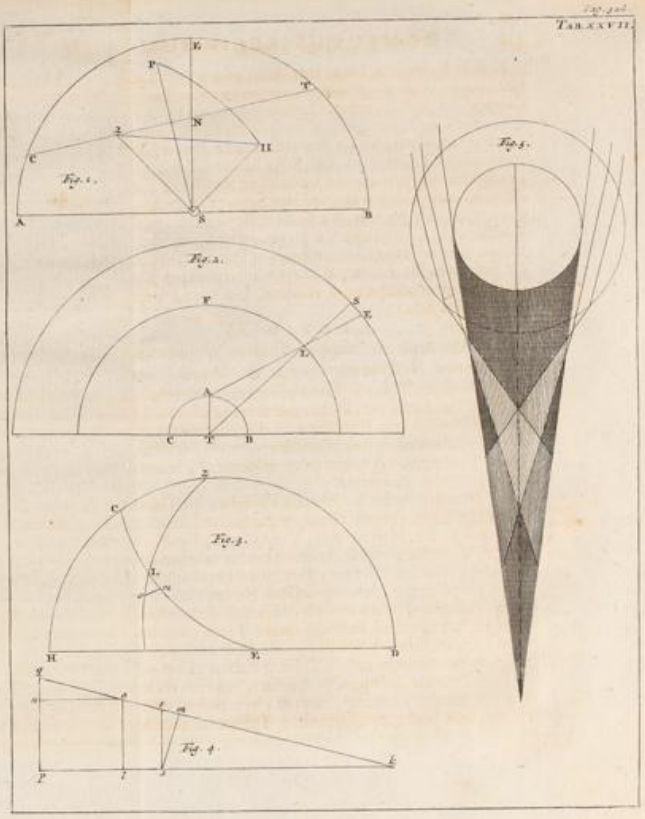
LECTIO XV.

De Phænomenis ex motibus Telluris & duorum Planetarum Inferiorum Veneris & Mercurii ortis.

HUcuſque Telluris Lunæque motus contemplavimus, & varia inde orta Phænomena recenſuimus. Luna autem eſt Planeta non Primarius, ſed ſecundarius, quæ non aliter circa Solem, ſyſtematis noſtri centrum, defertur quam quod Tellurem, ad quam proprie pertinet, in annuo ſuo curſu perpetuo comitatur.

Planetæ Primarii ſex.

At Primarii noſtri Syſtematis Planetæ, qui circa Solem & nullum aliud corpus circuitus perficiunt, ſunt numero tantum ſex, ſcil. Mercurius ☿, Venus ♀, Tellus ♁, Mars ♂, Jupiter ♃, & Saturnus ♄, quorum motus indeque orta Phænomena vobis, Academici, ſunt nunc exponenda. Et primo Veneris atque Mercurii orbitas Solem ambire, eaſque intra Telluris orbitam includi, ſuperius demonſtravimus, cumque brevioribus Periodis quam Terra circuitus abſolvunt, manifeſtum eſt hos Planetas è Sole conſpectos, nunc magis nunc minus in cælo à Tellure diſtare videri, & nunc in oppoſitis ſitis cæli punctis ſpectari, nunc in eodem cum Tellure puncto conjungi, & cum circa Solem celerius ferantur, eos poſt conjunctionem à Tellure decedere, eamque


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.

que segnius incedentem post se relinquere aspiciet spectator in Sole constitutus.

Hinc etiam patet hos Planetas e Tellure visos nunc magis, nunc minus à Sole elongari, & aliquando quoque cum Sole conjungi videri: verum conjunctiones illæ non tantum fiunt cum Tellus e Sole cum Planeta conjungitur, sed etiam cum eidem opponi videtur. Sit enim S Sol, ABC orbita Telluris, FHV orbita Veneris, sitque Terra in T, & Venus in V, in recta scil. quæ Solis & Telluris centra conjungit, in quo situ Venus e Sole visa in conjunctione cum Terra videtur, sicut Sol e Tellure visus Veneri conjungitur. Tab. 28. fig. 2.

Duo conjunctionum casus.

At si Terra foret in T, cum Venus sit in F, illa e Sole videretur Veneri opponi; & in contrariis cæli plagis conspicerentur hi Planetæ. Verum Spectatore ad Terram translato, Venus Soli non opponi, sed eidem conjungi spectabitur. In primo conjunctionum casu, Venus inter Solem & Terram interponitur; in posteriore, Sol inter Terram & Venerem medius locatur. Prior dicitur conjunctio Inferior, Posterior conjunctio Superior.

Elongatio Planetæ à Sole.

Post utrasque has conjunctiones, Venus à Sole recedere, & indies magis elongari videtur, nunquam tamen Soli opposita cernitur; sed & nunquam aspectum quadratum, aut sextilem attinget, & omnium maxime à Sole elongatur circa locum illum, ubi linea, Telluris & Veneris centra connectens, Veneris orbitam tanget, ut circa D. Nam cum Venus ulterius ad H promovetur, ejus locus in cælo à Solis loco minus distare videbitur quam prius, & antequam ad locum illum pervenerit, semper à Sole magis recedebat; at loco illo relicto, ad Solem continuo magis accedat: necesse est, ut inter recessum & accessum quasi stationaria respectu Solis videatur, & proinde ejus motus apparens erit motui apparenti Solis æqualis. Arcus circuli maximi inter centra Solis & Veneris interceptus dicitur *Elongatio hujus Planetæ à Sole.*

Elongatio non semper est maxima quando Planeta in tangente videtur.

Observandum tamen est, Elongatio Planetæ à Sole, ubi recta à Planeta ad Terram ducta, Planetæ orbitam tangit, fit tantum maxima in orbe circulari in cujus centro est Sol.

Nam in orbitâ Elliptica fieri poteſt, ut poſt deceſſum Planetæ à puncto contactus, ejus diſtantia à Sole creſcat; at non pariter creſcant diſtantiæ Solis & Planetæ à Terra, ſed potius decreſcant, adeoque in duobus triangulis major baſis majorem angulum ſubtendet. Sed cum Planetarum orbitæ ad circularem formam quam proxime accedunt, hæ minutiæ negligi poſſint.

Maxima Veneris Elongatio, ſeu angulus STD, obſervatione deprehenditur eſſe 48 circiter graduum. Et exinde in orbita circulari datur diſtantia Veneris à Sole reſpectu Telluris diſtantiæ ab eodem. Eſt enim ST ad SD ut Radius ad ſinum anguli STD ſeu Elongationis maximæ.

Hinc etiam manifeſtum eſt, Venerem, dum illa à conjunctione cum Sole in ſuperiore orbitæ ſuæ parte, ſeu à Terra remotiſſima, ad conjunctionem cum Sole in inferiore orbitæ parte ſeu Terræ proxima tendit, ſemper videri Sole orientaliorem, adeoque toto illo tempore Sole poſterior occidit Venus, ſeu poſt Solis occaſum, Veſperuſque dicitur, noctis & tenebrarum prænuncia; at dum ab inferiore conjunctione ad ſuperiorem tendit, Sole occidentalior ſpectatur, & ante Solis occaſum occidit, ante ejus ortum oritur, adeoque mane tantum conſpicietur, & tunc Phoſphorus dicitur, lucis exortum ſecum afferens.

Ponamus Venerem atque Tellurem è Sole ſpectatas in V & T conjungi, hoc eſt in eodem Eclipticæ puncto videri. In quo caſu Venus & Sol è Terra in conjunctione ſpectantur. Venus deinde celerius mota poſtquam ad V rurſus pervenerit, & integrum circulum ſeu quatuor rectos motu angulari ad Solem perfecerit, Terram interea ulterius progreſſam nondum aſſequetur; ideoque opus erit, ut ulterius in orbita ſua deferatur Venus, quo è Sole rurſus in eadem recta cum Terra videatur, ſit recta illa SLM ſcil. cum Venus ſit in L, Tellus ſit in M, & neceſſe erit, ut Venus priuſquam Terram aſſequatur, integrum circuitum, ſeu quatuor rectos circa Solem, abſolvat, & inſuper motum angularem æqualem motui angulari Telluris interea facto. Motus autem angulares Telluris & Veneris circa Solem eo-

eodem tempore facti, sunt reciproce ut eorum tempora periodica; erit itaque, ut tempus Periodicum Telluris ad tempus periodicum Veneris, ita motus angularis Veneris qui æqualis est quatuor rectis una cum motu angulari Telluris facto inter tempus unius conjunctionis & proximæ ad motum illum Telluris angularem: adeoque per divisionem Rationis, ut differentia temporum periodicorum Telluris & Veneris ad tempus Periodicum Veneris, ita quatuor recti ad quartum, qui dabit motum angularem Telluris inter duas proximas conjunctiones inferiores factum. Tempus autem Periodicum Telluris est dierum 365, horarum 6, seu horarum 8766. Et Veneris tempus Periodicum est dierum 224 horarum 16, seu horarum 5392, quarum differentia æqualis est 3374 horis. Fiat itaque ut 3374 ad 5392, ita quatuor recti seu 360 gradus ad gradus 575 qui motus æqualis est integræ circulationi & dimidio, & insuper 35 gradibus, & perficitur hic motus in uno anno & diebus 218. Adeoque si Venus hodie in inferiori orbitæ parte cum Sole conjungatur, non nisi post Annum, septem menses & duodecim dies, iterum Soli juncta conspicietur, & si una conjunctio in initio Arietis accidat, sequens circa septimum Scorpionis gradum celebrabitur. Idem quoque intercedit tempus inter duos quoslibet Veneris situs respectu Solis similes, verbi gratia, inter duas conjunctiones superiores, vel inter duas proximas Veneris positiones, ubi illa datam ad eandem plagam à Sole obtinet elongationem. *Determinatur tempus inter duas ejusdem generis conjunctiones.*

Hoc problema, similesque de Lunæ conjunctionibus cum Sole mediis, aliter solvunt plerique Astronomi. Quærunt enim motum diurnum Telluris è Sole visum; item Veneris quoque motum diurnum, horumque motuum differentia erit motus Veneris à Terra, diurnus; v. gr. cum motus Telluris medius sit quolibet die 59′ & 8″, Veneris autem motus diurnus sit, 1 gr. 36. 8″ quorum differentia est 37′; per illud spatium Venus quotidie à Tellure recedere, vel ad illud accedere videtur. Fiat igitur ut 37′ ad gradus 360, seu ad 21600 minuta prima, ita dies unus ad spatium temporis quo Venus à Tellure per 360 gradus re. *Alia methodus solvendi Problema.*

ceſſerit, hoc eſt ad ſpatium temporis, quo ad idem reverterit, ſeu ad tempus inter duas conjunctiones proximas elapſum, quod invenitur eſſe dierum 583.

Verum hæ conjunctiones ſecundum motus medios ſeu æquales tantum computatæ ſunt, ideoque conjunctiones Mediæ dicuntur. At quoniam Venus & Tellus in orbitis Ellipticis circa Solem ferantur, motuſque earum inæquabiles ſunt; fieri poteſt, ut conjunctiones veræ ſerius aut citius per aliquot dies accidant, quam per præcedentem computum fieri debent. Data autem conjunctione mediâ, conjunctio vera ſic exquiretur. Sit A B C Ecliptica, in qua
TAB 28. *fig.* 3 punctum A ſit locus conjunctionis mediæ, ad cujus tempus, computetur per methodos Aſtronomis notiſſimas, verus locus Veneris ad Eclipticam reductus, qui ſit D. Item verus locus Telluris ſit T, & inde dabitur locorum Telluris & Veneris diſtantia D T, datur quoque utriuſque Planetæ motus angularis pro dato quolibet tempore, v. gr. pro ſex horis; quorum motuum differentia dabit acceſſum vel receſſum Veneris à Tellure, ſpatio ſex horarum. Fiat itaque, ut differentia illa motuum ad arcum D T, ita ſex horæ ad tempus inter conjunctionem mediam & veram, quod tempus demptum aut additum (prout Venus eſt orientalior aut occidentalior Tellure) tempori conjunctionis mediæ, dat tempus conjunctionis Veræ.

Diſtantiæ Veneris à Terra ſemper mutabilis.

Ex figura manifeſtum eſt Veneris à Tellure diſtantiam eſſe continuo mutabilem, maximam autem eſſe cum Venus eſt in conjunctione cum Sole ſuperiore, & minimam eſſe cum eſt in conjunctione inferiore; & differentia quidem tanta eſt, ut illa æqualis ſit integræ diametro orbitæ Veneris. Eſtque diſtantia Veneris è Tellure in conjunctione cum Sole ſuperiore, ad ejuſdem diſtantiam in conjunctione inferiore ut 1 ad 6; ſexieſque proinde magis Venus ad Tellurem accedit in una poſitione quam in alterâ, & tantum quoque mutatur Veneris apparens diameter è Tellure viſa. Sed & diſtantiæ maximæ & minimæ per excentricitates orbium mutantur; nam omnium maxima fit diſtantia, quando conjunctio ſuperior celebratur Venere & Tellure exiſtentibus in Aphe-

Apheliis. Et omnium minima est distantia Veneris à Tellure, quando conjunctio inferior accidit, Venere in Aphelio & Tellure in Perihelio existentibus.

Cum Venus sit corpus Sphæricum & opacum, Solis luce non sua resplendens, oportet ut ea solum facies lucida videatur, quæ Soli obvertitur, alterum autem oppositum Veneris hemisphærium luce orbetur, & invisibile maneat; quapropter si talis sit Telluris situs, ut tenebrosum illud hemisphærium ei obvertatur, Venus Terricolis inconspicua fiet, nisi forte in Solis disco nigræ instar maculæ videatur. Si vero tota illustrata facies Terræ obvertatur, Venus pleno orbe fulgens videbitur. Et pro vario Telluris respectu Veneris, & Solis situ, varia erit forma atque figura, sub qua Venus conspicietur, phasesque subibit, Lunæ Phasibus per omnia similes.

Phases Veneris. Tab. 28. *fig.* 4.

Sit ABCDEFG orbita Veneris; TL Telluris orbitæ portio, sitque Terra in T, & Venus in A in conjunctione scil. superiore cum Sole. Patet in hoc Planetarum situ, faciem Veneris illuminatam totam Terræ obverti, atque proinde Venus instar Lunæ plenæ, ut circulus lucidus apparebit. Cum Venus ad situm respectu Solis & Telluris, qualis est B, pervenerit; pars aliqua obscuri hemisphærii eidem obvertitur, & proinde Veneris facies à Tellure visibilis, à circulo deficiet, & gibbosa apparebit; ad C perventa Venere, hemisphærii illustrati dimidium è Tellure videtur, Venusque dimidiata apparet ad instar Lunæ in prima vel ultima Quadratura. Venere in D existente, parva tantum illuminatæ superficiei pars Terræ obvertitur, cumque figura Veneris sit sphærica, quæ ob magnam à Terra distantiam, ut plana videtur, pars illuminata in cornua à Sole aversa, protendi videtur. Venus cum è Terra in E videtur, in conjunctione scil. inferiore cum Sole, totum ejus tenebrosum hemisphærium Telluri obvertitur, Venusque fit invisibilis, nisi forte ut nigra macula, per Solis discum transcurrere videatur, quod jucundum spectaculum semel Horoxcio nostro contigit. Easdem phases subibit Venus dum per FG, ad H transit, scil. circa F corniculata, in G dimidiata, & in H Gibbosa apparebit.

Copernici vaticinium. Hæ Veneris apparentiæ, etsi nudo oculo se non produnt telescopio tamen distincte conspiciuntur. Ante inventum telescopium, quando Copernicus Systema Antiquum Pythagoricum renovavit, & orbi literato proposuit, asseruitque Planetas omnes, inter quos Terram locavit, circa Solem in centro immobilem moveri, ei objectum fuit, si talis esset Planetarum motus, debere Veneris Phases Lunæ Phasibus esse similes. Respondet Copernicus, eas revera ita esse fortasse venientibus sæculis dignoscent Astronomi. Hanc Copernici Prædictionem primus implevit magnus Galilæus Philosophus lynceus, qui telescopium ad Venerem dirigens, eam Phasibus suis Lunam æmulari deprehendit; quod Systema Pythagoricum mirifice confirmavit.

TAB. 28. *fig. 5.* Si centra Solis, Terræ & Planetæ, rectis jungantur, quæ faciunt triangulum TSO; & per centrum Planetæ erigantur plana ad rectas T O S O normalia, quorum illud abscindet Planetæ Hemisphærium Terræ obversum, hoc Hemisphærium à Sole illustratum; erit Trianguli T S O exterior angulus ad Planetam SOP æqualis angulo *moq*, quem metitur illuminati semicirculi pars *mq*, quæ Terræ obvertitur. Est enim angulus S*or* æqualis angulo *pom*, nam uterque rectus est, & angulus *ro*P æqualis angulo *poq*, sunt enim ad verticem; quare ablatis æqualibus erit angulus S O P æqualis angulo *moq*, quem arcus *mq* metitur. Semicirculi itaque illustrati pars *mq*, quæ terræ obvertitur, metitur angulum S O P, & arcus ille è Terra visus in suum sinum versum projicitur. Uti de Luna superius ostensum fuit. Hinc illuminatio Veneris è Terra spectata, cæteris paribus est ad illuminationem totam, ut sinus versus anguli exterioris ad Venerem, ad circuli diametrum.

Phasium accurata determinatio.

Venus non est lucidissima cum pleno fulget orbe. Quamvis Venus in situ A Terricolis pleno orbe splendeat, non tamen in ea positione maxime & lucidissime fulget; diminuitur enim ejus splendor ob majorem à Tellure distantiam, idque in majore ratione, quam crescit faciei illuminatæ pars è Terra conspicua. Nam Veneris fulgor decrescit in duplicata ratione distantiæ auctæ. At pars illustrata crescit in ratione sinus versi anguli exterioris ad Planetam. Ita-

Itaque ejus fulgor maximus non eſt, cum circa A verſatur Planeta, ſed major erit circa O. Sit enim Venus in O quatuor vicibus Telluri propior quam in A, in O lucidæ faciei partes datæ ſedecies plus luminis ad Tellurem diffundent, quam cum Planeta eſt in A. Sed in O fieri poteſt, ut pars circiter quarta diſci illuminati Terræ obvertatur. Adeoque magis augetur Veneris ſplendor ob diminutam diſtantiam, quam minuitur idem ob decreſcentem phaſim.

In quo ſitu Venus maxime lucida eſt.

Si quæratur in quo ſitu Veneris ſplendor ſit maximus; hujus Problematis ſolutionem dedit concinnam ſummus Geometra & Aſtronomus Edmundus Halley Collega meus, in Actis Philoſophicis Londinenſibus N°. 349, ubi oſtendit Venerem omnium maxime fulgere, cum elongatur à Sole 40 circiter gradibus, ubi tantum pars quarta diſci luminoſi è Terra conſpicienda ſit; in quo ſitu, Venus die & lucente Sole conſpecta fuit. Admirabilis eſt illa Veneris pulchritudo, qua proprio lumine carens, & tantum Solis mutuatitio lumine gaudens, in tantum ſplendorem erumpit, quantum non habet Jupiter, non Luna, cum æque à Sole elongatur: illius quidem lumen, ſi ad Veneris lumen comparetur, majus quidem erit ob apparentem corporis magnitudinem, at iners, mortuum, ac veluti plumbeum videtur; tantum præ illa Venus revibrat vegetum ſplendorem.

Orbita Veneris non coincidit plano Ecliptica.

Si planum orbitæ Veneris coincideret cum plano Ecliptica, videretur Venus ſemper in Ecliptica incedere. At motus Veneris non fit in plano Ecliptica, ſed in plano, quod ad illud inclinatur angulo trium graduum & 24 min. ſecatque planum Ecliptica in linea per Solem tranſeunte, quæ *Linea Nodorum* vocatur, punctaque ubi orbita Planetæ producta Ecliptica ſecat *Nodi* dicantur. Adeoque Venus nunquam è Sole vel è Tellure in plano Ecliptica videbitur, niſi cum in nodis verſatur; in aliis orbitæ ſuæ punctis nunc minus, nunc magis, ab Ecliptica diſtabit: & è Sole viſa maxima ejus ab Ecliptica diſtantia erit, cum nonaginta gradus ab utroque Nodorum removetur.

Sit TAB circulus in Ecliptica plano, L*n*VN orbita Ve- TAB. 29, ne- *fig.* 1.

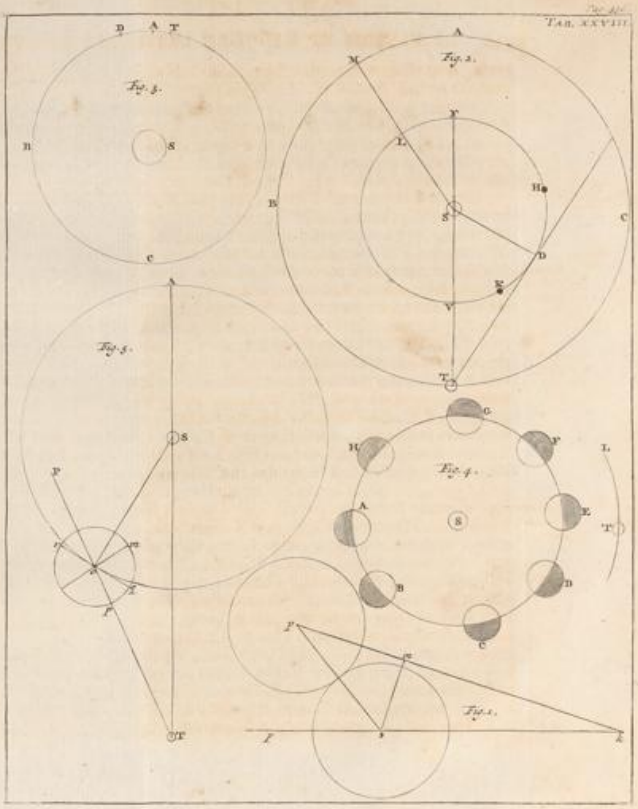
neris, quæ planum Eclipticæ ſecet in lineâ N*n*; concipiendum eſt orbitæ dimidium N L*n* ſupra planum Eclipticæ attolli, altera autem medietas N V*n* infra Eclipticam deprimi; cum Venus eſt in orbitæ ſuæ puncto N, erit in plano Eclipticæ, ad P autem progreſſa, ab Ecliptica deflectere videtur, longius autem ad L provecta planeta, ita ut N L ſit circuli quadrans, maxime ab Ecliptica recedere videbitur, punctumque L vocatur *Limes*; Nam poſt digreſſum ab L rurſus ad Eclipticam accedit Planeta. Si à Venere in P ad planum Eclipticæ demittatur normalis linea PE; & ducatur SE, angulus PSE metietur diſtantiam Veneris ab Ecliptica, & vocatur *Latitudo* Veneris *Heliocentrica*, qualis è Sole videtur. Hæc autem Latitudo ex dato Planetæ loco in ſua orbita, hac ratione exquiritur. Sit arcus NE portio Eclipticæ, NP portio orbitæ Planetæ ad cælum productæ, P locus ejus, N nodus; per locum Planetæ tranſeat circulus ad Eclipticam perpendicularis, hujus circuli arcus PE, inter Planetam & Eclipticam interceptus, erit diſtantia Planetæ ab Ecliptica, ſeu menſura anguli PSE. In triangulo ſphærico PNE, rectangulo ad E, datur latus NP diſtantia Planetæ à nodo, item angulus N inclinatio planorum orbitæ & Eclipticæ, quare per Trigonometriam innoteſcet latus PE, Latitudo Planetæ Heliocentrica, quæ erat invenienda. Latitudo hæc Heliocentrica, quoties Planeta in eodem orbitæ ſuæ puncto invenitur, conſtans & immutabilis eſt. At *Latitudo Geocentrica*, ſeu diſtantia Planetæ ab Ecliptica è Tellure viſa, etiamſi in eodem orbitæ ſuæ puncto conſpiciatur, continuo mutatur pro vario ſitu Telluris, reſpectu Planetæ. Sit enim BTA*t* orbita Telluris, N P*n* orbita Planetæ, qui ſit in P, à quo ad planum Eclipticæ demitti concipiatur perpendicularis PE. Hæc linea, in quocunque orbitæ ſuæ puncto locetur Tellus, ſubtendet angulum, qui Planetæ Latitudinem Geocentricam metitur. Sit itaque Tellus in T, & Venus in P Telluri proxima, in quo ſitu Venus videtur in conjunctione cum Sole inferiore, ejus Latitudo Geocentrica per angulum PTE menſurabitur. At Venere in eodem loco P exiſtente, ſi Tellus punctum *t* occuparet, & Venerem videat in con-

Latitudo Heliocentrica.

Latitudo Geocentrica.

Tab. 29. *fig.* 2.

jun-


Fig. 3.
Fig. 2.
Fig. 5.
Fig. 4.
Fig. 1.

junctione superiore, ubi longissime ab illa distat, Latitudo Geocentrica erit secundum angulum P*t* E mensuranda, qui angulo PTE multo minor est, ob distantiam P*t* distantia PT multo majorem. Hæc eadem de Mercurii Latitudine sunt intelligenda. Unde patet, quod Planetarum Inferiorum, cæteris paribus, Latitudo visa major est, cum hi Telluri sunt proximi, minor cum sunt remotissimi. Et quidem fieri potest, ut Veneris Latitudo Geocentrica major sit Heliocentrica, cum scil. intra Solem & Terram locatur, ubi Telluri quam Soli propior est. At Mercurius cum semper longius à Tellure quam à Sole distet; semper minor erit ejus Latitudo Geocentrica quam est Heliocentrica, quæ cum maxima est, septem fere gradibus æquatur; tanta enim est inclinatio ejus orbitæ ad planum Eclipticæ.

Zodiacus quid?

Cum nullius Planetæ orbita jaceat in Ecliptica, sed quælibet eam secat in recta, quæ per Solem transit, necesse est ut Planetæ omnes bis tantum in qualibet periodo, in Ecliptica videantur, scil. cum in propriis nodis versantur; aliis omnibus temporibus nunc magis, nunc minus, ab Ecliptica migrare conspicientur; sunt tamen certi & determinati limites, extra quas nunquam divagantur Planetæ. Adeoque si concipiatur in cælo Zona, seu spatium latum viginti circiter graduum, per cujus medium incedit Ecliptica, hoc spatium Planetas omnes ambitu suo semper continebit, & *Zodiacus* nominatur, ab imaginibus animalium, seu Asterismis qui hanc cæli partem occupant, nomen ducens. Tellus regia semper incedens via, nusquam ab ejus medio seu ab Ecliptica deflectit, ideoque neque Sol ab illa declinare videbitur. Luna & errones quinque ad decem quandoque gradus interdum versus Meridiem, interdum versus Septemtrionem exspatiantes, intra Zodiaci tamen limites motus suos exercent.

Motus Veneris in Zodiaco.

Hucusque contemplati sumus motus atque Phases Veneris ex ejus situ respectu Solis & Telluris pendentes, Nunc motum e Tellure visibilem in cælis secundum Zodiacum perpendamus. Sit ABC orbita Veneris, TGF orbita Telluris, LMO circulus referat Zodiacum ad Stellas fixas productum; TAB. 29. *fig.* 3.

sit primo Tellus in T & Venus in A, prope superiorem cum Sole conjunctionem; Patet spectatorem e Tellure Venerem in cælo referre ad punctum Zodiaci L; & si Tellus quiesceret, dum Venus arcum AB in orbita propria percurreret, illa portionem Zodiaci LM describere videretur. At quia Tellus interea movetur, cum Venus est in B, appellit Tellus puncto orbitæ suæ H, ex quo Venus conspicietur in N, & per arcum Zodiaci LMN deferri videbitur; eritque Venus magis in orientem progressa quam in priore casu. Cum vero Venus ad C pervenerit, Tellus ad G defertur, ita ut Venus in recta ejus orbitam tangente & in Zodiaci puncto O conspicietur. In quo situ, motus ejus apparens erit fere æqualis motui apparenti Solis. Moveatur deinde Venus ex C ad A rursus, & interea Tellus arcum GK percurrat, & Venus circa conjunctionem inferiorem cum Sole videbitur, & in illo situ ad Zodiaci punctum P e Tellure referetur, cumque prius in O conspiciebatur Venus, per arcum OP regressam esse, seu ab ortu in occasum contra seriem signorum tendere, spectabitur: Cumque in C una cum Sole progredi visa fuit, in A autem celerrime regredi; oportet ut sit locus aliquis medius inter C & A, ubi nec regredi, nec progredi, sed ut stationaria videatur, & eundem in cælis locum per aliquod tempus conservare. Perveniat jam Venus ad E, & Tellus ad F, & Venus è Tellure videbitur in Eclipticæ puncto Q magis regressa; ubi autem Venus videtur è Tellure in recta quæ ejus orbitam tangit, rursus motum progressivum cum Sole habebit. Adeoque inter mutationes cursus, seu inter motum progressivum & regressivum, Venus morabitur nonnihil, & eodem in loco per aliquot dies consistere videbitur; ubi autem Tellus ad D pervenerit, & Venus sit in C, videbitur per arcum Zodiaci QR motu celeri versus orientem progrediisse. Hinc Venus, cum in superiore cum Sole conjunctione versetur, semper directe incedere, seu secundum signorum seriem moveri conspicitur: At cum est in inferiore conjunctione, seu cum inter Solem & Terram existet, tunc regredi & contra seriem signorum ferri apparet.

Motus Veneris progressivus.

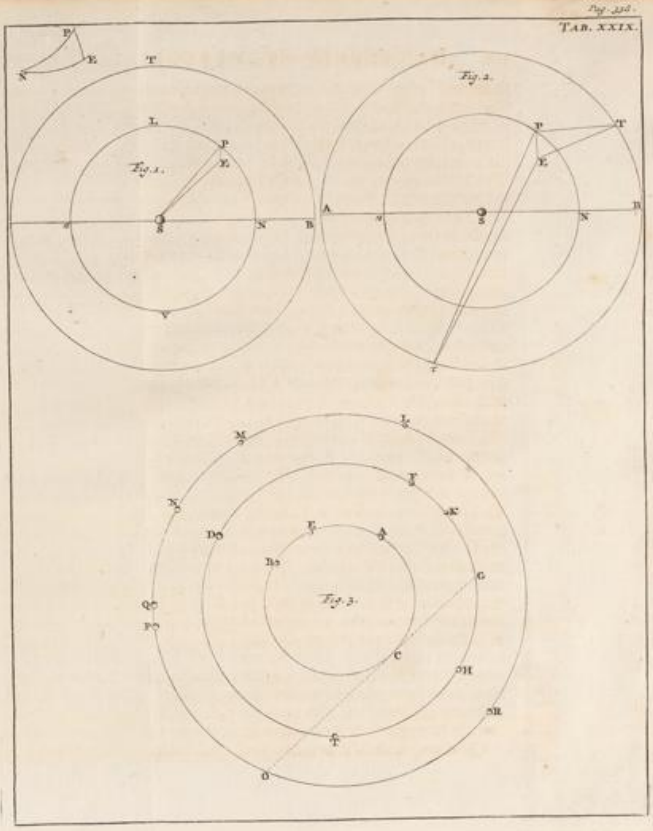
Motus Regressivus.

Venus stationaria.

Quando Venus directa. Quando regredi videretur. Similes sunt Phases Mercurii.

Quæcunque de Veneris motibus ostendimus, ea quoque de

TAB. XXIX.



de Mercurio ejuſque motibus vera erunt. At Mercurii conjunctiones cum Sole, Directiones, ſtationes & regreſſus frequentiores ſunt, quam Veneris, hic enim celerior & in minore orbita latus, ſæpius Tellurem aſſequitur quam Venus. Maxima Mercurii à Sole digreſſio adæquat circiter gradus 33. Ex his patet, quod horum Planetarum motus apparentes, è Tellure viſi ſunt admodum inæquales, qui nunc progredi, nunc ſtare, mox regredi, & rurſus ſtare cernuntur: at ſpectator in Sole locatus, hos Planetas ſemper eodem tenore progredientes conſpiciet.. Nam talis eſt in his Planetis è Terra apparens motuum inæqualitas, ut æquabili circa Solem lationi accurate reſpondeat, unde liquet non Tellurem, ſed Solem eſſe centrum motus Planetarum inferiorum.

Orbitæ Planetarum ſunt Ellipſes.

Sicuti ſuperius oſtenſum fuit, orbitam Telluris non eſſe circulum ſed Ellipſim, hoc idem verum erit de orbitis Veneris atque Mercurii, & cæterorum Planetarum, quorum omnium orbitæ ſunt Ellipſes, quæ non communem focum habent, in quo Sol reſidet, circa quem motibus licet inæqualibus Planetæ ferantur, certa tamen & immutabili lege motus ipſorum reguntur; nam ita Ellipſeos perimetrum percurrunt, ut ab ipſorum centris, Radiis ad Solem ductis, deſcribant ſeu verrant Areas Ellipticas temporibus proportionales; adeoque in Apheliis tardius incedunt Planetæ, in Periheliis velocius feruntur. Aphelia autem aliter quam Lunæ Apogæon vel quieſcunt, vel lento admodum motu progrediuntur, adeoque ſaltem per unius hominis ætatem tanquam quieſcentia haberi poſſunt. Obſervandum autem eſt Mercurii orbitam eſſe omnium maxime excentricam. Nam ejus Excentricitas eſt ad diſtantiam mediam ut 2051 ad 10000

LECTIO XVI.

De Motibus Planetarum ſuperiorum Martis, Jovis & Saturni & Phænomenis inde ortis.

IN Phænomenis inferiorum Planetarum explicandis ſatis diu immoratum eſt. Ad ſuperiores Planetas eorumque motus contemplandos accedimus. Sit itaque ABCT orbita Tel- TAB. 30. *fig.* 1.

Telluris. Rotentur circa Solem Saturnus, Jupiter & Mars in diverſis ab illo diſtantiis, diverſiſque temporum periodis circuitus perficientes; ſitque PQV portio Zodiaci, in quo motus ſuos peragere videntur. Primo patet hos Planetas è Sole viſos, poſſe cum Terra conjungi vel etiam eidem opponi. Scil. ſi Saturnus ſit in ♄, poteſt Tellus in M locari, in recta quæ Solem & Saturnum conjungit, in quo ſitu è Sole videntur Planetæ in conjunctione. Vel poteſt Tellus in eadem recta in contrarias partes producta, in B ſcil. exiſtere, ubi e Sole Saturno opponi videbitur: at in hoc ſitu, Sol è Tellure viſus cum Saturno conjungi apparebit. 2^do^ Patet Planetas hos è Terra viſos poſſe aſpectum quemlibet ad Solem obtinere, ſeu in dato quovis angulo à Sole elongari, quod in inferioribus fieri non potuit, qui ſemper in Solis vicinia commorantur. Nam à Terra T duci poteſt recta TP, quæ orbitas omnes ſecat, & cum TS recta Solis & Terræ centra conjungente datum faciat angulum STP, adeoque cum Terra eſt in T, Saturnus fieri poteſt in F, cujus elongatio à Sole eſt angulus STF. Præterea quando Terra & quilibet Planeta ſuperior e Sole in conjunctione videntur, Planeta ille e Terra ſpectatus, Soli opponi conſpicietur; eoſque oppoſita cæli puncta occupare videbit Terricola.

Tempus determinatur, in quo Planeta ſuperior ad conjunctionem aut oppoſitionem aut reverſitur.

Conjungatur quilibet Planeta ſuperior v. gr. Saturnus cum Tellure e Sole ſpectatus; Poſt conjunctionem, cum Terra velociore motu angulari feratur quam Saturnus, illam à Saturno magis indies recedere aſpiciet Solicola; cumque Tellus arcum 59 min. & 8 ſecund. motu medio quotidie deſcribit, Saturnus autem, tantum duo minuta prima, erit motus Telluris à Saturno, e Sole viſus, quolibet die 57 min. & 8 ſecunda; ſi itaque fiat ut 57 min. & 8 ſecunda ad gradus 360, ita dies ad quartum, dabitur numerus dierum, in quibus Tellus rurſus Saturno conjungi videbitur, æqualis ſcil. diebus 378. Sed cum Tellus & Saturnus, e Sole ſpectati, conjunguntur, Sol & Saturnus e Tellure viſi opponuntur; ergo tempus inter duas proximas oppoſitiones Solis & Saturni ex motibus eorum mediis computatas, æquatur diebus 378 ſeu Anno cum diebus tredecim. Idem inter-

tercedit tempus inter duas conjunctiones Saturni cum Sole proximas e Tellure visas; vel inter duas quaslibet similes Saturni Elongationes à Sole: Tempusque inter conjunctionem & proximam oppositionem est hujus spatii dimidium, nempe dies 189.

Similiter invenietur Tempus inter duas proximas Jovis cum Sole conjunctiones, aut eidem oppositiones esse æquale Anno una cum triginta tribus diebus. At Mars post unam oppositionem, sequentem non attinget, nisi post binos annos, & insuper quinquaginta dies.

Planetæ omnes Soli oppositi oriuntur occidente Sole, & occidunt illo oriente; post autem digressum Planetarum à Solis opposito, manent Sole orientaliores, postque Solis occasum vesperi sunt conspicui, donec Soli conjuncti simul cum illo occidunt & oriuntur, deinde post eorum à Sole recessum fiunt Sole occidentaliores, & mane ante Solis ortum tantum conspici possunt; nam vespere citius Soli occidunt, donec ad oppositum Solis perveniunt, ubi rursus oriuntur occidente Sole.

Orbitarum Plana inclinantur ad Ecliptican.

Uti de Inferioribus ostensum fuit, ita quoque superiorum Planetarum orbitæ non jacent in plano Eclipticæ, sed eorum omnium plana Eclipticam secant in rectis, quæ per Solem transeunt, & Nodorum Lineæ dicuntur. Punctaque ubi hæ lineæ Eclipticæ occurrunt, Nodi vocantur. Quare nec superiores Planetæ unquam in Ecliptica videntur, nisi cum in nodis versantur; in aliis omnibus locis nunc magis, nunc minus, ab Ecliptica deflectunt, & maxime ab illa distant cum circa limites seu puncta ab utroque nodo æquidistantia versantur, ubi Latitudines maximæ Heliocentricæ sunt quæ sequuntur, scil. Saturni Latitudo maxima Heliocentrica est 2 grad. 33. min. Jovis 1 grad. min. 20. Et Martis 1 grad. 52. min.

Dato Loco Planetæ in sua orbita, seu distantia ejus à nodo, eadem ratione exquiretur ejus Latitudo Heliocentrica, qua vos Veneris & Mercurii Latitudines invenire docuimus. Latitudines autem Planetarum Geocentricæ, seu distantiæ à Plano Eclipticæ e Tellure visæ, ex situ & distantia Telluris

ris plurimum pendent, nam eadem manente Latitudine Planetæ Heliocentrica, pro varia positione Telluris, varia erit ejus Latitudo e Terra visa. Sit enim Telluris orbita T ♁ *t*, superioris vero cujusvis, Martis verbi gratia orbita sit ♂ M, cujus planum ad Eclipticæ planum inclinatur; illudque intersecat in linea Nodorum N *n*. Sit Mars in ♂, & Tellus in T, ut videatur Mars in aspectu ad Solem oppositio, ex ♂ ad planum Eclipticæ demittatur normalis recta ♂ E, hæc recta subtendit angulum, qui latitudinem Planetæ Geocentricam metitur. Cum itaque Tellus est in T, inter Solem & Martem, Latitudinem Martis visam angulus ♂ TE metietur. At si Tellus in *t* locetur, ut Sol fiat Marti conjunctus, ejus Latitudo è Terra spectata erit æqualis mensuræ anguli ♂ *t* E, qui angulo ♂ TE multo minor est, & in eadem fere ratione minor qua distantia T ♂ minor est distantia *t* ♂. Si Tellus sit in T, erit Martis Latitudo Geocentrica major Heliocentricâ & quando Tellus in *t* existat, erit illa hac minor. Eodem modo pro vario situ Martis & Telluris, respectu Solis, Latitudo ejus Geocentrica mutatur, ita ut cæteris paribus illa sit minor, quo Mars propior sit conjunctioni cum Sole, & major quo is Solis oppositio sit vicinior.

TAB. 31. *fig.* 1.

Patet etiam superiorum nullum è Terra visum posse in Solis disco spici, ut Veneri & Mercurio contingit. Potest tamen illorum quivis à Sole tegi, quando Planeta cum illo conjunctus, sit nodo satis vicinus, ut post Solem lateat.

Planetæ superiores pleno orbe fulgent.

Cum Planetarum omnium facies, quæ Soli obvertuntur, Solis luce reflexa splendeant, cumque Tellus in vicinia Solis semper apparet è Jove aut Saturno conspecta, horum Planetarum facies quæ Soli obvertuntur, etiam Terræ obversæ erunt; unde semper Terricolis pleno orbe fulgentes apparebunt hi planetæ. At cum Mars in orbita feratur, quæ propius ad Telluris orbitam accedit, patet ejus faciem Soli obversam non semper totam Telluri obverti, sed circa quadratum Martis cum Sole aspectum, cum scil. Tellus sit in M vel B, & Mars in N aut R, pars aliqua faciei illuminatæ è Terra non videbitur, & proinde Phasis Martis erit gibbo-

Mars in quadrato aspectu aliquantulum gibbosus.

TAB. 30. *fig.* 1.

gibbosa, at in conjunctione aut oppositione Martis & Solis, totus illuminatus discus è Terra erit conspiciendus; & præsertim in oppositione Solis, ubi Terræ proximus rotundam & maxime fulgidam speciem exhibet.

Planetæ superiores in oppositione Solis quam in conjunctione majores.

Planetæ superiores multo majores videntur in oppositionibus Solis, quam in conjunctionibus, nam multo minus à Tellure distant in uno situ, quam in altero; & distantiarum differentia æqualis est diametro orbis magni in quo circa Solem movetur Terra, quæ differentia cum ad semidiametrum orbitæ Martis majorem habeat proportionem, quam ad reliquarum orbitarum semidiametros, maximum ejus magnitudinis apparentis faciet discrimen. Nam Mars quinquies circiter nobis est propior in oppositione Solis, quam cum in ejus conjunctione videtur; adeoque cum visibilis cujusvis discus & splendor augetur in duplicata ratione distantiæ diminutæ, Mars vigesies quinquies major & simul lucidior in oppositione Solis quam in ejus conjunctione apparebit.

Diversitas caloris in Planetis.

Cum Jupiter quinquies longius à Sole distet, quam Terra ab eodem distat; diameter Solis apparens, è Jove sub angulo tantum sex scrupulorum videbitur, qui nobis est triginta, Solque Jovis incolis vigesies quinquies minor apparebit quam nobis. Et luminis & caloris vicesimam quintam tantum partem à Sole recipient Jovicolæ, illius quo fruuntur & foventur Terricolæ. At Saturnus cum decies longius à Sole distet quam nos, Apparens Solis diameter ex illo visus sub angulo trium tantum scrupulorum conspicietur, & paulo duplo major quam Venus Perigæa nobis apparebit. Adeoque Solis discus ex Saturno visus centies minor apparebit, & tam Lux quam calor in eadem ratione in Saturno minuuntur; unde oportet ut Saturni Regiones etiam Æquatoriæ sint nostris intra Polares circulos inclusis Terris frigidiores.

Planetarum motus è Tellure conspecti irregulares.

Planetæ omnes superiores è Sole conspecti, uniformiter secundum eandem plagam & eadem lege, æquabili scil. Arearum descriptione, semper progredi cernuntur, unde fit ut eorum motus angularis circa Solem sit inæqualis; in Apheliis enim morantes tardius incedunt, circa Perihelia ver-

verſantes velocius feruntur; at è Tellure viſi hi Planetæ, motus admodum irregulares in Zodiaco peragere videntur, aliquando enim progrediuntur ab occidente in orientem, ſecundum veros ipſorum motus, deinde paulatim tardeſcunt; donec tandem immobiles & quaſi ſtationarii conſpiciuntur; mox motu retrogrado ferri, & in plagam motibus veris contrariam tendere eos aſpicimus; rurſuſque deinde quaſi immobiles ſtare apparent; donec poſt aliquod tempus progredi, & ab occidente in orientem ferri videntur. Hæ motuum & curſuum mutationes, ex motu & ſitu Telluris omnes oriuntur.

TAB. 30. *fig.* 2. Sit PQO portio Zodiaci, ABCD orbita Telluris EMGHZ ſuperioris cujuſvis Planetæ orbita v. gr. Saturni. Sitque Tellus in A, & Saturnus in E, in quo ſitu è Tellure videbitur Zodiaci punctum O occupare. Si Saturnus quieſceret, Tellure ad B deventa, videretur Saturnus in Zodiaci puncto L, & per arcum OL ſecundum ſeriem ſignorum ſeu ab occidente in orientem progreſſus; verum interea dum Tellus tranſit ab A ad B, Saturnus fertur motu proprio ab E ad M, ubi in conjunctione cum Sole venit, & ex Terra arcum OQ in Zodiaco confeciſſe videbitur, & hic arcus eſt arcu OL major; unde Planetæ ſuperiores cum ſunt in conjunctione cum Sole, celerrime progrediuntur, ob duplicem cauſam, nempe quod revera circa Solem ferantur, tum quod Terra in adverſo ſemicirculo in eandem plagam feratur, circa idem centrum; adeoque Planeta quando à Terra eſt remotiſſimus & Soli conjunctus citius ſolito in conſequentia ſignorum ferri apparet; quo in ſitu dicitur fieri directus. Ad C deventa Tellure, dum Saturnus arcum MG deſcribit, is in Zodiaco in R conſpicietur: quando autem Tellus eſt in K, & Saturnus in H, Tellus fere in recta movetur quæ per Saturnum tranſit, vel quod idem eſt recta Saturnum & Terram connectens orbitam Terræ tanget, & Terricola Saturnum ad idem Zodiaci punctum tunc referet, & eundem locum inter fixas conſervare videbit; unde in eo ſitu Saturnus ſtationarius apparebit.

Quando Planeta directus & velox

Quando ſtationarius videtur.

At Tellure in D tranſlata, & Saturno oppoſitum Solis Pun-

punctum X tenente, videbitur is locum in Zodiaco V occupare & per arcum PV regressus. Unde liquet Planetas cum Soli opponuntur semper retrogrados conspici, & in Antecedentia, seu contra signorum seriem, motu apparenti ferri. Ad A autem rursus delata Tellure, & Saturno circa Z hærente, denuo in statione sua in puncto scil. N permanere apparebit Planeta; & tandem cum Tellus hunc situm reliquerit, Saturnus rursus progredi & in directum moveri conspicietur.

Quæ de Saturno hic ostensa sunt, eadem de Jove & Marte intelligenda sunt; qui nunc progredi, nunc stare, mox regredi deinde stare, & denuo progredi conspiciuntur, Saturni autem regressiones frequentiores sunt quam Jovis, exinde quod Tellus Saturnum Planetarum lentissimum sæpius assequetur, quam Jovem non paulo velociorem. Quin ob eandem causam Jovis quoque regressiones frequentiores sunt quam Martis, quia scil. Mars velocior Jove latus, majus spatium percurrit & opus erit, ut longiore tempore ad oppositum Solis perveniat, quam in Jove requiritur.

Parallaxes orbis Annui Planetarum. TAB 31. *fig.* 2.

Sit AC portio orbitæ Terræ, quam tangit recta AN, in qua è Tellure ponamus conspici Planetas superiores, scil. Mars in ♂ videatur, Jupiter in ♃, & Saturnus in ♄, sitque KLMN portio Zodiaci. Erit Martis locus è Sole visus K, qui est locus verus & Heliocentricus; at cum Tellus sit in A, ex illo loco Mars ad Zodiaci punctum N referetur, quod dicitur ejus apparens locus. Similiter Jupiter è Sole visus in L conspicitur, qui est ejus locus verus, at è Tellure ad punctum N refertur. Eadem ratione Saturni verus locus qualis ex Sole orbitæ suæ centro conspiciendus est, erit in M, at locus apparens e Terra visus est in Zodiaci puncto N. Arcus KN LN MN differentiæ scil. inter locos apparentes & veros dicuntur Parallaxes orbis annui in his Planetis. Per Solem S ducatur SO ad AN parallela, eruntque per 29. *El. primi* anguli A♂S, A♃S, A♄S singuli respective æquales angulis KSO LSO & MSO, quorum mensuræ sint arcus KO LO & MO. Est vero angulus ANS, æqualis angulo NSO, cujus

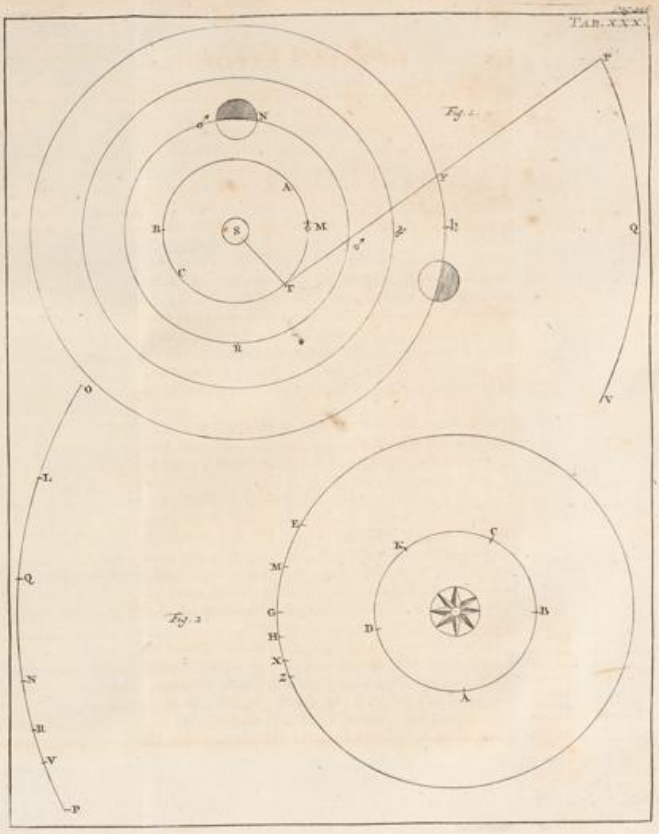
menſura eſt arcus NO, qui itaque erit menſura anguli ANS, ſub quo ſemidiameter orbitæ Terræ e cælo videtur, ſed AS ſemidiameter orbitæ Terræ reſpectu diſtantiæ cæli, ſeu fixarum evaneſcit; nam illa e fixis conſpecta ſub nullo fere angulo videtur: evaneſcit igitur in cælo angulus NSO huicque proportionalis arcus NO, & proinde coincidere videntur puncta N & O, & arcus KO LO & MO minime differentab arcubus KN LN & MN, qui itaque erunt menſuræ angulorum A♂S A♃S A♄S. At illi anguli ſunt ut apparentes ſemidiametri orbitæ Telluris ex Planetis ſingulis viſæ. In ſingulis itaque Planetis ſuperioribus, Parallaxis orbis annui eſt ubique ut angulus ſub quo ſemidiameter orbis magni per Terram tranſiens, e Planeta videtur; & quo propior Planeta ad Tellurem vel Solem accedat, eo major fit iſte angulus. Hinc Parallaxis in Marte major erit illâ Jovis; ſicuti in Jove Parallaxis annua major erit quam in Saturno. At in ſtellis fixis nulla deprehenditur Parallaxis orbis annui.

Anguli A♂S A♃S A♄S ſunt quam proxime maximæ Elongationes Telluris à Sole e reſpectivis Planetis viſæ; in Marte adæquat hic angulus 42. gr. adeoque Tellus e Marte conſpecta minus digreditur à Sole quam Venus à nobis viſa. In Jove maxima elongatio Telluris à Sole videtur gr. 11. quæ eſt circiter ſemiſſis Elongationis Mercurii maximæ à nobis conſpiciendæ. In Saturno Angulus hic, ſeu Elongatio Telluris à Sole maxima minor eſt ſex gradibus, & quarta circiter pars Elongationis Mercurii à nobis viſæ, cumque Mercurius raro admodum ſe nobis conſpiciendum præbet, rariſſimus e Saturno erit Telluris noſtræ conſpectus, & fortaſſe Saturniis Aſtronomis nondum innoteſcit, Globum Telluris noſtræ in rerum natura exiſtere.

Retrogradationes, in Marte majores quam in Jove & in Jove, majores quam in Saturno.

Hinc manifeſtum quoque eſt, Retrogradationes in Marte, majores eſſe quam in Jove, necnon majores in Jove, quam in Saturno, idque ob duplicem cauſam, tum quod Mars Telluri propior ſit quam Jupiter, & is quam Saturnus, tum quod velociore motu ferantur.

Ex data in quovis Planeta Parallaxi orbis annui, facile in-


Fig. 1.
N
A
B
C
M
T
P
Q
V
Fig. 2.
O
L
Q
N
R
V
P
E
K
C
M
G
H
X
Z
D
B
A

innoteſcet ejus diſtantia à Sole, reſpectu diſtantiæ Telluris ab eodem. Nam quoniam in Marte datur angulus A ♂ S, quem metitur arcus Parallaxis annuæ, & angulus ♂ AS, Elongatio Planetæ à Sole, obſervatione aut calculo cognitus, ſi fiat ut ſinus Parallaxis annuæ, ad ſinum Elongationis Martis à Sole, ita SA diſtantia Telluris à Sole, ad S ♂ diſtantiam Martis ab eodem, illa dabitur. Hæc Parallaxis orbis, qua Planetæ citius tunc tardius in cælo videntur ferri, & nunc in orientem promoveri, nunc in occidentem retrahi conſpiciuntur, producit in motibus eorum Inæqualitatem, quæ ab Aſtronomis Inæqualitas ſecunda & Optica dicitur, ut diſtinguatur à prima quæ Planetis revera ineſt, qua inæquabili motu in orbitis ſuis ferantur: in oppoſitionibus aut conjunctionibus Planetarum cum Sole, inæqualitas illa ſeu Parallaxis evaneſcit, & idem eſt locus Planetæ Geocentricus qui Heliocentricus, ſeu qui ex Sole videtur.

Dantur Planetarum diſtantiæ à Sole ex data Parallaxi orbis annui.

Inæqualitas ſecunda & Optica quid?

Planetarum duo extimi amplo ſatis donantur Satellitio, nam Jupiter non paucioribus quam quatuor comitibus ſtipatus incedit, Saturnus quinque; mirum & jucundum ſpectaculum; hi inſtar Lunæ noſtræ, primarios ſuos in circulationibus circa Solem perpetuo comitantur, & interea circa primarios gyros deſcribunt, unde ex Primariis conſpecti eaſdem ſubeunt Phaſes, quas nobis Luna exhibet, in oppoſitionibus cum Sole fulgidi & pleni apparent; exinde diſcedentes gibboſi, cumque veniunt ad quadratum cum Sole aſpectum, dimidiati; ante conjunctionem corniculati, & in ipſo cum Sole coitu prorſus evaneſcunt.

Jovis & Saturni Satellites.

E Terra viſi hi Satellites, quamvis nunquam e Primario ſuo longe recedant, nunc tamen ei propius admoveri, nunc ab illo digredi conſpiciuntur. Sit ABT orbita Terræ in cujus medio eſt Sol, SF ſit portio orbitæ Jovis, in qua ſit Jupiter in ♃, qui reſidet in centro quatuor circulorum, quos quatuor Comites, ſeu Lunæ circa ipſum deſcribunt. Lunæ hæ quando inferiores orbitarum partes LNM deſcribunt, e Sole vel Terra conſpectæ, verſus occidentem tendere videntur, at dum orbitarum partes ſuperiores GHK percurrunt, in orientem ſecundum veros ipſorum motus

TAB. 31. *fig.* 3.

progredi conſpiciuntur. Et cum ad orientem tendunt Lunæ bis occultantur, ſemel quidem in O ab interpoſito Jovis corpore, quod in recta eſt inter Terræ & Jovis centra, iterumque in umbra Jovis evaneſcere videntur comites; quæ occultationes proprie Lunarum Eclipſes ſunt, quæ nunquam contingunt, niſi quando inter eas & Solem Jupiter directe interponitur, hoc eſt momento Plenilunii, Solis lumine privantur, ſicuti Luna ex Terræ interpoſitione ob eandem cauſam deficit.

Quando Jupiter eſt Sole orientalior, & Veſpertinus apparet, hoc eſt cum Tellus in A, prius latent pone Jovem, ob conjunctionem viſam cum corpore Jovis, priuſquam in umbram incurrunt, deinde ab umbra Jovis deliquia patiuntur. At quando Jupiter eſt Sole occidentalior, hoc eſt poſt ejus conjunctionem cum Sole, ubi is mane apparet, hoc eſt, quando Tellus circa B verſatur, prius in Jovis umbram incurrunt Lunæ ad V, quam ab ejus corpore occultantur in P, cum autem retrogradæ ſunt Lunæ, id eſt quando tendunt ad occidentem ſeu Inferiores orbitarum partes percurrunt, tunc ſemel tantum abſconduntur, ut in Q, cum ab ipſius Jovis corpore diſtingui non poſſunt, at quando e Sole conſpectæ in conjunctione cum Jove inferiore videntur, ſeu quando Jovis incola eas Soli jungi conſpicit, earum umbræ in Jovem incidunt, & aliqua pars diſci Jovis eclipſim exinde patietur; & qui ſub umbra degunt, Solem eclipſari videbunt. Harum Lunarum tam Jovialium quam Saturniarum Periodi & diſtantiæ à primariis eæ ſunt, quæ ad finem Lectionis Tertiæ à nobis traditæ ſunt.

Per Eclipſes Jovialium Parallaxis orbis annui, & diſtantia Jovis à Sole determinatur.

Ex harum Lunarum motibus & Eclipſibus, Parallaxis orbis annui & diſtantia Jovis à Sole optime innoteſcit. Sit POR orbita cujuſvis ſatellitis v. gr. extimi, ſitque Tellus in orbitæ ſuæ puncto A: oportet obſervare tempus quando poſt Jovem latet ſatelles in O; quod ut fiat, obſervetur momentum quando primo videri deſinit, atque iterum momentum quo conſpici incipit, momentum inter hæc medium, erit momentum temporis, quando in recta per Jo-

vis

vis & Terræ centra tranſeunte locatur. Similiter obſervetur Tempus quando Satelles eſt in medio Eclipſis quam ab umbra Jovis patitur, ſcil. quando eſt in V, ex quibus dabitur tempus quo arcum OV deſcribit; & cum motus ejus circa Jovem æquabilis ſit, exinde habebitur arcus OV, nam circa Jovem revolutionem abſolvit hic ſatelles horis 402. Supponamus tempus quo Satelles ex O ad V movetur eſſe duodecim horarum. Fiat ut 402 horæ ad horas 12 ita 360. gr. ad quartum qui invenietur 10 gr. min. 44. eſt itaque arcus OV æqualis grad. 10. min. 44. At eſt arcus OV menſura anguli O♃V, ſeu huic æqualis A♃S, cujus menſura eſt Parallaxis orbis annui, quæ proinde innoteſcet. In Triangulo igitur A♃S datur angulus ad ♃; & præterea angulus ad A, Elongatio Jovis à Sole ex Terra viſa, quem Aſtronomos tum ex calculo, tum ex obſervatione cognoſcere poſſe certum eſt; datur præterea latus AS diſtantia Terræ à Sole quæ ponatur 100000, cum igitur in hoc triangulo dantur omnes anguli, & unum latus; dabuntur per Trigonometriam reliqua latera, hoc eſt latus S♃ diſtantia Jovis à Sole, & latus A♃ diſtantia Jovis à Terra. Verum ut hæc exacte habeantur opus eſt pluribus accuratiſque obſervationibus, iiſque optimo teleſcopio peractis.

Per Stellarum Jovialium Eclipſes ſolvitur Problema totius Phyſicæ nobiliſſimum, quod dignitatis & admirationis plurimum in ſe habet; *Num ſcil. Lucis motus ſit inſtantaneus*, aut ſucceſſivus? Ex his enim Eclipſibus demonſtratur lucem non in inſtanti propagari, motu tamen admodum pernici, & celeritate incredibili ab aſtris ad nos pervenire. *Lucis motus non eſt inſtantaneus.*

Nam ſi Lucis motus inſtantaneus eſſet, cum Tellus eſt in T à Jove maxime remota, eodem momento videretur Eclipſis ſatellitis ac ſi eſſet in X Jovi proxima; nam ſecundum hanc hypotheſin lux eodem momento, per ſpatia indefinita propagatur, ſin lucis propagatio ſenſibilem aliquam temporis moram requirat, obſervator ad X diſtantiâ XT quæ diametro orbis magni æqualis eſt, erit Jovi propior quam obſervator in T locatus, citiuſque Eclipſim videbit, quam qui ex T illam aſpicit, unde ex intervallo temporis, di-

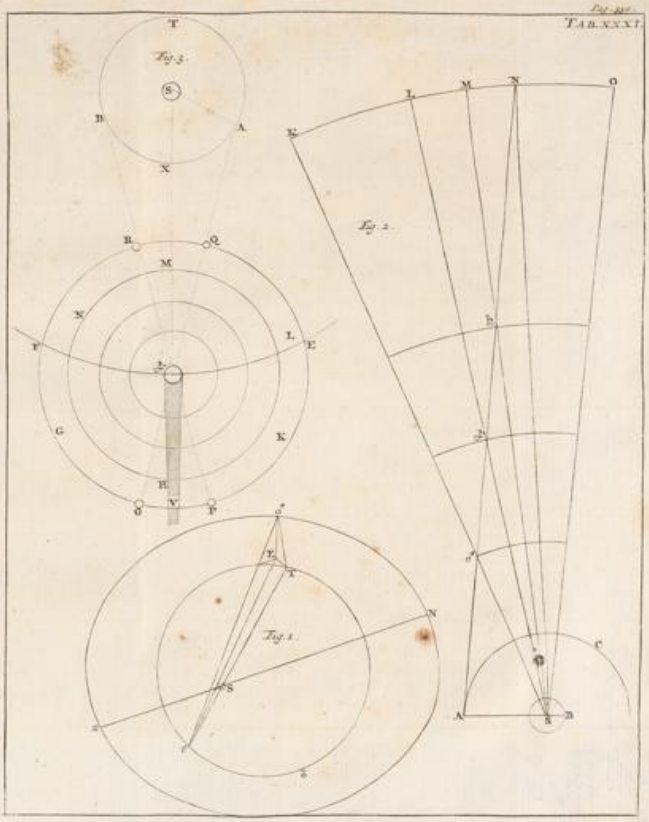
distantiæ XT proportionato radiorum velocitatem æstimare licebit. Atque ita se res habet, nam quotiescunque Terra Jovi propior accedit, Satellitum Eclipses citius incipiunt, quotiescunque Terra ad T à Jove recedit, Eclipses serius conspiciuntur, quam per computationes factas fieri debent. Hæ quidem anticipationes, & prolongationes Eclipsium Satellitum, per plurimos annos observatæ, à *Domino Romero* primùm adhibitæ fuere ad successivam lucis propagationem statuendam, lucemque eadem ratione qua reliqua omnia corpora mota determinato quodam velocitatis gradu propagari evincunt; cui sententiæ plerique Astronomi & Philosophi assensum præbuere.

Lucis itaque particulæ, etsi indefinite exiguæ, motu progressivo rectilineari feruntur, & non per undas medii alicujus defunduntur, Lucis velocitatem talem esse statuit Romerus, ut à Sole ad nos spatio undecim minutorum perveniat, at distantia illa inter Solem & nos quinquaginta millies millenis passibus non minor est, quod spatium tantillo tempore percurrit lux ut ejus velocitatem satis admirari non possimus, quæ corporum velocissimorum celeritates in immensum superat, & quamvis Tellus celeri admodum motu circa Solem feratur, ejus tamen velocitas ad velocitatem lucis comparata, non majorem habet rationem quam motus testudinis ad illam Terræ velocitatem.

Per easdem Eclipses determinantur Locorum Longitudines.

Ex Eclipsibus Jovialibus hoc etiam commodi nobis derivatur, quod ex iis in diversis Terræ locis observatis, locorum longitudines determinantur, sed ut hæc methodus determinandi locorum longitudines, clarius vobis eluceſcat, quædam hic præmittenda sunt.

Si per Terræ polos & locum quemlibet in ejus superficie traduci supponatur circulus maximus, hic circulus, ob revolutionem Telluris diurnam, circa axem Telluris etiam vertitur, cumque ejus planum per Solem transierit, ab omnibus incolis qui sub illo degunt, Sol in illo existere videbitur, iisque Meridiem efficit; ob quam causam, circulus hic Meridianus dicitur, si autem sit alter Meridianus versus occidentem positus, qui cum priore angulum quindecim graduum


T
Fig. 3.
S.
B
A
X
Fig. 2.
L
M
N
O
E
b
2
n
o
C
A
B
B
Q
M
N
L
E
F
2
G
K
E
O
V
F
Fig. 1.
o
Y
T
N
S
s
r
a

duum conſtituat, hic una hora ſerius ad Solem appellet, quam prior; adeoque cum Incolæ, qui ſub poſteriore Meridiano degunt, numerant mediam diem, ſeu horam duodecimam; prioris Meridiani incolæ horam primam poſt meridiem numerabunt. Similiter ſi meridianorum angulus ſit triginta graduum, hoc eſt cum arcus Æquatoris inter Meridianos interceptus ſit 30. grad. quando ſub occidentaliore Meridiano eſt Meridies, ſub orientaliore numerabitur hora ſecunda poſt meridiem. Atque ita pro ſingulis quindecim gradibus, quibus Arcus Æquatoris inter Meridianos interceptus conſtat, tot numerantur horæ quibus incolæ ſub Meridiano orientaliore anticipant horas, quæ ſub occidentaliore Meridiano numerantur. Et ſimiliter pro ſingulis gradibus Æquatoris numerabuntur quatuor minuta Temporis, proque ſingulis quindecim minutis unum temporis minutum numerabitur, v. gr. ſi arcus Æquatoris inter Meridianos interceptus ſit 85. grad. dividendo 85 per 15, quotiens $5\frac{1}{3}$ monſtrat ſub meridiano orientaliore, numerari horam quintam cum quadraginta minutis, quando incolis ſub occidentaliore fit Meridies; & quando fit Meridies incolis ſub Meridiano orientaliore degentibus, occidentales numerabunt horam ſextam matutinam cum viginti minutis, & differentia inter horas in diverſis his locis numeratas ſemper manet 5 & $\frac{1}{3}$, ſi arcus inter meridianos interceptus ſit 85 graduum.

E contra datâ differentia horarum, quæ in locis pro eodem temporis momento numerantur, dabitur exinde Arcus Æquatoris inter Meridianos locorum interceptus; qui Arcus differentia Longitudinem locorum dicitur, quando ſcil. Longitudines ab aliquo primo Meridiano computantur, habetur autem arcus ille multiplicando horarum differentiam per 15, & productus dabit gradus, & ſi minuta quoque temporis multiplicentur per 15, & productus ſi ſuperet 60 dividatur per 60 quotiens & reſiduum dabunt gradus & minuta, qui prioribus additi, conficiunt differentiam Longitudinum locorum. Exempli gratiâ, horarum differentia ſit 7 & 22 minuta prima; 7 per 15 multiplicatus facit 105, & 22 in 15 ductus efficit minuta 330, ſeu quinque gradus &

30

30. min. unde longitudinum differentia tota erit 110 grad. m. 30. Hiſce præmiſſis.

Si in duobus diverſis locis, obſervetur initium Eclipſeos cujuſvis e Jovialibus, & notentur horæ quibus in diverſis locis accidit Eclipſis, Horarum differentia, ſi in gradus & minuta Æquatoris vertatur, dabit differentiam longitudinum locorum.

Si habeantur Ephemerides motuum & Eclipſium Jovialium pro Meridiano alicujus loci accuratè ſupputatæ; vice obſervatoris in uno locorum, Ephemerides ſunt conſulendæ, hora & horæ ſcrupula quibus initium vel finis Eclipſeos accidit ex iis ſunt eximenda, & tempus in loco dato comparatum cum horâ loci in quo obſervatur Eclipſis, dabit horarum differentiam, & exinde longitudo loci innoteſcet.

Longitudo quoque habetur per obſervationem Eclipſeos Lunaris, aut appulſus Lunæ ad aliquam fixam, ſed hæ Phaſes rariùs conſpiciuntur, quàm Eclipſes Satellitum Jovis.

In Terrâ & Solo ſtabili facile obſervantur Eclipſes; & ſi idem in mari præſtare licuerit, Ars Nautica eſſet fere perfecta; & nulli ferè errori obnoxia: verùm in mari, Motus & Jactationes navis omnem obſervationem Eclipſium impediunt. Adeoque ſi aliquis methodum traderet, quâ longitudo navis in medio maris quovis tempore inveniri poſſit, is ſolveret Problema Nautis exoptatiſſimum, & Reipublicæ adeo utile, ut ſanctione Senatûs nuper facta, Præmia larga inventori tribuenda ſunt: exinde plurimi ingenia ſua in illo excolendo exercuêre & torſêre. At nemini hactenus palmam in medio poſitam rapere licuit, etſi varias vias methodoſque tentaverunt & propoſuerunt, & plurimi ſuarum inventionum amore capti, rem à ſe confectam exiſtimantes, præmia poſtulaverunt, quorum tamen plerique neſciebant demum quid ſit Longitudinem invenire.

LECTIO XVII.

De Cometis.

PRæter Planetas ordinarios, qui ſemper in viciniâ noſtrâ diſcurrunt; eſt & aliud quoddam Planetarum Genus, qui temporanei appellari merentur, utpote aliquando in noſtro cælo ſunt conſpicui, & poſt aliquod apparitionis tempus rurſus à noſtro viſu ſe ſubducunt. Eos in cæleſti regione collocabant veteres philoſophi & longè ſupra Lunam evehebant. Nam teſtibus Ariſtotele, Senecâ, Plutarcho aliiſque, Pythagorici & Italica ſecta aſſerebant, Cometam eſſe unam ex ſtellis errantibus ſed longis poſt temporum Intervallis apparere; idem ſenſit Hippocrates Chius, ut ex eodem Ariſtotele conſtat. Idem quoque ſenſit Democritus, ut auctor eſt Seneca in Naturalium quæſtionum lib. VII. cap. 3. Sic enim inquit, Democritus ſubtiliſſimus antiquorum omnium, *ſuſpicari ait ſe, plures ſtellas eſſe qui currunt*, intelligens Cometas. Sed nec numerum illorum poſuit, nec nomina, nondum comprehenſis quinque ſiderum curſibus. Et rurſus Seneca dicit, Apollonium Myndium peritiſſimum inſpiciendorum naturalium, aſſerere Cometas in numero Stellarum errantium poni a Chaldæis, tenerique curſus eorum. Apollonius ipſe ajebat, quòd proprium Sidus eſt Cometes, ſicut Solis & Lunæ. Cæterum non eſt illi palam curſus. Altiora mundi ſecat, & tum demum apparet, cum in imum curſus ſui venit. Huic ſententiæ accedit ipſe Seneca. Non exiſtimo inquit ille Cometem ſubitaneum eſſe ignem, ſed inter æterna opera Naturæ. Cometes habet ſuam ſedem, & ideo non citò expellitur, ſed emetitur ſpatium ſuum, nec extinguitur, ſed excedit. Si erratica, inquit, Stella eſſet, in Signifero eſſet, ſed quis unum Stellis limitem ponit? Quis in anguſtum divina compellit? nempe hæc ipſa quæ ſola moveri credis, alios & alios circulos habent, quare ergo non aliqua ſunt, quæ in proprium iter & ab iſtis remotum ſeceſſerint? Ut verò cognoſcantur, neceſſarium eſſe dicit, veteres ortus Cometarum habere collectos; deprehendi enim propter raritatem eorum curſus adhuc non

Cometæ Planetarum Genus.

Senecæ Opinio de Cometis.

poteſt, neć explorari an vices ſervant, & illos ad ſuum diem certus ordo producat. Tandem ſic vaticinatur; Veniet Tempus, quo ipſa quæ nunc latent, dies extrahet, & longioris ævi diligentia. Ad inquiſitionem tantorum ætas non una ſufficit. Veniet tempus quo Poſteri noſtri tam aperta nos neſciſſe mirabuntur; erit qui demonſtret aliquando, in quibus cometæ partibus errant, cur tam ſeducti à cæteris eunt, quanti qualeſque ſunt.

PeripateticiCometas inter meteora numerant.

Sed his non obſtantibus tota Peripateticorum ſecta metuens, ne Generationes & corruptiones in cælis admitterentur, Cometas inter ſublunaria corpora poſuit. Illoſque eſſe Meteorôn genus contendit. Sed ne hic locus iis concedatur, repugnant eorum Phænomena, nam non in aere noſtro illos generari exinde patet, quòd longè ſupra aerem evehuntur; in locis enim Telluris maximè diſſitis eodem temporis momento videntur; quod ob humilem aeris locum nulli corpori aerio contingere poteſt.

Cometæ non ſunt aerii.

Cometæ ſunt ſupra Lunam.

At non tantum ſupra aerem, ſed etiam ſupra Lunam aſcendere Cometas, exinde conſtat, quod ex diverſis locis viſi, eandem ferè obſervantur ſortiri diſtantiam à Stellâ aliquâ vicinâ. Exemplum ſit Cometes ille, quem Tycho Brahee Uranoburgi & Hagecius Pragæ in Bohemiâ eodem tempore obſervârunt, quæ duo loca Latitudine differunt ſex gradibus, & præterea ſunt ferè ſub eodem Meridiano. Uterque obſervabat, quantum Cometa diſtabat à Stellâ quæ Vultur appellatur, id eſt quot Gradibus eſſet infra eam, erat enim in eodem verticali cum illâ; & uterque reperit eandem eſſe diſtantiam, & conſequenter, uterque inſpexit illum in eodem cæli puncto, quod fieri non potuit, niſi Cometa eſſet ſupra Lunam.

Demonſtratur Cometas eſſe ſupra Lunam. TAB 32. *fig.* 1.

Circulus ABG exponat orbem Terræ, in quâ ſit A Uranoburgum, B oppidum Pragæ, D locus Cometæ. Sit FCE fixarum cælum, & F Stella Vulturis. Ex Uranoburgo locus Cometæ ad punctum E in cælo refertur, ejuſque diſtantia à Vulture erit FE; ex Pragâ autem ſpectatus Cometa, in C videbitur, diſtabitque à Vulture arcu F C, qui arcu FE erit minor; verùm deprehenſum eſt Cometam ex duobus

bus hiſce locis viſum eandem obtinuiſſe diſtantiam viſibilem à Stellâ Vulturis, & arcus proinde FE, FC, fuiſſe æquales. Tanta itaque eſt diſtantia Cometæ à Tellure, ut arcus CE evaneſcat. At hoc non quidem Lunæ contingit, adeoque longior abeſt à nobis Cometa, quàm Luna.

Cometæ locus verus, viſus, Parallaxis.

E centro Telluris viſo Cometâ, locus ejus in cælis ſit G, at ex Terræ ſuperficie in A ſpectato locum E occupare videtur. Prior dicitur locus ejus *verus*, Poſterior *viſus*, & diſtantia GE quâ humilior apparet dicitur Parallaxis, eâ ſemper deprimitur Phænomenon verſus horizontem. Eſt autem Parallaxis Phænomeni, ut ſuperius dictum fuit de Lunâ, ſemper æqualis angulo ſub quo ſemidiameter Terræ per locum tranſiens è Phænomeno videtur.

Quod ſi nulla fuerit Parallaxis ſenſibilis, neque angulus, ſub quo ſemidiameter Telluris è Cometâ apparet, erit ſenſibilis. Adeoque oportet, ut Cometa longiſſime à Tellure diſtet. Nempe ut diameter Terræ, ut punctum ex Cometâ videatur.

Deprehenſio Parallaxis Cometarum.

Unico filo, in tantæ ſubtilitatis negotium advocato; Parallaxis, ſi modo ſit ſenſibilis, deprehendi poteſt. Nam cum Cometa in fine apparitionis adeo lenteſcit proprio motu; ut vix incedere videatur, bis obſervandus eſt per filum, hoc modo; primò cum valde ab horizonte ſublimis fuerit, notentur binæ ſtellæ ei viciniores, inter quas ipſe ſit collocatus, in rectâ linea, quæ ſit Horizonti parallela, quod per filum indirectum ſtellis aſſumptis expoſitum atque oculis prætenſum experiri oportet. Poſtea cum occaſurus prope Horizontem fuerit, iterum prætenſo filo, expendendum eſt, an in eâdem rectâ lineâ cum iiſdem ſtellis videatur; nam ſi Parallaxis adſit ſenſibilis, quæ deprimit ſidus, non in eâdem rectâ quæ Stellas conjungit apparebit; ſin ſecus, & in eâdem poſitione, quoad Stellas maneat, indicium eſt, Cometam nullam ſubire Parallaxim, & longiſſime à nobis diſtare. Nec quicquam hic à refractione timendum eſt, quæ prope Horizontem ſolet ſidera ſupra verum eorum locum elevare, quia hæc ipſius hallucinatio, tam Stellas quàm Cometas æqualiter elevabit, ac proinde eorundem mutuam diſtantiam ac

positionem non mutabit refractio.

Alia methodus inveniendi Parallaxes.

Observari etiam potest Cometa juxta Horizontem ortivum, intra binas Stellas, in circulo Horizonti perpendiculari, & postea cum sublimior evaserit & non in eodem verticali cum dictis stellis, si apparuerit in eâdem rectitudine nullam patietur parallaxim, & proinde in alto cælo spatiatur, si verò assumptis stellis fuerit depressior quam in rectâ lineâ fieri debet, habet Cometa Parallaxim. Quod si in his observationibus adsit Cometæ motus proprius, is detrahendus erit pro ratione ejus, & temporis à primâ observatione usque ad secundam elapsi.

Cometæ Parallaxi orbis annui sunt obnoxii.

* Ut Defectus Parallaxis diurnæ extulit Cometas supra regiones Lunares, sic ex Parallaxi orbis annui, evincitur eorum descensus in regiones Planetarum. Nam Cometæ, qui progrediuntur secundum ordinem signorum, sunt omnes sub exitu apparitionis, aut solito tardiores, aut retrogradi, si modo Terra sit inter ipsos & Solem: aut justo celeriores, si Terra vergat ad oppositionem, hoc est, si in conjunctione cum Sole videantur, uti fieri in Planetarum motibus observamus. E contra qui pergunt Cometæ contra ordinem signorum, sunt justo celeriores in fine apparitionis, si Terra versatur inter ipsos & Solem, aut justo tardiores aut retrogradi, si Terra sita sit ad contrarias partes. Contingit hoc maximè ex motu Terræ in vario ipsius situ; perinde ut fit in Planetis, qui pro motu Terræ vel conspirante, vel contrario, nunc retrogradi sunt, nunc tardiùs progredi videntur, nunc verò celeriùs.

** Vide Newtoni Principia lib. 3.*

Quando Cometa retrogradus videtur.

Quando directus, & justo tardior.

Quando justo celerior.

Si Terra pergat ad eandem partem cum Cometâ, & motu angulari tanto celeriùs feratur circa Solem, ut recta per Terram & Cometam perpetuò ducta convergat ad partes ultra Cometam, Cometa is è Terra spectatus ob motum suum tardiorem, apparet esse retrogradus. Sin Terra tardiùs Cometâ feratur, ille (detracto motu Terræ) tardiùs incedere videbitur. At si Terra pergat ad contrarias partes, Cometa exinde velocior apparebit.

Idem colligitur ex curvaturâ viæ Cometarum; pergunt hæc corpora propemodum in circulis maximis, quamdiu mo-

moventur celerius, at in fine cursus, ubi motus apparentis pars illa, quæ à Parallaxi oritur, majorem habet proportionem ad motum totum apparentem, deflectere solent ab his circulis, & quoties Terra movetur in unam partem, abeunt in contrariam: oritur hæc deflectio maximè ex Parallaxi orbis annui, propterea quod respondet motui Terræ, & insignis ejus quantitas observata ostendit Cometas esse satis longè infra Jovem collocandos, ubi consequens est quod in Perigæis & Periheliis, ubi propius adsunt, descendunt sæpe infra orbes Martis & Inferiorum Planetarum.

A Terrâ recedentibus & ad Solem accedentibus Cometis, augetur eorum splendor & lux, quamvis ob auctam eorum distantiam minuitur apparens diameter.

Cometarum Figuræ variæ, & varia magnitudo.

Cometarum figuræ variæ sunt; alii enim crines undique in orbem vibrant, qui Criniti & Cincinnati appellantur; alii autem ad partem cæli Soli oppositam barbam aut caudam radiosam emittunt, hique Barbati, Caudatique dicuntur. Varia observata fuit Cometarum quoque magnitudo; Plerique seclusâ comâ, quando maximi videntur, stellas tantum primæ aut secundæ magnitudinis adæquant. At multò majores apparuisse testantur auctores, qualis fuit ille, qui Neronis tempore affulsit, & auctore Senecâ Soli magnitudine non cedebat. Sic ille, quem Hevelius observavit Anno 1652. Lunâ non minor apparuit, luce tamen & splendore multùm Lunæ cedebat, nam Lumine suo pallido & obtuso tenebricosum & tristem aspectum præbuit. Cinguntur Cometæ plerique densâ & caliginosâ Atmosphærâ, quæ Solis lucem retundet, intus tamen conspicitur Nucleus, qui dissipatis nubibus, quasi corpus Cometæ solidum aliquando lucidè splendet.

Cometæ motu communi in occidentem ferri videntur. Cometarum motus proprius.

Cometæ cum tam longe a Terra distent, motum illum apparentem ab oriente in occidentem ex vertigine Telluris ortum & omnibus sideribus communem habebunt. Præter hunc motum est & alius illis proprius, quo non in eodem cæli loco hærent, sed ab eo in quo primum affulserunt, quotidie recedunt, & per spatia cælestia vagantur. Qui motus veteribus etiam cognitus fuit, nequaquam enim eos inter

inter errantia sidera numerassent, nisi eos Planetarum instar, peculiari cursu errabundos cognovissent. Seneca motum hunc agnovit, & observavit, per lineam in cælo rectam fieri, seu, ut loquuntur Astronomi, per circuli maximi portionem. lib. enim Septimo naturalium Quæst. cap. 8. Cometarum dicit cursum lenem & compositum esse, qui destinatum iter carpit; non confuse aut tumultuose eunt Cometæ, ut aliquis credat, causis turbulentis & inconstantibus pelli. In capite 29. meminit duorum Cometarum; quorum unus intra sextum mensem dimidiam cæli partem transcurrit. Alter Claudianus, à Septemtrione primum visus, non desiit in rectum assiduè celsior fieri, donec excessit.

Modus explorandi cursum cometæ in cælis.

Si habeatur globus cælestis, in cujus superficie Stellæ rite sunt collocatæ & depictæ, hâc arte Mechanicâ, via Cometæ in cælis explorari potest. Assumantur quotidie Stellæ quatuor Cometam circumstantes, ita ut is sit in concursu duarum linearum quæ oppositas stellas jungant, quod per filum oculis prætensum atque assumptis stellis & Cometæ objectum examinari potest, quod in tanto fixarum numero observare facile erit. Sit v. gr. Cometa in A in medio quatuor stellarum BCDE, ita ut filum per duas BD & Cometam transeat, similiterque filum transeat per Cometam duasque Stellas CE. In globo igitur, quo hæ quatuor stellæ sunt locis suis depictæ, extendantur duo fila per binas & binas stellas, & in communi filorum concursu, invenietur Cometæ locus. Sic quotidie fiat, & pro singulis diebus loca notentur; atque hinc manifestè Cometæ via seu cursus apparebit in cælis, qui deprehendetur esse circulum maximum, omnia enim puncta notata in eâdem peripheriâ circuli maximi invenientur. Datis autem duobus hujus circuli punctis, dantur ejus inclinatio ad Eclipticam & Nodorum loci, scil. ubi extensum filum Eclipticam secat.

TAB. 32. *fig.* 2

Alia methodus observandi semitam Cometæ.

Aliter etiam via Cometæ propria invenitur observando ejus distantiam quotidie à duabus Stellis, quarum distantia, Longitudines, & Latitudines notæ sunt, ex quibus dabitur locus Cometæ in cælo, quæ loca postea in globo cælesti notata manifestè ostendent Cursum Cometæ è Tellure visum esse in portio-

tione Circuli maximi, nisi per motum Terræ ille aliquantulum exinde deflectere videretur. Distantiæ Cometæ à vicinis stellis, accipi possunt per Quadrantem aut Sextantem, ita situm, ut ejus planum simul per Cometam & Stellam transeat, & Dioptra una Stellam, altera Cometam aspiciens, gradus in circumferentiâ inter utramque interceptos manifestabunt.

Moventur Cometæ in plano per Solem transeunte.

Hinc manifestum est, Cometas moveri in plano, quod per oculum spectatoris, seu potius per Solem transit, nam motus omnis visibilis qui in illo plano peragitur, semper in Peripheriâ circuli maximi fieri conspicitur. Regularis præterea & maxime proportionatus est Cometarum motus; qui quamvis inæqualis est, summa tamen regularitas in ipsâ inæqualitate continuò observatur.

Ipsorum Cursus varii.

Proprius hic Cometarum motus, non est idem in omnibus; sed varius, nam alii ab occidente in orientem tendunt; aliorum e contra motus fit in Antecedentia, & cursui Planetarum contrarius; omnes diligenter observati deflectunt ad Boream vel ad Austrum; idque varie, neque Planetarum more comprehenduntur in Zodiaco; sed inde migrant & motibus variis, in omnes cœlorum regiones feruntur; alii celeriùs, alii tardiùs. Summa celeritas a Regiomontano observata fuit, quâ Cometa uno die peregit gradus quadraginta. Nonnulli sunt in initio velociores quàm in fine, alii in principio, & fine apparitionis tarde moventur, in medio velocissime feruntur.

Deviatio visa Cometæ a Circulo maximo.

Deprehensum est, quòd in nonnullis Cometis, antequam penitus disparuerunt, in ultimis scil. apparitionibus, non adeo præcisè in circulo maximo incesserunt, sed aliquantulum ab isto tramite deviârunt; Angulus enim orbitæ Cometæ & Eclipticæ, in provectiore ætate diversus fuit observatus quàm cum ab ortu adhuc recens fuit, sed deviatio hæc apparens, non ex motu Cometæ, sed ex Telluris motu ortum trahit; ut in superioribus & inferioribus Planetis eveniri solet, quorum distantia ab Ecliptică varia videtur, pro diversâ positione Telluris, cum interim ex sole spectatus Cometa, circulum maximum exactissimè describere videbitur.

Quam-

Variæ Cometarum semitæ.

Quamvis Cometæ motus videatur plerumque in circulo maximo, semita tamen ejus à circulo diversa & varia esse potest, scil. vel linea Recta, Elliptica, Parabolica, aut Hyperbolica, vel alia quævis in eodem plano descripta. Nam omnis motus in quâcunque semitâ, qui in plano per oculum transeunte peragitur, in circulo maximo fieri conspicitur. Philosophi plurimi & Astronomi motum rectilineum illis tribuerunt. Quæ tamen eorum Phænomenis optime convenit Semita, Parabolica aut Elliptica videtur, & quidem si in Ellipticis ferantur orbitis, eæ maximè excentricæ sunt, & majores Axes ad minores magnam obtinent proportionem; quâ ratione multùm à Planetis differunt, qui orbitas Ellipticas quidem, at non multum excentricas, sed ad circuli formam accedentes describunt. Sol autem in communi omnium orbitarum tam Planetarum, quàm Cometarum foco existit; & eâdem lege circa illum moventur Cometæ, quâ Planetæ, describendo scil. Areas temporibus proportionales; Unde necesse est, ut similiter ac Planetæ in Solem sint graves.

Cometæ quando visibiles & quando invisibiles.

Cum Cometæ in inferioribus orbitarum partibus versantur, seu cum versùs Solem descendunt, vel ab illo ascendunt, tunc solùm fiunt conspicui, & deinde à Sole recedentes, in longinquas regiones abeunt, & ex nostro conspectu sese subducunt; nam ob eorum à Sole recessum, minuitur lux, quam ab illo recipiunt, & ob auctam à nobis distantiam, minuuntur quoque apparentes diametri, donec tandem insensibiles evadunt. In Apheliis, ubi in longinquas admodum excurrunt regiones, ob tantam orbitæ excentricitatem, tardissime incedunt, in Periheliis ubi Soli vicini sunt incitatissimo feruntur motu.

TAB. 32. *fig.* 3.

Sit S Sol, APDG orbita Cometæ Elliptica, TCE orbita Terræ. Si ponamus semiaxem Ellipseos orbitæ Cometicæ centies majorem distantiâ mediâ Telluris à Sole, Cometa ille periodum circa Solem non nisi mille annis absolvet, nam quadrata Temporum periodicorum Telluris & Cometæ, debent esse cubis distantiarum a Sole mediarum proportionalia. Et Cometa in conspectum nostrum non veniet, nisi cum ver-

versus Solem descendendo, propius ad Tellurem accesserit, ut in F, deinde post decessum a perihelio, à Sole continuo ascendens Cometa, circa G tandem evanescere incipit; & si Aphelii distantia sit ad distantiam Perihelii à Sole ut 1000 ad 1, erit velocitas Cometæ in Perihelio ad velocitatem in Aphelio, in eâdem ratione, nam debet Area ASB æqualis esse Areæ DSP, si modo arcus AB DP sint temporibus æqualibus descripti, Velocitas vero circa Solem angularis, erit in eâ ratione duplicata; adeoque cum Cometa in Perihelio, gradum unum Motu angulari absolverit, in æquali tempore ubi in Aphelio versatur, non nisi gradûs partem $\frac{1}{1000000}$ percurret, & ibi lentissimè circulando plures requiruntur anni, ut unum gradum absolvat.

Ellipsium portiones, quæ a nobis videntur describi per Cometas, pro Parabolis haberi possunt.

Cum Ellipses, quas describunt Cometæ, sint admodum excentricæ, illarum portiones in quibus è Tellure videntur moveri, pro Parabolis haberi possunt; nam si Ellipseos focus, in infinitum alteruter ab altero secedat, vertetur Ellipsis in Parabolam, sicut coeuntibus focis Ellipticis in circulum mutatur; unde illorum calculus fit facilior. Ex illâ enim hypothesi tabulam construxit peritissimus Geometra & Astronomus *Hallejus*, quâ Cometarum motus facillime computentur, & ex illâ Theoriâ ipse plurium Cometarum motus calculo subjecit; & cum observatis tam accurate congruere deprehendit, ut eorum differentia rarò ad tria minuta prima excurrat. Quibus Exemplis abunde satis manifestum est, quod motus Cometarum, ex hâc Theoriâ, non minus accuratè exhibetur, quam solent motus Planetarum per eorum Theorias; quorum loca computata, ab observatis non minore quantitate distare invenimus. Et licet Cometæ longe majori motuum inæqualitati obnoxii sunt quam Planetæ; hæc tamen Theoria ipsorum motibus visis optimè respondet; unde cum iisdem innititur legibus, quibus Planetarum Theoriæ fundantur, eademque causæ Physicæ in utrosque agant, & cum accuratis Astronomorum observationibus exactè congruat; non potest esse non vera.

Cometæ plures ab oriente in occidentem feruntur.

Quamvis Planetæ omnes ab occidente in orientem, motibus propriis ferantur; Cometæ tamen non pauci contrarios cur-

cursus tenere observantur; eosque ab oriente in occidentem, maximâ velocitate discurrere cernimus; qualis fuit ille à Regiomontano visus anno 1472, qui quadraginta gradus uno die confecit. Hinc manifeste constat, nullos in cælo existere vortices, qui Planetas in iis natantes rapidissimo motu circa Solem vehant; nam cum Cometæ in regiones Planetarias descendant, necesse erit, ut perniciissimo vorticum Torrente rapiantur; tanta enim foret vorticis juxta Tellurem velocitas, si reverâ darentur vortices, ut illam secum veheret; & plusquam 20000 milliaria in unâ horâ conficere faceret; unde & rapidissimum hoc flumen Cometas etiam secum deferret; eorumque motus, si contrarii essent, citò destrueret. Quis enim non videt nullum corpus contra tam rapidum Torrentem posse diu moveri. At Cometæ observantur plures, qui contrario motu liberrime eunt, & eâdem lege motus conservant, quasi nullum esset medium, quod iis obstaret. At hoc naturæ vorticum plane repugnat, nam quod Planetas secum rapit fluidum, alia etiam corpora omnia inibi locata secum rapere necesse erit. Quod itaque cum non fit, dicendum est, in cœlis nullam esse resistentiam; adeòque nullum medium, quod cum nostro aëre comparatum, sensibilem aliquam obtinet densitatem; nam aer noster Projectorum motum non parum obstruit.

Adeoque nulli sunt Vortices.

Desinant itaque *Cartesiani* & *Leibnitiani*, de Vorticibus suis plura in posterum dicere; cælestia enim Phænomena iis plane repugnant; quique cœlestium corporum motus per illos explicare satagunt, nugas & figmenta impossibilia nobis obtrudunt, nec ulteriùs sunt audiendi.

In cælo nullum est medium fluidum, quod sensibilem obtinet densitatem.

Cum Resistentia medii ex ejus densitate oriatur, necesse est, ut ubi nulla est resistentia medii sensibilis, ibi quoque nulla sit sensibilis medii densitas; adeòque cum in cœlis Cometæ ne minimam sensibilem resistentiam patiuntur; sed liberrime tanquam in vacuo motus suos peragunt, minima quoque erit medii densitas, & fortasse tanta erit medii istius raritas; ut si Cometas, Planetas, eorumque Atmosphæras excipias, materia illa omnis, quæ totum spatium Planetarium implet, non adæquat illam, quæ in uno digito cubico no-

noſtri aeris continetur. Hoc enim poſſibile eſſe, à nobis in *Lectionibus noſtris Phyſicis* demonſtratum eſt.

Cometæ motibus ſuis vacuum dari demonſtrant.

Deſinant etiam Philoſophi Metaphyſicas ſuas tricas contra vacuum nobis obtrudere; illæ enim perſimiles videntur Veterum Sophiſtarum, contra motum diſputantium, argutiis, quæ non aliam reſponſionem merentur, quam illam *Diogenis*, qui ambulando illas confutavit. Sic *Philoſophos Carteſianos* cœlum intueri jubeamus, & inde non obſtantibus ſubtiliſſimis illorum tricis, ex phænomenis in illo viſis, Vacui neceſſitatem manifeſtâ demonſtratione colligent.

Cometarum Caudæ.

Pauci Cometæ viſi ſunt, priuſquam ad Solem deſcendunt; & ex Perihelio, ab illo recedere incipiunt. Nam antequam per Solis viciniam incaluerunt, vix caudas emittunt; adeòque minus notabiles evadunt; poſt autem ipſorum à Perihelio diſceſſum, ingentes vibrant caudas, quæ conſtant materiâ lucidâ, rarâ, & ſubtiliſſimâ, maximo putà calore Solis attenuatâ, & maximâ vi è corpore Cometico projectâ. Cujus cauſſa fortaſſe non diſſimilis eſt illi, quâ nuper ex noſtrâ Tellure, Vapores lucidi ad inſignem altitudinem ejaculati fuêre; qui per magnam Europæ partem conſpecti fuêre, & æmulabatur vapor ille lucidus, tam figurâ quàm ſplendore, Cometarum caudas, ſed deficiente materiâ citò evanuit.

Caudæ ſemper in partes protenduntur à Sole averſas.

Illud in Cometis omnibus maximè notandum; quod illorum caudæ ſemper in partes à Sole averſas extenduntur, id eſt ſi Sol ſit in occidente, Cometa directè caudam in orientem projicit. E contra, ſi Sol fuerit in Oriente, Cauda in occidentem rectà dirigitur, mediâ nocte in Aquilonem tendunt. Creſcunt caudæ, dum ad Solem deſcendunt, in Periheliis maximæ ſunt, deinde longiùs à Sole recedendo, decreſcunt, donec in Atmoſphæram Cometicam ſe contrahunt.

Cometarum Caudæ participant de motu capitum.

Caudæ Cometarum, quæ breves ſunt, non aſcendunt motu celeri & perpetuo à capitibus, & mox evaneſcunt, ſed ſunt permanentes vaporum & exhalationum columnæ, à capitibus motu ſatis lento propagatæ, quæ participando motum illum capitum, quem habuêre ſub initio, per cælos unà

cum capitibus moveri pergunt: Et hinc rursus colligitur, spatia cœlestia vi resistendi destitui, in quibus non solum solida Planetarum & Cometarum corpora, sed etiam rarissimi caudarum vapores, motus suos liberrimè peragunt, ac diutissimè conservant.

Cometa ille insignis, qui Anno 1680. apparuit, statim post recessum à Perihelio, caudam emittebat plusquam quadraginta gradus in longum exporrectam; nec mirum, nam tam prope fuit Soli, ut non major quam sextâ diametri solaris parte ab ejus corpore distabat: & inde Sol maximam cœli Cometici partem e Cometa spectatus occupare, & sub angulo ferè 120. graduum apparere videbatur. Calor autem è Sole conceptus ardentissimus fuit, nam ferri candentis calorem ter millies superabat. Hinc necesse est, ut corpora Cometarum sint solida, compacta, fixa, & durabilia, ad instar corporum Planetarum. Nam si nihil aliud essent quàm vapores, aut exhalationes Terræ, Solis, aut Planetarum, Cometa ille in transitu suo per viciniam Solis statim dissipari debuisset.

Lectio XVIII.

Doctrina Sphærica, seu De Circulis Sphæræ.

Oculus spectatoris est ubique in cœli centro.

CUM quilibet Spectator, quemcunque in Universo obtineat locum, sit in centro Prospectûs proprii; si cœlum intueatur, illud tanquam superficiem concavam oculo concentricam, innumerisque stellis refertam conspiciet, Motusque omnes cœlestes in illâ peragi videbit. Verum cum Telluris à Sole distantia exigua admodum sit respectu illius, quâ cœlum stellatum à nobis distat; ubicunque Terra in suâ orbitâ locetur; eadem semper cœli facies, eadem astrorum positio, seu configurationes stellarum ex eâ aspicientur, quæ oculo in ipso Sole constituto apparerent; adeoque nihil refert, sive centrum Universi seu cœli, in Sole, sive in Tellure ponatur. Et si concipiantur circuli quotlibet per Tellurem transire, & ad cœlum produci, aliique his Paralleli per Solem traduci, hi circuli in cœlo coincidere videntur,

Nihil refert sive centrum cœli in tellure sive in sole ponatur.

eva-

evaneſcente ipſorum diſtantiâ reſpectu diſtantiæ fixarum, quæ ad illos refertur, circulique hi, per Solem & Tellurem in planis parallelis ducti, in eaſdem ſtellas incidere videbuntur.

Quò meliùs loca ſtellarum definiantur, motuſque in ordinem redigantur, convenit in cœlo plures concipere deſcriptos eſſe circulos, quorum alii ſunt maximi, alii minores. Circulus in Sphærâ maximus eſt, qui dividit Sphæram in duas partes æquales, & idem habet centrum cum centro Sphæræ, adeoque omnes circuli maximi, cum idem habent centrum, ſeſe bifariam ſecabunt. *Circuli Maximi.*

Circuli minores dividunt Sphæram in partes inæquales, eorumque centra à centro Sphæræ diverſa ſunt; denominantur autem hi circuli ab aliquo circulo maximo, cui paralleli ſunt. *Circuli minores.*

Quilibet circulus duos habet polos, qui ſunt puncta in ſuperficie Sphæræ, ubique a circulo æquidiſtantia, ubi ſcil. linea ad planum circuli recta per centrum ducta, utrinque ſuperficiei Sphæricæ occurrit. *Circulorum Poli.*

Circuli alii per reſpectum ad Obſervatorem definiuntur, ut ſunt Horizon & Meridianus, alii à motu originem ducunt; hi dicuntur mobiles, quòd unà cum ſpectatore locum mutant, illi immobiles, quòd in iiſdem cœli punctis infixi hærent *Circuli alii immobiles alii mobiles.*

Qui à motu oriuntur circuli, præcipui ſunt Ecliptica & Æquinoctialis, eorumque paralleli; nam cum Tellus circa Solem motu annuo in orbitâ feratur, Spectator in Sole conſtitutus Terram in cœlo illum deſcribere circulum inter fixas, quem Eclipticam dicimus, conſpiciet. Eſtque ille circulus idem, quem nos in Terrâ locati Solem percurrere motu apparenti ſpatio unius anni videmus, uti ſuperiùs à nobis oſtenſum fuit. Dividitur Ecliptica in duodecim partes æquales, quæ ſigna ſeu Dodecatamoriæ appellantur, nomenque habent à Conſtellatione vicinâ. Incipiunt ab Æquinoctiali vernali, tenduntque ab occidente in orientem. Tria priora ſigna ♈ ♉ ♊ ſcandunt ab Æquinoctiali in Boream, uſque ad Solſtitium æſtivum. Sequentia tria ♋ ♌ ♍ inci- *Ecliptica.*

incipiunt à Cancro deſcenduntque ad æquinoctialem interſectionem autumnalem. Tertia ſignorum Trias ♎ ♏ ♐, incipit à Libra, deſcenditque verſus auſtrum, uſque ad Solſtitium hybernum. Quarta ♑ ♒ ♓ à Capricorno incipit, tendenſque ad Æquatorem, finitur in æquinoctio verno. Unumquodque ſignum dividitur in triginta gradus, & hinc tota Ecliptica in 360. In hoc circulo ſemper videtur Sol, qui nuſquam ab illo deflectit. At Planetæ ultro citroque eunt, per ſpatium octo circiter graduum, adeoque ſi concipiatur circulus latus ſeu zona ſedecim graduum lata, cujus medium tenet Ecliptica, deſignabit in cœlo ſpatium in quo Planetæ motus peragunt, & Zodiacus à Græcis, à Latinis Signifer dicitur ob ſigna ibi locata.

Zodiacus.

Ecliptica Secundarii.

Si per polos Eclipticæ traduci concipiantur innumeri circuli Eclipticæ occurrentes, illi dicuntur Eclipticæ Secundarii, quorum ope quælibet ſtella vel quodvis in cœlo punctum ad Eclipticam refertur. Nam ſtellæ cujuſvis locus, ad Eclipticam reductus, is erit, ubi ejuſmodi circulus per ſtellam tranſiens eidem occurrit. Arcus inter hunc locum & initium Arietis interceptus, & in conſequentia numeratus dicitur *Longitudo* ſtellæ. Sicuti arcus circuli ſecundarii inter ſtellam & Eclipticam eſt ejuſdem ſtellæ *Latitudo*. Hinc hi Eclipticæ ſecundarii circuli Latitudinum dicuntur. Latitudo eſt Borealis vel Auſtralis. Nam Ecliptica cœlum ſidereum in Hemiſphærium Boreale & Auſtrale dividit.

Longitudo Stellæ.

Latitudo Stellæ.

Cum Tellus circa ſuum Axem vertatur, exinde fit, ut omnes ſtellæ cœlumque omne Sidereum circa Tellurem volvi conſpiciantur, ſpatio viginti quatuor horarum, qui motus apparens Diurnus dicitur, & raptu *Primi Mobilis* fieri concipitur; quaſi revera Tellus quieſceret & cœlum circa ipſam volubile eſſet. Circulus medius inter utrumque Telluris polum, qui Æquator dicitur, ad cœlum uſque productus, efficit Æquinoctialem cæleſtem, & omnia ſidera, omniàque cœli puncta præter polos hunc æquinoctialem, vel circulum aliquem huic parallelum, majorem aut minorem, prout a Polis remotiora aut viciniora fuerint, deſcribere videntur.

Æquinoctialis cœleſtis.

Æqui-

Æquinoctialis & Ecliptica, cum uterque sit circulus maximus, se mutuò bifariam secabunt, communisque planorum sectio, sibi ubique parallela manens, ad idem cœli punctum semper dirigitur (nam hic abstrahimus à motu illo lentissimo, quo Axis Terræ, vel intersectio Eclipticæ & Æquatoris regreditur). Adeoque cum Sol in Eclipticæ puncto videtur, ubi est illa intersectio, hoc est, cum revera Tellus oppositum tenet, Sol motu diurno æquinoctialem in cœlo circulum describere conspicietur. Bis itaque in quolibet anno Sol motu diurno in Æquinoctiali revolvitur. Scil. cum est in duobus Eclipticæ & Æquatoris intersectionibus Vernali & Autumnali. Quibus temporibus omnes Telluris incolæ dies noctibus æquales habebunt: unde nomen circulus hic adeptus est. Angulus, quem Ecliptica cum æquatore ad intersectionum puncta facit est $23\frac{1}{2}$ graduum; exinde discedens Sol, continuò ab æquatore motu apparente declinat versùs Boream vel Austrum, circulosque æquatori parallelos motu apparente describit, donec ad nonagesimum ab intersectione gradum pervenerit, ubi $23\frac{1}{2}$ gradibus ab æquatore distare videtur, quæ est ejus Declinatio maxima, & inde rursus ad Æquatorem revertere conspicitur, unde duo minores circuli, quos Sol motu diurno in duabus ejus declinationibus maximis describere apparet, *Tropici* nominantur, à τρέπω *verto*. Hic in Boreali cæli parte *Tropicus Cancri*, ille in Australi *Tropicus Capricorni* dicitur. Quâ ratione hic motus Solis apparens, & Declinationis mutatio, quiescente Sole, ex motu Terræ revera accidunt, superiùs in Lectione VII^ma^ ostensum fuit. *Circuli Tropici.*

Sunt & alii duo circuli minores in Sphærâ notabiles, quos Eclipticæ Poli motu diurno rapti describere videntur, qui $23\frac{1}{2}$ gradibus à Polis æquatoris seu Mundi distant & circuli Polares dicuntur. Hic in Boreali Hemisphærio Arcticus à vicinis Ursis, alter Australis illi oppositus Antarcticus dicitur. *Circuli Polares.*

Si per polos mundi seu Æquatoris traduci concipiantur circuli innumeri maximi, erunt illi secundarii Æquatoris, quorum ope quævis cæli puncta ad æquinoctialem referuntur,

tur, uti priùs per Secundarios Eclipticæ, ad Eclipticam ea retulimus, & *Aſcenſio Recta* ſtellæ, vel puncti cujuſvis, eſt arcus Æquinoctialis inter initium Arietis & punctum interſectionis circuli ſecundarii per ſtellam tranſeuntis. *Declinatio* autem eſt arcus ejuſdem ſecundarii inter ſtellam & æquinoctialem interceptus. Eſtque Borealis aut Auſtralis, prout verſus hunc vel illum polum ſtella declinat, & exinde circuli hi Declinationum circuli nominantur. Horum præcipui ſunt duo *Coluri*, quorum alter per puncta æquinoctiorum tranſiens vocatur Colurus Æquinoctiorum; Alter priorem ad angulos rectos ſecans & per polos Eclipticæ & Æquinoctialis incedens dicitur Colurus Solſtitiorum; quoniam Eclipticæ occurrit in punctis ab Æquatore remotiſſimis, ubi Sol per aliquod tempus diſtantiam ab Æquinoctiali vix ſenſibiliter mutare deprehenditur; & proinde Solſtitia hæc puncta dicuntur.

Aſcenſio Recta.

Declinatio.

Duo Coluri.

Circulus in Telluris ſuperficie inter polos exactè medius, eſt Telluris Æquator, cujus productione ad Fixas Æquinoctialem cæleſtem generari diximus; & ſicuti ſtellarum loca in cælis, quoad longitudinem & latitudinem definiuntur per Eclipticam & ejus ſecundarios; ſic per Æquatorem Terreſtrem ejuſque ſecundarios per polos Terræ ductos, Terrarum loca & urbes quoad Longitudinem & Latitudinem determinari debent. Circulus Æquatoris ſecundarius per locum quemvis tranſiens dicitur iſtius *loci Meridianus*, quoniam quando per vertiginem Terræ circa Axem ſuum, planum iſtius circuli per Solem tranſiverit, erit omnibus incolis ſub illo degentibus Meridies. *Longitudo loci* eſt arcus Æquatoris interceptus inter aliquem Meridianum, quem primum vocant, per determinatum locum tranſeuntem, & Meridianum loci. Veteres Geographi Primum Meridianum per locum Terræ notum & maximè occidentalem traduci fingebant, atque exinde Terrarum loca omnia, quaquà in longum patent, verſus ortum determinabant. Ex quo verò navigando deprehenſum eſt, nullum dari locum maximè occidentalem, paulatim neglectus eſt modus, à primo aliquo meridiano computandi. Et quiſque locorum Longitudines

Loci Meridianus.

Longitudo loci.

dines respectu Meridiani urbis propriæ determinat. *Latitudo loci* est arcus Meridiani istius loci, inter locum & Æquatorem interceptus, estque Borealis aut australis, prout locus ab Æquatore, versùs hunc vel illum polum, distat.

Ratione Meridianorum & Parallelorum comparati Incolæ Telluris, alii dicuntur *Periœci* qui sub eodem parallelo, at oppositis ejusdem Meridiani semicirculis degunt; hi Tempestates anni easdem experiuntur, accedente Sole eodem tempore ad utriusque loci verticem, & exinde recedente; at meridiei & mediæ noctis vices subeunt alternas. Alii denique dicuntur *Antœci* sub eodem Meridiani semicirculo, at oppositis parallelis habitantes. Ita ut meridies & media nox utrisque simul contingat; at tempestates anni permutantur. Alii denique dicuntur *Antipodes*, quod sub oppositis Meridianis æquè ac Parallelis versantes, adversis e diametro pedibus incedunt; ideoque vicissitudines æstatis atque hyemis, nec non meridiei & mediæ noctis, ortus & occasus siderum omnino planè adversos sentiunt. *Periœci.* *Antœci.* *Antipodes.*

Quatuor circuli in superficie Telluris minores, qui cælestibus ejusdem nominis respondent, nempe duo Tropici & totidem Polares dividunt Terram in quinque portiones, quæ zonæ appellantur. Quarum una vocatur Torrida, utroque Tropico comprehensa, inhabitabilis à veteribus credita est, propter nimium æstum: Regiones tamen, quas illa continet nunc longè feraciſſimas esse, vitæ commodis, incolisque abundare compertum est; duæ sunt frigidæ Zonæ, sub utroque mundi Polo circulis Arctico & Antarctico inclusæ, & ob gelu perpetuum vix habitabiles; totidem temperatæ sunt inter Frigidas & Torridam comprehensæ, quarum alteram nos incolimus, alteram nostri Antipodes. Has quinque Zonas sic describit Virgilius. 1. *Georgic.* ℣. 233. *Quinque Zonæ.*

Quinque tenent cœlum Zonæ, quarum una coruſco
Semper Sole rubens, & Torrida ſemper ab igni:
Quam circum extremæ dextrâ lævâque trahuntur,
Cæruleâ glacie concretæ, atque imbribus atris.
Has inter, mediamque, duæ mortalibus ægris
Munere conceſſæ divûm.

Amphiſcii. Qui in Zonâ Torridâ degunt, dicuntur *Amphiſcii*, eò quod eorum umbra meridiana verſùs utrumque polum diverſis anni temporibus projicitur. At cum Sol ipſorum verticibus incumbit, fiunt *Aſcii*, quia nullam projiciunt umbram meridianam; qui Zonas Temperatas incolunt, dicuntur *Hetroſcii*, quorum umbra Meridiana verſùs alterutrum tantùm mundi Polum porrigitur; qui in Zonis frigidis ſunt incolæ, *Periſcii* vocantur, quia Sole non occidente umbra illis in orbem circumagatur.

Aſcii.

Hetroſcii.

Periſcii.

Circuli, qui concipiuntur mobiles, & per reſpectum ad obſervatorem definiuntur, ſunt Horizon & Meridianus. *Horizon* eſt magnus ille circulus, quem quiſque in planitie aut medio maris poſitus viſu circumacto definit, quo cæli pars ſpectabilis ab inconſpicuâ dividitur. Dicitur *Horizon ſenſibilis*, à quo differt *Rationalis* illi parallelus, tranſiens per centrum Terræ. Nam Phænomena cæleſtia referimus ad ſuperficiem Sphæricam, Telluri, non oculo concentricam.

Horizon ſenſibilis.

Horizon Rationalis.

Hi duo Horizontes ad fixas producti coincidere videntur, cum Tellus ad Sphæram fixarum comparata puncti tantùm rationem habeat, adeoque qui non niſi puncto diſtant à ſe invicem circuli, tanquam congruentes haberi debent. Horizontis poli ſunt duo puncta, quorum unum vertici obſervatoris incumbit & *Zenith* dicitur, alterum huic ſub pedibus oppoſitum *Nadir* vocatur. Ab his innumeri circuli ad Horizontem ducti, ſunt ejus ſecundarii, & circuli *Verticales* & *Azimuthales* appellantur. Horizontis autem paralleli circuli minores *Almicantarath* dicuntur: voces hæ ab Arabibus in Aſtronomiam ſunt introductæ.

Horizontis Poli.

Zenith & Nadir.

Circuli verticales & Azimuthales.

Almicantarath.

Inter circulos verticales, eminent præcipuè Meridianus, & *Verticalis Primarius*; ille per polos & Zenith ductus horizontem interſecat in cardinibus Septentrionis & Auſtri, illoſque ſignat. Hic alter eſt Meridianus ad angulos rectos, & in Horizonte Orientem & Occidentem oſtendit. Hi circuli Horizontem in Quadrantes dividunt, quorum unuſquiſque rurſus in octo partes æquales, adeoque Horizon totus in triginta duas partes dividi ſupponitur, quæ venti ſive plagæ nominantur. *Alti-*

Verticalis Primarius.

Altitudo aut *Depressio* Stellæ cujusvis est arcus verticalis circuli inter Stellam & Horizontem interceptus. Stellæ *Azimuthus* est arcus Horizontis inter cardinem Meridiei vel Septentrionis & verticalem per Stellam transeuntem interceptus, estque vel orientalis vel occidentalis. *Amplitudo ortiva* vel *occidua* sideris est Arcus Horizontis inter punctum, ubi sidus oritur aut occidit, & cardinem Orientis aut occidentis, estque illa Borealis vel Australis.

Altitudo aut Depressio Stellæ.

Azimuthus Stellæ.

Amplitudo ortiva vel occidua.

Ut in Horizonte omnes Stellæ videri incipiunt, & apparere desinunt, sic in Meridiano Stellæ omnes ad maximam altitudinem perveniunt, ubi culminari dicuntur, & infra Horizontem in eodem Meridiano maximam depressionem obtinent. Cum Meridianus tam Æquatori quàm Horizonti perpendiculariter insistat, omnium parallelorum segmenta ab horizonte facta, tam supra quàm infra in æquales partes dividet; unde Tempus inter ortum Stellæ ejusque Culminationem, æquale erit tempori inter Culminationem & occasum. Cumque Sol quotidie parallelorum aliquem motu apparenti describit, quando is ad circulum Meridianum appulerit, Meridies fiet, Mediaque nox, cum infra Horizontem ad eundem pertigerit, unde huic circulo nomen. *Nonagesimus gradus* est punctum Eclipticæ, quod nonaginta gradibus ab ejus intersectione cum Horizonte distat, ejusque Altitudo metitur angulum, quem Ecliptica cum Horizonte facit. *Medium cæli* dicitur punctum Eclipticæ culminans. In signis Ascendentibus, à ♑ ad ♋ Nonagesimus est ad orientem Meridiani; in descendentibus à ♋ ad ♑ ad occidentem positus.

In Meridiano culminant Stellæ.

Quamvis Horizontem & Meridianum tanquam circulos immobiles supposuimus, motum apparentem cæli tanquam realem considerando; revera tamen illi soli sunt circuli mobiles, & Stella vel Sol oritur, quando planum Horizontis infra descendit, ut Sol vel Stellæ conspiciantur, occiduntque, quando planum Horizontis supra attollitur, Stellis & Sole quiescentibus, Horizonte interea vertigine Terræ rapto. Sic etiam Sol & Stellæ ad meridianum loci alicujus appellunt, cum Meridiani planum, quod motu circa Axem

Horizon & Meridianus sunt circuli revera mobiles.

Telluris angulari fertur, per Solem aut Stellas quiescentes transiverit. Si verò per Solem & Polum traduci concipiatur circulus immobilis, fiet hic Meridianus non alicujus loci determinati, sed Universalis; fietque Meridies, in loco aliquo, cum Meridianus istius loci, qui circa Axem Telluris vertitur, cum plano hujus circuli coinciderit.

Meridianus Universalis.

Cum Meridianus quilibet circuitum seu gradus 360 spatio viginti quatuor horarum motu angulari absolvat, necesse est ut quâlibet horâ quindecim gradus, hoc est graduum 360 partem vicesimam quartam, motu angulari conficiat, adeoque si concipiatur circulus per polos transiens, qui cum Meridiano per Solem ducto angulum quindecim graduum constituat, ad hujus planum cum pervenerit Meridianus alicujus loci, post decessum a Meridiano Universali numerabitur in illo loco hora prima post Meridiem; dicitur que circulus horæ primæ. Similiter si alius ducatur per polos circulus, æquatorem secans in tricesimo ab Meridiano Universali gradu, hic erit circulus horæ secundæ, ad quem cum Meridianus loci alicujus pervenerit, numeratur ibi hora Secunda à Meridie. Similiter si per singulos quindecim Æquinoctialis gradus, & Polos duci concipiantur circuli, dicuntur illi *Horarii*, & Æquinoctialem in viginti quatuor partes dividunt. Et unusquisque ordine suo horam determinat in loco aliquo numeratam, quando Meridiani istius loci planum cum plano circuli Horarii coinciderit. Verbi gratiâ, cum Meridianus loci coincidit cum circulo, qui angulum cum Meridiano Universali facit 75 graduum, numerabitur in illo loco hora quinta post Meridiem. Quando verò 90 gradus à Meridiano per Solem transeunte distat, fit hora Sexta post Meridiem. Verum si Meridianus loci ut immotus spectetur, circulumque per polos & Solem transeuntem concipiamus unà cum Sole motu angulari circa Axem Telluris ferri, ut apparenter fit; quando circulus ille coincidet cum circulo, qui angulum quindecim graduum cum Meridiano loci facit, erit hora prima, & circulus cum quo coincidit, dicitur Horarius primus: huic proximus cum Meridiano loci angulum triginta graduum constituens, erit circulus

Circuli Horarii.

culus horæ secundæ; qui angulum 45. graduum cum Meridiano facit est circulus horæ Tertiæ, atque ita deinceps.

Altitudo seu Elevatio Pol. æqualis latitudini loci

In quolibet Terræ loco, Altitudo Poli seu ejus Elevatio supra Horizontem æqualis est Latitudini loci. Sit circulus HZQ Meridianus, HCO Horizon, ÆCQ æquator, Z Zenith, & P Polus, Altitudo poli seu ejus distantia ab Horizonte est arcus PO, & Latitudo loci est Z Æ arcus. Et quoniam arcus P Æ inter polum & æquatorem est circuli quadrans, & arcus ZO inter Zenith & Horizontem interceptus est quoque circuli quadrans, erunt arcus P Æ Z O inter se æquales; Communis auferatur arcus ZP, & restabunt arcus Z Æ P O inter se æquales; hoc est, Latitudo loci æqualis erit Elevationi seu Altitudini Poli supra Horizontem. TAB 32. fig. 4.

Hinc habemus methodum Telluris Perimetrum dimetiendi. Nam si pergamus recta versus Boream, donec Elevatio Poli uno gradu crescat, & deinde itineris percursi mensura quæratur in milliaribus, dabitur numerus milliarium, quæ sunt in uno gradu Peripheriæ maximi in Tellure circuli, hic numerus per 360. multiplicatus dabit numerum milliarium in toto Perimetro Telluris, & accuratissimis mensuris invenitur Longitudo unius gradus 69 milliaria Anglicana continere, quæ vulgò habetur æqualis tantùm 60. milliaribus.

LECTIO XIX.

De Doctrina Sphærica.

ANgulum, quem Æquator & Horizon cum se invicem faciunt, metitur arcus ÆH, qui est complementum Latitudinis ad Quadrantem. Adeoque si angulus ille rectus sit, Latitudo erit nulla, & Æquinoctialis per verticem incedet: omnesque Æquatoris Paralleli erunt ad Horizontem recti, ideoque hæc Sphæræ positio *Recta* dicitur, in quâ paralleli omnes ab Horizonte in partes æquales secantur; unde mora cujusvis stellæ supra horizontem æqualis est tempori quo infra eundem deprimitur; poli hic in Horizontem procumbunt, uti figurâ manifestum est, ubi punctum æquinoctialis Æ cum vertice seu Zenith coincidit, & TAB. 32. fig. 5.

Sphæra Recta.

Poli PP cum punctis Horizontis HO congruunt.

TAB 32 *fig.* 6. Si ab Æquatore versùs alterutrum polum recedamus, Æquator quoque à vertice recedet, & ad Horizontem accedet, cum illâ faciens angulum obliquum, unde illa Sphæræ positio dicitur *Obliqua*, Polusque, ad quem acceditur, semper supra Horizontem tantùm elevabitur, quantùm est Latitudo loci; alter tantundem infra deprimetur. Figura annexa hanc Sphæræ positionem exhibet, quam nos, & omnes in Zonis temperatis habitantes, obtinemus, ubi Æquator ÆQ bisecatur ab Horizonte, ut in Sphærâ Rectâ, quapropter ubi Sol illum circulum motu apparenti diurno decurrit, diem facit nocti æqualem; at Æquatoris Paralleli non bifariam ab Horizonte secantur, sed qui sunt versùs Polum elevatum; singuli majorem partem habebunt supra Horizontem extantem, minorem infra depressam, & quò polo propior quilibet circulus, eò major ejus pars supra Horizontem extabit, & qui minus à polo distant quàm est Latitudo loci, toti supra Horizontem attolluntur. Contrarium accidit parallelis versùs Polum depressum sitis, quorum portiones majores infra Horizontem jacent, minores supra elevantur; & qui Polo illi propiores sunt quàm est Latitudo loci, perpetuò unâ cum Stellis, quæ in iis includuntur, sub Horizonte latent, & nunquam fiunt conspicui. Hinc necesse est, cum Sol quotidie parallelum aliquem decurrat, ut ab Æquinoctio verno ad Solstitium æstivum dies continuo incremento noctes exsuperent; post Solstitium decrescant ad Æquinoctium autumnale; deinde ad Solstitium Hyemale dies noctibus continuò breviores reddantur; denique à Solstitio Hyberno ad Æquinoctium vernum, dies adhuc sunt noctibus breviores, sed rursùs continuò augentur, donec in ipso Æquinoctio fiunt tandem noctibus æquales.

Sphæra obliqua.

In Sphærâ obliquâ Stellæ omnes obliquè oriuntur & occidunt, utque Ascensio recta Stellæ est arcus Æquatoris interceptus inter initium Arietis & punctum, quod unà cum Stellâ ad Meridianum pervenit, seu in Sphærâ rectâ, quod simul cum Stellâ ascendit vel oritur: sic *Ascensio obliqua*

qua est arcus Æquatoris interceptus inter initium Arietis & punctum Æquatoris, quod cum Stellâ oritur in Sphærâ obliquâ, eodem ordine numeratus, quæ pro variâ Sphæræ obliquitate varia erit. Ascensionis Rectæ & obliquæ differentia dicitur *Differentia Ascensionalis*. *Ascensio obliqua.* *Differentia Ascensionalis.*

In Sphærâ obliquâ est parallelus tantùm à Polo elevato distans, quantùm est latitudo loci, qui *Circulus perpetuæ Apparitionis* nominatur, seu *circulus semper apparentium maximus*, intra quem comprehensæ Stellæ nunquam oriuntur, aut occidunt, sed tamen nunc altiùs ascendunt, nunc humiliùs factæ ad Horizontem propiùs accedunt. Huic ad alterum Polum est oppositus circulus *Perpetuæ Occultationis*, in quo inclusæ Stellæ nunquam oriuntur, sed semper manent inconspicuæ. *Circulus perpetuæ Apparitionis.*

Si Æquator nullum angulum cum Horizonte faciat, sed cum illo coincidat, in tali positione polus quoque cum Zenith congruet, & Æquatoris paralleli omnes erunt Horizonti paralleli, ideo talis sphæræ *Positio Parallela* dicitur, in quâ nullæ fixæ oriuntur aut occidunt, sed in circulis Horizonti parallelis perpetuos gyros ducunt. Sol præterea cum ad Æquinoctialem pervenerit, Horizontem lambit, exinde versùs Polum elevatum digrediens nusquam occidit, sed diem facit longissimum sex mensium. At ubi ab Æquatore recesserit Sol versùs oppositum Polum, è contrario nunquam oritur, noxque illis durat per alteros sex menses. Hunc Sphæræ situm obtinent, qui sub Polis degunt, si qui forte sint, qui has colant regiones. TAB. 32. fig. 7. *Sphæra Parallela.*

Veteres Geographi Regiones Telluris per *Parallelos* & *Climata* distinguebant; cum enim in Sphærâ Rectâ, seu sub Æquinoctiali dies noctibus perpetuò æquantur, si inde pergamus versùs alterutrum Polum, dies æstate fiunt noctibus longiores, & quò magis ad Polum accedamus, eò longiores sunt dies longissimi, donec sub ipsis circulis polaribus nulla est nox. Hinc per parallelos Æquatoris, qui augmenta dierum horæ quadrantibus notabant, Tellurem divisérunt Geographi. Hoc est, Paralleli illi tantùm à se invicem distabant, quanto opus sit, ut maxima dies augeatur horæ quadran- *Divisio Telluris per Parallelos & Climata.*

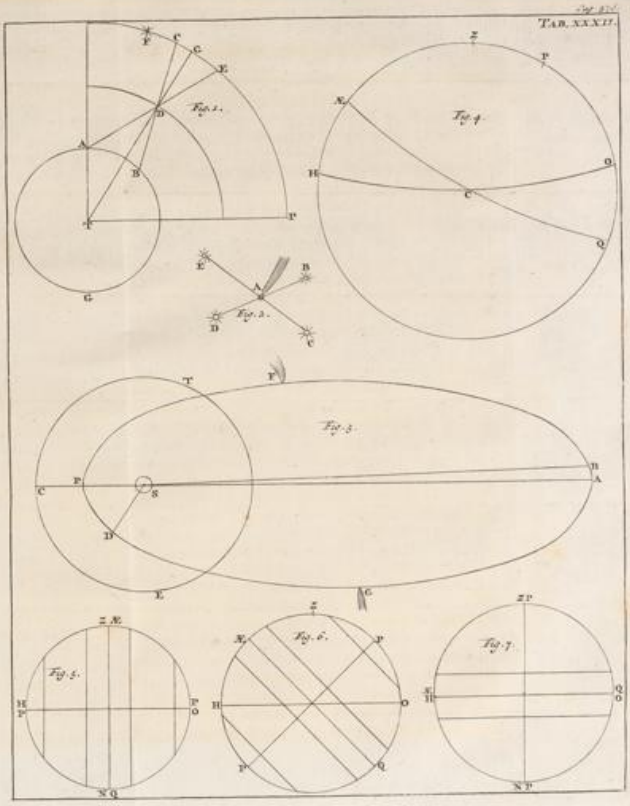
drante de parallelo in parallelum. Posito ergo Æquatore primo parallelo, secundus per ea Terræ loca transibat, ubi dies longissima est horarum 12½. Tertius ubi dies est horarum 12¼. Quartus ubi ille 12 horis cum tribus partibus quartis adæquat; atque ita denuo. Duo autem ejusmodi paralleli *Clima* constituebant; quæ proinde climata semihoræ augmento distinguuntur. Potest vero excessus diei Solstitialis supra 12 horas continuò augeri, magis magisque ad elevatum Polum accedendo, donec ad Polarem circulum perventum fuerit, & ibi Tropicus unico puncto Horizontem tangens totus eminet, & Sol illum decurrendo, non occidit; quare dies erit horarum viginti quatuor, qui excedit æquinoctialem diem horis duodecim, seu viginti quatuor semihoris, vel quadraginta & octo horæ quadrantibus, unde conficitur tandem numerus climatum inter æquinoctialem & Polarem esse viginti quatuor, & Parallelorum esse quadraginta & octo.

Cum Veterum Annus parum cum motu Solis apparenti congruebat, ex dato die mensis quo factum aliquod notabant, non statim exinde patebat; quâ anni tempestate illud evenit. Igitur quando Agricolæ in re Rusticâ aliquod faciendum in stato tempore præcipiebant, tempus illud non per diem Kalendarii Civilis indicabant, quippe eadem dies mensis civilis non semper quolibet anno in eâdem Anni tempestate incidebat. Sed certioribus opus fuit Characteribus, ad tempora distinguenda. Itaque Agricolæ, Rei Rusticæ scriptores, Historici, & Poetæ tempora per ortus & occasus Stellarum designabant. Ortûs & occasûs Stellarum vulgò numerantur species tres; *Cosmicus*, *Achronicus* & *Heliacus*. Oriri dicitur aut occidere Stella cosmicè, quæ oritur aut occidit oriente Sole; ita Stella quæ oritur aut occidit mane, cosmicè oritur aut occidit. Achronicè autem oritur Stella, quæ oritur occidente Sole, hoc est quæ vesperi oritur, quando Soli opponitur & totâ nocte fit conspicua.

Stellarum ortus & occasus eorumque species.

Stella oritur Heliacè, quando è Solis radiis emergens, tantùm ab illo distat, ut videatur mane ante Solis ortum, Sole nimirum motu apparente a Stellâ versûs ortum recedente.

TAB. XXXII.



dente. Occasus autem Heliacus est, quando Sol ad Stellam accedere incipit, illamque radiis suis condens inconspicuam reddit, inde Ortus & Occasus Heliacus potiùs Apparitio, aut Occultatio dici debent.

Stellæ omnes fixæ in Zodiaco sitæ, item Planetæ superiores, Mars, Jupiter & Saturnus oriuntur Heliacè mane, paulo ante Solis ortum, & paucis diebus postquam cosmicè oriuntur; quos nempe Sol motu annuo versùs orientem facto antevertit. Occidunt vero Heliacè vespere, paulo ante quàm Achronicè occidunt. Luna autem, quæ Solem perpetuò antevertit, oritur Heliacè vespere, cum nempe nova ex radiis Solaribus emergit, occidit vero Heliacè mane, cum jam vetus ad conjunctionem cum Sole properat. Inferiores Planetæ Venus & Mercurius, qui aliquando Solem antevertunt, aliquando Solem versùs occidentem post se relinquunt, aliquando Heliacè oriuntur mane, cum nempe retrogradi sunt, aliquando vespere cum sunt directi.

Quomodo Altitudo Solis vel Stellæ observatur. TAB. 33. *fig.* 1.

Ad Altitudinem Solis vel Stellæ cujusvis exquirendam utimur Quadrante mobili, EAD cum dioptris fixis A, B, vel Telescopio in alterutro latere collocato, & filo AC ponderе instructo ex centro perpendiculariter pendente; & Quadrans in situ verticali compositus sursum deorsumque vertatur, donec lux Solis per foramen anterioris dioptræ in foramen posterioris radiat, in quo situ si sistatur Quadrans, filum ostendit arcum EC altitudini Solis similem. Nam producatur AZ ad Zenith, sitque AH linea Horizontalis, Anguli EAB ZAS sunt æquales, uterque rectus enim est. Sed anguli BAC ZAS sunt quoque æquales, nam ad verticem sunt, quare demptis æqualibus erit angulus EAC æqualis angulo SAH; angulum autem EAC metitur arcus Quadrantis EC, & angulum SAH metitur arcus verticalis circuli inter Solem & Horizontem interceptus, unde arcus ille erit similis arcui EC. Si Altitudo Stellæ capienda sit, loco irradiationis Solis, oculari intuitu Stellam per foramina Dioptrarum comprehendimus, & filum ut ante indicabit quæsitam altitudinem. Inventio Altitudinis Meridianæ Solis vel Stellæ habetur sæpius observando & notando, quando illa maxima est;

Nam maxima altitudo Solis vel Stellæ est in Meridiano.

Inventio Latitudinis loci. Latitudinis loci cognitio est fundamentum omnium observationum Astronomicarum, adeoque in primis necesse est, ut illa accuratè habeatur; Cumque ostensum sit Altitudinem Poli eidem æqualem esse, illa optimè obtinetur per observationem Altitudinis Poli; verùm cum Polus sit tantùm punctum Mathematicum inobservabile, ejus Altitudo non eodem modo ac olis aut Stellæ, simplici viâ per Quadrantem exquiri potest; alia itaque adhibenda est methodus ut illa cognoscatur. Et primò invenienda est sectio Plani Meridiani cum Horizonte, quæ Linea Meridiana dicitur; quæ fit erigendo Gnomonem, cujus radici seu puncto, apici directè subjecto ut centro, describatur circuli circumferentia, in quam Apicis umbra ante Meridiem incidat, & notetur punctum circumferentiæ in quod umbra cadit: Rursus post Meridiem notetur punctum in eâdem circumferentiâ, ubi Apicis umbra ad illam pertingat, & Recta ducta ex centro circuli ad punctum, quod bisecat arcum inter notata puncta interjectum, erit linea Meridiana; Nam Sol ante & post Meridiem æquialtus æqualiter à Meridiano distat. Collocetur igitur Quadrans super lineâ Meridianâ hoc est in plano Meridiani, & Stellæ alicujus, quæ nunquam occidit, observetur altitudo maxima SO, item minima, SO, Altitudinum differentia erit arcus SS, cujus semissis PS addita altitudini minimæ, vel ab Altitudine maximâ subducta, dabit PO altitudinem Poli supra Horizontem, quæ æqualis est Latitudini loci. Si habeatur Solis Theoria, ex cognitâ Declinatione Solis inveniri potest Latitudo loci, observando distantiam Solis à vertice Meridianam; est enim illa complementum altitudinis ejus, ad quam si addatur declinatio Solis, cum Sol & locus versùs eundem polum ab æquatore distant, aut si declinatio Solis subducatur ab ejus distantia a vertice, cum Sol & locus siti sint ad partes æquatoris contrarias, & habebitur Latitudo loci. Verum si Solis declinatio major sit Latitudine loci, quod cognoscitur quando Sol à Polo elevato minùs distat quàm vertex loci, ut in locis in Zonâ Torridâ sitis sæpe fit, differentia inter declinationem Solis

Lineæ Meridianæ Inventio.

TAB. 33 *fig.* 2.

&

& ejus à vertice distantiam est Latitudo loci.

Obtentâ semel Latitudine loci, Obliquitas Eclipticæ seu ejus Inclinatio ad Æquatorem facile habetur; observetur enim circa Solstitium æstivum minima Solis à vertice distantia. Hæc si à Latitudine loci auferatur, modò locus sit polo propior quàm Sol est, dabit maximam Solis declinationem; quæ obliquitati Eclipticæ est æqualis. Plerique Astronomi inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem, seu maximam declinationem Solis æqualem faciunt viginti tribus gradibus cum dimidio, sed accuratissimæ observationes hodiernæ illam uno minuto minorem esse evincunt.

Declinatio Solis observatione cognoscitur.

Eâdem prorsus methodo observari potest Solis pro quâlibet Meridie, vel etiam sideris cujusvis declinatio: nempe quando Sol vel Sidus æquatori propior est quàm locus, capiatur differentia inter Latitudinem loci & distantiam sideris à vertice, quæ restat quantitas erit declinatio sideris; at si vertex loci inter sidus & Æquatorem situs sit, declinatio sideris erit harum quantitatum summa.

Solis ascensio recta Longitudo, declinatio, & angulus Ecliptica & Meridiani, ex quibus datis & quo pacto inveniantur.

Datâ declinatione Solis, facillimè habetur ejus Ascensio recta & locus in Eclipticâ per resolutionem trianguli rectanguli Sphærici: sit enim ÆQ æquinoctialis circulus, ÆC Ecliptica S Sol, à quo ad æquinoctialem demisso circulo perpendiculari SD erit arcus SD Solis declinatio, & proinde in triangulo rectangulo SDÆ, ex datis SD & angulo Æ, inclinatione Eclipticæ ad æquatorem dabitur per Trigonometriam Sphæricam, arcus ÆD Solis Ascensio recta, & ÆS locus Solis in Eclipticâ: quinetiam angulus ÆSD inclinatio circuli declinationis seu Meridiani ad Eclipticam. Quinetiam in eodem triangulo ÆSD rectangulo, cum angulus Æ constans sit & immutabilis; si detur vel latus ÆD Ascensio recta, invenire possumus declinationem DS & Longitudinem puncti S, quod unà cum D ad Meridianum appellit, mediumque cœli dicitur, & angulum DSC, qui est inclinatio Meridiani ad Eclipticam. Vel si detur ÆS Longitudo puncti S, exinde quoque reliqua invenire possumus, scil. ÆD Ascensionem rectam, DS Declinationem puncti S, & DSC angulum Eclipticæ & Meridiani.

TAB 33. fig. 3.

Si quotidie methodo oſtenſâ obſervetur Solis Declinatio, dabitur motus Solis apparens in Ecliptică, cui æqualis eſt motus Terræ realis interea factus; & obſervationibus deprehenſum eſt, Solem non æquabili motu in Ecliptică incedere, adeoque Telluris motus realis circa Solem inæquabilis erit, & in ſolſtitiis noſtris æſtivis tardiùs progreditur Terra, in Hybernis velociùs, eâ vero lege perpetuò incedit, ut in Ellipſeos perimetro feratur, radiiſque ad Solem in ejus umbilico locatum per illam ductis ſemper deſcribat areas temporibus proportionales.

Quomodo Aſcenſiones rectæ &c. Declinationes fixarum inveniuntur.

Ex dato loco Solis in Ecliptică, Horologii automati ope, inveniuntur Aſcenſiones rectæ fixarum; quod ut fiat, motus Horologii ſic temperandus eſt, ut index viginti quatuor horas numeret, labente tempore, quo fixa aliqua à Meridiano digreſſa ad eundem revertitur, quod tempus die naturali paulo brevius eſt, ob motum Solis verſùs orientem interea factum; Horologio ſic ordinato, index ad initium numerationis conſtituatur, quando Sol Meridianum occupat. Notetur deinde tempus Horologio indicatum, quando ſtella aliqua eundem Meridianum attingit; horæ earumque partes ab indice percurſæ in partes æquatoris converſæ dabunt intervallum Aſcenſionum Solis & fixæ, quod additum aſcenſioni rectæ Solis exhibet fixæ Aſcenſionem rectam quæſitam. Datâ autem unius cujuſvis ſtellæ Aſcenſione rectâ, dantur reliquarum omnium aſcenſiones. Nempe obſervandum eſt tempus, Horologio prædicto notatum, inter appulſum ſtellæ, cujus Aſcenſio recta data eſt, & appulſum alterius cujuſvis ſtellæ ad eundem Meridianum; & hoc tempus in gradus & minuta Æquatoris converſum dabit aſcenſionum differentiam, & proinde ipſa Aſcenſio ſtellæ dabitur.

Sed ex datâ unius cujuſvis ſtellæ Aſcenſione rectâ, aliarum Aſcenſiones optimè habentur methodo ſequenti, ubi non opus eſt, ut exſpectetur appulſus ſtellæ ad Meridianum, ſed ſolummodò Teleſcopium eſt adhibendum in cujus foco aptantur fila quatuor, quorum duo AB, CD, ſeſe perpendiculariter ſecent, reliqua duo EF, GH his ad angulos ſe-

Tab. 36. fig. 2.

mi-

mirectos insistant in communi sectione O. Quibus constructis dirigatur Telescopium ad stellam aliquam, cujus ascensio recta & declinatio notæ sint. Atque continuò vertatur Telescopium, donec in filo AB videatur stella, ejusque motus apparens fiat secundum rectam AB, in quo situ recta AB exponet portionem paralleli, quem stella motu diurno apparenti percurrere videtur, cumque CD hanc ad rectos angulos secat, illa circulum aliquem horarium exponet: In hoc situ figatur Telescopium, & notetur ope Horologii tempus, quo stella cujus Ascensio nota est lineam CD attingit. Deinde observetur in Telescopio alia quælibet stella, illa in rectâ aliquâ LK, ad AB parallelâ ferri videbitur, & notetur tempus, quando ad circulum horarium CD in Q pervenerit. Differentia temporis inter appulsum prioris stellæ & hujus, ad eundem circulum horarium CD, si in gradus & minuta æquatoris convertatur, dabit differentiam Ascensionum rectarum; adeoque si detur alterutrius stellæ Ascensio recta, dabitur quoque Ascensio alterius.

Cum anguli QHO & QOH sint æquales, utpote semirecti, erit QH æqualis QO; quòd si notetur tempus inter appulsum stellæ ad filum OG, & ejus appulsum ad filum OC, dabitur tempus, quo stella arcum QH paralleli percurrit; hoc tempus in gradus & minuta convertatur, & dabuntur gradus & minuta in arcu paralleli QH; sed huic arcui æqualis est arcus circuli maximi QO; sed in inæqualibus circulis, gradus, quos æquales arcus continent, sunt reciprocè ut circulorum radii, ut inferiùs demonstrabitur. Fiat itaque, ut radius circuli maximi, ad radium paralleli IK, qui à radio paralleli noti OB non sensibiliter differt; hoc est, ut Radius ad sinum distantiæ stellæ à polo, ita numerus graduum & minutorum in arcu QH, ad numerum graduum & minutorum in arcu QO, qui proinde dabuntur; sed est arcus QO differentia declinationum stellæ parallelum QK describentis, & illius quæ describit parallelum OB; unde datâ unius stellæ declinatione, dabitur declinatio alterius. Hâc methodo plurima-

rum ſtellarum Aſcenſiones rectæ & declinationes inveniri poſſunt.

Quòd in inæqualibus circulis numeri partium ſimilium in arcubus æqualibus ſunt reciprocè ut radii, ſic demonſtratur. Tab. 33 *fig.* 4. Sint inæqualium circulorum, quorum centrum C, arcus AF, BE æquales, ducatur CE, & erunt arcus AD, EB ſimiles; parteſque ſimiles numero æquales continebunt, partes voco ſimiles, quæ ad circumferentias totas eandem habent proportionem, & ob æquales AF, BE; erit AD ad AF, ut AD ad BE, ſed ut AD ad BE, ita eſt radius CA ad radium CB; adeoque AD eſt ad AF, ut CA ad CB; ſed eſt AD ad AF, ut numerus partium in AD, hoc eſt numerus partium in BE, ad numerum partium ſimilium in AF; quare erit numerus partium in BE, ad numerum ſimilium partium in AF, ut CA ad CB.

Quomodo inveniuntur fixarum Longitudines & Latitudines. Datâ ſtellæ Aſcenſione rectâ, & declinatione, ejus Longitudo & Latitudo inveniuntur, per reſolutionem Trianguli Sphærici. Nam per polos Æquinoctialis & Eclipticæ B, P, tranſeat circulus PBÆQ, is erit Colurus Solſtitiorum. Sit ÆQ Æquinoctialis circulus, EC Ecliptica, quorum communis ſectio ſit ♈ ſitque ſtella S, per quam & polum ducatur circulus declinationis PSF, cum æquatore conveniens in F, erit Tab. 33. *fig.* 5. ♈ F Aſcenſio recta ſtellæ, & SF ejuſdem declinatio; ducatur per polum Eclipticæ B, & ſtellam circulus Latitudinis BSO, cum Eclipticâ conveniens in O; erit ♈ O Longitudo ſtellæ, & SO ejus Latitudo. In triangulo Sphærico BPS datur PS arcus, qui eſt complementum declinationis datæ, item arcus BP, qui metitur inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem, datur præterea angulus FPQ quem metitur arcus FQ, complementum Aſcenſionis rectæ, adeoque datur angulus BPS; in triangulo BPS, ex tribus datis invenitur primò angulus PBS, cujus menſura eſt OC, & ejus complementum ad quadrantem eſt arcus ♈ O Longitudo ſtellæ, & invenietur præterea BS, cujus complementum ad quadrantem eſt SO Latitudo ſtellæ quæſita. Similiter ex notis Longitudine & latitudine ſtellæ poſſumus Aſcenſionem rectam & declinationem exquirere.

Com-

Comparando Fixarum loca à veteribus obſervata, cum locis, quæ nunc in Ecliptică obtinent Fixæ, invenimus Latitudines non mutari, at Longitudines à vernali Eclipticæ cum Æquatore interſectione continuò creſcere deprehendimus; non quòd ſtellæ revera progrediuntur, ſed quod retrocedunt puncta æquinoctialia, à quibus Longitudines computantur. Priſtina Longitudo alicujus fixæ, collata cum eà quæ hodie obſervatur, oſtendet quantitatem præceſſionis Æquinoctiorum, quæ in 70. annis ferè unum gradum adæquat. *Fixarum Longitudines continuo creſcunt, Latitudines non item.*

Atque hâc ratione, ſtellarum Longitudines & Latitudines inveniuntur, & in catalogum rediguntur Fixæ. Quibus ſemel ſtabilitis, Planetarum & Cometarum quoque loca per obſervationes & calculum innoteſcunt. Nam ſi obſerventur Planetæ aut Cometæ alicujus diſtantiæ, a duabus ſtellis fixis notis; hoc eſt, quarum Longitudines & Latitudines notæ ſunt, hoc pacto exquiritur Planetæ aut Cometæ Longitudo & Latitudo ad tempus obſervationis.

Sit EF Ecliptice portio, cujus polus B, A & C duæ ſtellæ quarum Longitudines & Latitudines ſunt datæ, ſitque P Planeta cùjus diſtantiæ à duabus ſtellis A & C obſervatione notæ ſint. In triangulo ABC, ex datis AB, CB complementis Latitudinum ſtellarum & angulo ABC, cujus menſura eſt arcus EF, differentia longitudinum, dabitur AC diſtantia ſtellarum, & angulus BCA. In triangulo APC, dantur omnia Latera, unde invenietur angulus PCA, quo ex angulo BCA ſubſtracto, relinquetur angulus BCP. Denique in triangulo BCP, dantur BC, CP latera, & angulus BCP, quare dabitur angulus CBP, cujus menſura eſt arcus OF, differentia longitudinum ſtellæ C & Planetæ P, item dabitur arcus BP, qui eſt Complementum Latitudinis Planetæ. TAB. 33. *fig.* 6.

Eâdem ratione, ſi obſerventur diſtantiæ alicujus Phænomeni a duabus fixis, quarum Aſcenſiones rectæ, & declinationes notæ ſunt, dabitur exinde Aſcenſio recta & Declinatio Phænomeni.

LE-

LECTIO XX.

De Crepuſculis, & Siderum Refractione.

Aer cœlum lucidum reddit.

PRæter alia innumera Atmoſphæræ beneficia, hoc etiam commodi ex illâ nobis derivatur, quòd lucente Sole, cœli noſtri faciem undique lucidam & ſplendentem reddat. Nam ſi Tellurem nulla ambiret aut involveret Atmoſphæra, ea ſola cœli pars luceret, quam Sol occupat; averſâ a Sole ſpectatoris facie, is nocturnas tenebras ſtatim ſentiret, & interdiu lucente Sole, minimæ etiam ſtellæ micarent; cum nullum foret corpus Solis radios ad noſtros oculos reflectens; & radii illi omnes, qui non in ipſam Telluris ſuperficiem impingant, oculos præterlabentes, aut Planetas & alias ſtellas illuminarent, aut in ſpatium ſeſe ſpargentes infinitum, ad nos nunquam detorquerentur.

Sublatâ Atmoſphærâ, ex clariſſimâ luce denſiſſimis tenebris in momento involveremur.

Verum circumfuſa Telluri Atmoſphæra, a Sole validè illuſtrata, lucis radios ad nos repercutiens, cœlum omne clareſcere facit; & inde fit, ut Atmoſphæræ ſplendore, ſtellarum lumen obſcuretur & offundatur.

Præterea, ſublatâ Atmoſphærâ, immediatè ante Solis occaſum ſplendidiſſimè luceret Sol, at in momento, cum occidit, ſtatim denſiſſimæ ingruerent tenebræ: tamque ſubitaneus noctis adventus, & a luce ad tenebras tranſitus, parum Terricolis commodus eſſet. Sed per Atmoſphæram fit, ut poſt Solis occaſum, etſi nulli directi ad nos pervenire poſſunt Solares radii, reflexâ tamen luce per aliquod tempus fruamur, & non niſi paulatim obrepunt noctis tenebræ. Nam poſtquam Tellus vertigine ſuâ nos e Solis conſpectu ſubduxerit, nobis ſublimior aer ab illo illuſtratus manet, cœlumque omne ejus luce perfunditur. Verum magis magiſque deſcendente Sole, minus continuò illuſtratur aer; adeo ut poſtquam decimum octavum infra Horizontem attigerit Sol gradum, Atmoſphæram ulterius illuſtrare deſinat, & aer totus tenebreſcit.

Crepuſculorum cauſa.

Similiter mane, cum Sol ad decimum octavum ab Horizonte gradum pervenerit, incipit Atmoſphæram illuminare, cœlumque luce perfundere, quæ uſque ad Solis ortum conti-

tinuo crescit. Crepera illa & dubia lux mane ante Solis ortum & Vespere post ejus occasum conspicua *Crepusculum* dicitur & ab Atmosphæræ illuminatione oritur.

Quod ut clariùs eluceſcat, sit ADL circulus in Telluris superficie, concentricus verticali in quo Sol infra Horizontem existit, circa quem sit alius circulus CBM, includens in eodem plano aeris portionem, quæ radios Solis potest reflectere, & oculus sit in superficie Telluris in A, cujus Horizon sensibilis sit AN: Cum nulla recta duci potest ad A, inter tangentem AN & circulum AD *per* 16 *El. tertii.* Sole infra Horizontem depresso, nulli radii possunt ad oculum in A directè pertingere. Verum Sole in rectâ GC existente, ab illo duci potest recta, quæ in Atmosphæræ particulam C incidat, ibique potest radius in CA reflecti, & oculum in A ingredi; atque hâc ratione Solis radii infinitas Atmosphæræ particulas illustrantes ab iisdem in oculum detorquentur. Tangens AB occurrat superficiei aeris, lucem reflectentis in B puncto, a quo ducatur BD circulum Telluris tangens in D, sitque Sol in hâc lineâ, tunc Radius SB in BA reflectetur, & oculum ingredietur, ob angulum DBE incidentiæ æqualem angulo reflectionis ABE; eritque ille radius, qui primus mane ad oculum pervenire possit, & tunc Crepusculum Matutinum, seu Aurora incipit, vel ultimus Vespere, qui ibidem pertinget, in quo casu erit Crepusculi finis. Nam Sole inferiùs descendente, particulæ aeris ad B vel ultra existentes, ab ejus luce illuminari non possunt. TAB. 33. *fig.* 7.

Alia Crepusculorum causa Atmosphæra Solaris.

Reflectio Atmosphæræ non videtur esse sola Crepusculorum causa, sed circumfusa Soli aura Ætherea, illiusque quasi Atmosphæra etiam splendet post Solis occasum, cumque hæc oriendo & occidendo longius impendit tempus quàm Sol, ante Solis ortum, Aurora circulari figurâ enitetur; quæ scil. est segmentum circuli Atmosphæræ Solaris ab Horizonte secti, cujus lux diversa prorsus est ab illâ, quæ ex illustratione Atmosphæræ Terrestris oritur. Verum Crepusculi ex aurâ Æthereâ Soli vicinâ provenientis, brevior est duratio, quàm illius quæ à nostrâ Atmosphærâ ori-

oritur, quæ Veſpere non finitur, niſi cum Sol octodecim circiter gradus infra Horizontem deprimitur. At verò nulli certi ſtatui poſſunt limites, qui initia aut fines Crepuſculorum definiant. Eorum enim duratio pendet ex quantitate materiæ in aere ſuſpensâ ad lucis reflectionem idoneâ, & ex altitudine aeris. Hyeme frigore condenſatus aer humilis eſt, & exinde citò finiuntur Crepuſcula. Æſtate rarefactus aer altior eſt, & diutius à Sole illuſtratur, unde protrahuntur Crepuſcula. Quin etiam duratio Crepuſculi Matutini brevior eſt Veſpertinâ duratione, ob aerem mane denſiorem & humiliorem quàm Veſpere. Cenſentur autem Crepuſcula incipere aut deſinere, quando ſtellæ ſexti ordinis primum mane deſinunt conſpici vel veſpere fiunt conſpicuæ, quæ priùs ob claritatem aeris latebant.

Hyeme Crepuſcula breviora quam Æſtate.

Ricciolius ex obſervatis à ſe Bononiæ, reperit Crepuſculum matutinum circa Æquinoctia perdurare mane quidem horâ unâ min. 47., veſpertinum autem horis duâbus, & non priùs deſinere, quàm Sol viceſimum primum gradum infra Horizontem attigerit. Æſtivum autem matutinum Crepuſculum circa Solſtitium horis tribus min. 40. Veſpertinum totam ferè ſeminoctem tenere.

Ex duratione Crepuſculi inveniri poteſt Altitudo Aeris.

Hinc ſi detur initium Crepuſculi matutini, aut finis veſpertini, inveniri poteſt altitudo aeris lucem reflectentis. Nam tunc deſinit Crepuſculum, quando lucis Radius à Sole prodiens, Terramque ſtringens ſeu tangens, à ſupremo aere ad obſervatoris oculum reflectitur. Et ex noto tempore, dabitur depreſſio Solis infra Horizontem; ex quâ elicitur altitudo aeris. Sit enim SB, radius lucis Tellurem tangens, quæ à particulâ aeris B, in ſupremâ ejus regione locatâ, reflectatur in lineam AB Horizonti parallelam; erit angulus SBN menſura depreſſionis Solis infra Horizontem. Et quia AB Tellurem quoque tangit, erit angulus AED ad centrum, æqualis angulo SBN, ſeu depreſſioni Solis, ejuſque dimidium AEB hujus dimidio æquale. Sit Solis (exeunte Crepuſculo) depreſſio octodecim graduum, angulus AEB, fiet novem gr. quod verum eſſet, ſi radius SB, irrefractus Atmoſphæram tranſiiſſet, verum quoniam ra-

TAB. 33. *fig.* 7.

radius in aere per Refractionem versùs H incurvatur, minuendus est angulus AEB, quantitate æquali refractioni Horizontali Solis, hoc est, dimidio circiter gradûs, unde erit anguli AEB vera quantitas octo cum dimidio graduum; porro est AE ad BH, ut radius ad excessum secantis anguli AEB, supra radium, id est, ut 100000, ad 1110. Posito igitur semidiametro Telluris in numeris rotundis 4000, milliarium, quibus quàm proximè est æqualis, erit BH altitudo Atmosphæræ radios Solares reflectentis 44 circiter milliarium: nam ut 100000, ad 1110, ita 4000, ad 44, per regulam proportionis.

In Sphærâ rectâ Crepuscula brevissima.

In Sphærâ rectâ Crepuscula citò finiuntur, ob rectum Solis descensum; in obliquo, longiùs durant, quia obliquè descendit Sol; & quò obliquior est Sphæra, hoc est, quò major est loci Latitudo, eò longior est Crepusculi duratio, adeo ut, qui ultra 48 gradibus ab Æquatore distant, in Solstitiis æstivis aerem per totam noctem clarescentem habeant, nullusque fiat Crepusculorum finis, in quo meræ sunt tenebræ.

In Sphærâ parallelâ Crepuscula per plures menses durant, unde per totum ferè annum Solis lumine vel directo vel reflexo fruuntur incolæ.

Si infra Horizontem concipiatur duci circulus Horizonti parallelus, tantùm ab illo distans, quantùm est depressio Solis, cum finiuntur Crepuscula; hic circulus dicitur Crepusculorum Finitor. Nam quotiescunque Sol, motu diurno apparente, hunc parallelum tempore matutino attigerit, initium sumet Crepusculum matutinum, in quocunque Æquatoris parallelo versetur Sol. Vespertinum autem cessabit Crepusculum, cum Sol post occasum, ad eundem Horizontis parallelum pervenerit.

Circulus Crepusculorum finitor. TAB. 33. *fig* 8.

Sit in figurâ HQO Horizon: circulus V*a*X ei parallelus Crepusculorum Finitor; HZO Meridianus; ÆQR Æquator. Patet, quò obliquior est Æquator ad Horizontem, eò arcus Æquatoris, ejusque parallelorum interceptos inter Horizontem, ejusque parallelum R*a*X longiores esse. Hi arcus QR, *da*, *ce*, *gb*, *kl*, portiones Æquatoris & paral-

rallelorum, intercepti inter Horizontem & Finitorem, dicuntur Crepuſculorum arcus; eorum enim durationem determinant, & prout quilibet arcus ad ſuum circulum, majorem aut minorem obtinet proportionem, eò longior aut brevior erit Crepuſculi duratio; quando Sol illum parallelum decurrit. In Finitore Crepuſculorum capiatur quodlibet punctum *a* per quod parallelus Æquatoris *da* tranſeat; & per *a*, concipiatur duci circulus maximus M*a*N, qui tangat circulum perpetuæ Apparitionis. Cumque Horizon eundem circulum tangat, hi duo circuli cum Æquatore ejuſque Parallelis æquales facient angulos: nam utriuſque anguli Menſura eſt diſtantia paralleli à ſuo circulo maximo; eruntque arcus omnes Parallelorum Æquatoris, inter Horizontem & circulum M*a*N intercepti ſimiles, *per* 13. *lib.* 2*di Theodoſii Sphærici*; adeoque Sol æqualibus temporibus hos parallelorum interceptos arcus deſcribet. Circulus M*a*N finitorem V*a*X, vel in duobus punctis ſecabit, vel in unico puncto tanget. Primò eum in duobus punctis ſecet, quæ ſint *a* & *b*; unde erunt arcus parallelorum *da*, *gh*, ſimiles; adeoque, quando Sol hos duos parallelos motu diurno deſcribit, Crepuſcula erunt æqualia, at quando aliquem parallelum intermedium percurrit, Verbi gr. *ce*, Crepuſculi duratio brevior erit, nam in hoc caſu *cm* crepuſculi arcus minor eſt *ce*, qui ſimilis eſt arcui *da* vel *gh*, & *ce* & *da* æqualibus temporibus à Sole deſcribuntur. At in Parallelis longiùs ab Æquatore diſtantibus quàm *gh* commorans Sol longiora efficit crepuſcula; nam eſt arcus crepuſculi *lk* major quàm *qk*, qui à Sole deſcribitur in tempore, quod eſt æquale durationi Crepuſculi, Sole in parallelo *gh* exiſtente.

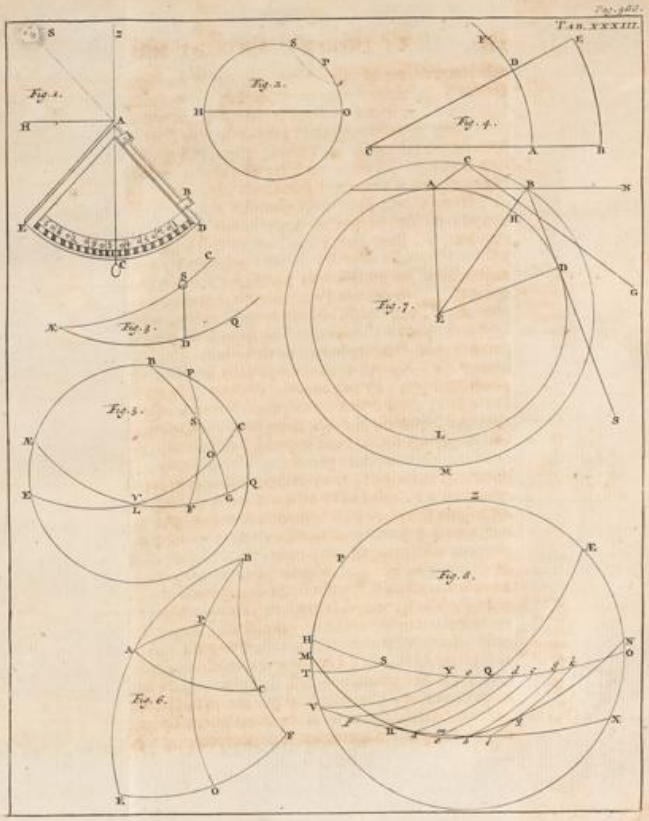
Diverſæ Crepuſculorum durationes.

In Parallelis, qui versùs elevatum polum jacent, verſante Sole, continuò creſcunt crepuſcula, prout Paralleli illi polo viciniores fuerint; longior enim eſt Crepuſculi arcus *op*, quàm QR, & YU longiori tempore deſcribitur quàm *op*. At ſi Sol parallelum ST deſcribat, qui cum Finitore non conveniat, Crepuſculum per totam noctem durabit.

Hinc valde diſſimilem ſervant rationem Crepuſcula, ac dies nocteſque, in incrementis & decrementis. Nam Sole

per

TAB. XXXIII.



pergente ab initio Cancri, ubi dies ſunt longiſſimi, ad initium Capricorni, ubi ſunt breviſſimi, dies continuò nobis decreſcunt, è contrario noctes ſine intermiſſione augentur. At vero in Crepuſculis aliter ſe res habet; nam licet in principio Cancri, ſeu in Solſtitiis, Crepuſculum ſit longiſſimum, indeque ſimul cum diebus decreſcant, ſed non continuò uſque ad Capricornum fit hæc diminùtio: nam in quodam Eclipticæ puncto inter Libram & Capricornum fit Crepuſculum omnium breviſſimum; ac deinceps ab hoc iterum augentur Crepuſcula, efficieturque unum Crepuſculum æqualè illi, quod in Æquatore fit, antequam ad Capricornum Sol perveniat. Et ſi Sol ultra Tropicum Hyemalem excurreret, Crepuſcula adhuc ſemper fierent longiora, etiamſi dies decreſcerent. Et licet dies à Capricorno ad Arietem ſemper fiunt longiores; Crepuſcula tamen minuuntur, uſque ad quoddam punctum, inter Capricornum & Arietem, in quo breviſſimum fit Crepuſculum: hoc ex ſequentibus patebit, in quibus illud punctum determinatur.

Crepuſculum Breviſſimum. Tab. 34. fig. 1.

Secundò, Circulus M *a* N Finitorem in unico puncto tangat, quod ſit *a*, per quod ducatur Parallelus Æquatoris *da*, in hoc parallelo ſi Sol verſetur, erit Crepuſculum omnium breviſſimum. Nam quia arcus parallelorum in Q *n*, *da*, *gi*, inter Horizontem & circulum M *a* N intercepti, ſunt omnes ſimiles, æqualibus temporibus à Sole deſcendente deſcribuntur, ſed ob arcus Crepuſculorum *ce*, *gh*, majores quàm *cm* vel *gi*, major erit mora Solis in arcu *ce*, quam in *cm*, & in arcu *gh* quàm in *gi*, hoc eſt, quàm in arcu *da*. Adeoque Crepuſcula in parallelis *ce*, *gh* longiora erunt, quàm in parallelo *da*, in quo igitur Crepuſculum fit omnium breviſſimum.

Diſtantia paralleli ab Æquatore, in quo fit breviſſimum Crepuſculum, ſic invenitur. Quoniam Circulus M *a* N & Horizon HO eundem Parallelum tangunt, ſcil. circulum perpetuæ Apparitionis, æqualiter ad Æquatorem inclinantur, uti oſtenſum fuit. Eſt igitur angulus *a n* T, quem Æquator & circulus M *a* N comprehendunt, æqualis angulo FQ *d* Æquatoris & Horizontis: per Zenith Z & punctum *a*

ducatur circulus verticalis ZY *a*, Æquatorem secans in T. In triangulis itaque Sphæricis *a n* T TQY, anguli ad *a* & Y sunt recti. Et anguli ad Q & *n* æquales ostensi sunt; item anguli ad T sunt quoque æquales, ad verticem enim sunt. Quare triangula *a n* T TQY sibi mutuò æquiangula existentia, sunt quoque sibi mutuò æquilatera; ac proinde T *a* æqualis erit TY, seu dimidio arcûs *a* Y distantiæ Finitoris ab Horizonte & præterea erit *a n* æqualis Q *d*, *per* 13. *lib.* 2*di Theodos.* propterea quòd QR & *d a* sunt paralleli, adeoque erit *d* Q æqualis QY.

In Triangulo Sphærico T QY Rectangulo ad Y; datur latus TY semidistantia Finitoris ab Horizonte, item angulus YQT æqualis FQ *d*, qui metitur complementum Latitudinis Loci, quare innotescet QY, & huic æqualis Q *d*. A puncto *d* in Æquatorem ducatur circulus Declinationis *d* F; & in Triangulo rectangulo Sphærico *d* QF, datur *d* Q & angulus ad Q, inde innotescet arcus *d* F, distantia paralleli minimi Crepusculi ab Æquatore, seu ejus declinatio, quæ erat invenienda.

Unicâ tantum Analogiâ solvi potest Problema: nam in Triangulo TQY, Radius: Tang: TY:: *co* Tang. Q: sin. QY, vel ad sin *d* Q. Sed est sin. Q. cosin Q:: Radius: *co* Tang. Q, quare ex æquo erit Radius ductus in sin. Q: Tang. TY × cosin. Q:: Radius: sin, Q *d*. (hoc est in triangulo rectangulo Q *d* F) :: sin. Q: sin. *d* F:: Radius × sin. Q: Radius × sin. *d* F. Adeoque in Analogiâ, cum Antecedentes sint æquales, æquales quoque erunt Consequentes. Et erit Radius × sin. *d* F æqualis Tang. TY × cosin. Q. Et resolvendo æquationem in Analogiam, erit Radius ad Tangentem TY, ut cosin. Q seu sinus Latitudinis loci, ad sinum *d* F distantiæ paralleli ab Æquatore. QEI.

Initium & Finis crepusculi determinantur.

Datâ Declinatione Solis, Tempus initii Crepusculi Matutini, aut finis vespertini sic invenitur; sit *o p* parallelus Solis, cum Finitore Crepusculorum conveniens in *p*, Ducatur è Polo circulus Declinationis P *p*, & in Triangulo Sphærico P Z *p*, dantur omnia latera. scil. PZ complementum Latitudinis Loci. P *p* complementum Declinationis Solis, & Z *p* æqua-

æqualis Quadranti plus distantiâ Finitoris ab Horizonte $= Zl + lp$: unde dabitur angulus ZPp, hujusque complementum ad duos rectos, scil. angulus pPV, unde Arcus Æquatoris, qui hunc angulum metitur in tempus conversus ostendet tempus initii vel finis Crepusculi QEI.

Atmosphæræ vis in refrangendo.

ATMOSPHÆRA Terrestris non tantùm Radios Solares reflectendo claritatem producit matutinam & vespertinam, sed & reliquorum omnium siderum radios in se incidentes refrangendo, hoc est, eorum directiones mutando, eosque per alias rectas propagando, facit, ut Stellarum loci apparentes sint a veris diversi.

Multiplici experimento deprehensum est, radios corporis luminosi, vel etiam cujusvis objecti visibilis, incidentes in medium Diaphanum diversæ densitatis ab eo, per quod priùs propagati fuerunt, non tendere directè per easdem rectas lineas, sed veluti frangi & flecti, hoc est per aliam viam propagari; & si medium, in quod incidunt radii, sit densius priore, flectuntur versùs rectam perpendicularem in superficiem ad punctum incidentiæ. Si verò rarius sit medium Diaphanum, franguntur radii à perpendiculari divergendo. Multos Refractionum effectus in naturâ cernimus. Baculus, cujus una pars in aere extat, altera in aquâ, Fractus videtur, & altior apparet quàm reverà est; & Astra omnia altiora seu vertici propiora cernuntur, quàm forent, si irrefracti ad oculum perveniissent.

Varii Refractionis effectus.

Siderum Refractio. TAB. 34. *fig.* 2.

Sit in Figurâ Z V Quadrans circuli verticalis, ex centro Terræ T descriptus, sub quo sit Quadrans circuli Telluris maximi A B, & correspondens Atmosphæræ Quadrans G H. Sitque S sidus quodlibet, à quo exeat Radius lucis S E, in superficiem Atmosphæræ in E incidens, cumque hic radius ex aurâ Æthereâ & rarâ, seu potiùs ex vacuo, in aerem nostrum densiorem incidat, in E refrangetur versùs propendicularem; cumque aer superior sit rarior inferiore, adeoque densitas medii continuò augeatur, Radius lucis ulteriùs in aere pergendo, continuò curvabitur; & in curvâ E A ad oculum deferetur; hanc curvam tangat in A recta A F, & secundum ejus directionem radius E A in oculum recipietur; cum-

cumque objectum omne videtur in rectâ, secundùm quam sit Directio radiorum, qui sensorium vellicant; objectum S apparebit in rectâ AF, hoc est, in cœli puncto Q vertici propiore, quàm reverà sidus existit. Et fieri quidem potest, ut sidus appareat supra Horizontem, quod infra eundem adhuc latet.

Per refractionem Eclipsis Lunæ videtur, Lunâ infra Horizontem commorante.

Hinc fit, ut Refractio Luminaria Solem & Lunam ex diametro opposita, & quorum unum infra Horizontem locatur, supra Horizontem repræsentet, adeo ut Lunæ Eclipsis videatur, Lunâ infra Horizontem commorante, Sole autem supra, ut sæpius observatum fuit.

Ubi nulla est Refractio.

Ubi maxima.

Sidus in vertice constitutum nullam patitur refractionem; nam radius perpendicularis rectà progreditur; at quò obliquior est radius in aerem incidens, eò major est refractio, adeoque in Horizonte refractio est maxima. Et Stella magis quàm 50 gradibus supra Horizontem elevata, nulli sensibili obnoxia est Refractioni. In æqualibus à vertice distantiis apparentibus, Refractiones sunt æquales, adeoque Solis, Lunæ, & fixarum omnium in pari Altitudine, refractiones sunt æquales, contra quàm censuit Astronomiæ Instaurator, Refractionumque primus Investigator, Nobilis Braheus. Hinc si inveniantur Fixarum Refractiones, dabuntur etiam Solis Lunæque & Planetarum omnium Refractiones; & per Observationes, faciliùs investigatur fixæ alicujus Refractio, quàm Solis & Lunæ, quippe horum siderum non satis accuratè notæ Parallaxes, investigationem Refractionum dubiam reddunt, dum incerta sit quanta loci mutatio Parallaxi, quanta Refractioni debetur. At Stellæ fixæ nulli Parallaxi obnoxiæ sunt, & tota loci variatio à Refractione pendet.

Ubi non sensibilis.

Omnium siderum in pari Altitudine æquales refractionis.

Fixarum, quæ ad altitudinem majorem 50. gradibus perveniunt, dantur Declinationes, Ascensiones rectæ, Longitudines, & Latitudines, satis accuratè; nam in tantâ altitudine, earum refractiones sunt quàm proximè nullæ. Quibus cognitis refractiones prope Horizontem sequenti methodo inquiruntur. Sit OPZH Meridianus, HO Horizon, ÆQ Æquator, Polus P, Vertex Z, A Stella, cujus refractio est investiganda, Verticalis per Stellam transiens ZD, Stellæ locus visus

TAB. 34 *fig.* 3.

C;

C; arcus AC erit Stellæ refractio. Obſervetur Diſtantia Stellæ à vertice viſa, ſcil. arcus ZC, & habeatur, vel per Altitudinem obſervatam alterius Stellæ extra Refractionis aleam poſitæ, vel per Horologium automaton, Temporis momentum quo obſervatio facta fuit. Ex hoc tempore & Adſcenſione rectâ Solis, dabitur punctum Æquatoris eodem momento culminans, ſcil. punctum Æ. Sed datur quoque Stellæ Aſcenſio recta; adeoque punctum Æquatoris B, ubi circulus Declinationis PAB per Stellam ductus, Æquatori occurrit. Itaque dabitur Æquatoris arcus ÆB, qui eſt menſura anguli ZPA: In Triangulo igitur Sphærico ZPA, ex datis lateribus ZP diſtantiâ verticis à Polo, & PA complemento Declinationis Stellæ, & angulo ZPA, invenietur per Trigonometriam Sphæricam latus ZA, vera diſtantia Stellæ à vertice, à quâ ſi ſubſtrahatur ZC diſtantia viſa obſervatione cognita, habebitur arcus AC Stellæ Refractio, quæ erat invenienda. *Refractionis Inveſtigatio.*

Poteſt enim Fixæ Refractio inveniri, ſi obſervetur ejus Azimuthus, ſeu arcus Horizontis inter Meridianum & verticalem per Stellam ductum interceptus, ſcil. DO, nam arcus ille metitur angulum PZA, ex quo dato, & lateribus PZ, PA, invenietur ZA vera diſtantia Stellæ à vertice, & ſi ab hâc auferatur diſtantia obſervata, reſtabit CA Refractio quæſita.

Sideris Azimuthus quomodo obſervatione capitur. TAB. 34. *fig.* 4.

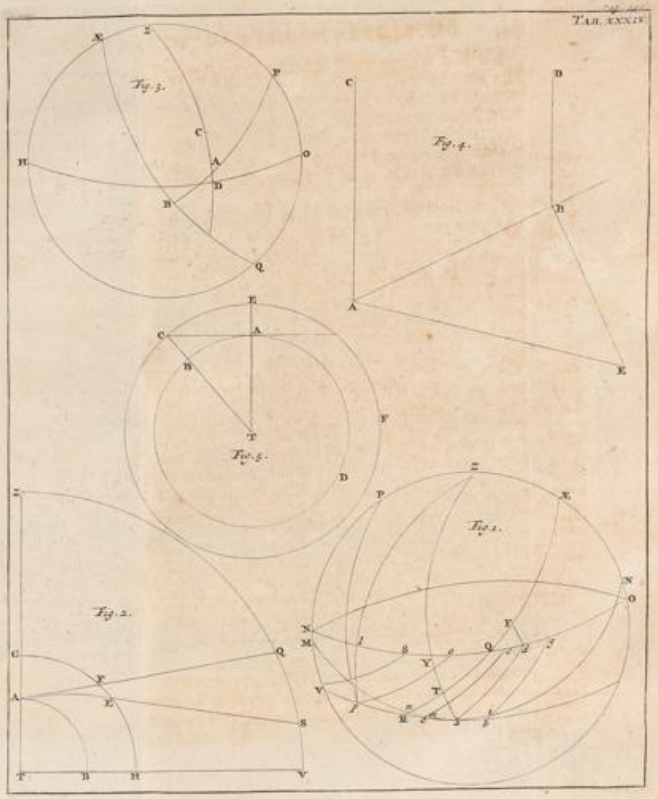
Azimuthus ſideris cujuſvis obſervatione optimè innoteſcet, ſi ducatur in plano Horizontis, linea Meridiana AE, ſuper quam erigatur filum perpendiculare CA; quod pondere appenſo facile fit: deinde aliud filum BD, pondere ſimiliter inſtructum, ita ſuſpendatur, ut Stella ab illis duobus filis tegatur; adeoque erit Stella in plano verticalis circuli per duo fila CA DB ducti; notetur deinde punctum B, ubi filum BD plano Horizontis occurrit, & in lineâ Meridianâ punctum A cui filum CA incumbit; ſumptoque in Meridiano quolibet puncto E, ducantur AB BE, & regulâ in partes æquales ſatis minutas diviſâ, capiantur menſuræ trium laterum Trianguli BAE; ex quibus per Trigonometriam inveſtigetur angulus BAE; & innoteſcit Azimuthus ſideris quæſitus.

Ex Refractione ratio redditur, cur Sol & Luna prope Horizontem visi, ovalem induunt figuram; nam eorum margines inferiores per refractionem multùm elevantur, non item superiores margines; adeoque hæ margines sibi appropinquare videntur, & contractiores justo apparent; interim utrique termini Horizontalis diametri æqualiter per refractionem elevati cum sint, invariata manebit eorum distantia.

TAB. 34. fig. 5. Radii Solares, cum Sol est in Horizonte, longiore multò itinere per aerem feruntur, quàm cum is prope verticem versatur. Sit enim ABD Tellus, & ECF circumfusa Atmosphæra, cujus Altitudo vulgò æstimatur 50 milliarium. Sit CA radius Horizontalis, EA verticalis, patet esse CA longiorem quàm EA; earum autem rationem sic investigare licet. Ponatur semidiameter Telluris AT in numeris rotundis, esse milliarium 4000, & EA 50. Erit ET = CT milliarium 4050, cujus quadratum æquale est quadratis TA CA. Adeoque si à quadrato ab CT auferatur quadratum ab AT, restabit quadratum à CA, hoc est si ab 16402500 auferatur 16000000, restabit 402500 pro quadrato lineæ CA; cujus radix est 634. Est igitur CA ad EA ut 634 ad 50, hoc est in majore ratione quàm 12 ad 1. Hinc patet ratio, cur illæsis oculis, possumus Solem orientem aut occidentem intueri; at in Meridiano non sine oculorum damno aspiciendus est Sol: nam radii Solares in Horizonte per tam crassum Atmosphæræ corpus progrediendo, in particulas innumeras in aere volitantes impingunt, à quibus reflectuntur, eorumque vires multùm exinde debilitantur. Patet etiam, cum per tam exiguum spatium progrediendo tantùm debilitantur Radiorum vires, si Atmosphæra nostra ad Lunam eâdem densitate se extenderet, non Solem, nedum Lunam aut Stellas, videri posse.

Radii Solares prope Horizontem profundiùs in Atmosphæra immerguntur.

LE-


Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 2.
Fig. 1.

LECTIO XXII.

De Parallaxi Siderum.

CUM motus omnes apparentes diurni circa Axem Telluris, non circa locum ſpectatoris ejus ſuperficiem incolentis, peragi videntur, neceſſe eſt, ut qui motus ſiderum ex Telluris ſuperficie obſervat, ea inæqualiter moveri aſpiciat; nam ſi mobile aliquod æquabiliter in circuli peripheriâ deferatur, motûs æquabilitas ex nullo alio puncto, præter ea, quæ in Axe Circuli locantur, ſpectari poteſt; unde Phænomeni in cælo locus viſus diverſus erit, cum è ſuperficie Terræ obſervatur, quàm ſi ex ejuſdem centro ſpectaretur. Et hæc locorum differentia, cum ſidus è ſuperficie Telluris videtur, & ab ejus centro ſpectatur, Parallaxis dicitur.

Motus circularis æquabilis ex nullo alio loco quàm axe æquabilis videtur.

Sit AB Quadrans circuli in Telluris ſuperficie maximi, cujus centrum T. A locus in ſuperficie, ejuſque vertex in cælis V, circuluſque VNH referat cælum Stellatum, linea AD Horizontem ſenſibilem, in quo ſit ſidus in C, cujus diſtantia à Telluris centro ſit TC. hoc ſidus è Telluris centro ſpectatum in cælo Stellato in E conſpicietur, ſupra Horizontem arcu DE elevatum; punctum E dicitur locus Phænomeni verus. At ſi è Telluris ſuperficie in A Obſervator illud intueatur, in Horizontis puncto D ipſum conſpiciet, quod locus ejus apparens nominatur. Et arcus DE differentia inter locum verum & viſum dicitur *Parallaxis Aſtri.*

Parallaxis Quid? TAB. 35. *fig.* 1.

Si ſidus altiùs elevetur ſupra Horizontem in M, ejus locus verus è Telluris centro viſus eſt P, at viſus è ſuperficiei puncto A, eſt N, & Parallaxis eſt arcus PN, qui arcu DE minor eſt: unde Parallaxis ſideris in Horizonte exiſtentis eſt omnium maxima; quò altiùs attollitur ſidus, eò minorem patitur parallaxim; ſi autem ad verticem pervenerit, nulli parallaxi eſt obnoxia; nam cum in Q exiſtit, tam ex T quàm in A, in eâdem rectâ TV videtur, nullaque eſt differentia inter locum verum & viſum. Quò longiùs ſidus aliquod à Terra diſtat, eò ejus Parallaxis eſt minor; ita ſideris

In majori à Tellure diſtantiâ minor eſt Parallaxis

deris F à Tellure longiùs remoti Parallaxis eſt GD, ſideris propioris C parallaxi minor. Hinc patet Parallaxim eſſe differentiam inter veram ſideris à vertice diſtantiam, è Terræ centro viſam, & eam quæ ex ejus ſuperficie conſpicitur. Nam ſideris M vera diſtantia à vertice eſt arcus VP, at ex A conſpecto ſidere, diſtantia ejus à vertice eſt VN.

Has diſtantias metiuntur anguli VTM, VAM, comprehenſi rectâ TV ad verticem ductâ, & rectis TM, AM, ex centro & ſuperficie Telluris ad ſidus ductis; horum autem angulorum differentia eſt angulus TMA. Nam eſt angulus VAM externus æqualis duobus internis ATM & TMA; adeoque eſt TMA differentia angulorum VAM & VTM; qui itaque parallaxim metitur; & ideo ipſe Parallaxis dicitur. Eſt autem ubique hic angulus ille, ſub quo ſemidiameter Terræ, per locum obſervatoris ducta, è ſidere videtur, adeoque ubi ſemidiameter illa directè videtur, maximus eſt; hoc eſt ſideris in Horizonte exiſtentis maxima eſt Parallaxis; & aſcendendo minuitur parallaxis, in eâ ratione, quæ in ſequenti Theoremate demonſtratur.

Parallaxis eſt Angulus, ſub quo ſemidiameter Terræ per loci verticem ducta, è ſidere videtur.

THEOREMA.

Sinus Parallaxeôs eſt ad ſinum diſtantiæ ſideris à vertice viſæ, in datâ ratione, ſcil. in ratione ſemidiametri Telluris ad diſtantiam ſideris.

Parallaxes minuuntur in ratione ſinuum diſtantiarum à vertice.

Nam per notiſſimum Trigonometriæ Theorema. In Triangulo ATM, eſt ſinus anguli AMT, ad ſinum anguli TAM vel VAM, ut AT ad TM; ſcil. in conſtante ratione ſemidiametri Telluris ad ſideris diſtantiam. Hinc ſinus Parallaxis ſideris in C, eſt ad ſinum Parallaxis in M, ut ſinus anguli VAC, ad ſinum anguli VAM. Itaque ſi detur ſideris Parallaxis in aliquâ à vertice diſtantiâ, dabitur ejus Parallaxis in aliâ quâvis à vertice diſtantiâ.

Si Phænomenon aliquod longius 15000 ſemidiametris Telluris ab ejus centro diſtet, ejus Parallaxis etiam Horizontalis inſenſibilis evadit. Nam ſi ſit TF ad TA, ut 15000 ad 1. ſeu ut Radius ad ſinum anguli TFA, invenietur ille angulus minor ſcrupulis ſecundis 13. qui angulus tam exiguus eſt, ut nullis inſtrumentis obſervari poſſit.

Si-

Si detur sideris alicujus distantia à Telluris centro, dabitur ejus Parallaxis. Nam in triangulo TAC, rectangulo ad A, ex datis T A semidiametro Telluris, & T C distantiâ sideris, invenietur per Trigonometriam angulus ACT, Parallaxis sideris Horizontalis: & vicissim si detur Parallaxis, dabitur distantia sideris à Terræ centro, in eodem scil. triangulo, ex datis A T & angulo A C T, elicietur distantia T C.

Si sidus nullum habeat motum sibi proprium, ejus distantia vera à quâlibet fixâ, per arcum circuli mensuranda, semper eadem & immutata manet, in omni sideris supra Horizontem elevatione; at si Parallaxi sensibili sit obnoxium sidus, ejus distantia visa à Fixâ aliquâ continuò mutabitur; & si fixa sit in eodem circulo verticali cum sidere, sed illo altior, minuitur distantia ascendendo, si humilior sidere sit fixa, ascendendo sidus à fixâ remotius videbitur, quamvis è centro Telluris conspectum, eandem ubique retinebit distantiam, ideoque distantiæ sideris propinqui à fixis visæ non sunt reales, sed apparentes. *Per Parallaxes, siderum à fixis distantiæ continuò mutantur.*

Sit Phænomenon seu sidus in Horizonte in C visum, è Telluris centro T cum fixâ E conjungi videbitur; at à spectatore in A existente, in eâdem rectâ cum fixâ D cernitur, & distare videbitur à fixâ E, arcu D E; at ubi sidus ad M ascendit, semper videbitur è Telluris centro in conjunctione cum eâdem stellâ E, quæ nunc in P existit. At è superficie Telluris ex A scil. spectatum sidus videtur in N, propiùs quidem fixæ quàm fuit, dum Horizontem occupabat; quare non in eodem loco cum fixâ D videbitur, à quâ distabit spatio N *d*, posito arcu P *d* æquali E D. Hinc sequitur, si sidus aliquod eandem semper inter fixas conservet positionem, neque distantias arcuales ab iisdem mutare videatur, nulli Parallaxi sensibili erit obnoxium. Quin etiam si à fixis distantia quidem varietur, sed mutatio sit ea solùm, quæ motui sideris proprio debetur, in illo casu nulla quoque est Parallaxis sensibilis; sin sidus magis vel minus à fixâ aliquâ recesserit, vel ei accesserit, quàm postulat motus ejus proprius, differentia illa erit Parallaxeôs effectus.

Parallaxium ſpecies.

Parallaxis ſideris in circulo verticali, mutationem in ejus loco inducit quoad reliquos Sphæræ circulos, efficitque ut ejus Longitudo, Latitudo, Aſcenſio Recta, & Declinatio diverſæ videantur à veris, quæ è centro Telluris conſpiciendæ erunt, unde quatuor præcipuè oriuntur Parallaxium ſpecies.

TAB 35 *fig.* 2.

Sit HO Horizon, cujus polus V, EQ Ecliptica, ejuſque polus P, VA verticalis circulus per ſidus tranſiens, cujus verus locus ſit C, at viſus ſit D, in eodem verticali magis à vertice diſtans, Parallaxis altitudinis eſt arcus DC. Per polum Eclipticæ P, & ſideris locum verum tranſeat ſecundarius Eclipticæ, ſeu circulus Latitudinis PCG, & G erit verus locus ſideris ad Eclipticam reductus, punctumque G ejus Longitudinem veram oſtendet; at per locum viſum D traductus Latitudinis circulus PDH cum Eclipticâ conveniet in H puncto, quod erit ſideris locus in Eclipticâ viſus, arcus Eclipticæ GH, interceptus inter duos Latitudinis circulos, per verum & viſum locum tranſeuntes, dicitur *Parallaxis Longitudinis.* Sideris in C exiſtentis vera Latitudo eſt CG; at cum in D videtur, Latitudo viſa eſt DH; harum differentia CN *Parallaxis Latitudinis* vocatur.

Parallaxis Longitudinis

Parallaxis Latitudinis.

Si ſidus ſit in circulo verticali, qui Eclipticam in nonageſimo gradu ab oriente puncto interſecat, hoc eſt, qui Eclipticæ ſit perpendicularis *v. gr.* in circuli VE puncto *c*, Parallaxis Longitudinis nulla erit; nam cum circulus verticalis VE, in hoc caſu Eclipticæ ad angulos rectos occurrit, per ejus polos tranſibit, idemque erit circulus Latitudinis, in quo exiſtit verus & viſus ſideris locus, adeoque loci hi ad Eclipticam reducti in idem punctum incident, & in hoc caſu Parallaxis Latitudinis coincidit cum Parallaxi Altitudinis.

Quadrans Orientalis Eclipticæ eſt, qui inter nonageſimum gradum & punctum ejus oriens intercedit. Occidentalis autem Quadrans eſt, qui inter nonageſimum & occidentem Eclipticæ gradum interjicitur. Sideris in orientali quadranti exiſtentis Longitudo viſa major eſt quàm vera: nam oriente ſidere, Parallaxis illud magis in orientem deprimit.

primit. Sic in figurâ, locum in Ecliptică visum signat punctum H, magis in orientem promotum quàm est locus verus G. At si sidus sit in Quadranti occidentali, Longitudo visa minor est quàm vera, quoniam Parallaxis in hoc situ sidus versùs occidentem detrudit.

Referat jam circulus EQ Æquatorem, P ejus polum, PVH Meridianum, VCA circulum Verticalem, per sidus transeuntem; in quo sit C locus sideris verus, D visus; sintque PCG, PDH secundarii Æquatoris, sive circuli Declinationum per locum sideris verum & visum traducti, Æquatori occurrentes in G & H. Punctum G ostendet Adscensionem rectam sideris veram, H visam, quarum distantia GA est *Parallaxis Ascensionis rectæ*. Declinatio sideris vera est GC, visa DH, differentia Declinationum NC dicitur *Parallaxis Declinationis*. Si sidus sit ad orientem Meridiani, Ascensio recta visa major est verâ, si ad occidentem, fiet visa minor verâ; at cum sidus in Meridiano culminat, nulla est Parallaxis Ascensionis rectæ, propterea quòd idem Declinationis circulus per visum & verum locum transit.

Parallaxis Ascensionis rectæ.

Parallaxis Declinationis.

Varias excogitaverunt Astronomi methodos, ut siderum Parallaxes investigent; & ut exinde eorum distantiæ à Tellure innotescant. His enim cognitis, judicium aliquod de Amplitudine mundanâ ferre licebit. Modos aliquos, quos ad rimandas Parallaxes adhibuerunt Astronomi, liceat nunc vobis exponere.

Primò observetur sidus, quando est in eodem verticali circulo cum duabus stellis fixis, sit VB verticalis, in quâ simul videntur Fixæ C & D, & sidus S, cujus locus visus erit quoque in eundem verticali, qui sit E, unde si sidus nullum habeat motum proprium, eundem semper ad fixas C & D conservabit situm, eritque ejus locus verus in lineâ per fixas CD transeunte. Post aliquod tempus rursus observetur sideris positio respectu fixarum, quando scil. non in eodem verticali, sed potiùs in Circulo Horizonte æquidistante videntur, scil. sunt fixæ *c* & *d*, sitque locus sideris visus *e*, at verus erit in lineâ *dc*, quæ fixas conjungit: observentur di-

Modus primus explorandi Parallaxim. TAB. 35. *fig.* 3.

distantiæ fixarum & sideris à vertice, scil. arcus *d*V, *c*V, & *e*V. Capiantur etiam loci visi *e*, distantia *de* à fixâ *d*, & fixarum distantia *dc*. Locus verus sideris est in verticali V*e*, per locum visum transeunte, est etiam in lineâ *dc*, erit ergo in intersectione S. Adeoque Parallaxis sideris est *es*. In triangulo *d*V*c*: dantur omnia latera, quare innotescet angulus V*dc*: rursus in triangulo V*de*; dantur omnia latera, innotescet igitur angulus *d*V*e*, vel *d*VS. Denique in triangulo *d*VS, datur latus *d*V, distantia fixæ *d* à vertice observata cum angulis *d*VS & V*d*S, mox inventis; quare invenietur latus VS, quod ab V*e* ablatum, relinquit arcum S*e*, Parallaxim quæsitam.

Methodus secunda. Potest sideris Parallaxis hâc quoque ratione facillimè obtineri; nempe observetur, quando sidus est in aliquo verticali cum quâvis stellâ fixâ vicinâ, ejusque distantia à fixâ capiatur: deinde observetur rursus, quando sidus & fixa parem obtinent ab Horizonte altitudinem, harum distantiarum differentia erit quàm proximè sideris Parallaxis. Sit Horizon HO, vertex loci V, circulus verticalis VB, in quo observetur sidus in E, & fixa in D, locus autem sideris verus sit S, & SE Parallaxis. Altitudinum differentia DE erit sideris & Fixæ distantia visa: observetur deinde fixa in *d*, & sidus in loco viso *e*, in eâdem à vertice distantiâ, erit distantia sideris & fixæ *de*, quàm proximè æqualis veræ illorum distantiæ. Nam sit *s* locus sideris verus. Et quoniam Parallaxis *se* respectu arcûs V*e*, parva admodum est; erunt *ds* & *de* fere æquales, quod adeo verum est, ut si Parallaxis *se* foret unius gradûs, tamen *de* & *ds* vix uno minuto different. Si itaque instrumento observetur distantia *de*, notus erit arcus *ds*, ipsi quàm proximè æqualis; & est *ds* æqualis DS, in primâ observatione; à DS itaque auferatur arcus notus DE, & restabit SE Parallaxis sideris in E observati.

TAB. 35. *fig.* 4.

Modus tertius. Phænomeni alicujus Parallaxis inveniri quoque potest, observando ejus Azimuthum, distantiam à vertice, & tempus inter observationem, & ejus ad Meridianum appulsum. Sit HVPO Meridianus, in quo sit vertex V, Polus P, & sit HQ

TAB. 35. *fig.* 5.

HO Horizon, VB circulus Verticalis, per ſideris locum verum S & viſum E tranſiens. Traducantur quoque per locum verum & viſum circuli Declinationum PSPE; obſerveturque ſideris Azimuthus BO, vel angulus BVO, eo modo, quo in Lectione de Refractione ſiderum Azimuthos capere docuimus. Obſervetur quoque ſideris diſtantia a vertice viſa VE, & notetur momentum temporis, quo obſervatio facta eſt. Expectetur deinde, dum ſidus ad Meridianum appulerit, & momentum appulſûs accuratè definiatur, quod fit vel per Horologium Automaton, vel per Altitudinem fixæ alicujus notæ. Temporis intervallum inter obſervationem primam ſideris in Verticali, & ejus appulſum ad Meridianum, in gradus & minuta Æquatoris converſum, dabit arcum ÆquatorisÆC, qui eſt menſura anguli VPS. Itaque in triangulo VPS, datur latus VP, diſtantia Poli a vertice, & anguli VPS & PVS, unde innoteſcet arcus VS, vera diſtantia ſideris a vertice, quâ ex obſervatâ VE ſublatâ, reſtabit arcus SE Parallaxis quæſita.

Notandum eſt, ut convertatur tempus in gradus & ſcrupula Æquatoris, reducendum eſt prius tempus in horas & minuta primi mobilis, quæ horis Solaribus ſunt aliquantulum minores; vel ſi adhibeantur horæ Solares, pro earum ſingulis numerandi ſunt in Æquatore gradus 15. minut. 2, ſecund. 27, tert. 51; & proportionaliter pro particulis adjunctis.

Sit HO arcus Horizontis, AM Meridianus, in quo ſit P polus, V vertex loci, ſideris locus viſus E, ante appulſum ſideris ad Meridianum obſervetur ejus a vertice diſtantia VE, ſideris locus verus ſit S, Parallaxis SE, inveniatur Azimuthus EVM; & notetur tempus obſervationis; deinde poſt appulſum ſideris ad Meridianum, obſervetur illud iterum, quando eandem obtinet a vertice diſtantiam V*e*, unde cum viſæ diſtantiæ ſunt æquales, erunt quoque veræ diſtantiæ VS, V*s* æquales. Notetur intervallum temporis inter primam obſervationem & ſecundam; hoc tempus in gradus & minuta Æquatoris converſum, dabit angulum SP*s*, cujus dimidium eſt angulus SPV. Itaque in triangulo SPV, dantur an- *Modus quartus.* TAB. 35. *fig.* 6.

guli SPV & SVP, qui est complementum Azimuthi ad 180 gradus, item latus VP distantia verticis & Poli; exinde innotescet arcus VS, distantia vera sideris a vertice, quæ si ab VE observatâ distantiâ auferatur, dabit SE Parallaxim quæsitam.

Modus quintus. Hæ praxes ex observatione Azimuthi pendent; at absque illius observatione Parallaxeôs cognitio obtineri potest, per Ascensiones sideris veras & visas, ex quibus Azimuthi calculo eliciuntur. Nam observentur distantiæ sideris a duâbus quibusvis fixis, quarum distantia & Ascensiones rectæ notæ sunt; & exinde quæratur sideris Ascensio recta, uti in Lectione XX docuimus; deinde cum sidus ad Meridianum pervenerit, rursus capiatur ejus distantia a duâbus fixis, ex quibus, habebitur eâdem methodo, Ascensio recta sideris vera, seu punctum, ubi circulus Declinationis per verum sideris locum transiens Æquatori occurrit.

TAB. 36. *fig.* 1. Ex Ascensione rectâ visâ sideris in Verticali VB observatâ, & puncto Æquatoris culminante, dabitur angulus VPE, quare in triangulo VPE, ex datis lateribus VP, VE, & angulo VPE, inveniri potest angulus PVE, qui est Azimuthalis angulus; datâ autem sideris Ascensione verâ, quæ in Meridiano observata fuit, & puncto Æquatoris culminante, dabitur angulus VPS, unde in triangulo VPS, ex datis angulis PVS & VPS, & latere VP dabitur latus VS, vera sideris a vertice distantia, quæ si ab observatâ VE auferatur, relinquetur SE Parallaxis sideris.

Ad Ascensiones siderum rectas determinandas, non satis fida est in subtili hoc negotio Temporis observatio, quæ fit Penduli vibrantis ope; si enim unius scrupuli secundi error in numerando commissus fuerit, hic error producet in Ascensione rectâ errorem 15. scrup. secund.

Ut habeatur vera sideris Ascensio recta, non opus est ejus appulsum ad Meridianum observare; sed meliùs perficitur per duas observationes, quarum una peragitur in Orientali cœli quadrante; altera in Occidentali, at in utrâque par sit altitudo sideris visa. Nam si capiatur distantia sideris a duâbus fixis notis, in orientali cœli plagâ, elicietur exin-

exinde ejus Aſcenſio recta viſa, quæ verâ major erit; quoniam Parallaxis deprimit ſidus versùs orientem; rurſus cum ſidus ad eandem à vertice diſtantiam, in Occidentali plagâ pervenerit, capiatur ſimiliter ejus Aſcenſio recta viſa, quæ tantundem minor erit verâ, quantùm priòr veram ſuperabat. Nam Parallaxis in æquali altitudine tantùm ſidus ad occidentem deprimit, quantùm priùs versùs orientem illud protrudebat. Adeoque ſi Aſcenſionum viſarum differentia biſecetur, & ſemidifferentia minori addatur, vel à majori auferatur, habebitur vera ſideris Aſcenſio: adeoque punctum Æquatoris, ubi circulus Declinationis per ſidus tranſiens eidem occurrit; hoc eſt, punctum C ſed ex dato momento temporis obſervationis primæ, datur Aſcenſio recta medii cœli, ſeu punctum Æquatoris culminans Æ, unde dabitur Arcus ÆC, qui metitur angulum ÆPC, unde in triangulo, VPS, ex datis VP latere, & angulis PVS & VPS, invenietur, ut prius, V S diſtantia ſideris à vertice, quæ ex viſa ablata, relinquit arcum SE Parallaxim Altitudinis, quæ erat invenienda. TAB. 35. *fig.* 5.

Modus Sextus. Omnium optimè & facillimè exquiritur Parallaxis Aſcenſionis rectæ, ſi adhibeatur Teleſcopium, in cujus foco ſunt quatuor fila ad angulos ſemirectos ſe interſecantia, ut in Lectione XX. expoſuimus; & Teleſcopium dirigatur versùs ſidus, atque continuò vertatur, donec in filo tranſverſo AB videatur, ejuſque motus apparens diurnus fiat ſecundùm hujus fili directionem; in quo ſitu, filum AB exponet portionem paralleli, quem percurrit ſidus, & filum CD illud ad angulos rectos interſecans, circulum aliquem horarium repræſentabit. Notetur deinde temporis momentum, quando ſidus in circulo horario CD videtur; dehinc Teleſcopio immoto manente, obſervetur tempus, quando alia aliqua ſtella, cujus nota eſt Aſcenſio recta, ad eundem circulum horarium appulerit. Intervallum temporis inter ſideris & Fixæ appulſus ad circulum horarium, in gradus & minuta Æquatoris converſum, dabit differentiam inter Aſcenſionem rectam fixæ, & ſideris Aſcenſionem viſam. Cum verò ſidus ad Meridianum appulerit, rurſus Teleſcopio obſer- TAB. 36. *fig.* 2.

ſervetur, & eâdem methodo quæratur ejus Aſcenſio recta viſa, quæ in Meridiano coincidit cum verâ. Unde dabitur punctum Æquatoris, ubi Declinationis circulus per verum locum ſideris Æquatori occurrit ; datur itaque ſideris Aſcenſio recta vera, & datur quoque viſa, unde dabitur harum differentia, ſeu Parallaxis Aſcenſionis rectæ, quæ eſt angulus SPE. Et quoniam datur Aſcenſio viſa ſideris, & punctum Æquatoris tempore obſervationis culminans, datur Arcus Æquatoris inter hæc duo puncta interceptus, qui eſt menſura anguli VPE; itaque in triangulo VPE, dantur latera VP, VE, & angulus VPE, quare innoteſcet angulus PVE: ab angulo VPE auferatur angulus SPE, Parallaxis Aſcenſionis rectæ, & dabitur angulus VPS; denique in triangulo VPS, ex datis angulis PVS & VPS, & latere VP, innoteſcet latus VS, vera ſideris à vertice diſtantia, quæ ex visâ ablata, relinquet SE ſideris Parallaxim.

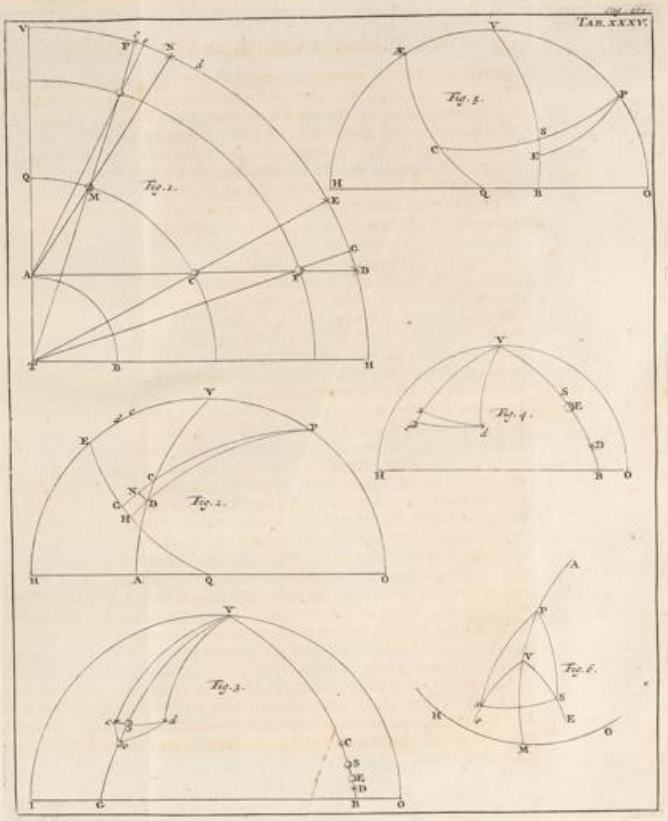
TAB. 36. *fig.* 1.

Inveſtigatio Parallaxeos quando ſidus habet motum proprium.

Si ſidus motum habeat proprium, ejus Aſcenſio recta per illum motum continuò mutabitur, niſi in aliquo Declinationum circulo feratur; adeoque habenda eſt ratio iſtius mutationis; quod fiet, ſi obſervetur ſideris in Meridiano exiſtentis Aſcenſio recta, & cum proximo die rurſus ad Meridianum pervenerit, iterum obſervetur ejus Aſcenſio recta, Differentia dabit mutationem Aſcenſionis rectæ, quæ tempori intermedio competit ; nam in Meridiano exiſtente ſidere, nulla eſt Parallaxis Aſcenſionis rectæ. Ex his Obſervationibus cognoſcetur motus diurnus proprius ſideris ſecundùm Æquatorem, & ex motu diurno dabitur motus pro quolibet tempore intermedio: *v gr.* ſi motus diurnus ſecundum Æquatorem ſit 30. min. hoc eſt, ſi ſideris locus in Æquatore quotidie promoveatur ſpatio 30 min. ſitque tempus inter obſervationem primam in orientali quadranti, & ſecundam in Meridiano factam æquale ſex horis, huic temporis ſpatio debetur motus ſeptem ½ minutorum. Supponamus jam differentiam inter Aſcenſionem rectam in Verticali, & in Meridiano obſervatam, eſſe 20. minutorum, horum ſeptem cum dimidio motui proprio ſideris debentur; unde Parallaxis Aſcenſionis rectæ erit duodecim cum dimidio minutorum.

Si-

TAB. XXXV.



Simili methodo, per Longitudines ſideris viſas & veras, inveſtigari poſſunt Parallaxes; Viſa Longitudo habetur obſervando ſideris diſtantias à duabus fixis, quarum loca nota ſunt; vera autem Longitudo habetur, capiendo diſtantias a fixis notis, cum ſidus eſt in nonageſimo Eclipticæ Gradu; ubi Longitudo viſa coincidit cum verâ.

His & ſimilibus methodis, ſi ſidus aliquod habeat Parallaxim ſcrupulo primo non minorem, illa inveniri poteſt. In Lunâ quidem ſatis notabilis deprehenditur Parallaxis, quæ in Horizonte ſæpe gradui & amplius æquatur. Sed præterea non deſunt aliæ Methodi Lunæ peculiares, quibus ejus Parallaxis habetur, quarum unam hic indicare liceat.

Parallaxis Lunæ inveſtigatio per methodum peculiarem.

In Eclipſi Lunæ, obſervetur quando cornua in eodem verticali circulo videntur, & in eo momento capiatur utriuſque cornu Altitudo; Altitudinum ſemi-differentia ad Altitudinem humilioris cornu addita, vel ab Altitudine ſublimioris ablata, dabit Altitudinem viſam medii inter cornua puncti, quæ quàm proximè eſt æqualis Altitudini centri Lunæ. Sed vera Altitudo centri Lunæ eſt quàm proximè æqualis Altitudini centri Umbræ ſupra Horizontem. At datur Altitudo centri Umbræ, quia datur pro illo temporis momento locus Solis in Ecliptica, & proinde punctum Eclipticæ huic loco oppoſitum, in quo eſt centrum Umbræ, cujus proinde Altitudo pro tempore dato computari poteſt; nam eſt illa æqualis depreſſioni Solis infra Horizontem in eodem momento; quare dabitur vera Lunæ Altitudo; ſed datur per Obſervationem Altitudo viſa, unde & earum differentia, quæ eſt Lunæ Parallaxis, datur.

Quoniam Lunæ diſtantia à centro Telluris pro vario ejus ab Apogeo receſſu, continuò minuitur, neceſſe eſt, ut Parallaxis ejus Horizontalis in eâdem ratione continuò augeatur, ſicuti per acceſſum ad Apogeum minuatur, ideo Tabulam condunt Artifices, quæ Lunæ Parallaxim Horizontalem pro ſingulis ejus Anomaliæ gradibus oſtendit.

Solis Parallaxis methodis prædictis non poteſt obtineri.

Quamvis methodi ſuperiùs traditæ Lunæ Parallaxim ſatis notabilem eſſe manifeſtant, illarum tamen nullæ ſufficiunt

ad Solis Parallaxim explorandam; ea enim tam exigua est, ut observationes requisitæ tam accuratè capi non possint, quæ ipsam determinent; & error in observando vix evitari queat, qui non toti Solis Parallaxi æqualis evadat.

Hic observationum defectus Veteres impulit Astronomos ad alias Soli peculiares ineundas vias, quibus ejus Parallaxim eruerent; quæ quidem methodi, etsi maximum acumen & ingenium veterum ostendunt, parum tamen sunt idoneæ in tam subtili indagine, ad rem ipsam investigandam. Utiles tamen sunt ad demonstrandum, distantiam Solis a Tellure immensam esse respectu distantiæ Lunæ ab eâdem, ideoque à proposito nostro non alienum erit eas vobis exponere.

Hipparchi methodus pro invenienda Parallaxi Solis.

Prima Methodus est Hipparchi, eamque adhibuêre Ptolemæus ejusque sequaces, & alii Astronomi non pauci. Nititur autem in observatione Eclipseos Lunaris, & Principia ex quibus pendet hæc sunt: Primò in Eclipsi Lunari, Parallaxis Solis Horizontalis æqualis est differentiæ inter Solis semidiametrum Apparentem, & semiangulum Coni Umbrosi. Quod hac ratione facile ostenditur. Circulus AFG repræsentet Solem, DHE Tellurem, sitque DMH Conus Umbrosus, DMC semiangulus Coni. Ducatur a centro Solis S recta SD Tellurem tangens, Erit angulus DSC semidiameter apparens Telluris e Sole spectata, quæ æqualis est Solis Parallaxi Horizontali. Et angulus ADS est apparens semidiameter Solis e Terra visa. Est autem per 32. *Elem. Primi*, angulus ADS externus æqualis angulis DMS & DSM internis; adeoque angulus DSM æqualis est differentiæ angulorum ADS & DMS. Secundo semiangulus Coni æqualis est differentiæ Parallaxis Horizontalis Lunæ, & semidiametri apparentis Umbræ ad Lunæ cælum; sit enim CDE Tellus, CME Conus umbrosus, qui plano transverse ad distantiam Lunæ secetur; sectio erit circulus, cujus semidiameter est FG; quæ ex Telluris centro videtur sub angulo GTF; sed per 32. *Elem. Primi* est angulus CFT æqualis angulis FMT & GTF; Adeoque angulus FMT æqualis est differentiæ angulorum CFT & FTG; sed est angulus CFT ille sub quo Terræ semidiameter e Lunæ cælo videtur, hoc est

Tab. 22. fig. 2.

Tab. 22. fig 5.

est æqualis Parallaxi Lunæ Horizontali. Et angulus FTG est semidiameter apparens Umbræ, unde patet semiangulum Coni esse differentiam inter Parallaxim Horizontalem Lunæ, & Umbræ semidiametrum apparentem. Quare si Solis semidiametro apparenti addatur semidiameter apparens Umbræ, & a summa aufertur Parallaxis Horizontalis Lunæ, restabit Parallaxis Horizontalis Solis, quæ proinde ex illis accurate datis habebitur. Verum horum datorum nullum tam accurate innotescit, ut sufficiant ad Parallaxim determinandam; nam ex parvis (in his angulis capiendis) erroribus, qui vix evitari possunt, ingentes prodibunt errores in Parallaxi Solis, & maximæ discrepantiæ in ejus distantia a Tellure quæ ex illa pendet. Exempli gratia, Parallaxim Lunæ Horizontalem ponamus esse min. prim. 60. sec. 15. Solis semidiam. min. 16, & semidiametrum Umbræ 44. min. prim. 30. secund. Ex his colligitur Parallaxim Solis esse 15. secund. & distantiam ejus à Tellure æquari 13000. semidiametris Terræ; At si error commissus fuerit, in determinanda semidiametro Umbræ, sitque ille tantum 12. secund. in defectu, & sane semidiameter Umbræ vix tanta præcisione obtineri potest; hoc est, si loco 44′ : 30′ capiantur 44′ : 18″, reliquis manentibus, prodibit Parallaxis Solis 3. secund. & ejus distantia à Tellure æqualis fere 70000. semidiametris Terræ, plus quam quintuplo major quam prior. Si vero in excessu peccatum fuerit, atque semidiameter Umbræ ponatur 44′ : 42″. reliquis manentibus, elicietur Parallaxis 27. minutorum secundorum, & distantia Solis 7700. semidiametrorum Terrestrium, fere decuplo minor quam per æqualem errorem in defectu elicitur. Si error in defectu admissus fuerit 15. secund. Prodibit Solis Parallaxis nihilo æqualis, ejusque distantia infinita. Quare cum ex tantillis erroribus, Parallaxis & distantia Solis tam diversæ prodeunt, manifeste patet, hac methodo veram Solis Parallaxim ejusque distantiam obtineri non posse.

Hipparchi methodus non sufficit ad Solis parallaxim explorandam.

Cum igitur angulus ad Solem, quem Terræ semidiameter subtendit, tam exiguus sit, ut observatione deprehendi non possit, excogitavit *Aristarchus Samius* methodum qua angulum

Aristarchi methodus.

lum ad Solem, quem Lunaris orbitæ ſemidiameter ſubtendit, determinare conatus eſt. Hic enim angulus ſexaginta circiter vicibus priore major eſt; Ad hujus anguli inveſtigationem ſequentia ponit principia.

Oſtenſum fuit in Lectione de Lunæ Phaſibus, quod ſi per Lunæ centrum tranſeat planum ad quod recta, Solis & Lunæ centra conjungens, ſit normalis, hoc planum Hemiſphærium Lunæ illuminatum ab obſcuro dividere; adeoque ſi planum hoc tranſeat per ſpectatoris oculum in Tellure, Luna tunc dimidiata ſeu biſecta apparebit, & recta a Terra ad Lunæ centrum ducta erit in plano illuminationis; adeoque ad rectam quæ Solis & Lunæ centra conjungit perpendicularis erit. Sit S Sol, T Terra, AL $\frac{1}{4}$ Quadrans orbitæ Lunaris, recta SL a Sole ducta Lunæ orbitam tangat in L, & erit angulus TLS rectus; adeoque cum Luna in L videtur, dichotoma apparet: Si itaque obſervetur momentum Temporis cum Luna biſecta videtur, atque eodem momento, capitur angulus LTS elongatio Lunæ a Sole, dabitur hujus anguli complementum ad rectum angulus LST, ſed datur latus TL, unde in triangulo SLT rectangulo dantur anguli, & latus TL, ex quibus dabitur latus ST diſtantia Solis a Tellure.

TAB. 36. *fig.* 3.

Ariſtarchi methodus non idonea eſt ad inveniendam Solis diſtantiam.

Verum maxima eſt difficultas in determinando temporis momentum, quando Luna eſt in vera Dichotomia, nam per ſpatium temporis ante, & poſt Dichotomiam notabile, immo in ipſa Quadratura, ejus Phaſis a phaſi Dichotomiæ diſtingui nequit, uti obſervatio nos docet, & hac etiam ratione oſtenditur. In Lectione de Lunæ Phaſibus demonſtratum a nobis eſt, Diametrum Lunarem eſſe ad ejus partem a Sole illuſtratam, & a nobis viſam, ut Diameter circuli ad ſinum verſum elongationis Lunæ a Sole quamproxime; accurate autem, ut Diameter circuli ad ſinum verſum exterioris anguli ad Lunam, in triangulo, quod lineæ jungentes Solis Terræ & Lunæ centra faciunt; Uti in Lectione de Veneris Phaſibus oſtenſum fuit. Ponamus jam tempore veræ Dichotomiæ angulum LST eſſe min. prim. 15, Et ſemidiametrum orbis Lunaris æquari 60. ſemidiametris Telluris, in-

inde elicietur distantia Solis æqualis 13758. semidiametris Terræ. His positis; sit primo Luna in Quadratura in q; hoc est, sit angulus q TS rectus, & erit exterior angulus trianguli ad Lunam, æqualis 90. grad. min. 15, cujus sinus versus æqualis est radio, una cum sinu recto min. 15. Itaque ut Diameter circuli ad Radium una cum sinu recto minutorum 15. sic Lunæ Diameter ad partem ejusdem a Sole illustratam e Tellure visam; quare capiendo dimidia Antecedentium, & dividendo, erit ut Radius ad sinum rectum min. 15, ita semidiameter Lunæ, ad excessum quo pars illustrata e Terra visa semidiametrum superat; est autem sinus min. 15, partium 436. qualium Radius est 100000, & apparens Lunæ semidiameter est circiter min. 15. Quare fiat ut Radius 100000. ad 436. ita 15. min. ad quartum, qui prodit minor quam quatuor scrupula secunda; At hæc quantitas adeo exigua est, ut omnem sensum effugiat; adeoque Luna in Quadratura (cum ejus Phasis tantilla quantitate Dichotomiam superat) adhuc ut Dichotoma apparebit. Quod si vera Dichotomia in ipsam Quadram incidisset, distantia Solis fuisset infinita, in illo enim casu, angulis SqT & STq, existentibus rectis, lineæ ST, Sq essent parallelæ & non concurrerent nisi ad distantiam infinitam.

Sit secundò elongatio Lunæ à Sole seu angulus STL 89. gr. min. 30. in illo casu, erit angulus exterior ad Lunam grad. 89. min. 45. æqualis scil. angulis STL & LST simul, cujus sinus versus æqualis est radio, dempto sinu recto min. 15: cumque sit ut Radius circuli ad sinum versum anguli exterioris ad Lunam, hoc est, ad Radium sinu recto min. 15. diminutum; ita semidiameter Lunæ ad partem ejus à Sole illustratam & à nobis visam, erit dividendo Radius ad sinum min. 15. ita semidiameter Lunæ seu 15. min. ad excessum quo eadem semidiameter partem illustratam & visam superat, quæ itaque ut in priore casu erit æqualis quatuor scrupulis secundis; atque Luna tantilla parte à Phasi Dichotomiæ deficiens, tanquam Dichotoma videbitur, seu ejus Phasis a Dichotomiæ Phasi distingui nequit. Si itaque in illa apparenti Phasi ponatur momentum Dichotomiæ

miæ veræ ; hoc eſt, cum 30. min. à Quadratura diſtat, elicietur inde diſtantia Solis æqualis 6876. ſemidiametris terreſtribus.

Obſervationes teſtantur Lunam cum à Quadratura 30. min. diſtat tanquam Dichotomam apparere, & ſub ipſa Quadratura, ejus Phaſin à Phaſi Dichotoma diſtingui non poſſe, immo Dichotoma apparet Luna optimo Teleſcopio viſa, poſtquam Quadraturam ſuperavit, ut ipſe Ricciolus agnoſcit in Almageſti p. 734. Itaque Luna ad minimum per ſpatium unius horæ, tanquam biſecta videbitur, cujus temporis momentum quodlibet eodem jure quo aliud quodvis tanquam momentum veræ Dichotomiæ aſſumi poteſt ; & pro infinitis diverſis quæ aſſumi poſſunt temporum momentis, infinitæ diverſæ elicientur Solis à Terra diſtantiæ. Hinc manifeſte patet, diſtantiam Solis accurate hac methodo obtineri non poſſe.

Cum incertum ſit veræ Dichotomiæ momentum, certum tamen ſit Phaſin illam ante Quadraturam accidere ; Ricciolus aſſumit articulum temporis medium inter tempus quo phaſis Lunæ ſit dubia & momentum Quadraturæ. Sed rectius feciſſet, ſi aſſumpſiſſet tempus medium inter Phaſim dubiam quando primo Luna cava videri deſiit, & tempus antequam primo convexa apparere incipit, quod tempus contingit poſt Quadraturam, hac ratione Tellurem ad majorem à Sole ſemoviſſet diſtantiam, quam eſt illa quæ ex ejus calculo elicitur.

Non opus eſt hanc methodum ad Dichotomiæ phaſim alligari, nam in alia qualibet phaſi vel à Dichotomia deficiente; vel illam ſuperante, poſſumus Solis diſtantiam inveſtigare æque accurate ac in Dichotomia. Obſervetur enim optimo Teleſcopio Phaſis Lunæ & eodem temporis momento ejus elongatio à Sole, dabiturque per obſervationem pars ſemidiametri Lunæ illuſtrata à nobis viſa, ſi hæc à ſemidiametro deficiat, ab illa auferatur, ſin ſuperet, ſemidiameter Lunæ ab illa ſubſtrahatur & notetur reſiduum. Fiatque ut ſemidiameter Lunæ ad hoc reſiduum, ita Radius ad quartum, hic erit ſinus anguli qui ad rectum additus,

tus, vel ab eo ablatus, dat angulum exteriorem trianguli ad Lunam, sed datur Angulus ad Tellurem, qui est Elongatio observatione cognita, quare hic ab exteriore angulo ablatus dabit angulum ad Solem; quare in triangulo SLT dantur omnes anguli, & latus TL, ex iis innotescet ST, distantia Telluris à Sole. Sed difficile est observare accurate quantitatem Phasis Lunaris, ita ut non in aliquibus secundis error admittatur; adeoque neque hac methodo satis præcise obtineri potest Telluris à Sole distantia. Ex similibus autem observationibus certum est, Solem longius 7000. semidiametris Telluris ab illa distare.

Certius cognoscitur Parallaxis Solis per Parallaxes Martis & Veneris.

Cum itaque tanta sit Solis distantia, ut neque per Eclipses, neque per Lunæ Phases, ejus cognitio obtineri possit, ad Planetarum Parallaxes Martis scil. aut Veneris investigandas confugiunt Astronomi, quæ si darentur, Solis quoque Parallaxis & distantia per se inscrutabiles, facile elicerentur. Nam ex Theoria motuum Telluris & Planetarum, dantur pro quolibet temporis momento, ratio distantiarum Solis & Planetæ à Terra; & Parallaxes Horizontales sunt in harum distantiarum ratione reciproca; quare si detur Parallaxis Planetæ cujusvis, dabitur quoque Parallaxis Solis.

Mars autem in situ Achronichio, hoc est, Soli oppositus, Telluri plusquam duplo propior est quam Sol, unde ejus Parallaxis plusquam duplo major erit: at Venus, cum est in conjunctione cum Sole inferiore, Terris fere quadruplo est vicinior quam Sol, ejusque proinde Parallaxis in eadem ratione major erit: quare etsi exigua Solis Parallaxis sit sensibus inobservabilis, Veneris autem & Martis duplo vel quadruplo majores Parallaxes possunt oculis nostris manifeste se prodere. In perscrutanda Martis Parallaxi in situ Achronichio, non parvam impenderunt operam celeberrimi nostri ævi Astronomi. Eandemque circiter 25. scrupulorum secundorum, saltem non majorem pro certo statuerunt; unde facili negotio colligetur Solis Parallaxim non majorem esse $12\frac{1}{2}$ secundorum scrupulorum; & inde prodit distantia Solis à Terra circiter 17200. Telluris semidiametris æqualis.

Ex obſervatione Veneris per Solis Diſcum tranſcurrentis, quod Anno 1761. continget, methodum expoſuit Dominus Hallejus (cui in primis Aſtronomia plurimum debet) qua Parallaxis Solis ejuſque diſtantia ſatis præciſe, ſcil. intra quingenteſimam ſui partem obtineri poſſit; cujus itaque vera quantitas ad illud tempus dubia manebit.

Quo pacto Lunæ Parallaxis ad datum tempus calculo innoteſcat.

Quoniam methodus ab Aſtronomis tradita, qua Eclipſes Solis prædicentur, poſtulat, ut Lunæ Parallaxes tam in Longitudine quam Latitudine calculo innoteſcant; quinetiam quotieſcunque locus Lunæ in cælo obſervatus cum eo, qui Tabulis elicitur ad comprobandam Lunæ Theoriam comparandus ſit, neceſſe eſt ut locus verus reducatur ad viſum, quod fieri non poteſt, niſi per Parallaxeos calculum. Convenit, ut modum exponamus, quo Lunæ Parallaxis ad datum quodlibet temporis momentum calculo innoteſcat.

TAB. 36. *fig.* 4. Primo ex Tabulis Aſtronomicis, computetur locus Lunæ in Ecliptica, ad datum temporis momentum. Et in figura ſit HO Horizon, HZO Meridianus, Z vertex; EC Ecliptica, in qua ſit locus Lunæ, ex Tabulis Aſtronomicis notus L; ſitque primo Lunæ Latitudo nulla. Ex vertice Z cadat in Eclipticam circulus Latitudinis ZN, erit punctum N nonageſimus Eclipticæ gradus. Quoniam datur Recta Solis Aſcenſio, & ex hora data, diſtantia Solis æquatoria à Meridiano, dabitur punctum Æquatoris culminans. Quod eſt Aſcenſio recta medii cæli, ſeu puncti Eclipticæ quod ſub Meridiano jacet; unde & hoc Eclipticæ punctum dabitur, ſicuti angulus ZEN Eclipticæ cum Meridiano, quod fiat vel per calculum à nobis in Lectione de Doctrina Sphærica explicatum, vel per Tabulas Aſtronomicas; unde dabitur arcus Eclipticæ EL. Sed datur arcus EÆ declinatio medii cæli ſeu puncti E, datur etiam ZÆ, quare dabitur arcus ZE; itaque in triangulo rectangulo ZNE, datur latus ZE, cum angulo ZEN; quare invenietur EN, & punctum N ſeu nonageſimus Eclipticæ gradus, & ZN ejus à vertice diſtantia, cujus complementum NA eſt menſura anguli Horizontis & Eclipticæ. Et quoniam datur locus Lunæ L, datur arcus NL. In triangulo

gulo itaque ZNL rectangulo, dantur latera ZN & NL, inde invenietur angulus ZLN, qui angulus Parallacticus dicitur, & latus ZL distantia Lunæ à vertice. Fiat ut Radius ad sinum arcus ZL ita Parallaxis Lunæ Horizontalis è Tabulis eruenda ad Parallaxim ejus in L, quæ itaque invenietur, sit illa OL; ab O in Eclipticam cadat perpendicularis O*m*. In triangulo exiguo L O *m* quod pro rectilineo haberi potest, datur præter angulum rectum, latus LO, & angulus O L *m* æqualis angulo Z L N; quare dabitur arcus L *m* Parallaxis Longitudinis, & O *m* Parallaxis Latitudinis, quæ erant inveniendæ.

Angulus Parallacticus quis.

Habeat jam Luna Latitudinem aliquam, ita ut ejus locus in Ecliptica sit punctum L, sed in circuli Latitudinis L P, puncto P. Et quoniam angulus NLP rectus est, & datur angulus NLZ, dabitur ejus complementum ZLP. In triangulo Z L P, dantur duo latera scil. Z L prius inventum & LP Latitudo Lunæ, & angulus Z L P, quare invenietur latus Z P, cum angulo Z P L: fiat ut Radius ad sinum arcus ZP ita Parallaxis Lunæ Horizontalis ad quartum, sit is P*q*, hic arcus erit Parallaxis Lunæ in circulo Altitudinis. Sit *q d* arcus Eclipticæ parallelus & in triangulo exiguo *d* P *q*, quod pro plano haberi potest, datur præter angulum rectum, latus P *q* cum angulo *d* P *q* complemento anguli noti Z P L ad duos rectos; quare dabitur P *d* Parallaxis Latitudinis & *q d* Parallaxis Longitudinis. Nam ob parvam Lunæ Latitudinem paralleli arcus *d q*, inter duos circulos Latitudinis interceptus vix differt ab arcu Eclipticæ qui iisdem interjicitur.

LECTIO XXII.

Theoria Motus Telluris Annui.

Planetarum particulares Theoriæ sunt inveniendæ.

Hucusque generales Planetarum affectiones recensuimus, & Phænomena quæ ex illorum motu, & motu Telluris conjunctim oriuntur, explicavimus. Transeamus nunc ad particulares motuum Theorias contemplandas, quibus singulorum Periodi, à Sole distantiæ, Orbitarum species,

& Positiones determinantur; ex'quibus datis, eorum loca in Zodiaco, ad datum tempus computari possunt. Et quoniam Planetarum Theoriæ in motu Telluris fundantur, & ejus ope investigantur; convenit ut à Theoria Terræ inciPiamus.

Hæ à Theoria Terræ pendent.

Locus Terræ per observationem loci apparentis Solis cognoscitur.

Ostensum fuit in Lectione septima, quod ex Telluris motu circa Solem, oritur apparens Solis motus in Ecliptica annuus, & quod Sol ex Tellure conspectus videtur eundem in cælo circulum describere, Eclipticam scil. quem spectator in Sole constitutus Tellurem percurrere conspiceret. Locus autem Telluris è Sole spectatus semper è diametro opponitur ei, in quo Sol è Terra visus in Ecliptica apparet; adeoque quando Sol à nobis videtur in ♈, Tellus revera signum ♎ occupat; cum hic in ♋ cernitur, illa ♑ tenet. Adeoque ex loco Solis apparente, observatione cognito, semper habebitur Locus Telluris in propria orbita è Sole visus.

Puncta Æquinoctialia & Solstitialia.

Cum Ecliptica Æquinoctialem secet in duobus punctis oppositis, Sol bis in quolibet anno, in Æquinoctiali circulo videbitur, cum scil. ad sectiones motu apparenti pervenerit; in reliquo omni anni Tempore, vel in Boream, vel in Austrum declinare videbitur; maxime autem ab Æquatore distat, in punctis Eclipticæ ab utraque sectione æque distantibus; hoc est, 90. gradibus ab utraque sectione remotis; in quibus dum Sol videtur, Declinationem per aliquot dies vix mutare observatur, diesque iidem fere manent longitudine. Et proinde puncta illa quæ sunt initium ♋ & initium ♑ Solstitia dicuntur. Sicuti puncta Intersectionum Æquinoctialis & Eclipticæ, Æquinoctia appellantur, quoniam Sol in iis visus, dies noctibus æquales efficit.

Dies non sunt noctibus æquales nisi Sol in meridie puncta Æquinoctialia ingrediatur.

Cum Sol continuo in Ecliptica incidere, & singulis diebus gradum circiter unum versus orientem promoveri videtur; in punctis Æquinoctialibus nunquam morabitur, & eodem temporis momento, quo illa attinget, eadem relinquet. Adeoque licet dies in quo Æquinoctium celebratur, Æquinoctialis dicitur; quod dies ille nocti æqualis censetur, hoc tamen præcise verum non est, nisi Æquinoctium in

in ipsa Meridie celebretur; nam si Sol oriens æquinoctium vernale ingressus fuerit, vespere occidens spatio 12. minutorum ab æquinoctio declinabit; adeoque dies ille erit duodecim horis longior, & nox sequens brevior. Sed differentia tantilla est, ut in rebus physicis negligi possit.

Tempus Æquinoctii observatione determinatur.

Temporis momentum, quo Sol æquinoctia ingreditur, ex data Latitudine loci, sic observatione innotescet. In ipso die Æquinoctii aut circiter, instrumento affabre facto, & in gradus & minuta minutorumque partes diviso, capiatur Solis Altitudo Meridiana; si hæc æqualis fuerit Altitudini Æquatoris, seu complemento Latitudinis loci, Æquinoctium illo ipso momento celebratur, sin differant, notetur differentia, erit illa Solis Declinatio. Die deinde sequente; rursus observetur Solis Altitudo Meridiana, & exinde eliciatur ejus Declinatio, si Declinationes sic inventæ fuerint diversi nominis, puta una Australis, altera Borealis, cadet Æquinoctium in aliquo temporis intermedii puncto, inter observationes, elapsi; sin ejusdem sint nominis, nondum factum erit Æquinoctium, vel præteritum: ex his declinationibus observatis, momentum Æquinoctii hac ratione exquiritur; sit CAB portio Eclipticæ, ÆAQ Æquatoris arcus, eorumque intersectio punctum A, sit CÆ Declinatio Solis in prima observatione, ED ejus Declinatio in secundâ, erit CE motus Solis in Ecliptica, uni diei competens. In triangulo Sphærico rectangulo CÆA, datur angulus A, qui est Inclinatio Eclipticæ ad Æquatorem, (quam Lectione XX. invenire docuimus.) Item CÆ Declinatio Solis observata; invenietur itaque arcus CA. Et in triangulo AED rectangulo ad D, ex datis DE, & angulo A, invenietur AE, inde dabitur arcus CE, Arcuum scil. CA, AE summa vel differentia. Fiat igitur ut CE ad CA, ita 24. horæ ad spatium temporis inter observationem primam, & momentum Æquinoctii, quod proinde dabitur. TAB. 36. fig. 5.

Quantitas Anni Tropici determinatur.

Si proxime sequenti anno, rursus observetur ejusdem Æquinoctii momentum, tempus intermedium dabit spatium unius anni Tropici, seu Tempus in quo Sol, vel potius Ter-

Terra Eclipticam percurrit, quod annus Tropicus dicitur; quia illo peracto, Anni tempestates eædem redeunt. Verum per observationes, spatio temporis tantum annuo distantes, non tuto determinatur Quantitas Anni, nec exinde pendens motus Solis apparens, seu Terræ vērus definiri potest; nam error parvus, puta unius minuti, observando admissus, continuo auctus, & annorum decursu, eorum numero multiplicatus, in enormem excresceret magnitudinem. Igitur Astronomi accuratius annum definiunt, capiendo duas Æquinoctii observationes, longissimo annorum intervallo à se invicem dissitas, & dividendo tempus inter observationes elapsum, per numerum revolutionum Solis; Quotiens exhibebit tempus uni revolutioni seu anno congruens; nam sic error, si quis sit in observando commissus, is in plures annos distributus, insensibilis evadit.

Anni tempus sic definitum invenitur constare diebus 365. horis 5. min. 48. secundis 57; quod Tempus minus est Periodo Telluris circa Solem in propria orbita, qui Annus Anomalisticus, vel Periodicus dicitur: nam ob Præcessionem Æquinoctiorum, à nobis in Lectione octava explicatam, qua puncta Æquinoctialia quotannis minutis secundis 50. regrediuntur, Solique obviam eunt, Sol prius Æquinoctio occurret, quam totum circulum seu orbitam absolverit, est autem Periodus seu Annus Anomalisticus dierum 365. horarum 6. min. 9. secundis 14.

Annus Anomalisticus.

Motus Solis in Ecliptica inæquabilis observatur.

Si motus Telluris circa Solem æquabilis esset; hoc est, si æquales angulos circa Solem temporibus æqualibus describeret Tellus, motus Solis in Ecliptica visus, esset etiam æquabilis; ejusque motus diurnus esset 59. minut. prim. & 8. min. secund. unde motus Solis visus, ejusque locus in Ecliptica ad quodlibet tempus, facili computatione innotesceret; verum ex observationibus constat, motum Solis apparentem minime æquabilem esse, & illum aliquot Ecliptícæ portiones velociore gradu percurrere, in aliis lentius incedere; & speciatim in Boreali Ecliptícæ semicirculo describendo, Sol octo plures dies impendit, quam dum per Australem movetur, qui æquali præcise tempore hunc semicir-

micirculum apparenter percurreret, ac priorem, si motu æquabili lata esset Tellus. Præterea si quotidie observationibus factis, exploretur motus Solis apparens in Ecliptica, is aliquibus diebus deprehendetur minuta 61. adæquare, & in aliis minuta 57. non superare.

Quaratione Solis motus diurnus exploretur.

Solis motus in Ecliptica diurnus hac ratione exquiritur, sit CB Ecliptica, ÆQ Æquator, eorum intersectio A, capiatur instrumento Altitudo Solis Meridiana, & nota quoque sit Altitudo Æquatoris in loco observatoris, harum Altitudinum differentia erit Declinatio Solis, quæ proinde dabitur. Sit G locus Solis in Ecliptica, FG Declinatio, in triangulo rectangulo GFA, ex dato latere FG & angulo A, invenietur arcus A G distantia Solis ab æquinoctio, seu ejus Longitudo, & proinde ejus Locus in Ecliptica in momento observationis; die deinde sequente, similiter in Meridie exploretur Solis Declinatio, quæ sit ML, ex qua & angulo A, eodem modo innotescet arcus MA, ex illo sublato AG, relinquetur arcus Eclipticæ G M à Sole uno die descriptus, cujus quantitas pro vario Telluris in orbita sua loco, varia erit. TAB. 36. fig. 5.

Hypothesis veterum circularisquâ Phænomena explicabant.

Veteres Astronomi, qui nullum in cælis motum præter circularem & æquabilem admittebant, quo hanc inæquabilitatem apparentem solverent, statuebant Tellurem circa Solem, vel Solem circa Tellurem (perinde enim est) æquabiliter deferri in circulo excentrico; hoc est, in circulo cujus centrum à centro Eclipticæ (in quo vel Solem vel Terram ponebant) distabat, hunc circulum æquabili, ut dixi, motu describi voluerunt, ideoque cum centrum Eclipticæ à centro motùs æquabilis distet, Telluris vel Solis motus ex centro Eclipticæ visus inæquabilis videbitur

Excentricitas quidè

Sit circulus ♈♋♎♑ Ecliptica, cujus centrum tenet Sol, MPNA orbita Terræ, ejusque centrum C, distans à centro Eclipticæ recta CS quæ Excentricitas dicitur; Tellus in hoc circulo motu æquàbili moveri supponitur; ideoque erunt anguli omnes circa centrum C descripti temporibus proportionales, & ex C visa Tellus, non tardius videbitur incedere in A, quam in P. At ex centro Eclipticæ spectata, quoniam TAB. 36. fig. 6.

in A longius distat, quam in P, minores Eclipticæ arcus temporibus æqualibus videbitur describere, in illo, quam in hoc situ. Adeoque Tellure in A existente, ex illa spectator Solem aspiciens in ♋, illum lentiore motu in Ecliptica ferri videbit, quam cum Tellus est in P, & Sol in ♑ exinde spectatur.

Et quoniam Arcus Excentrici NAM major est semicirculo, & NPM semicirculo minor, patet longiore tempore describi arcum NAM quam NPM; sed tempore, quo Tellus fertur per peripheriam NAM; Sol videtur semicirculum Eclipticæ borealem ♈♋♎ percurrere, & dum Tellus movetur per arcum MPN, Sol per alterum australem Eclipticæ semicirculum deferri conspicitur, unde patet ratio brevioris moræ in hoc quam in illo.

Quaratione Excentricitas & Apsidum positio in hac Hypothesi determinantur.

His positis, Excentricitatem orbitæ, Apsidumque positiones, hac ratione determinare licet. Observentur eodem anno, momenta utriusque Æquinoctii, Vernalis scil. & Autumnalis; item locus Solis in Ecliptica, in alio quovis tempore intermedio, qui sit ☊, Tellure in ♒ existente. Cum Tellus est in orbitæ suæ puncto N, videtur Sol in Eclipticæ puncto ♈, deinde ad L delata Terra, Sol in ☊ apparet; ad M vero diventa Tellure, in ♎ conspiciendus erit Sol. Ducantur ad Telluris locum in L, rectæ SL, CL; item CM, MN, CN jungantur, & CM, SL se intersecent in O. Ex observatis Solis locis, dabitur angulus ♈S☊, & hujus ad duos rectos complementum ♒S♈. Porro ex intervallis temporum inter observationes datis, dantur arcus LM seu angulus LCM, item arcus NAM temporibus proportionales, unde & arcus NPM angulus NCM quoque dabuntur. In triangulo Isoscele MCN, ex dato angulo MCN, dabuntur anguli M & N ad basim; uterque enim est dimidium complementi anguli MCN ad duos rectos. Sed in triangulo MOS, datur ex observatione angulus MSO, hoc est, ♈S♒; unde dabitur quoque angulus MOS datorum complementum ad duos rectos, & huic æqualis angulus LOC. Ponatur LC Radius Excentrici esse partium 100000. Et in triangulo LCO, ex datis angulis, & latere

re LC, dabitur latus OC, sed datur MC æqualis LC; ergo innotescet MO. In triangulo MOS dantur omnes anguli, & latus MO, inde invenietur OS. Denique in triangulo SOC, ex datis SO, OC & angulo SOC, qui est anguli SOM complementum ad duos rectos; invenietur SC Excentricitas, & angulus OSC, ad quem addatur angulus MSO, & habebitur angulus MSA; seu arcus ♈♑ distantia Aphelii ab Æquinoctio, ex quo, datur positio lineæ Apsidum. Q. E. I.

Hac methodo, inveniebant Astronomi Excentricitatem SC esse partium 3450, qualium Radius Excentrici est 100000. Unde motum locumque Solis ad datum tempus calculo facili sequente investigabant: sit in orbita Terræ AP linea Apsidum, A Aphelion, L Tellus orbitam circularem uniformiter describens, arcus AL vel angulus ACL tempori proportionalis erit Anomalia Terræ media; sicuti Arcus Eclipticæ ♑♒, seu angulus ASL Anomalia ejus vera, data jam Anomalia media AL, datur ejus sinus LQ; & cosinus QC, cui addatur nota Excentricitas, & dabitur tota SQ. Fiatque ut SQ ad LQ, ita Radius ad Tangentem anguli QSL; qui itaque erit notus. Vel sic. In triangulo SCL, dantur latera SC, CL & angulus SCL complementum Anomaliæ mediæ ad duos rectos, unde invenietur angulus LSC vel LSA Anomalia vera: nempe fiat, ut CL + CS ad CL—CS, ita Tangens semissis anguli LCA, ad quartum qui erit Tangens semissis differentiæ angulorum CSL & CLS; hinc cum SC & CL sint datæ & constantes quantitates, differentia Logarithmorum CL + CS & CL—CS, erit constans quantitas; adeoque si illa semper auferatur à Tangente Logarithmicâ semissis anguli LCA, dabitur Tangens Log. semidifferentiæ angulorum CLS & CSL, sed datur eorum summa, unde innotescet angulus LSA, qui ostendet locum Telluris in Ecliptica è Sole visum; & punctum Eclipticæ huic oppositum, erit locus Solis ex Tellure apparens. Q. E. I.

In primo Anomaliæ semicirculo ALP, Anomalia media ACL major est verâ ASL. Nam est angulus externus ACL ma-

major interno & oppoſito ASL. Et ſi ab Anomalia media ACL auferatur angulus CLS reſtabit angulus LSC Anomalia vera. In ſecundo Anomaliæ ſemicirculo PRA, Anomalia media eſt minor vera; ſit enim Terra in R, erit Anomalia media arcus APR, vel rejecto ſemicirculo arcus PR, vel huic proportionalis angulus PCR. At Anomalia vera, rejecto ſemicirculo, eſt angulus PSR, qui æqualis eſt PCR & CRS, unde ſi ad Anomaliam mediam addatur angulus CRS, habebitur Anomalia vera PSR, locuſque Terræ in Ecliptica; Angulus CLS vel CRS dicitur *Æquatio & Proſthapheresis*, eo quod nunc addendus ſit, nunc ſubtrahendus à motu æquabili, quo habeatur motus verus.

Æquatio & Proſthapheresis Quid?

Hæc veterum Theoria, cum motu Solis apparente ex craſſis eorum obſervationibus elicito, ſatis accurate congruebat; at aliorum Planetarum motus non ſecundum ſimilem Theoriam peragi, obſervationes teſtantur, & agnoſcit Ptolemæus. Eſt præterea in ipſo Sole Phænomenon, cui non reſpondit veterum Theoria, quodque illam falſam eſſe evincit, ſcil. obſervationes accuratiſſime factæ oſtendunt Solis diametrum apparentem in Aphelio, eſſe minutorum 31. ſecund. 29, in Perihelio, min. 32. ſecund. 33, ſed diametri Solis Apparentes ſunt reciproce ut ſolis diſtantiæ à Tellure, unde prodit veram Solis diſtantiam cum Terra eſt in Aphelio, eſſe ad diſtantiam Solis in Perihelio, ut 1953. ad 1889. Sed ſi ſuperius tradita Theoria vera eſſet, diſtantia Aphelii eſſet ad diſtantiam Perihelii, ut 10345 ad 9655, quæ ratio major eſt priore; nam ſi Excentricitas eſſet partium 345, qualium Radius Excentrici eſt 10000. Et ſi diameter apparens Solis in Perihelio ſit 32′ 33″, Diameter in Aphelio erit tantum 30′ 22″; contra obſervationes. Falſa eſt itaque illa Theoria, quæ tantam ponit Excentricitatem. Nam biſectâ Excentricitate, ejus ſemiſſis melius reſpondet diametris Solis apparentibus obſervatis. At talis Excentricitas, poſito quod centrum Excentrici ſit centrum quoque motus medii, non æque Phænomenis motuum congruit. Nam obſervationes teſtantur Æquationes ſeu Proſthaphereſes duplo majores eſſe, quam quæ ex biſecta Excen-

centricitate eliciuntur; adeoque neceſſe eſt ut falſa ſit illa veterum Theoria.

Kepleri correctio hujus Theoriæ.

Hæc perſpiciens ſagaciſſimus Keplerus, docuit Excentricitatem biſecandam eſſe, ita ut centrum Excentricæ orbitæ ſit in D, medio loco inter Solem & punctum C, ex quo Telluris motus viſus æquabilis apparet, punctumque illud C ab excentrici centro diverſum & dimidiâ veterum Excentricitate ab eo diſtans, centrum medii motus dicebatur, quia ex illo, motus Telluris ſemper videndus ſit ad ſenſum medius inter celerem & tardum ejus in Ecliptica inceſſum.

Verum Copernicus, aliique Aſtronomi abſurdum eſſe cenſebant, Tellurem in circulo deferri, cujus centrum diverſum ſit à centro motûs æquabilis, ex quo ſequeretur Tellurem inæquabili motu peripheriam orbitæ ſuæ percurrere contra Axioma ab iis ſtabilitum quo motum omnem in cælis æquabilem ſtatuebant. Ideoque Keplerus cum demonſtraſſet Martem, & Planetas reliquos, non in orbitis circularibus, ſed Ellipticis deferri circa Solem in Ellipſeos focorum uno conſtitutum, eaque lege motus eorum temperari, ut Radii à Planetis ad Solem ducti verrant Areas Ellipticas temporibus proportionales, æquum eſſe cenſebat ut Tellus eadem lege, in ſimili orbita circa Solem quoque deferatur: hæc Theoria omnibus Phænomenis ad amuſſim reſpondet, ſed ex illa ſequitur, nulla dari centra motuum æquabilium, ex quibus angulos temporibus proportionales deſcribentes videri poſſunt Planetæ. Hinc factum eſt, ut plurimi Aſtronomi centrum motûs æquabilis dari ſtatuentes, hanc Kepleri Theoriam rejiciebant, ſed Ellipticam tamen orbitæ formam retinebant; & quoniam in Ellipſeos Axe ſunt duo puncta in æqualibus à centro diſtantiis quæ foci appellantur, in quorum altero Sol locatur, & alter à centro Ellipſeos tantum diſtat, quantum Sol; hunc focum dupla excentricitate à Sole diſtantem, tanquam centrum motus æquabilis ponebant, & ex illo Planetas deſcribere angulos temporibus proportionales dicebant. Quod quidem in Ellipſibus parum Excentricis, quam proxime verum eſt, uti agnoſcit Keplerus & in ſequentibus demonſtrabitur.

Huic Hypotheſi eo magis favebant, quod nulla illis innotuit methodus directa & Geometrica in Kepleri Theoria, inveniendi Anomaliam veram, ex media; quod per alteram Theoriam facillime præſtabant. Ob hunc itaque defectum, Aſtronomi non pauci Keplero ἀγεωμετρησίαν objicientes ad alias Hypotheſes veris naturæ legibus minus congruas confugiebant; fingendo punctum aliquod, quod eſſet centrum motus æquabilis, è quo Planetæ angulos temporibus proportionales deſcribere videantur. Cum tamen Theoria Kepleri locum revera in natura obtineat; & obſervationes teſtentur Planetas omnes ſecundum ejus leges motus ſuos temperari, illa ob defectum Geometriæ rejicienda non eſt; nec video cur culpa in Theoriam transferenda ſit, quæ Aſtronomorum in Geometria imperitiæ potius debetur. Quo autem ἀγεωμετρίας labes in poſterum deleatur, in ſequenti Lectione methodum oſtendemus directam, eliciendi Planetæ Anomaliam veram ex media.

LECTIO XXIII.

De Motu Planetæ in Ellipſi. Et Solutio Problematis Kepleri, de ſectione Areæ Ellipticæ.

KEplerus primus demonſtravit Planetas non in orbitis circularibus, ſed Ellipticis deferri, Solemque in Ellipſeos focorum alterutro ſitum, ea ratione circumire; ut Radius à Planeta ad Solis centrum protenſus ſemper verrat Areas Ellipticas, quæ temporibus quibus deſcribuntur ſunt proportionales.

Divinum hoc ſagaciſſimi Kepleri inventum, exactiſſimis Tychonis Braheæ obſervationibus debetur, & tanto magis eſt ſuſpiciendum, quod illius ope, Univerſales motuum leges, totumque ſyſtema Mundanum, hoc eſt, Philoſophiam cæleſtem feliciſſime à nemine antea perſpectam patefecit Dominus *Newtonus*.

In Planetis quadrata Temporum Periodicorum ſunt ut Cubi diſtantiarum à Sole.

Demonſtravit etiam Keplerus ex obſervatis motibus, in Univerſis Planetis Tempora Periodica eſſe in ſeſquiplicata ratione diſtantiarum à Sole mediarum, ſeu Axium majorum El-

Ellipsium quæ sunt distantiarum mediarum dupla; hoc est, Quadrata temporum Periodicorum sunt ut cubi Axium majorum. Adeoque si in duabus diversis Ellipsibus, Axes majores nominentur A, *a*, Tempora Periodica T, *t*, erit $T^2 : t^2 :: A^3 : a^3$ & $T : t :: A^{\frac{3}{2}} : a^{\frac{3}{2}}$.

Areæ Ellipticæ à diversis Planetis eodem tempore descriptæ sunt ut in subduplicata ratione Laterum Rectorum Ellipsium.

Hinc sequitur in diversis Ellipsibus, Areas simul, vel æqualibus temporibus descriptas esse, in subduplicata ratione Laterum Rectorum Ellipsium: quod sic ostendo. Notum est ex natura Ellipseos quod ejus Area tota sit ut rectangulum sub Axibus. Hoc est, si Ellipseos majoris Axes dicantur A & M, minoris *a* & *m*; erit Area Ellipseos majoris ad Aream minoris ut $A \times M$ ad $a \times m$; adeoque cum de Arearum ratione agatur, hæc rectangula loco Arearum poni possunt. In majore Ellipsi dicatur Area in aliquo tempore descripta X, in minore Area eodem tempore descripta vocetur *x*, & tempus quo describuntur Areæ vocetur *y*. Ellipsium Latera Recta sint L. & *l*. Tempora Periodica T. *t*. Ex supra explicata Theoria est,

$$X : A \times M :: y : T. \text{ item}$$
$$a \times m : x :: t : y \text{ unde ex æquo}$$
$$X \times a \times m : x \times A \times M :: t : T :: a^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}.$$

sed quoniam est Axis minor media proportionalis inter Axem majorem & Latus rectum erit $M = A^{\frac{1}{2}} \times L^{\frac{1}{2}}$ & $m = a^{\frac{1}{2}} \times l^{\frac{1}{2}}$ unde $X \times a^{\frac{1}{2}} \times l^{\frac{1}{2}} : x \times A^{\frac{1}{2}} \times L^{\frac{1}{2}} :: a^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}$, quare $X \times l^{\frac{1}{2}} = x \times L^{\frac{1}{2}}$ & $X : x :: L^{\frac{1}{2}} : l^{\frac{1}{2}}$ sunt itaque in diversis figuris, Areæ simul descriptæ in subduplicata ratione Laterum Rectorum. Q.E.D.

Cum itaque Lex secundum quam Planetarum motus reguntur, sit æquabilis arearum descriptio, necesse est, ut non uniformi, sed inæquali celeritate Planetæ in orbitis ferantur, & à Perihelio ad Aphelium tendentes, remissiore gradu continuo incedant, ab Aphelio autem ad Perihelion descendentes, gradum accelerent, & in Apheliis tardissime, in Periheliis celerrime moveantur. Et velocitas erit ubique reciproce, ut perpendicularis à centro Solis demissa in rectam quæ per Planetam transit & orbitam tangit. Sit DAF

TAB. 36. fig. 7.

El-

Ellipsis, cujus focus S; & sint arcus AB, *ab* æqualibus temporibus quam minimis descripti; erunt triangula SAB S *ab* æqualia, sunt enim Areæ quas Radius vector æqualibus temporibus describit. Ex foco S in tangentes AP; *ap* demittantur perpendiculares SP, s*p*; & erit triangulum SAB æquale ½ SP × AB, sicut triangulum S *ab* æquale ½ s*p* × *ab*. Adeoque erit SP: s*p* : : *ab* : AB; sed *ab*, AB cum sint lineæ æqualibus temporibus descriptæ, sunt ut velocitates. Quare erit velocitas in *a* ad velocitatem in A ut perpendiculum SP ad s*p* perpendiculum.

Sequentia duo de Planetarum motibus invenit Theoremata Cl. Geometra *Abrahamus De Moivre*.

THEOREMA I.

TAB. 37. *fig.* 1. Sit APB orbita Elliptica, in qua movetur Planeta circa Solem in foco S locatum. Sit C centrum Ellipseos, CB semiaxis major, CD semiaxis minor; F alter focus, & sit Planeta in P; ductis rectis SP FP, erit velocitas Planetæ in P ad velocitatem in distantia ejus media SD, in subduplicata ratione distantiæ ejus FP ab altero Ellipseos foco F, ad ejusdem distantiam à Sole SP. Recta EPG tangat Ellipsim in P, & à focis in tangentem demittantur perpendiculares SE FG; & DH tangat orbitam in D in quam cadat perpendicularis ex S recta SH.

Per Corol. Prop. primæ *Princip. Newtoni*. Est velocitas in P ad velocitatem in D, ut SH seu CD ad SE. Adeoque quadratum velocitatis in P, erit ad quadratum velocitatis in D, ut CD*q*: ad SE*q* hoc est, ex Ellipseos natura, ob CD*q* = SE × FG ut SE × FG, ad SE*q*; seu ut FG ad SE: sed ob æquiangula triangula SPE FPG, est ut FG ad SE, ita FP ad SP. Quare quadratum velocitatis in P, est ad quadratum velocitatis in D, ut FP ad SP. Adeoque velocitas in P est ad velocitatem in D ut $\sqrt{FP}$ ad $\sqrt{SP}$. Q.E.D.

THEOREMA II.

Iisdem positis Radius est ad sinum anguli SPE ut $\sqrt{SP \times FP}$ ad CD.

Nam est SP*q*: SP × FP : : SP: FP : : SE : FG : : SE*q*: SE × FG

$SE \times FG :: SE\,q : CD\,q$ unde permutando $SP\,q : SE\,q :: SP \times FP : CD\,q$: adeoque $SP : SE :: \sqrt{SP \times FP} : CD$: sed ut SP ad SE, ita Radius ad sinum anguli SPE. Adeoque ut Radius ad sinum anguli SPE, ita $\sqrt{SP \times FP}$ ad CD. Q. E. D.

Velocitas Planetæ angularis, seu angulus, quem ad Solem dato tempore minimo describit Planeta, est ubique reciproce in duplicata ratione ejus distantiæ à Sole; seu reciproce ut Quadratum distantiæ: sint AB *ab* arcus Elliptici æqualibus temporibus percursi. Centro S, intervallis SB, S*b*, describantur arcus minimi BE, *be*, in S*b* capiatur S*m* æqualis S*b* & describatur arcus *mn*. Et erit velocitas angularis in *b* ad velocitatem angularem in B, ut arcus *be* ad arcum *mn*. Sed ratio *be* ad *mn* componitur ex ratione *be* ad BE, & BE ad *mn*; & quoniam triangula BSA, *b*S*a* sunt æqualia, erit *be* ad BE, ut SB ad S*b*. Est vero BE ad *mn* (quia sunt arcus similes) ut SB ad S*m*, seu ut SB ad S*b*. Quare erit velocitas angularis in *b* ad velocitatem angularem in B, in ratione composita SB ad S*b* & SB ad S*b*, hoc est, ut quadratum SB ad quadratum S*b*. TAB 36. fig. 7.

Sed ut inæquales Planetæ motus, variaque velocitatis incrementa & decrementa manifestius vobis exponantur; convenit Planetæ motum in diversis orbitæ suæ locis cum motu æquabili corporis in circulo lati comparare. Sit itaque Planetæ orbita AEBF, cujus focus in quo Sol S, Axis major AB, minor OQ. Centro S intervallo SE, quod sit medium proportionale inter AK, & OK, scil. inter semiaxem majorem & minorem, describatur circulus CEGF; hujus circuli Area erit æqualis Areæ Ellipseos, uti facile est ex Conicis demonstrare. Ponamus punctum aliquod peripheriam CEGF æquabiliter percurrere, eodem tempore quo Planeta in Ellipsi periodum suam absolvit, cumque Planeta in Aphelio A existit, punctum æquabiliter incedens sit in lineæ Apsidum puncto C, hoc punctum motu suo, Motum Planetæ medium seu æquabilem exponet; & describet circa S sectores circulares temporibus proportionales, & æquales Areis Ellipticis à Planeta eodem tempore TAB 37. fig. 2.

Sit jam motus æquabilis, seu angulus circa S descriptus tempori proportionalis CSM, capiatur Area ASP æqualis sectori CSM, & locus Planetæ in propria orbita erit P, angulusque MSD differentia inter motum Planetæ verum & medium erit Æquatio seu Prosthaphæresis, & Area ACDP erit æqualis sectori DSM; est itaque Area ACDP Prosthaphæresi seu Æquationi proportionalis. Adeoque ubi hæc Area est maxima, ibi æquatio erit maxima, sed Area illa est maxima in puncto E, ubi circulus & Ellipsis se mutuo secant, nam ulterius descendente Planeta ad R, Æquatio fit proportionalis differentiæ Arearum ACE & *m* ER; seu Areæ GBR*m*; sit enim V locus puncti peripheriam circularem æquabiliter describentis, & erit sector CSV æqualis Areæ Ellipticæ ASR, unde ablatis spatiis communibus, erit Area ACE demptâ Areâ RE*m* æqualis sectori VS*m*, seu Æquationi. In Perihelio B coincidit motus æquabilis cum motu vero, nam est semicirculus CEG æqualis semi-ellipsi AEB.

Ubi Æquationes seu Prosthaphæreses sunt maximæ.

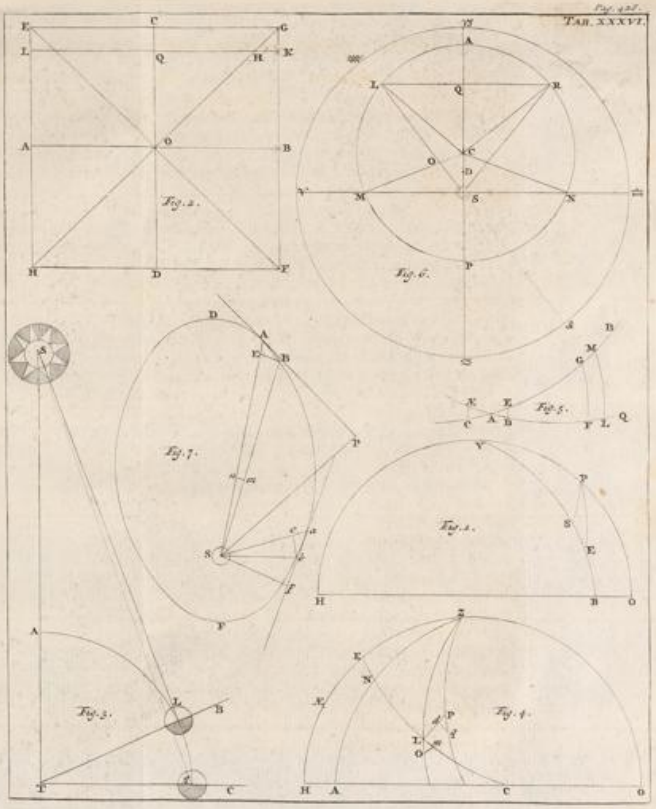
Post decessum Planetæ à Perihelio B, ejus motus motum medium semper antecedet; sit enim angulus GSZ tempori proportionalis. Capienda est Area BSY æqualis sectori GSZ, & erit Y locus Planetæ in sua orbita; unde angulus BSY major erit angulo GSZ, & Area GBYL æqualis erit sectori ZSL, qui Æquationem designat, & ubi Area GBYL fit maxima, ibi æquatio erit maxima, scil. in puncto F, ubi circulus & Ellipsis se mutuo secant. In A velocitas Planetæ est omnium minima, ob distantiam SA omnium maximam, deinde continuo crescit Planetæ velocitas, manet tamen velocitate media minor, usque dum ad E intersectionem circuli & Ellipseos pervenit Planeta, ubi ejus velocitas angularis fit mediæ æqualis, quod sic ostendo. Cum Planeta est in E, sit punctum medio motu in circulo incedens in *m*, sintque Areæ circa S eodem tempore quam minimo descriptæ *n*SE, & sector IS*m*, erunt illæ æquales, unde *b*E × ES æqualis I*m* × S*m*, quare ob S*m*, ES æquales, erit arcus E*b* = arcui I*m*, & angulus *n*SE æqualis angulo IS*m*, ad punctum itaque E est velocitas Planetæ angularis æqualis velocitati mediæ. Exinde descendente Planeta

Ubi velocitas est omnium minima.

Ubi Planetæ velocitas fit velocitati mediæ æqualis.

Ubi velocitas fit maxima.

TAB. XXXVI.



ta versus Perihelion, velocitas fit major mediâ, & continuo crescit ob continuo diminutam distantiam, donec in Perihelio B fit omnium maxima, ob distantiam SB omnium minimam. Ex quo discedens planeta, & ad Aphelion ascendens, punctum medio motu incedens post se relinquet, sed ejus velocitas semper minuitur, quo longius à Sole recedit, semper tamen manet velocitate media major, usque dum ad intersectionem F pervenit, ubi rursus velocitas fit velocitati mediæ æqualis. Deinde ulterius pergendo, continuo decrescit velocitas, donec Aphelion attingit, ubi fit omnium minima.

Cum itaque Planeta quilibet in diversis orbitæ suæ punctis, inæquali velocitate feratur, & sola æqualitas, quæ in ejus circulatione circa Solem observatur, in Arearum descriptione consistat; nam Area una cum tempore uniformiter augetur. Quo Planetæ locus in propria orbita ad datum tempus determinetur, capienda est Area, quæ sit Tempori proportionalis, quod ut fiat, necesse est ut solvatur Problema quod sequitur.

Problema Keplери.

Invenire positionem rectæ, quæ per datæ Ellipseos focum alterutrum transiens, abscindat Aream motu suo descriptam, quæ sit ad Aream totius Ellipseos in ratione data.

Sit nempe Ellipsis APB, cujus focus alteruter S, invenienda est positio rectæ SP, quæ abscindat aream trilineam ASP, ad quam Area totius Ellipseos eam habeat rationem, quam habet tempus Periodicum Planetæ Ellipsim describentis, ad aliud tempus datum; qua positione inventa, dabitur punctum P, quod Planeta ad tempus illud datum occupat. Vel sit AQB semicirculus super Ellipseos Axem majorem descriptus, ducenda est per S recta SQ abscindens Aream ASQ, ad quam Area totius circuli est in eadem ratione. Nam per hanc circuli sectionem, sectio Ellipseos quæsita facile invenitur, demittendo à puncto Q in Ellipseos axem perpendicularem QH, Ellipsi occurrentem in P, & ducta SP, erit illa recta quæsita, & P locus Planetæ. Est enim semisegmentum Ellipticum APH ad semisegmentum Tab. 37. fig. 3.

circulare AQH, ut HP ad HQ, hoc est, ut Area totius Ellipseos ad Aream totius circuli, uti constat ex natura Ellipseos: sed est triangulum SPH ad triangulum SQH, in eadem ratione, *per* 1 *El.* 6*ti.* Adeoque *per* 12 *El.* 5*ti.* erit Area Elliptica ASP ad Aream circularem ASQ, ut Area totius Ellipseos ad Aream totius circuli; & alternando, Area Elliptica ASP est ad ejus Aream totam, ut Area circularis ASQ ad totum circulum. Adeoque si habeatur methodus ducendi rectam per S, quæ secet Aream circuli in data ratione, facile erit in hac ipsa ratione secare Aream Ellipticam.

Ipsi Keplero, qui primus problema proposuit, nulla innotuit methodus directa computandi locum Planetæ ex dato tempore: ille enim expresse dicit, nullam esse viam directam, ex dato tempore, inveniendi locum Planetæ seu Anomaliam ejus veram. Ideo illi necesse fuit, per singulos semicirculi AQB gradus progrediendo, ex dato arcu AQ, quam Anomaliam excentri vocat, tam tempus per Aream ASQ, quæ Anomaliæ mediæ est proportionalis, quam Angulum ASP, hoc est locum Planetæ seu Anomaliam veram, & coæquatam tempori respondentem calculo eruere, & quoniam Geometrice non potuit Keplerus problema solvere; illi ἀγεωμετρίαν objiciebant Astronomi, & eum, quasi causis Physicis nimium indulgentem, à Geometria in diversum abiisse censebant, ejusque Astronomiam ex hac Theoria pendentem, tanquam minus Geometricam, labefactabant; & ut vitium hoc effugerent, ad alias transiverunt Hypotheses, fingendo punctum aliquod circa quod motus foret æquabilis, seu anguli descripti temporibus essent proportionales, & exinde data Anomalia media coæquatam seu veram determinabant. Sed computus his Hypothesibus innixus, observationibus non congruere deprehensus est. Nullum enim est revera punctum fixum, quod est centrum motus æquabilis, circa quod scil. Planetæ, radiis ad illud ductis, describant angulos temporibus proportionales. Solaque Theoria, quæ Planetarum motibus ad amussim congruit, est supra explicata Keplerіana. Omnes itaque Astronomi

nomi in æternum laudabunt hoc Kepleri Inventum, ejusque cum cælo consensum; præsertim cum elegantem motuum è causis suis demonstrationem nobis patefacit: illud sane Keplerus tanti fecit, (non improbantibus æquioribus arbitris) ut methodum calculi indirectam sectari maluit, quam aliam Hypothesim à Natura minus probatam comminisci.

Quo itaque ἀνωμετρείας labem ex Astronomia deleamus, methodum Geometricam hic ostendemus, qua Ellipseos seu (quod illi æquipollet) circuli Area in data ratione secanda sit.

Sit AQB Semicirculus super Ellipseos Axem majorem descriptus, cujus Centrum C, Ellipseos focus in quo Sol locatur sit S, per locum Planetæ intelligatur duci ad Axem perpendicularis recta QH circulo occurrens in Q; erit Area ASQ ad Aream totius circuli, ut tempus datum ad tempus Periodicum Planetæ; ducatur CQ, in quam productam, si opus sit, cadat perpendicularis SF; est Area ASQ æqualis sectori ACQ una cum triangulo CSQ=½ CQ×AQ+½ CQ×SF, adeoque ob datam ½CQ, erit Area ASQ semper proportionalis Arcui AQ+ recta SF, cum scil. motus sit ab Aphelio versus Perihelion; at cum à Perihelio ad Aphelion tendit Planeta, fit Area BSq æqualis sectori BCq — Triangulo CSq, adeoque erit illa proportionalis arcui BQ — recta Sf. Hinc, si capiatur arcus AN vel Bn tempori proportionalis, erit AQ+SF=AN vel BQ—Sf=Bn, quare erit SF=QN vel Sf=qn. Tab. 37. fig. 4.

Hinc patet, si habeatur arcus AQ, & ei addatur arcus NQ qui sit æqualis rectæ SF, erit arcus AN tempori proportionalis, seu Planetæ Anomaliæ mediæ æqualis. Adeoque ex data Planetæ Anomalia vera, facile innotescit ei congrua Anomalia media, seu tempus. Fiat enim ut QC ad SC ita 57, 29578, qui arcus radio est æqualis, ad quartum, & dabitur Arcus æqualis SC in gradibus gradûsque partibus decimalibus. Dicatur hic arcus B. Et quoniam est SC ad SF, ut Radius ad sinum anguli SCF vel ACQ. Fiat ut Radius ad sinum arcus AQ, ita arcus B ad

quartum; & dabitur in gradibus & partibus decimalibus; arcus in peripheria AQB, qui æqualis est rectæ SF; cumque SF sit æqualis QN, dabitur arcus QN, & proinde AN tempori proportionalis.

Hoc exemplis in orbita Martis declarare liceat. Hujus Planetæ Excentricitas est ad distantiam mediam, seu semiaxim Ellipseos, ut 14100 ad 152369: adeoque Logarithmus arcus B, qui æqualis est SC est 0. 7244446. Si itaque quæratur Anomalia media, cum Anomalia Excentri est unius Gradus; addatur sinus Log. unius gradus qui est 8. 2418553 ad Log. arcus B, fiet summa 8. 9662999 qui est Logaryhthmus numeri 0. 092533, & exprimit valorem arcus QN in partibus gradus decimalibus. Est itaque arcus AN tempori proportionalis 1, 092533 seu 1° 5′ 33″. Similiter si Anomalia Excentri sit 30 gr. ad ejus sinum Log. addatur constans Log. arcus B, & summa erit 0. 4234146 Log. numeri 2, 651. Adeoque Anomalia media AN Anomaliæ Excentri 30 grad. respondens erit 32, 651, seu 32 gr. 39′. 3″. Hæc methodus expeditior multo, & facilior est illâ, quam tradit Keplerus, ubi methodo indirecta, & per positionem *Regulæ Falsæ*, docet pervenire ex Anomalia media ad veram.

Deveniamus jam ad methodum promissam directe eliciendi Anomaliam coæquatam seu veram ex media. Sit in figura Arcus AN Anomalia media, seu tempori proportionalis, sitque AQ Anomalia Excentri invenienda. Arcus NQ, dicatur, y, & sinus arcus AN vocetur e, & cosinus f; Excentricitas SC sit g. Est sinus arcus AQ æqualis sinui arcus AN − NQ = sin. AN − y; sed à nobis ostensum est in Elementis Trigonometricis, quod si sinus arcus AN sit e, sinus arcus AN − y, seu arcus AQ erit $e - \frac{fy}{1.} - \frac{ey^2}{1.2.} + \frac{fy^3}{1.2.3.} + \frac{ey^4}{1.2.3.4.}$ &c.

Sed est radius qui est 1 ad sinum arcus AQ, ut SC vel g ad SF vel NQ hoc est y. Adeoque erit SF æqualis $ge - \frac{gfy}{1.} - \frac{gey^2}{1.2.} + \frac{gfy^3}{1.2.3.} + \frac{gey^4}{1.2.3.4.}$ &c. At est SF æqualis arcui NQ seu y, ut ostensum est: qua-

quare ad hanc diventum est æquationem: $y = ge - \frac{gfy}{1.} - \frac{gey^2}{1.2.} + \frac{gfy^3}{1.2.3.} + \frac{gey^4}{1.2.3.4.}$ &c. proinde $ge = y + \frac{gfy}{1.} + \frac{gey^2}{1.2.} - \frac{gfy^3}{1.2.3.} - \frac{gey^4}{1.2.3.4.}$ &c. ge vocetur Z, & $1 + gf$ dicatur a, item $\frac{ge}{1.2.}$ sit b, $\frac{gf}{1.2.3.} = c$ item $\frac{ge}{1.2.3.4.} = d$, & Æquatio induet hanc formam. $Z = ay + by^2 - cy^3 - dy^4$ &c. Unde per methodum Reversionum serierum à Domino *Newtono* traditam, fiet $y = \frac{z}{a} - \frac{bz^2}{a^3} + \frac{2b^2 + ac}{a^5} z^3 - \frac{5abc - 5b^3 + a^2 d}{a^7} z^4$. Et quoniam est $b = \frac{ge}{2} = \frac{z}{2}$ & $d = \frac{z}{1.2.3.4.}$ fiet $y = \frac{z}{a} - \frac{z^3}{2a^3} + \frac{cz^3}{a^4} - \frac{5cz^5}{2a^5}$ &c. Si arcus AN superet 90 grad. & minor sit 270, erit ge seu $z = y - gfy + \frac{gey^2}{2.} + \frac{gfy^3}{2.3.} - \frac{gey^4}{2.3.4.}$: unde fiet $a = 1 - gf$; & erit $y = \frac{z}{a} - \frac{z^3}{2a^3} - \frac{cz^3}{a^4}$

Series supra posita exprimit quantitatem arcus QN, in partibus qualium Radius est 1, 000000. At ut in gradibus graduſque partibus habeatur, fiat ut Radius ad hancce seriem ita 57, 29578, qui est arcus Radio æqualis, ad quartum, hoc est (cum Radius sit unitas) multiplicetur series prædicta per numerum 57. 29578 quem vocemus R unde prodit arcus quæsitus y in gradibus, graduſque partibus $= \frac{Rz}{a} - \frac{Rz^3}{2a^3} + \frac{Rcz^4}{a^4}$ &c.

Hujus seriei terminus primus $\frac{Rz}{a}$ sufficit ad determinandam Anomaliam Excentri in omnibus fere Planetis, nam in Marte error plerumque non superat gradus partem ducentesimam. In Tellure gradûs parte decies millesima minor est, sed Exemplis rem declarare liceat.

In orbita Telluris, Excentricitas est 0. 01691, posita distantia media seu CQ = 1. Invenienda est Anomalia Excentri, & coæquata cum media est 30. gr.

Log.

Log. Excentricitatis	8. 2281436. = Log. g
Log. ſin. gr. 30.	9. 6989700
Log. R	1. 7581226
Log. R z.	9. 6852362
Log. a Subtr.	0. 0063137
Log. arcus y ſive NQ	9. 6789225

cui reſpondet numerus 0. 47744 ſeu in ſexageſimalibus numeris 28. 38 : reliqui termini minores ſunt gradus parte decies milleſima, adeoque negligi poſſunt. Si itaque à Gradibus 30 ſubtrahatur 28'. 38, relinquetur Arcus AQ 29°: 31': 22". Et in triangulo QCS, dantur latera QC CS cum angulo SCQ, unde dabitur angulus QSC, Analogia eſt ut QC + CS ſeu AS ad CQ -- CS ſeu PS, ita Tangens ſemiſſis ſummæ angulorum CSQ & CQS ad Tangentem ſemiſſis differentiæ eorundem, unde ſi à Tangente Log. ſemiſſis Anguli ACQ auferatur conſtans Logarhythmus 0. 0146893, dabitur Tangens ſemiſſis differentiæ angulorum CQS & CSQ, qui in præſenti exemplo erit 14°: 17': 26" hæc ad ſemiſummam addita, dat angulum ASQ 29° 3'; 7", ſed ut inveniatur angulus ASP, diminuenda eſt Tangens anguli ASQ in ratione Axis minoris Ellipſeos ad majorem, ab hujus itaque Tangente Log. auferatur Logarhythmus conſtans 0. 0000 622. qui eſt Logarhythmus Rationis Axis majoris ad minorem, & reſtabit Tangens Log. anguli ASP 29°: 2': 54" qui eſt Anomalia coæquata.

In orbita Martis, Excentricitas eſt partium 14100, qualium diſtantia media eſt 152369. Adeoque Logarithmus Rationis SC ad CQ erit 8. 9663226 = Log. g. Quæratur primo in Marte, Anomalia Excentri, cum Anomalia media eſt unius gradus.

Log. Excentricitatis	8. 9663226
Log. Sin. 1 gr.	8. 2418453
Log. R	1. 7581220
Log. R z	8. 9662899
Log. a ſubſtr.	0. 0384299
Log. R z	8. 9278600

cui

cui Logarithmo respondens numerus. o. 08497, exhibet magnitudinem arcus NQ, & error minor est gradus parte tricies millesimâ.

2*do*. Quæratur Anomalia Excentri, cum media est grad. 45.

Log. Excentricitatis	8. 9663226
Log. sin. 45. gr.	9. 8494850
Log. R	1. 7581220
Log. $R z$.	o. 5739296
Log. a substr.	o. 0275249
Log. $\frac{R z}{a}$	o. 5464047

cui respondet numerus 3. 5189, qui verum superat centesima & quinquagesima circiter gradûs parte, & ut corrigatur error, capiatur terminus seriei secundus $\frac{-Ra+2Rc \times z^3}{144}$ qui invenitur o. 0065, & à primo auferatur & restabit 3. 5124 qui exprimit arcum NQ verum ad partes gradus centies millesimas.

3*tio*. Quæratur Anomalia Excentri, cum media est grad. 100, in hoc casu est $a = 1 - gf =$ o. 983930.

Log. g.	8. 9663226
Log. sin. gr. 100. seu gr. 80	9. 9933515
Log. R	1. 7581220
Log. $R z$	o. 7177961
Log. a substr.	9. 9929598
Log. $\frac{R z}{a}$	o. 7248363

Huic Logarithmo respondet numerus 5. 3068, qui quinquagesima circiter gradus parte verum superat, quo itaque corrigatur error, duplicetur Log. $\frac{z}{a}$, & producto addatur Log. $\frac{R z}{a}$. & habebitur Logarithmus $\frac{R z^3}{a^3}$ cui respondens numerus est o. 04552, ejusque semissis est o. 02276 æqualis $\frac{R z^3}{144}$. Hic numerus à numero 5. 3068 auferendus est; &

habebitur 5. 2841 pro quantitate arcus NQ. Et proinde Arcus AQ Anomalia Excentri erit 94. 7159, qui non decies milleſima gradus parte à vero AQ diſcrepat. Notandum quamvis ſecundus ſeriei terminus ſit $-\frac{Ra+2Rc\times z^3}{244}$ ejus tamen pars $-\frac{Rcz^3}{44}$ ſufficit, ut habeatur AQ arcus Anomaliæ excentri verus ad gradus partes decies milleſimas.

Obtento arcu AQ, ſeu angulo ACQ invenitur angulus ASQ reſolutione Trianguli QCS in quo dantur latera CQ CS cum angulo interjecto QCS, unde invenietur angulus QSA. Hujus anguli Tangens Logarithmica eſt capienda & ab ea demendus eſt Logarithmica Rationis Axis majoris ad minorem, & reſtabit tandem Tangens Log. anguli ASP qui eſt Anomalia æquata ſeu vera.

Tab. 37. fig. 3.

Lectio XXV.

De Problematis Kepleri Solutione Newtoniana & Wardi *Hypotheſi Elliptica.*

Methodus noſtra in ſuperiore Lectione explicata, & ea Domini *Newtoni* in Principiis Philoſophiæ Mathematicæ *pag* 101. tradita, eidem innituntur fundamento, Quod ſcil. recta SF Longitudine æqualis eſt arcui QN. *Newtoni* autem methodus fere ſimilis eſt ei, qua ex æquationibus affectis radicem extrahunt Analyſtæ, & quidem tanto magis eſt æſtimanda, quod non ſolum exhibet Planetarum Loca, quorum orbitæ ad circuli formam proximæ accedunt, ſed eadem fere facilitate inſervit etiam Cometis, qui in orbitis maxime excentricis moventur; quod etiam per noſtram methodum obtineri poteſt, ſi modo loco arcus AN capiatur alius arcus ad arcum AQ propius accedens, qui dicatur A & poſito ſinu arcus $A=e$ quæratur ſinus arcus $A+y$ & fiat $z=ge+A-AN$.

Tab. 37. fig. 3.

Methodum autem *Newtoni* cum maxime expedita ſit, hic explicare liceat, in gratiam Artificum, qui Tabulas Aſtronomicas ſecundum veras motuum cœleſtium leges, & non

non ex fictis Hypothesibus condere volunt.

Demonstratio solutionis Newtonianæ. TAB. 37. *fig.* 5.

Hactenus ostensum fuit, quod si arcus A Q sit Anomalia Excentri, hunc arcum una cum recta S F ex Sole in radium Q C normaliter incidente, esse tempori proportionalem; cum Planeta tendit ab Aphelio ad Perihelion, vel arcum B Q dempta recta S F, esse tempori proportionalem, cum à Perihelio ad Aphelion ascendit, adeoque si capiatur Arcus A N vel B N tempori proportionalis, erit arcus Q N æqualis S F rectæ; ut igitur inveniatur, in gradibus & partibus gradus decimalibus, mensura arcus in Peripheria A Q B, qui æqualis sit rectæ S F, fiat ut C Q ad C S, ita arcus grad. 57. 29578 qui æqualis est radio, ad quartum, hic numerus exprimet magnitudinem arcus in Peripheria A Q B, qui æqualis est S C. Arcus hujus Logarithmus dicatur B. Quoniam est C S ad S F, ut Radius ad sinum anguli A C Q; fiat ut Radius ad hunc sinum, ita arcus cujus Logarithmus est B, ad alium D; erit arcus ille D æqualis rectæ S F. Adeoque si ad datum tempus, Area A S Q & arcus A N essent tempori proportionales, & capiatur N P æqualis D, punctum P caderet in Q. Si vero Area A S Q non accurate tempori respondeat, punctum P cadet supra vel infra Q, prout Area A S Q major sit vel minor eâ, quæ est tempori proportionalis. Sit ea A S q, & in C q cadat perpendicularis S E, erit per hactenus demonstrata, S E = N q, unde S E − S F vel S F − S E, hoc est fere L E = q P = Q P − Q q vel = Q q − Q P. Quod si angulus Q C q sit parvus, erit C E : C q :: L E : Q q :: Q P − Q q : Q q; unde C E + C q : C q :: Q P : Q q. Et similiter, cum arcus B Q est quadrante minor, erit C Q − C E : C Q :: Q P : Q q. Cum Planeta prope Aphelion vel Perihelion versatur, fit C E fere = C S & C Q + C E = A S. unde Q P : Q q :: A S : C A, cum arcus A Q est quadrante minor; at cum Arcus B q est Quadrante minor, erit S B : C B :: Q P : Q q. Fiat ut C S ad C Q, ita Radius R ad Longitudinem quandam L, & erit $CQ = \frac{CS \times L}{R}$. Est autem Radius ad cosinum anguli A C Q ut S C ad C F vel C E, sunt enim C F C E fere æquales; quare erit $CE = \frac{SC \times \text{cosin } AQ}{R}$, unde habe-

bitur $QP:Qq :: \frac{SC \times L + SC \times cos.\ AQ}{R} : \frac{CS \times L}{R} :: L + cos.\ AQ : L$,

cum Arcus AQ eſt quadrante minor; at ſi is ſit quadrante major, erit $QP : Qq :: L - cos.\ AQ : L$.

Atque hac ratione ſi capiatur arcus AQ, qui ſit aliquantiſper minor, aut major vero, invenietur exinde arcus Qq, huic addendus vel demendus, qui facit ut Area ASq ſit quam proxime tempori proportionalis; & ſi loco AQ capiatur prius inventus arcus Aq & inſtituatur proceſſus priori ſimilis, invenietur alius Aq, & hic ſimiliter, eundem repetendo proceſſum, dabit novum Aq, atque ſic quantumvis proxime ad veritatem accedere licebit.

Illuſtratur Exemplis in orbita Martis. Tanta autem eſt hujus methodi facilitas, ut ea exemplis potius quam ulteriore explicatione indiget; adeoque liceat eam in motibus Planetæ Martis experiri. In hac orbita, Logarithmus B eſt 0. 7244446, & Longitudo L eſt partium 1080631 qualium Radius eſt 100000.

Exemplum I. Sit primo inveniendus angulus ACQ, cum motus medius ſeu arcus tempori proportionalis ſit unius gradus. Quoniam CS eſt fere pars decima ipſius CA, pono AQ eſſe 0. 9. grad. decima ſcil. parte minorem motu medio. Addatur ſinus Log. 0. 9. ad Log. B, & fit ſumma 8. 9205466 = Log. numeri 0. 083281, hic numerus exprimit arcum æqualem SF = NP, & ſi arcus AQ fuiſſet recte aſſumptus, foret $AN - NP = AQ$ & $QP = 0$. At in præſenti caſu, eſt $QP = 0.\ 01671$. A quo ſi auferatur ejus pars decima, cum AS ſuperat AC decima circiter ſui parte, reſtabit $Qq = 0.\ 01504$, qui additus ad AQ, dat Aq 0. 91504, qui vix milleſima gradus parte à vero Aq differt.

Exemplum II. Sit 2*do* Arcus AN ſeu motus medius 2 gr. Pono AQ. 1. 83 prioris AQ fere duplum, & ad ejus ſinum Log. addendo Log. B, fit ſumma 9. 2286992. Log. numeri 0. 16931; unde erit $QP = 0.\ 00069$, à quo ſi ſubſtrahatur ejus pars decima, ſit $Qq = 0.\ 00062$, & Aq 1. 83 062 qui non decies milleſima gradus parte à vero Aq diſcrepat.

Exemplum III. 3*tio* Sit Arcus tempori proportionalis gr. 3. Ponatur: $AQ = 2,745 = 1,83 + 0.\ 915$, & ad ejus ſinum Log. addendo

do Log. B, habebitur Log. numeri 0. 25392 = NP & AN — NP = 2. 74638. Adeoque $Qq = 0,001$ fere, & $Aq = 2.746$ sic unica duorum Logarithmorum additione, invenietur arcus Aq, qui erit verus ad gradus partes millesimas.

4to. Sit jam, non gradatim, sed per saltum pergendo, inveniendus angulus ACq, cum motus medius est grad. 45. Pono Arcum AQ esse gr. 40. & ad ejus sinum Log. addendo Log. B. Fit summa 0. 5320121 = Log. numeri 3.4081, qui numerus à 45 ablatus relinquit AN — NP = 41. 5919, cujus excessus supra arcum AQ est 1.5919, unde si fiat ut L + *cos.* AQ ad L, ita 1,5919 ad alium, invenietur arcus Qq gr. 1,4865. Adeoque Aq, 41.4865 qui non multum supra millesimam gradus partem à vera differt. Sed absque hac proportione, invenire possumus Aq capiendo arcum, qui sit aliquantulum minor quam AN — NP, eidem tamen fere æqualis, scil. sit AQ 41. 50, & addendo ejus sinum Log. ad Log. B. habebitur alius NP = 3. 5132, qui ab AN subductus dat 41. 4868 pro novo Aq; & hic arcus minore labore eruitur, & aliquantulum propius ad verum accedit quam prior Aq. *Exemplum.* IV.

5to. Post inventum Aq correspondentem motui medio 45. gr. rursus si gradatim pergere lubeat, unica duorum Logarithmorum additione habebitur Aq, ad omnes motus medii gradus subsequentes: nempe cum Anomalia media sit gr. 46, pono AQ 42, 40, & addendo ejus sinum Log. ad Log. B, fiet AN — PN — 42.4249, cui si æqualis ponatur novus AQ, habebitur Aq qui ne millesima gradus parte à vero Aq differt, sic cum Anomalia media sit gr. 47. Pono AQ 43,36 = priori Aq + incremento istius arcus uni gradui motus medii competente, & addendo ejus sinum Log. ad Log. B. Summa est Log. numeri 3.6402 qui ab AN ablatus, relinquit AN — NP = 43.3598 = novo Aq, & hic arcus gradus parte circiter decies millesima à vero discrepat. *Exemplum.* V.

6to. Si omissis gradibus intermediis inveniendus est arcus Aq cum Anomalia media est gr. 100, Pono AQ gr. 96, & addendo ejus sinum Log. ad constantem B; summa fit Lo- *Exemplum.* VI.

garithmus numeri 5.273, unde AN — NP=94.727, Itaque pono ſecundo AQ 94. 72, & per additionem conſtantis Log. B, ad ejus ſinum Log. provenit log. numeri 5.285, qui ab AN ſubductus, dat AN—NP 94,715=Aq quam proxime. Similiter ſi Anomalia media ſit gr. 101. Pono AQ 95,71, ex quo elicitur NP 5,2756 quo numero ab 101 ſublato, reſtabit AN—NP 95,7244; atque hac ratione data Anomalia media, ſi gradatim fiat proceſſus, habebitur angulus ACQ, per unicam tantum duorum Logarithmorum additionem, quorum, qui conſtans eſt, in charta ſeorſim ſervandus, quo labori ſæpius eundem exſcribendi parcatur.

Exemplum in Cometæ orbita.

Tranſeamus jam ad orbitam alterius generis, cujus Excentricitas ad diſtantiam mediam magnam obtinet proportionem; ſit nempe diſtantia Aphelii ad diſtantiam Perihelii ut 70 ad 1; qualis fere fuit iſtius Cometæ orbita, in qua Cometam periodum ſuam complere Annis 75½, primus deprehendit Halleius. In hac orbita, erit AC vel CQ partium 35. 5 & CS 34. 5. Qualium SB eſt una, & conſtans Log. B eſt 1.7457133. Inveniendus eſt arcus Bq, cum motus medius à Perihelio ſit gradus pars centeſima. Pono BQ 0. 35, ad ejus ſinum Log. addatur Log. B. & prodit ſumma Log. numeri, 0, 34013; qui ad arcum AN additus, fit 0, 35013, ſi hic arcus fuiſſet 0, 35; BQ recte eſſet aſſumptus, ſed differentia eſt 0, 00013, unde quoniam CB eſt ad SB ut 35,5 ad 1, multiplicetur differentia, 00013 per 35,5 & prodibit Qq=0.004615, unde prodit arcus Bq=0. 354615 & error tribus partibus decies milleſimis gradus minor eſt. Rurſus, ſit motus medius 0. 02. Ponatur BQ eſſe 0,71, per additionem conſtantis B ad ejus ſinum Log. habebitur Logarith. numeri 0.68998, unde BN+NP=,70998, & eſt differentia 0.00002 quæ ſi per 35. 5 multiplicetur & productus à BQ ſubtrahatur reſtabit Bq=,7092, & error gradus partem decies milleſimam non ſuperabit. Si motus medius ſit 0,3 pono BQ 1. 06; & addendo ejus ſinum Log. ad conſtantem B. Prodit Log. numeri 1.03008, cui ſi addatur BN fit ſumma

ma 1, 06008, qui major est quam BQ: quare si differentia, 00008 multiplicetur per 35.5, & productus ad BQ addatur fiet Bq=1, 06284. Similiter cum motus medius sit ,04. Pono BQ 1,4 & invenio NP=1, 3604, ad quem addendo ,04 fit summa 1,4004, qui superat 1,4 per ,0004; multiplicetur hæc differentia per 35,5 & productus ,0142 erit æqualis Qq unde Bq=1,4142; In his omnibus errores sunt admodum exigui, & raro millesimam gradus partem transcurrentes.

Inveniendus sit jam arcus Bq, cum motus medius est unius gradus. Pono BQ=20 gr. & addendo ejus sin. Log. ad B. Prodit Log. numeri 19. 045, cui addendo 1, summa 20, 045 superat 20, & cum in hoc casu L--*Cos.* BQ sit ad L, ut 1 ad 11,5 fere; multiplico differentiam ,045 per 11,5, & productus ,5175 ad BQ additus, dat 20,5175. Pono itaque secundo BQ 20,51 & prodibit similiter, ut in præcedente, NP=19.5092; cui addendo BN, summa est 20,5092 quæ minor est quam BQ; unde si differentia, 0008 multiplicetur per 11,5 & productus ,0092 subtrahatur a BQ, restabit Bq=205,008.

Sit denique motus medius æqualis 2. gr. Pono BQ gr. 30 & invenietur NP 27.84, cui addendo 2, summa 29,84 minor est quam 30, & si multiplicetur differentia ,16 per 6, 3 (Nam est L --- *Cos.* BQ ad L ut 1 ad 6. 3.) fiet 1,008 = Qq; adeoque hic arcus a BQ subductus, dat Bq 28,982 ut vero corrigatur Bq, assumo BQ 29; & simili processu prodit Bq = 28.9672.

Invento angulo ACQ, angulus ASQ facile habetur, nam in triangulo QCS, dantur latera QC, CS, & angulus QCS, unde innotescent angulus ASQ, & latus SQ; deinde fiat ut Axis Ellipseos major ad minorem, ita Tangens anguli ASQ ad Tangentem anguli ASP, qui est Anomalia coæquata; Denique fiat ut secans anguli ASQ ad secantem anguli ASP, ita SQ ad SP distantiam Cometæ à Sole, quæ erat invenienda. Vel sic forte facilius invenitur angulus ASP, & recta SP, invento arcu AQ datur ejus sinus QH, & Cosinus HC; sed datur SC, in partibus quarum CQ est 100000, unde dabi- Tab 37. *fig.* 3.

bitur H S. Fiat ut major Ellipſeos Axis ad minorem, ita Q H ad P H, qui itaque dabitur. In triangulo, P H S rectangulo, dantur latera P H, H S, ex iis innoteſcet angulus P S H Anomalia coæquata, & latus P S diſtantia Cometæ à Sole.

Quoniam in Apheliis & Periheliis coincidunt puncta Q & N, locuſque Planetæ medius idem eſt cum vero. Et in primo Anomaliæ ſemicirculo locus medius præcedit verum, in ſecundo verum ſequitur; ex determinata poſitione lineæ Apſidum in Telluris orbita determinatur tempus quando locus Telluris è Sole viſus & locus medius coincidunt; quando enim Sol apparet in Eclipticæ puncto, ubi eſt Perihelion, tunc Tellus erit in Aphelio, dato autem hoc temporis momento, dabitur inde per Tabulas Aſtronomicas motus Telluris medius, & arcus A N pro alio quovis temporis momento, arcus enim illi ſecundum temporum rationes computantur & in tabulis diſponuntur. Sed dato, pro quolibet momento, arcu A N, oſtenſum eſt qua ratione elicietur angulus A S P Anomalia Telluris vera, & locus Solis in Ecliptica apparens.

Wardi Theoria. Præter Theoriam ſupra explicatam Kepleri, ſecundum quam Planetæ revera motus ſuos temperant; eſt & alia Hypotheſis Elliptica, quam maxime excoluerunt Aſtronomi duo celeberrimi *Iſmael Bulialdus*, & *Sethus Wardus* olim in hac Cathedra Profeſſor & poſtea Epiſcopus Salisburienſis, ex quorum laboribus haud exigua accepit Aſtronomia incrementa, cumque illi non deſit Elegantia & concinnitas Geometrica, maximaque calculi inde pendens facilitas, liceat illam paucis exponere. In hac Hypotheſi cum Keplero ſupponitur, Planetarum orbitas eſſe Ellipſes, in quorum foco communi locatur Sol; præterea ſupponitur quod Planeta unuſquiſque ea lege in Ellipſis propriæ Peripheriâ defertur, ut ex foco ſuperiore ſpectatus æquabiliter incedere videatur; radiiſque ad focum hunc ductis, deſcribat angulos temporibus proportionales. His poſitis, & data ſpecie Ellipſeos quam Planeta deſcribit, Cl. Wardus elegantem oſtendit methodum Geometricam, qua ex data Anomalia media, vera eliciatur, quæ eſt ejuſmodi.

Sit

Sit ABP. Ellipsis, quam describit Planeta, Linea Apsidum AP, focus in quo Sol residet S, F superior focus, qui est centrum motus æquabilis. Sit angulus AFL tempori proportionalis, seu Anomalia media, erit L locus Planetæ in propria orbita, & angulus ASL Anomalia coæquata seu vera. Producatur FL ad E, ut sit FE æqualis Ellipseos Axi majori AP, unde cum FL & SL simul, ex natura Ellipseos eidem AP sint æquales, erit LE æqualis LS, & erit triangulum LSE isosceles, unde æquantur anguli E & ESL, & exterior angulus FLS eorum summæ æqualis, erit utriusvis duplus, seu duplus anguli LES. Quare in triangulo FES, ex datis EF, FS, & angulo EFS, qui est deinceps angulo AFF, dabitur angulus E, cujus duplus æqualis est angulo FLS, qui proinde dabitur, sed angulus AFL æqualis est duobus FSL, & FLS, unde FLS est Æquatio seu Prosthapheresis quæ ex Anomalia media sublata, vel eidem addita, dat Anomaliam veram. Q. E. I. *Wardi Methodus.* Tab. 37. *fig.* 6.

In resolutione trianguli EFS ex datis EF, FS, cum angulo EFS, Analogia est ½EF + ½FS : ½EF — ½FS :: , hoc est AS ad SP; ita tangens ½AFE ad Tangentem semissis differentiæ angulorum E & FSE, sed ob angulum E æqualem LSE angulo, est FSL differentia angulorum E & FSE; quare angulus qui ex analogia prodit duplicatus dabit angulum FSL, Planetæ Anomaliam veram. Praxis autem facillima est, nam cum AS & SP sint constantes & datæ quantitates, differentia Logarithmorum data erit; quare datus numerus ad Tangentem semissis Anomaliæ mediæ addendus est, & habebitur Tangens semissis Anomaliæ veræ. Porro in triangulo LFS, ex datis omnibus angulis una cum latere SF, invenietur LS distantia Planetæ à Sole. Tab. 38. *fig.* 1.

Est quidem hæc Wardi Hypothesis satis utilis approximatio, ad calculum enim abbreviandum inservit, est tamen non nisi approximatio, & veritatem non accurate attingit; ejus ratio sic patebit. Sit APB orbita Planetæ, AQB circulus, eidem circumscriptus. Arcus AQ Anomalia Excentrici, & AN Anomalia media tempori proportionalis. Ad centrum C ducatur NC, & à puncto Q recta QG illi *Hypothesis Wardi Approximatio est tantum. Approximationis ratio.*

parallela, erit angulus QGA æqualis NCA, & tempori proportionalis. Et erit CG fere æqualis CS, ſed illa aliquantulum minor. A foco S in QC cadat perpendicularis SF, erit hæc ut prius oſtenſum fuit, æqualis arcui QN, cujus ſinus eſt æqualis GO; ſed arcus QN cum parvus ſit, ejus ſinus erit fere eidem æqualis, unde GO erit fere æqualis SF, ſed illa aliquantulum minor. Sed triangula rectangula GOC & SFC ſunt æquiangula quam proxime; nam NCQ angulus differentia angulorum NCG & SCF parvus eſt; adeoque ob OG fere æqualem SF ſed illa aliquantulum minorem, erit CG fere æqualis CS, ſed illa aliquantulum minor. Focus igitur alter Ellipſeos ſupra punctum G exiſtet, ſed parum ab illo diſtat. Quod ſi ducatur PL ad QG parallela, Punctum L erit etiam ſupra C, ſed parum ab illo diſtans, unde punctum L & alter Ellipſeos focus coincidunt fere; ſed eſt angulus PLA æqualis NCA Anomaliæ mediæ; adeoque ſi à loco Planetæ in ſua orbita, ducatur linea ad ſuperiorem Ellipſeos focum, illa cum Ellipſeos Axe comprehendet angulum qui erit quam proxime tempori proportionalis.

Ubi anguli NCA & QCA vel SCF parum differunt, hoc eſt, ubi angulus NCQ exiguus eſt, & Excentricitas orbitæ parva, puncta G & L cum ſuperiore foco fere coincidunt. Adeoque hæc Theoria Telluris motui ſatis accurate reſpondet; ejus enim orbita parum à circulo recedit, aliis tamen Planetis, & ſpeciatim Marti, & Mercurio non æque congruit. Itaque Bulialdus ex quatuor locis Martis à Tychone obſervatis, oſtendit in primo & tertio Anomaliæ Quadrante, locum Martis in cælis eſſe promotiorem, quam per hanc Theoriam fieri debet. At in Quadrante ſecundo & quarto, Martis Anomaliam veram minorem eſſe, quam poſtulat hæc Hypotheſis, ejus itaque correctionem ſequentem adhibuit. Diametro AP, axi majoris Ellipſeos, deſcribatur circulus ADP, ſit AFL Anomalia Planetæ media, per L ducatur recta QLG, ad axem perpendicularis circulo occurrens in Q, juncta FQ occurret Ellipſi in Y, erit Y locus Planetæ Anomaliæ mediæ AFL reſpondens. Angulus autem Anomaliæ

Bulialdi correctio hujus Hypotheſis.

TAB. 37. *fig.* 6.

liæ mediæ correſpondens ſcil. angulus AFQ expedite invenitur, capiendo angulum cujus Tangens ſit ad Tangentem anguli AFL, ut ſemiaxis major Ellipſis ad ſemiaxem minorem. Ex dato autem angulo, AFQ vel AFY, ſimiliter ut prius ex AFL invenitur Anomalia vera ASY.

Calculi quos ſupra expoſuimus, ſupponunt orbitarum ſpecies & Excentricitates ſicuti & poſitiones eſſe datas. In reliquis Planetis, rationem qua determinantur orbitæ, poſt hæc docebimus; in Tellure autem, ejus orbitæ ſpeciem & poſitionem ſequentibus methodis inveſtigamus.

Orbitæ Telluris ſpecies determinatur.

Primo obſervetur Solis diameter, & motus apparens; quando enim Terra eſt in Aphelio, Diameter Solis videtur omnium minima; cum Terra ibi maxime à Sole diſtet; in Perihelio, Soli maxime appropinquans Terricola, ejus diametrum maximam conſpiciet. Terræque à Sole diſtantiæ ſunt diametris apparentibus reciproce proportionales; recta quælibet SP exponat diſtantiam Telluris à Sole in Perihelio: fiat ut diameter Solis in Aphelio ad diametrum in Perihelio apparentem, ita PS recta ad SD quæ ſit in SP producta, hæc exponet diſtantiam Aphelii: biſecetur PD in C, erit CS Excentricitas orbitæ & C centrum Ellipſeos. Foco S & axe majore PD deſcribatur Ellipſis, erit illa ejuſdem ſpeciei cum ea, in qua movetur Tellus circa Solem. Ecliptícæ autem punctum ubi diameter Solis maxima apparet; & oppoſitum ubi minima, poſitiones Apſidum oſtendent. Sed quoniam diameter Solis tam in Aphelio quam in Perihelio per aliquot dies vix mutari videtur, difficile admodum erit, poſitionem Apſidum per obſervationes Solaris diametri determinare. Ideo ſatius erit Aphelii & Perihelii diſtantias & poſitiones per obſervationes motus Solis elicere. Nam velocitas Telluris angularis, eique æqualis Solis apparens, eſt ſemper reciproce ut Quadratum diſtantiæ ſuæ à Sole, uti ſuperius à nobis demonſtratum fuit. TAB. 38. *fig.* 2.

Quo itaque ſpecies Ellipſeos, in qua Tellus movetur, determinetur, obſervanda eſt velocitas Solis apparens maxima & minima in Ecliptica; minima dicatur A & maxima B; & recta quælibet SP exponat diſtantiam Perihelii. Fiat TAB. 38. *fig.* 3.

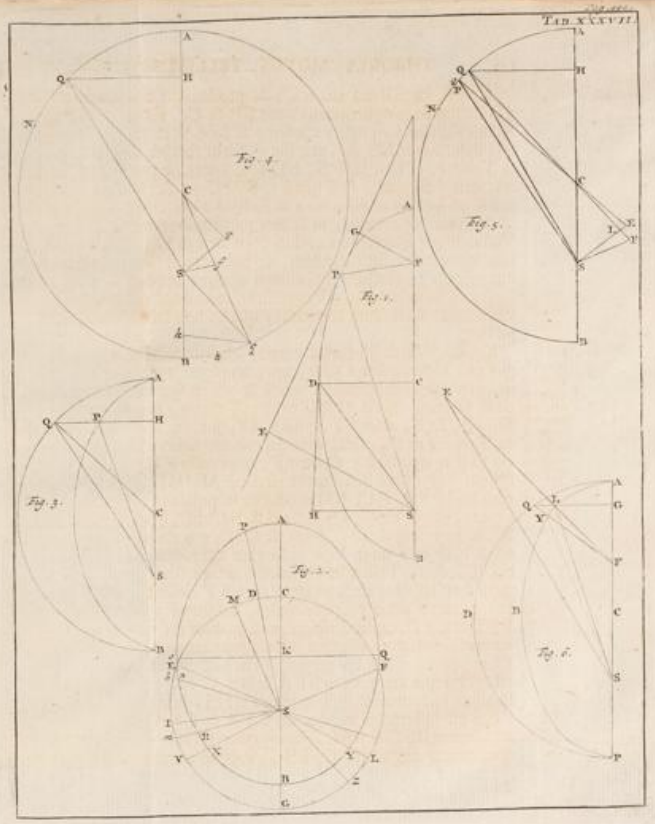
ut A ad B ita SP ad aliam C; & producatur SP ad D ut SD ſit media proportionalis inter SP & C. Exponet hæc linea diſtantiam Aphelii, adeoque ſi foco S & axe majore SD deſcribatur Ellipſis, erit illa ejuſdem ſpeciei, cum orbita Telluris. Nam ob PS, SD & C continue proportionales, erit PS quad. : DS quad. :: SP : C :: A : B. Præterea ſi obſerventur Solis loca in Ecliptica ubi ejus velocitas eſt maxima & minima, in iiſdem punctis locantur Apſides. Vel denique ſi obſerventur duo Solis loca in Ecliptica, ubi ejus velocitates ſunt æquales, & biſecetur arcus Eclipticæ interceptus, punctum biſectionis ejuſque oppoſitum loca Apſidum monſtrabunt. Verum hæc methodus poſtulat obſervationes admodum accuratas, quales non facile obtineri poſſunt.

Per Wardi Theoriam optime determinatur orbitæ Telluris ſpecies & Poſitio.

Ex Cl. Wardi Theoria, certior elicitur methodus, qua per tres obſervationes Solis, temporumque intervalla notata, una opera determinari poteſt & orbitæ ſpecies, & Apſidum Poſitio, Sit ABPDC orbita Telluris, focus in quo Sol eſt, ſit S, alter F, Apſides AP, ſintque BCD tria loca Telluris in Ecliptica, quæ dantur ex obſervatis Solis locis iiſdem oppoſitis. Centro F, intervallo FM æquali Ellipſeos Axi majori deſcribatur circulus MHEL, cui occurrunt rectæ FB, FC, FD productæ in punctis G, H, E; ducantur quoque ex foco S rectæ SB, SC, SD, item SG, SH, SE; dantur anguli BSC, BSD, & CSD, eos enim metiuntur arcus Eclipticæ inter loca obſervata intercepti, ſed cum in hac Theoria, Tellus in Perimetro orbitæ ſuæ, ea lege feratur, ut angulos circa alterum focum F deſcribat temporibus quamproxime proportionales, dabuntur anguli BFC, BFD & CFD, capiendo ſingulos ad quatuor rectos, ut tempus inter obſervationes elapſum, ad integrum tempus Periodicum. Porro quoniam duplex anguli FGS, hoc eſt, angulus FBS, eſt differentia angulorum BFA & BSA, hoc enim ſupra oſtenſum fuit; item, duplex anguli FHS, hoc eſt, angulus FCS eſt differentia angulorum CFA & CSA; differentia angulorum BFC & BSC, erit æqualis 2FGS + 2FHS; ſed quia dantur anguli BFC, BSC, dabitur eorum differentia,

TAB. 38 *fig.* 4.

qua-


Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 2.
Fig. 6.

quare dabuntur angulorum FGS & FHS ſumma. Eſt autem angulus FGS differentia angulorum BFA & GSA; & angulus FHS eſt differentia angulorum HFA & HSF; quare anguli FGS & FHS, æquales erunt differentiæ angulorum BFC & GSH: ſed dantur anguli BFC & ſumma angulorum FGS & FHS, quare dabitur angulus GSH; eodem modo, dabitur GSE angulus. Similiter eſt duplex FES differentia angulorum DFA & DSA; item duplex FHS differentia angulorum CFA & CSA; unde 2 ang. FES--2 PHS, erunt æquales differentiæ angulorum CFD, CSD; ſed dantur anguli CFD, CSD, unde dabitur ſemiſſis differentia eorundem, ſcil. angulus FES--FHS; ſed angulus FES--FHS, eſt differentia angulorum CFD & HSE; ſed datur angulus CFD, & FES--FHS quoque datur; quare dabitur angulus HSE; dantur itaque omnes anguli ad focum F, ſcil. BFC, BFD, & CFD, dantur etiam omnes anguli ad focum S, ſcil. BSC, BSD, CSD, item GSH, GSE, & HSE; hiſce præmiſſis.

Exponatur SH per numerum quemlibet, *v. gr.* 100000. Producatur ES donec peripheriæ circuli occurrat in L, jungantur HL, LG, & HG; in triangulo HSL, datur angulus HSL complementum anguli noti ESH ad duos rectos, item angulus SLH ſemiſſis anguli EFH, *per* 20. *El.* 3. datur etiam latus HS 100000, quare dabitur SL; unde in triangulo SLG, datur angulus LSG qui eſt deinceps angulo noto ESG & angulus SLG ſemiſſis anguli EFG, *per* 20. *El.* 3. item latus SL, quare dabitur latus SG. In triangulo HSG dantur latera HS, SG, & angulus HSG quare dabitur latus HG, & angulus SHG. In triangulo iſoſcele HFG, datur angulus HFG, & baſis HG, quare invenietur HF æqualis Axi majori Ellipſeos, & angulus GHF, quo ab angulo SHG ablato, dabitur angulus FHS. Denique in triangulo FHS, ex datis FH, HS, & angulo FHS, invenietur SF Excentricitas orbitæ, & angulus HSF; à quo ſi ſubtrahatur HSC angulus æqualis FHS, reſtabit CSF angulus, qui Axis poſitionem & loca Apſidum oſtendet.

Hæc methodus ſupponit angulos ad focum ſuperiorem F

descriptos esse temporibus proportionales, quod verum non est, at in Telluris orbita, parum Excentrica, anguli ad focum superiorem revera descripti, tam parum differunt ab iis, qui sunt temporibus proportionales, ut nullus exinde potest oriri sensibilis error in determinanda specie & positione orbitæ.

Vir celeberrimus Edmundus Halley, quem, ob præclara in Astronomia inventa, omnis laudabit posteritas, methodum excogitavit nulli motus Theoriæ aut Hypothesi innixam, qua solummodo per observationes, orbitæ Telluris species atque positio determinetur.

Tab 38. fig. 5. Sit S Sol, ABCD orbis Terræ, P Planeta Mars (qui in hanc rem plurimis de causis longe est præferendus) Primo observetur verum tempus & locus, quo Mars opponitur Soli, tunc enim Sol & Terra coincidunt in linea recta cum Marte, vel (quod fere semper accidit) si habuerit Latitudinem, cum puncto, ubi perpendicularis à Marte in planum Eclipticæ incidit. Sic in figura S A & P puncta sunt in linea rectà; cum autem Martis Periodus constat diebus 687, post illud tempus ad idem punctum P, è Sole conspicietur; ubi in priore observatione Soli opponebatur. Terra vero cum non revertatur ad A nisi post 730½ dies, cum Mars est denuo in P, punctum B tenebit, Solemque in linea S B, Martem vero in linea P B respiciet, ex observatis locis Solis & Martis, omnes anguli trianguli B P S dantur, & suppositio P S constare partibus 100000; in iisdem partibus invenietur distantia S B, ejusque positio: pari ratione post alteram Martis Periodum, Terra existente in C, invenitur Longitudo lineæ S C, ejusque positio, nec dissimiliter linea S D, & ejus positio invenietur. Sic ergo diventum erit ad hoc Problema Geometricum; datis tribus lineis in uno Ellipseos foco coeuntibus, tam Longitudine quam positione, invenire Longitudinem transversæ diametri, ejus positionem & focorum distantiam. Quod Problema expedire docent Geometræ, & quo pacto constructur, nos quoque in sequentibus ostendemus.

LECTIO XXV.

De Temporis Æquatione.

LIcet Tempus in ſua natura abſolute quantum ſit, præcipuas Quantitatis affectiones, æqualitatem ſcil. inæqualitatem & proportionem admittens, ut tamen ejus quantitas a nobis cognoſcatur, advocandum eſt motûs ſubſidium, tanquam menſura, qua temporum quantitates æſtimemus, & inter ſe conferamus; adeoque tempus ut Menſurabile motum connotat. Si enim res omnes immotæ perſtarent, nullo pacto quantum effluxiſſet temporis, poſſumus percipere, ſed rerum ætas indiſcreta laberetur. *Motus Temporis menſura.*

Cæterum quia tempus æquo ſemper fluit tenore, is motus ejus quantitati menſurandæ maxime accommodatus cenſetur, qui in ſe ſumme ſimplex & uniformis eſt, & æqualiter ſemper progreditur, adeo ut mobile ejus vi incitatum (ſaltem quoad ad motus ſui Periodos) æqualem conſtanter impetum ſervet, & per æquale ſpatium æquali tempore decurrat. *Propria Temporis menſura eſt motus Uniformis.*

Ad communem uſum eligendus eſt motus aliquis maxime notabilis, cunctis obvius & in omnium oculos incurrens, qualis eſt ſiderum motus, imprimis Solis & Lunæ, qui proinde non tantum communi generis humani ſuffragio, ad hoc ſuffectus, ſed Divino Creatoris noſtri conſilio, nobis datus eſt huic uſui; à Deo enim pronunciatum legimus. *Fiant Luminaria in Firmamento, & dividant diem ac noctem, & ſint in ſigna & tempora, & Dies & Annos.* Per motus itaque cæleſtes, & præcipue illum Solis apte diſtinguuntur tempora. Quare *Solis & Lunæ motus tanquam idonea temporis menſur nobis dati.*

Solem quis dicere falſum
Audeat.

Audent hoc Aſtronomi, qui ſubtili indagine deprehenderunt, Solis motum uniformem non eſſe, ſed illum nunc gradum remittere, nunc accelerare obſervant; adeoque tempus verum quod æquabiliter ſemper fluit, non poteſt accurate per ejus motum connotari.

Hinc

Distinctio inter Tempus Apparens & verum.

Hinc Tempus quod Sol motu suo commonstrat, quodque apparens dicitur, diversum erit ab illo quod æquabili semper labitur tenore, & ab Astronomis verum & æquale vocatur; ad cujus normam omnes motus cæleſtes sunt ordinandi. Nam ex inæquali Solis motu, ejusque via ad Æquatorem obliqua, sequitur, quod neque dies neque horæ erunt inter se æquales, uti hac ratione ostendemus.

Dies Solaris æqualis est illi temporis spatio quod labitur, dum per rotationem Telluris circa suum Axem, Planum alicujus Meridiani à centro Solis digrediens volvitur, usque dum ad idem recurrit. Seu est tempus inter unam Meridiem & illam quæ proxime sequitur. Si Telluri nullus alius competeret motus, præter illam circa Axem rotationem, dies omnes Solares essent inter se & revolutioni Telluris præcise æquales. Sed quia interea dum Tellus circa Axem rotatur, in propria etiam orbita versus orientem progreditur, cum Meridianus aliquis integram revolutionem compleverit, non tamen ejus planum per Solem transibit, uti sequenti figura manifestum fiet. Sit enim S Sol, AB portio orbitæ Telluris, linea MD designat Meridianum aliquem cujus planum productum per Solem transit, cum Terra est in A. Progrediatur deinde Tellus in sua orbita per arcum AB ad B, in tempore quo completur una Revolutio Telluris circa Axem, unde ob absolutam revolutionem, Meridianus MD erit in situ *m d* ad priorem ejus situm parallelo, adeoque nondum per Solem transibit, neque incolis qui sub Meridiano illo degunt, fiet Meridies, sed opus est ut motu angulari *d* B *f* ulterius feratur, ut per Solem transeat. Exinde fit ut dies omnes Solares sunt una revolutione Telluris circa Axem longiores. Si Meridianorum plana seu Axis Telluris, ad planum orbitæ normaliter insisterent, & Tellus æquabili semper motu orbitam suam decurreret, post peractam à Meridiano aliquo revolutionem, ob *m d* ad MD parallelam, angulus *d* B *f* esset æqualis angulo B S A, & arcus *d f* similis arcui AB, & ob tempora semper æqualia, arcus A B & proinde angulus *d* B *f* esset sibi semper æqualis, & proinde dies omnes Solares æquales sibi invicem essent, tem-

Tab. 38 fig. 6.

Ostenditur dies Solares esse inæquales.

tempuſque apparens cum æquabili congrueret. Verum horum caſuum neuter obtinet in natura locum, nec enim terra æquabiliter orbitam ſuam decurrit, ſed in Aphelio minorem arcum, in Perihelio majorem, æquali tempore deſcribit, præterea Meridianorum plana non ſunt ad Ecliptícam, ſed ad Æquatorem normalia; adeoque motus angulares *dBf* qui præter revolutionem integram ſpatio diei Solaris accedunt, per arcum AB menſurari non debent, & utraque de cauſa, inter ſe inæquales hi anguli erunt; dieſque Solares inæquales efficiunt.

Idem ex Solis motu apparenti oſtenditur.

Sed hoc fortaſſe, Auditores, clarius vobis eluceſcet, ſi à reali Telluris motu, ad apparentem Solis tranſeamus, is enim pro menſura temporis apparentis nobis datus eſt; ſciendum itaque diem Naturalem ſeu Solarem eſſe illud temporis ſpatium, quo per revolutionem primi mobilis apparentem, tota Æquatoris circumferentia ſucceſſive per Meridianum tranſit, & inſuper arcus ejuſdem reſpondens motui Solis apparenti in orientem interea facto.

Arcus Æquatoris diurni non ſunt æquales arcubus Ecliptícæ diurnis. TAB. 38. *fig.* 7.

At arcus Æquatoris tranſiens per Meridianum cum arcu Eclipticæ diurno non eſt illi ſemper æqualis, ſed eo modò major, modò minor, etiamſi Solis motus in Ecliptica æquabilis eſſet, quod oritur ex obliqua Eclipticæ ad æquatorem poſitione, uti patet ex adjuncta figura. Sit ♈♋ Quadrans Eclipticæ; ♈E Quadrans æquatoris, Arcus ♈A ſit unius gr. qui eſt quamproxime æqualis motui Solis diurno in Ecliptica, nam motu medio arcum 59′: 8″ deſcribit quotidie Sol: ſitque AB Arcus circuli declinationis per Solem transiens inter Eclipticam & Æquatorem interceptus. In triangulo ♈BA rectangulo, ex datis ♈A, 1. gr. & angulo A♈B inclinatio Eclipticæ cum Æquatore 23°. 30°. Invenietur latus ♈B, 54′. 1″. ſit deinde arcus Eclipticæ ♈C, 89°, ex illo elicietur arcus Æquatoris ♈D, 88°. 54′: 34″. At quando arcus ♈♋ fit 90°, arcus Æquatoris ♈D illi reſpondens eſt etiam 90, unde erit arcuum ♈E, ♈D differentia DE. 1°: 5′: 26″; Arcuum itaque ♈B, DE differentia erit 10′. 25″. licet arcus Eclipticæ ♈A & C♋ quibus reſpondent, ſint æquales. Ex quo manifeſtum eſt æqualibus Eclipticæ arcubus inæ-

Oſtenditur prima inæqualitatis dierum cauſa.

quales Æquatoris arcus reſpondere, & conſequenter arcus Æquatoris diurnos qui per Meridianum tranſeunt & diem Solarem metiuntur eſſe inter ſe inæquales.

Secunda inæqualitatis dierum cauſa.

Sed non naſcitur, ex hac unica cauſa, diurnorum arcuum Æquatoris inæqualitas, nam ipſe Solis motus in Ecliptica apparens inæquabilis eſt. Tardiuſque incedit diutiuſque commoratur Sol in ſignis Borealibus, quam in Auſtralibus per octo integros dies, unde etiamſi nulla eſſet viæ Solaris obliquitas, ex hac ſola cauſa arcus Æquatoris diurni æquales eſſe non poſſunt; adeoque multo magis ſe prodit dierum inæqualitas, cum ad id concurrunt duæ prædictæ cauſæ, Solis ſcil. inæquabilis motus, & Eclipticæ obliquitas, quæ licet interdum ſibi mutuo officiunt, & inæqualitatem minuunt, ut fit quando arcus diurni Æquatoris decreſcunt propter obliquitatem Eclipticæ, ſed creſcunt propter acceſſum Solis ad Perigeum, aut contra, aliquando tamen concurrunt ad inæqualitatem augendam, & neutra illarum ab altera pendet, ſed utraque ſuum ſigillatim ſortitur effectum.

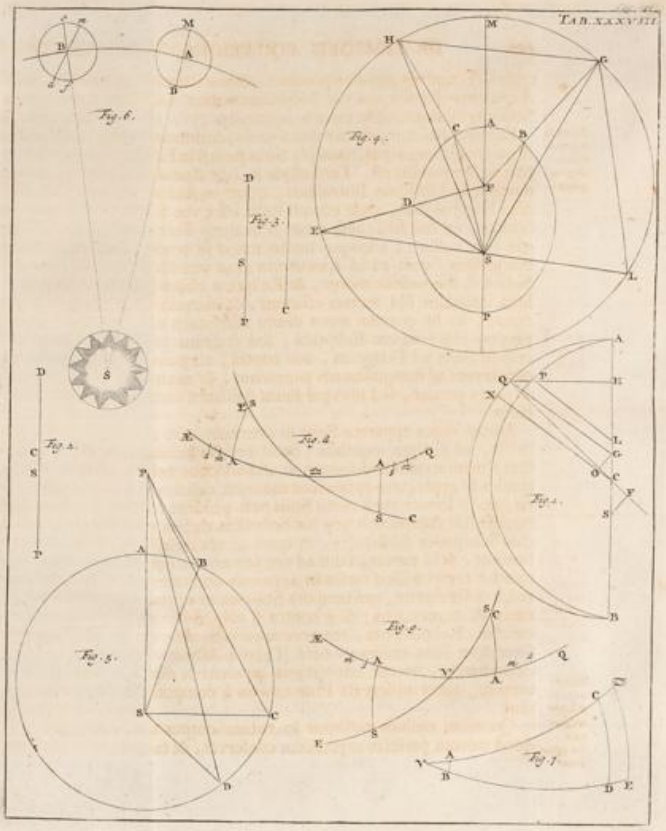
Motus itaque apparens Solis in orientem cum inæquabilis ſit, ad tempus æquabile (quod eodem tenore ſemper fluit) menſurandum idoneus non eſt; adeoque nec dies naturales & apparentes aptæ erunt motuum cæleſtium menſuræ, de iis loquor qui à motu Solis non pendent. Ideoque neceſſe fuit Aſtronomis pro his Solaribus diebus alios medios & æquales ſubſtituere, in quos motus cæleſtes diſtribuerent, & hi motus, cum ad tempus æquale ſint collecti, oportet tempus illud rurſus in apparens convertere, ut à nobis obſerventur, qui tempora Solis motu apparenti metimur & numeramus; & è contra ſi aliquid Phænomenon cæleſte, Eclipſis puta, tempore apparente obſervetur, & ſecundum illam obſervationem Tabulæ Aſtronomicæ ſunt examinandæ, neceſſe erit tempus apparens in æquale convertere, aliter obſervata Phænomena à computatis differ-

Determinatio dierum mediarum ſeu aqualium.

rent.

Quoniam nullum novimus in natura corpus naturale, quod motum perfecte æquabilem conſervat, & talis tamen

mo-


Fig. 6.
Fig. 4.
Fig. 3.
Fig. 2.
Fig. 5.
Fig. 4.
Fig. 2.
Fig. 1.

motus ſolus idoneus eſt ad dies horaſque æquales connotandas. Convenit ut fingamus aliquod ſidus quod in Æquatore verſus orientem ſemper incedat, & motum ſuum nuſquam intendat aut remittat, ſed uniformiter Æquatorem percurrat eodem præciſe tempore quo Sol Eclipticam deſcribere videtur. Talis ſideris motus tempus æquale & verum rite repræſentabit, ejuſque motus in Æquatore diurnus eſſet 59′: 8″. Qualis ſcil. eſt motus medius Solis in Ecliptica, & proinde dies æqualis & medius per appulſum hujus ſideris ad Meridianum determinatus, æqualis erit tempori quo tota circumferentia Æquatoris ſeu gradus 360 per Meridianum tranſeunt, & inſuper 59′: 8″, cumque hoc additamentum ſemper idem maneat, dies omnes medii erunt inter ſe æquales.

Æquatio Temporis quid?

Cum Sol inæqualiter ſecundum Æquatorem, orientem verſus promoveatur, aliquando citius hoc ſidere Meridianum attinget, aliquando ſerius ad eundem appellet. Et differentia eſt illa quæ inter tempus apparens & æquabile intercedit. Differentia autem hæc nota erit, ex datis in Æquatore loco ſideris, & puncto, quod una cum Sole ad Meridianum pervenit. Arcus enim interceptus ſi in tempus convertatur, oſtendet differentiam, quæ eſt inter tempus apparens & æquale. Hæc Differentia dicitur *Temporis Æquatio*, eſtque Tempus illud quod labitur dum Arcus Æquatoris inter punctum definiens Solis Aſcenſionem Rectam & locum ſideris ficti interceptus per Meridianum tranſit.

Quando tempus apparens præcedit verum. TAB. 38. *fig.* 8. 9.

Sit ÆQ Æquinoctialis circuli portio, EC Ecliptica, in qua ſit S locus Solis verus in Ecliptica, SA Declinationis circulus per Solem tranſiens Æquatori occurrens in A, erit A punctum Æquatoris quod ſimul cum Sole ad Meridianum pervenit. Sit *m* locus ſideris medio motu in Æquatore progredientis, & cum Sol ad Meridianum pervenerit ſidus fictum ab illo diſtabit arcu *m*A. Quod ſi punctum *m* ſit puncto A orientalius, ſerius Meridianum attinget quam A, Tempuſque apparens præcedet medium ſeu æquale. At ſi punctum *m* ſit ad occidentem puncti A, citius illud ad Meridianum revertitur, eritque tempus apparens æquabili poſterius.

Quando ſequitur verum.

sterius. Arcus autem Æquatoris A*m* in tempus conversum est æquatio temporis, quæ addenda est tempori apparenti aut ab illo subtrahenda, prout punctum *m* orientalius est aut occidentalius puncto A, ut fiat Tempus æquabile. Ut situs puncti A respectu ipsius *m* & arcus A*m*, quantitas dignoscatur, capiatur in Æquatore arcus ♈*s* vel ♎*s* æqualis arcui ♈S vel ♎S in Ecliptica, unde arcus *sm* æqualis erit distantiæ inter Solis locum verum & medium, quæ proinde ex dato Anomaliæ gradu dabitur: Arcus vero A*s* est differentia inter trianguli rectanguli ♈SA Hypotenusam ♈S & ejusdem basim ♈A & ea per Trigonometriam etiam dabitur. Est præterea arcus A*m* æqualis summæ vel differentiæ arcuum A*s*, *sm*, quæ proinde ex illis notis dabitur.

Æquatio Temporis duabus constat partibus.

Harum partium effectus sigillatim explicantur.

Porro animadvertendum est, in primo & tertio Ecliptice Quadrante, punctum *s* cadere ad orientem respectu puncti A; adeoque arcum A*s* in tempus conversum ablatitium esse, serius enim ad Meridianum appellit punctum *s* quam A. In secundo autem & quarto Eclipticæ quadrante, punctum *s* cadit ad occidentem puncti A, ideoque citius per Meridianum transit quam A & proinde arcus A*s* in tempus conversus, adjectitius & tempori apparenti addendus est, ut habeatur tempus quo punctum *s* Meridianum attingit. Sit *v. gr.* Arcus A*s* 2 gr. ut fit, quando Sol tenet vicesimum Arietis gradum, hic arcus in tempus conversus est scrup. 8, adeoque tempori apparenti adjiciendi sunt scrupuli 8, ut habeatur tempus quo punctum *s* Meridianum tenet.

Porro in Primo Anomaliæ Solis semicirculo, hoc est, dum Sol in præsenti seculo tendit â septimo gradu ♋ ad septimum Capricorni, medius Solis motus major est ejus motu vero; adeoque locus Solis medius præcedit ejus locum verum, unde in toto hoc semicirculo punctum *m* erit ad orientem puncti *s* & arcus *ms* in tempus conversus detrahendus est à tempore quo punctum *s* Meridianum tenet. At in altero Anomaliæ semicirculo scil. postquam Sol Perigeum reliquerit, motus medius minor est vero, & locus

So-

Solis medius verum ſequitur, unde punctum *m* cadet ad occidentem puncti *s*, illudque citius hoc ad Meridianum appellet, & propterea arcus *m s* in tempus converſus adjiciendus eſt tempori in quo *s* Meridianum occupat. Dato autem temporis intervallo inter appulſus punctorum *m* & *s* ad Meridianum, item intervallo inter appulſus punctorum *s* & A ad eundem, dabitur intervallum temporis inter appulſus puncti *m* & puncti A ad Meridianum; hoc eſt, dabitur intervallum temporis apparentis & veri ſeu æqualis, Quod eſt temporis Æquatio.

Ad Tempus perpetuo æquandum, Artifices condunt duplicem tabulam, una pro arcu *s m* quæ cum Anomalia Solis eſt adeunda, & ſi punctum *m* ſit ad occidentem puncti S, notant Æquationem ſigno additionis, ſin ſecus, apponunt ſignum ſubductionis. Altera tabula conſtruitur pro arcu SA quæ eſt differentia inter locum Solis in Ecliptica & ejus Aſcenſionem Rectam cujus Æquationes ſimiliter notantur ſigno Additionis vel Subductionis, prout punctum *s* eſt ad occidentem vel orientem puncti A, harum Æquationum ſumma, ſi utraque fuerit ejuſdem affectionis; hoc eſt, ſi ſimul adjectitiæ fuerint vel ſimul ablatitiæ; vel differentia, ſi fuerint diverſæ affectionis, componit abſolutam temporis Æquationem. *Duæ Æquationum Tabulæ.*

Conſtruunt etiam tabulam Artifices ex harum utraque compoſitam, quæ temporanea tantum eſt & uni circiter ſeculo ſine ſenſibili errore inſerviens, nam per unum fere ſeculum idem Anomaliæ Solis gradus, in eundem Eclipticæ gradum incidit; adeoque pro ſpatio quinquaginta annorum, Æquationes duæ in unam componi poſſunt. Sed ob motum Præceſſionis Æquinoctiorum, Apogeon Solis, ſeu potius Aphelion Terræ, locum ſuum in Ecliptica mutat, & in orientem una cum fixis progreditur; adeoque diverſis ſeculis, idem Anomaliæ gradus ad diverſa Eclipticæ puncta referentur, & proinde una Tabula pro omnibus ſeculis non ſufficiet. *Tabulæ Æquationis Temporis.*

Sidus fictum, cujus motus tempus æquabile metitur, ſemper verſus orientem uniformiter progreditur. At punctum *Quando dies Solares incipiunt fieri mediis longiores.*

A quod Solis Aſcenſionem rectam definit, & tempus apparens connotat, ultra citraque punctum *m* libratur, & nunc ad orientem, nunc ad occidentem Sideris ficti aliquando etiam cum illo coincidens invenitur; unde quando puncti A motus relativus reſpectu iſtius Sideris ſit verſus orientem, punctum A magis in orientem promovetur quam ſidus, & dies fiunt mediis longiores: nam quo celerius verſus orientem tendit punctum A, eo dies Solares fiunt longiores, nam præter revolutionem cæli integram, majus eſt additamentum arcûs quod diei Solari accedit, ob majus ſpatium verſus orientem confectum. Hinc ſequitur, quod quamprimum motus relativus puncti A incipit fieri verſus orientem, dies Solares incipient quoque fieri mediis longiores; de motu relativo loquor qui fit reſpectu Sideris *m*, nam ejus motus abſolutus ſemper fit verſus orientem. At quando punctum A ultra *m* verſus orientem delatum rurſus ad Sidus *m* accedere incipit, ejuſque reſpectu ad occidentem tendere, tunc fiunt dies Solares mediis breviores; ubi autem maxime à Sidere *m* ad orientem aut occidentem receſſerit A, ibi dies Solares fiunt mediis æquales, & in illis punctis maximæ fiunt Temporis Æquationes. Ubi autem motus puncti A verſus orientem fit velociſſimus, ibi dies fiunt omnium longiſſimi. Quo autem in puncto, motus hic fit tardiſſimus, hoc eſt, ubi motus relativus verſus occidentem maximus eſt, ibi dies ſunt breviſſimi.

Quando mediis æquales fiunt.

Quibus Anni temporibus fiunt maxime Æquationes.

In hoc noſtro ſeculo, cum Sol 10. gr. Scorpionis tenet, punctum A à Sidere *m* maxime diſtat verſus occidentem, ejuſque diſtantia eſt 4. gr. ſcrup. 2. ſecund. 45. & proinde æquatio maxima eſt minut. horar. 16. ſecund. 11. Inde incipiunt dies Solares creſcere; uſque dum Sol ad gradum Aquarii $22\frac{1}{2}$ pervenit. Ubi maxime in orientem promotum eſt punctum A, & à Sidere *m* diſtat gr. 3. ſcrupl. prim. $42\frac{1}{2}$. Et maxima temporis Æquatio eſt 14′:50″. Exinde motus relativus puncti A eſt verſus occidentem, uſque dum Sol gradum Tauri 24^{tum} attingit, ubi punctum A eſt 1. gr. min. $1\frac{1}{2}$ Sidere *m* occidentalius; & Æquatio temporis maxima eſt 4′:6″, exinde rurſus verſus orientem recedit punctum A; uſ-

usque dum Sol occupat Leonis gradum 3½, ubi ab *m* distat gr. 1. minutis 28½ & Temporis Æquatio est 5. min. 53. sec. inde demum motus ejus est versus occidentem; usque dum Sol ad grad. Scorpionis 10. pervenerit, ex quo ad orientem continuo tendet punctum A. Patet porro quotiescunque puncta A & *m* coincidunt, coincidere quoque tempus apparens & medium.

Hinc si habeatur Horologium Automaton affabre elaboratum, & Pendulo instructum, cujus motus ad tempus æquale seu medium ordinatur, & Index simul cum tempore æquali congruat. Horologium hoc diversam semper à Sole monstrabit horam, præterquam quater in anno. Scil. circa diem Aprilis quartum, Junii sextum, Augusti vicesimum, & Decembris decimum tertium. Aliis omnibus temporibus, Hora Horologii Solarem vel antecedet, vel sequetur; circa autem Octobris diem vicesimum tertium, omnium maxime à Sole differt, ubi ejus motus Solari lentior erit minutis 16. secund. 11.

Si quæratis, in quibus punctis, Æquationes Temporis fiunt maximæ. Hujus Problematis solutionem nobis impertivit celeberrimus *Halleius*, vir ob præclara inventa, nunquam ab Astronomis sine honore nominandus, ad quam solutionem sequentia præmittimus.

LEMMA.

Si figura plana in planum aliquod Orthographice projiciatur, quod fit demittendo à singulis ejus punctis in planum subjectum perpendiculares. Figuræ in plano projectio erit ad ipsam figuram, ut Cosinus Inclinationis planorum ad radium.

Nam figura quævis potest resolvi in parallelogramma vel triangula, quorum bases sunt parallelæ communi planorum sectioni, adeoque erunt parallelæ plano in quod projiciuntur, unde bases & earum projectiones erunt sibi ipsis æquales & parallelæ, uti à nobis in Lect. XIII. ostensum fuit. Sed perpendiculares à verticibus triangulorum in bases demissæ, sunt etiam ad communem planorum sectionem perpendiculares, *per* 29. *El.* 1. Et proinde perpendicularium ad planum inclinatio æqualis est inclinationi planorum ad se invicem,

cem. Harum itaque perpendicularium projectiones ſunt ad ipſas perpendiculares, ut *Coſinus* inclinationis planorum ad radium. Quodlibet igitur triangulum vel parallelogrammum projicitur in aliud, cujus baſis eſt æqualis baſi ipſius trianguli aut parallelogrammi quod projicitur, & cujus altitudo eſt ad altitudinem trianguli, ut Coſinus inclinationis Planorum ad Radium. Sed triangula & parallelogramma quorum baſes ſunt æquales, ſunt ut perpendiculares à verticibus in baſes demiſſæ. Projectio igitur trianguli cujuſlibet eſt ad ipſum triangulum in data ratione; adeoque omnium triangulorum Projectiones (hoc eſt totius figuræ Projectio) ſunt ad omnia triangula, in quæ reſolvitur figura, in eadem ratione, ſcil. ut Coſinus inclinationis Planorum ad Radium.

Si orbita Telluris Orthographice, demiſſis perpendicularibus in planum Æquatoris, projiciatur: Projectio fiet Ellipſis, in cujus peripheria ſemper movetur punctum quod eſt extremitas lineæ à Tellure in planum Æquatoris perpendiculariter demiſſæ; & hoc punctum motu ſuo ſignabit Telluris Aſcenſionem rectam, ſeu motum ejus ſecundum Æ-
TAB. 39. quatorem è Sole viſum, cui ſemper æqualis eſt Solis Aſcen-
fig. 1. ſio recta è Tellure viſa. Sit ♈ A ♎ C Ellipſis in quam projicitur orbita Telluris, S punctum in quod Solis centrum projicitur; ♈ S ♎ communis ſectio Æquatoris & Eclipticæ, A punctum quod perpendiculum à Tellure Ellipſi offendit, erit ♈ S A angulus quem metitur Solis Aſcenſio recta. Dico jam punctum illud A, quod ſignat motum Aſcenſionis rectæ, ita in Ellipſi ♈ A ♎ C moveri, ut deſcribat circa S Areas temporibus proportionales. Dato enim tempore, moveatur A per arcum Ellipticum AB, ducantur AS, BS, & trilineum A S B erit projectio correſpondentis Areæ quam Terra in plano Eclipticæ circa Solem eodem tempore deſcribit. Et proinde erit Projectio ASB ad Aream correſpondentem in orbita Telluris, ut Coſinus Inclinationis Æquatoris & Eclipticæ ad Radium; ſed in eadem ratione eſt tota Area Elliptica ♈ A ♎ C ad totam orbitam Telluris, unde permutando, erit trilineum ASB ad totam Aream Ellipticam, ♈ A ♎ C, ut Area in orbita Telluris circa Solem deſcripta

ad

ad totam orbitam Telluris, hoc est, ut tempus quo describitur Area illa in orbita Telluris, vel quo describitur trilineum ASB in projectione, ad tempus Telluris Periodicum, vel tempus quo describitur tota Ellipsis ♈ A ♎ C. Eâ itaque ratione circa punctum S movetur punctum A ut describat Areas temporibus proportionales.

Iisdem positis, centro S, intervallo SA, quod sit medium proportionale inter Ellipseos semiaxem majorem & minorem, describatur circulus, ejus Area æqualis erit Areæ Ellipseos uti ex Conicis demonstrare facile est. Circulus hic Ellipsim secabit, in quatuor punctis E, F, G, H. Hæc puncta ostendent Ascensiones Solis Rectas, ubi Temporis Æquationes fiunt maximæ. In Peripheria circuli moveri concipiatur punctum aliquod M uniformiter, ejus motus Sideris nostri ficti *m* (*fig.* 8. 9. *Tab* 38.) motum repræsentabit, & describet circa punctum S sectores circulares temporibus proportionales Cumque Area totius circuli sit Areæ totius Ellipseos æqualis, erunt Areæ sectorum circuli & Areæ Ellipticæ circa S temporibus æqualibus descriptæ semper æquales. Ponamus itaque punctum M in Peripheria circuli, & punctum in Peripheria Ellipseos signans Solis Ascensionem rectam simul in recta SM incidere, quæ puncta postea sint in *m* & A, erit Area LSA Elliptica æqualis Areæ circulari MS *m*; cumque arcus M *m* sit extra Ellipsim, erit angulus MS *m* minor angulo MSA, quorum angulorum differentiam metietur arcus *m* A, qui est Temporis Æquatio. Cum punctum signans Ascensionem rectam ad intersectionem circuli Ellipseos pervenerit, ibi ejus motus circa Solem angularis æqualis erit motui puncti *m*. Sint enim Areæ *m*S*u*, ASF temporibus quam minimis simul descriptæ, erunt illæ æquales: adeoque arcus *q*F ductus in SF æqualis erit arcui *mu* ducto in S*m*, unde ob æquales SF, S*m*, æquales quoque erunt arcus FQ, *mu*; in puncto igitur F motus Ascensionis rectæ æqualis est motui Sideris ficti *m*, idem similiter ostendetur in punctis G, H, E. Sed prius ostensum fuit, in iis punctis, ubi motus Ascensionis rectæ æqualis est motui Sideris ficti, seu Telluris medio, ibi Æquationes esse maximas. In punctis ita-

TAB. 39. *fig.* 2.

itaque F, G, H, E Æquationes ſunt maximæ.

Si quærantur puncta ubi dies ſunt longiſſimi, vel breviſſimi; hujus Problematis ſolutionem nobis quoque ſuppeditavit idem nunquam ſatis laudandus *Halleius*, quæ talis eſt. Ellipſis ♈♋♎♑ ſit projectio orbitæ Telluris ut prius, S punctum in quo Solis centrum, K centrum Ellipſeos, producatur KS utrinque, ita ut KG & SH ſint ad KS (quæ eſt projectio excentricitatis) ut Quadratum Radii ad Quadratum Sinus Obliquitatis Eclipticæ; per K ducatur ♈♎ parallela communi ſectioni planorum Eclipticæ & Æquatoris, & huic ad angulos rectos ducatur ♋K♑ Per G ducatur GF & per H recta FH ad ♋♑, & ♈♎ parallelæ. Per S & K deſcribatur Hyperbola cujus Aſymptoti ſunt FG, FH, hæc Hyperbola ejuſque oppoſita CD Ellipſim in punctis quæſitis ſecabunt; hoc eſt, cum Sol eſt in punctis Ecliptice reſpondentibus D & B, fiunt dies longiſſimi, & in B longiores ſunt dies quam in D. Puncta autem quæ punctis A & C reſpondent, oſtendent dies breviſſimos; & in A quidem breviores ſunt quam in C. Tab. 39 fig. 3.

Cujus Demonſtratio exinde patet, quod punctum Solis Aſcenſionem rectam ſignans, ita in Peripheria Ellipſeos fertur ut deſcribat Areas temporibus proportionales, uti oſtenſum eſt; adeoque ejuſdem puncti velocitas angularis eſt ubique reciproce ut quadratum diſtantiæ ab S; velocitates igitur fiunt maximæ, ubi rectæ ex S minimæ in Ellipſim cadunt, & velocitates ſunt minimæ ubi rectæ ex S in Ellipſim cadunt maximæ. At conſtat ex conſtructione; & *Prop.* 62 *lib.* 5. Conicorum Apollonii, Hyperbolas deſcriptas Ellipſim ſecare in punctis A & D, ubi rectæ SA & SD ſunt maximæ, & in punctis B & C ubi SB, SC ſunt minimæ; in iis enim punctis cadunt ex S, rectæ SB, SC, SD, SA ad curvam perpendiculares. Hinc motus Solis, ſecundum Aſcenſionem rectam, erit velociſſimus in B & D, ideoque dies fiet longiſſimus, & in C & A tardiſſimus, & in iis punctis dies fit breviſſimus.

LE-

LECTIO XXVI.

De Reliquorum Planetarum Theoriis.

POST explicatam motûs Annui Telluris Theoriam, methodumque traditam, qua orbitæ forma, Apſidumque poſitio determinantur; ex quibus cognitis, per Tabulas Aſtronomicas locus Telluris in Ecliptica è Sole viſus, eique oppoſitus Solis locus nobis apparens, ad quodlibet tempus computari poteſt. Ad reliquorum Planetarum Theorias exponendas accedimus, quæ non niſi per motum Telluris prius cognitum inveniri poſſunt.

Theoriæ Planetarum ſundantur in Theoria Terræ.

Ante omnia, oportet Planetarum periodos, ſeu tempora, in quibus ſinguli circulationes abſolvunt determinare; ad quod faciendum, notandum eſt, quando Planetæ ſuperiores ſunt in ſitu Achronicho; hoc eſt, quando in oppoſitione Solis videntur à nobis è Tellure eos ſpectantibus, apparent eſſe in eodem Eclipticæ puncto in quo ex Sole viderentur, ſi ibi conſtitutus fuiſſet oculus. Quinetiam cum inferiores in conjunctione cum Sole & in Solis diſco ſpectantur; ex Sole viſi oppoſitum Eclipticæ locum occupare conſpicerentur. Quoties igitur Planeta aliquis ſuperior in oppoſitione Solis videtur, locus ejus Geocentricus cum Heliocentrico coincidit. At quando inferior in conjunctione cum Sole, & in ejus diſco cernitur, locus Heliocentricus oppoſitus erit loco Geocentrico, ſeu illi qui ex Tellure ſpectatur, præterea cum Planetæ inferiores ſunt in maximis à Sole Elongationibus; Angulus ad Solis centrum inter rectas ad Terram & Planetam ductas comprehenſus, æqualis eſt complemento Elongationis Planetæ à Sole, (nam in orbitis propemodum circularibus, linea orbitam tangens eſt perpendicularis ad rectam à Sole ad punctum contactus ductam) ac proinde dabitur ille angulus, ſed datur punctum Eclipticæ in quo Tellus in illo momento videbitur; unde dabitur quoque punctum in quo Planeta inferior è Sole conſpicitur. In his igitur poſitionibus dabuntur Planetarum loca Heliocentrica.

Locus Geocentricus & Heliocentricus, cum Planeta ſuperior eſt in oppoſitione Solis, coincidunt.

Temporum Periodicorum prima Determinatio.

Si itaque Planeta aliquis ſuperior, *v. gr.* Jupiter obſervetur cum eſt in oppoſitione Solis, iterumque rurſus cum ad oppoſitum Solis pervenit; dabitur arcus quem Planeta è Sole ſpectatus interea temporis percurrit; fiat itaque ut arcus ille ad totam circumferentiam, ita tempus inter obſervationes elapſum, ad quartum, dabitur exinde quamproxime tempus Planetæ Periodicum, & ſimiliter ex datis inferiorum locis Heliocentricis eorum Periodos quamproxime colligere licebit; quamproxime dico, nam calculus ſupponit motum Planetæ eſſe in circulo & per omnem periodum æquabilem; quod verum non eſt, unde non accurate hac methodo dabuntur Planetarum periodi.

Eorundem accuratior Determinatio.

Sequenti igitur methodo accuratius inveſtigari poſſunt Planetarum Tempora Periodica. Obſervetur Planeta quilibet bis in eodem nodo; id eſt, binæ fiant obſervationes, quando Planeta, ad eandem orbitæ partem, nullam habuerit latitudinem, quod tunc ſolum poteſt contingere, quando Planeta eſt revera in nodorum aliquo: Tempus inter binas obſervationes elapſum, æquale erit tempori Planetæ Periodico. Nam cum Planetæ omnes moveantur in orbitis, quorum plana ab Eclipticæ plano diverſa ſunt, & Sol in communi omnium orbitarum foco exiſtat, orbitæ omnes Eclipticæ planum ſecabunt in lineis per Solem tranſeuntibus, quæ ad Eclipticam productæ nodos duos oſtendent; & Planeta non niſi ſemel in integra periodo in nodorum aliquo ſpectari poteſt. Nodi autem vel quieſcunt vel tarde admodum moventur; adeo ut ſpatio unius periodi tanquam quieſcentes haberi poſſunt. Unde ex dato tempore inter duos proximos Planetæ ad eundem nodum appulſus, innoteſcet Planetæ Periodus.

TAB. 39. *fig.* 4.

His iiſdem obſervationibus, cognita prius Theoria motûs Telluris, obtineri poteſt lineæ Nodorum poſitio, ſeu puncta Eclipticæ in quibus linea Nodorum eidem occurrit. Sit ATB orbita Telluris, CND Planetæ orbita, NS *n* Nodorum linea: Sitque in prima obſervatione Tellus in T, & Planeta obſervetur in N. Cumque Planetæ locus è Terra viſus per obſervationem innoteſcit; Solis autem locus ad illud

lud tempus ex cognitâ Telluris Theoria datur; exinde arcus Eclipticæ inter duo loca interceptus seu mensura anguli N T *s* dabitur. In secunda observatione, sit Tellus in *t*, & Planeta in eodem Nodo N, unde similiter invenietur angulus N *t* S.

Nodorum positiones determinantur.

In triangulo rectilineo T S *t*, dantur T S, *t* S, & angulus T S *t*, ex nota Theoria Telluris; unde per Trigonometriam inveniri possunt anguli S T *t* & S *t* T, item latus T *t*, ab angulo itaque S T *t* dato, auferatur datus angulus N T S, & dabitur angulus N T *t*, ad angulum datum S *t* T, addatur angulus datus N *t* S, & dabitur angulus N *t* T; unde in triangulo N *t* T, dantur omnes anguli, cum latere T *t* prius invento, quare dabitur latus N T distantia Planetæ à Terra. Denique in triangulo N T S, dantur latera N T, T S, & angulus N T S observatione cognitus, exinde innotescet latus N S distantia Planetæ in nodo existentis à Sole, & angulus T S N qui positionem Nodorum ostendet. Nam notum est punctum Eclipticæ quod Tellus è Sole visa tempore observationis occupat, & notus est angulus T S N; quare quoque innotescet punctum Eclipticæ in quo Nodus N è Sole videtur, & punctum *n* huic appositum erit alterius Nodi locus, unde notus erit Nodorum situs inveniendus.

Inclinationes orbitarum determinantur.

Hac ratione investigatis Nodorum locis; possumus invenire inclinationem orbis Planetarii ad Eclipticam. Scil. ex dato loco Nodi, innotescet tempus quando Tellus è Sole visa idem punctum occupat. quod fit per ejus Theoriam; eodem tempore observetur Planetæ Latitudo Geocentrica, ejusque distantia à Nodo Opposito; erit tunc Latitudo Planetæ Heliocentrica, Latitudini observatæ æqualis, cum Planeta à Sole visus tantundem distat à Nodo. Sit enim C P D orbita Planetæ, N S *n* Nodorum linea, B N T portio orbitæ Telluris, in qua sit Tellus in N, scil. in linea Nodorum, observetur Planeta in P, eruntque Sol, Planeta, & Tellus omnes in plano orbitæ Planetariæ. A puncto P ad Eclipticam demittatur normalis recta P E, & in plano Eclipticæ ducatur recta N E. Planum trianguli N P E ad Eclipticam rectum erit, & angulus P N E erit Latitudo Planetæ observa-

TAB. 39 *fig.* 5.

ta; per S ducatur S *p f* ad NP & *p e* ad PE parallelæ, & planum per S *p*, *p e* erit ad planum NPE parallelum, & proinde ad Eclipticæ planum normale; adeoque S *e* communis sectio hujus plani cum Ecliptica erit ad NE parallela, quare ob S *p*, S *e* parallelas ad NP, NE erit angulus *p* S *e* Latitudo Heliocentrica æqualis angulo PNE Latitudini Planetæ è Tellure observatæ, cum illa in Nodo invenitur.

TAB 39. *fig.* 5. Sit *n f* portio orbitæ Planetæ ad cælum productæ, *n h* portio Eclipticæ, *f h* arcus circuli Latitudinis per Planetæ locum Heliocentricum ductus. In triangulo Spherico rectangulo *n f h*, ex datis *n h* distantia Planetæ à Nodo, & *h f* ejus Latitudine observata; dabitur angulus *h n f* inclinatio orbis Planetarii ad Eclipticam.

Determinatur locus Heliocentricus Planetæ & distantia à Sole quando Planeta observetur in situ Achronico.

Inventa semel hac inclinatione, observatione innotescet locus Planetæ Heliocentricus, ejusque à Sole distantia, quotiescunque ille in situ Achronico seu Soli oppositio invenitur. Sit A T B orbita Telluris, D P E orbita Planetæ; sitque Planeta in P, Tellus in T, & N S *u* Nodorum linea, in qua sit Sol in S. Locus Planetæ ad Eclipticam reductus erit in linea S T, quæ per terram transit; Observetur angulus P T E Latitudo Planetæ Geocentrica. Sed datur angulus P S T ejus Latitudo Heliocentrica, quia datur distantia Planetæ à Nodo. Præterea per Theoriam motus Telluris, datur S T distantia Telluris à Sole: adeoque in triangulo P S T, ex datis omnibus angulis una cum latere S T, dabitur P S distantia Planetæ à Sole, sed datur angulus P S *u*, ex data latitudine Heliocentrica, ex quo innotescet Planetæ locus Heliocentricus in propria orbita: similiter si aliæ duæ habeantur ejusdem Planetæ observationes in situ Achronico, dabuntur positione & magnitudine tres lineæ, quarum extremitates in Planetæ orbita locantur, & Sol est in orbitæ foco alterutro; unde ut determinetur Planetæ orbita, ejusque species & positio, describenda est Ellipsis, cujus focus datus est, & quæ per tria puncta transit. Quod Problema expedire docent Geometræ, & nos etiam in sequentibus, Problematis solutionem dabimus.

TAB 40. *fig.* 1.

Si Planeta sit extra situm Achronicum, nihilominus per uni-

unicam obſervationem, ejus à Sole diſtantia locuſque Heliocentricus inveniri poteſt. Sit PAE orbita Planetæ, TGH Telluris orbita, Tellus in T, Planeta in P, ſitque Sol in S, & NS Nodorum linea. Ex P demittatur ad planum Ecliptícæ normalis PB, ducatur BT, & producatur ut cum linea Nodorum concurrat in N. Erit planum trianguli NPB ad planum Ecliptícæ perpendiculare, cui etiam ſit recta CT normalis, plano orbitæ Planetariæ occurrens in C. Ex T in lineam Nodorum demittatur perpendicularis recta TD, & juncta DC, erit angulus TDC inclinatio orbitæ ad Ecliptícam, quæ itaque datur. Obſervetur angulus PTB Latitudo Planetæ Geocentrica, item angulus BTS Elongatio Planetæ à Sole ſecundum Eclipticam. In triangulo NTS, datur, ex Theoria Telluris, latus TS diſtantia terræ à Sole in momento obſervationis. Item angulus TSN, ex cognitis locis Telluris & Nodi, datur etiam angulus STN diſtantia Planetæ à Sole è terra viſa, vel ejus complementum ad duos rectos, unde dabitur NT. Et in triangulo rectangulo TSD, ex datis TS & angulo TSD, ſeu TSN, dabitur TD. Quare in triangulo rectangulo TDC, ex datis TD & angulo TDC inclinatione orbitæ ad Eclipticam, dabitur exinde TC. In triangulo rectangulo TCN, ex datis TC, TN, dabitur angulus TNC. Quare in triangulo NTP, dantur omnes anguli, nam angulus PTN eſt Latitudo obſervata, vel ejus complementum ad duos rectos, & PNT modo inventus eſt, ſicuti latus TN, unde innoteſcet latus TP. In triangulo PTB rectangulo ad B, datur TP & angulus PTB Latitudo obſervata, unde dabuntur latera TB, PB. Et in triangulo TSB, ex datis TB, TS cum angulo interjecto BTS dabitur SB, (quæ diſtantia Planetæ à Sole curtata dicitur) cum angulo TSB. Adeoque locus Heliocentricus Planetæ ad Eclipticam reductus. Denique in triangulo PBS dantur latera PB, BS, ex quibus dabitur SP diſtantia Planetæ à Sole, & angulus PSB Latitudo Planetæ Heliocentrica. Data autem inclinatione orbitæ, & Latitudine Planetæ Heliocentrica, dabitur ejus diſtantia à Nodo in propria orbita, adeoque ejus locus centricus è Sole viſus.

Per unicam obſervationem determinatur locus Planetæ Heliocentricus ejuſque à Sole diſtantia extra ſitum Achronicum. TAB 40. *fig.* 2.

Si

Si hac ratione acquirantur alii duo Planetæ loci Heliocentrici eorumque à Sole distantiæ, habebitur focus scil. centrum Solis, & tria puncta data erunt per quæ describenda erit Ellipsis, quæ erit orbita Planetæ.

Tab. 39. fig. 6. Aliam excogitavit methodum Cl. *Halleius*, qua Planetæ loca centrica, ejusque à Sole distantiæ inveniri possunt, quæ supponit tantum cognitum esse Planetæ tempus periodicum. Nempe sit KLB orbita Telluris, S Sol, P Planeta, seu potius punctum ubi perpendicularis à Planeta in planum Ecliptice incidit. Et primo Tellure in K existente, observetur ejus Longitudo Geocentrica, & ex data Theoria Telluris dabitur Longitudo Apparens Solis, quare dabitur angulus PKS. Planeta post integram absolutam periodum, rursus ad P redibit, quo tempore, Tellus sit in L, & exinde rursus observetur Planeta, & inveniatur angulus PLS Elongatio Planetæ à Sole. Ex datis momentis observationum, dantur loca Telluris in Ecliptica è Sole visa, ejusque à Sole distantiæ, quare in triangulo LSK, dantur LS, SK, & angulus LSK, quare invenientur anguli SLK & SKL & latus LK. Quare si ab angulis datis PKS & PLS, auferantur anguli noti LKS & KLS, restabunt anguli PKL & PLK noti; Quare in triangulo PLK ex datis angulis, uno cum latere KL, innotescet PK. Deinde in triangulo PKS, dantur latera PK, KS cum angulo interjecto PKS, quare dabitur SP distantia Planetæ à Sole curtata, & angulus KSP, ex quo innotescet locus Planetæ Heliocentricus, ejusque à Nodo distantia secundum Eclipticam. Est autem Tangens Latitudinis Planetæ Geocentricæ, ad Tangentem Latitudinis Heliocentricæ, ut distantia Planetæ à Sole curtata, ad distantiam ejusdem à Tellure curtatam, sed per observationem, datur Latitudo Planetæ Geocentrica; quare dabitur Planetæ Heliocentrica Latitudo, ex qua & distantia à Sole curtata, elicietur Planetæ à Sole vera distantia desiderata. Si hac ratione acquirantur tria loca centrica Planetæ, tresque correspondentes ejus à Sole distantiæ, forma orbitæ & Apsidum positio habebitur; describendo Ellipsim cujus focus est Sol quæ transit per tria puncta data. Ellipsis autem illa sequenti methodo determinatur.

Sint

Sint SD, SC, SB tres rectæ datæ, in datis positionibus à foco S, ducantur DC, BC, & producantur, ut sit DF ad CF, ut DS ad CS. Item CE ad BE, ut CS ad BS; ducatur FE, in quam ex S cadat perpendicularis SG; hæc recta dabit Axis positionem. Ducantur DK, CI, BH ad SG parallelæ, & secetur SG in A, & producatur, ut sit GA ad SA, ut KD ad SD, & ita Ga ad Sa, fiatque Sa = SA. Erunt puncta Aa vertices Ellipseos, cujus foci sunt S & s, & Axis major Aa. Et si his verticibus & focis describatur Ellipsis, erit ea ejusdem formæ cum orbita quæsita. Nam quoniam est DS ad CS, & DF ad CF, & ut DK ad CI; erit permutando DS ad DK, ut CS ad CI; & similiter erit SB ad BH, ut CS ad CI, & ut DS ad DK; sed ut DS ad DK, ita est per constructionem SA ad GA. Et quoniam est SA: AG: :Sa: aG; erit SA: AG::Sa−SA, seu Ss: aG−AG seu Aa. Adeoque erit SD: DK::SC: CI::SB: BH::Ss: Aa. Sed hæc est proprietas Ellipseos cujus focus est S, & Axis major Aa uti à Scriptoribus Conicis demonstratur, & speciatim à *Mitnio* in Elementis Conicis, *Part.* IV. *Prop* 9. unde liquet Ellipsim focis S & s, & Axe Aa descriptam transire per puncta BCD.

Descriptio Ellipseos cujus focus datus est & quæ per data tria puncta transit. TAB 39. *fig.* 7.

Quoniam in Astronomia, calculus constructione quavis, utcunque concinna, utilior est; Ellipseos forma & positio sic calculo invenitur. In triangulis DSC, BSC, ex datis lateribus DS, CS, BS, & angulis DSC, CSB, innotescent latera DC, BC, & anguli SDC, SCD, SCB & SBC. Et quoniam datur ratio DF ad CF, & datur DC, dabuntur quoque CF, & DF, similiter quoniam datur ratio CE ad BE, & datur CB, dabuntur CE & BE; sed datur angulus BCD æqualis duobus notis DCS & BCS, quare dabitur hujus complementum ad duos rectos, scil. angulus FCE. In triangulo igitur FCE, dantur latera CF, CE, & angulus interjectus FCE; quare invenietur angulus CEF, ejusque complementum ad rectum, qui est angulus ICE, cui addatur notus angulus SCB, & dabitur totus angulus SCI. Et quoniam Aa est ad IC parallela; erit angulus CSa æqualis SCI angulo, unde ex noto angulo CSa dabitur Axeos positio.

In triangulo rectangulo EBH, ex datis BE & angulo E invenietur BH, & unde ratio BS ad BH, quæ est ratio Ss ad Aa, & SA ad AG, & Sa ad aG, quare dabuntur puncta A a vertices Ellipseos & foci S & s. Quæ erant invenienda.

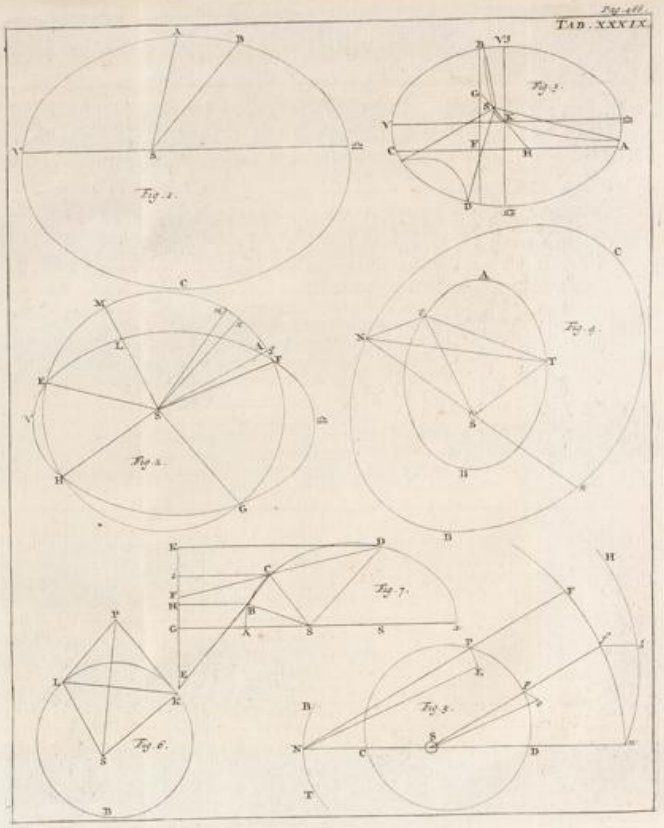
Superius ostensum est, qua ratione locus Planetæ centricus per observationem inveniri possit, locum autem situmque Aphelii nunc invenire docuimus, ex quo dabitur distantia Planetæ ab Aphelio, tempore observationis, hæc distantia Anomalia Planetæ vera seu coæquata dicitur: determinatis autem orbitæ Excentricitate & tempore Periodico, locum Planetæ medium seu Anomaliam ejus mediam investigare docuimus in Lectione *De Solutione Problematis Kepleri*; & exinde ad tempus observationis datum dabitur Planetæ motus medius, locusque, quem in propria orbita is teneret, si æquabili semper motu angulari incederet, quo semel dato, dabitur planetæ locus medius, pro alio quovis temporis momento. Fiat enim ut tempus Periodicum ad tempus inter observationem & momentum pro quo quæritur locus Planetæ medius; ita integer circulus seu grad. 360. ad quartum, hic arcus si tempus præcesserit observationem, ablatus à loco prius invento, vel eidem additus, si posterius fuerit, dabit locum Planetæ medium ad tempus propositum.

Ut facilius obtineatur locus Planetæ medius, ad quodlibet temporis momentum, convenit ejus motum ex tabulis Astronomicis eruere, in quibus habetur locus Planetæ medius, seu Anomalia media, in initio celebris alicujus Æræ, qualis est *Æra Nativitatis Christi Domini*, *Nabonassori*, *Mundi Conditi*, *Urbis Conditæ*, aut *Periodi Julianæ*; Qui locus pro his Temporum momentis datur, per methodum supra explicatam, & pro meridie Temporis æquabilis, non apparentis habendus est; locus talis *Epocha* seu Radix dicitur, à qua tanquam immobili principio motus omnes consurgunt.

Tabulæ motus medii quomodo construuntur.

Si tempus per Annos à Nativitate Domini, aut ab initio Periodi Julianæ elapsos numeretur, præstat ut Annus initium capiat à Meridie quæ primam diem Januarii præcedit, ita

TAB. XXXIX.


A
B
V
S
Fig. 1.
V
G
S
F
C
H
A
D
Fig. 2.
C
M
L
E
V
S
H
G
Fig. 4.
C
A
N
T
S
B
D
E
D
C
F
H
G
A
S
S
Fig. 7.
H
Y
P
L
E
S
Fig. 6.
B
Fig. 5.
N
C
D
T

ita ut in Meridie primæ diei Januarii, completa ſit prima Anni dies. Fiat ut Tempus Periodicum ad Annum communem 365 dierum; ita circulus ad quartum, dabitur Planetæ motus medius in uno Anno, & ſimiliter, fiat ut Tempus Periodicum ad diem ita circulus integer ad quartum, & dabitur motus medius diurnus; ſimiliterque operando, dabitur motus Horarius, motuſque pro ſingulis ſcrupulis primis, ſecundis, &c. Si motus Annuus continuo ad ſe ipſum addatur, dabitur motus duorum, trium, & quatuor Annorum, ſed cum quartus quilibet Annus ſit Biſſextilis conſtans dierum 366, ad motum quarti Anni addendus eſt motus unius diei. Deinde continuo addendo motum unius Anni, habebimus motum 5, 6, & 7, Annorum; ſed motus octavi Anni augendus eſt motu unius diei, vel potius motus quatuor Annorum duplicandus eſt, eſt enim Biſſextilis. Ex hiſce motibus ſic collectis, ſemper rejiciendi ſunt integri circuli, nam poſt circulum peractum, Planeta ſemper ad eundem locum redit.

Hac ratione habentur Planetæ cujuſlibet motus medii, pro Annis ſingulis, uſque ad 20. Deinde ſi motus Annorum 20 continuo ad ſe addantur, dabuntur motus in Annis 40, 60, 80, 100, quibus ſingulis addendo motum decem Annorum dabuntur motus pro Annis 30, 50, 70, 90, 100. Et continua additione motûs 100. Annorum rejectis ſemper integris circulis; dabuntur motus Annorum 200, 300, 400, 500, &c. uſque ad 1000. Et ſimiliter progrediendo, obtinentur motus pro Annis 2000, 3000, 4000, 5000, &c. Atque ita quo uſque libuerit progredi liceat.

Motus ſic collecti in Tabulis ſunt reducendi, quæ Tabulæ motus medii dicuntur, ſeu Anomaliæ mediæ, ſi ab Aphelio numerentur motus; & pro ſingulis Planetis in tabulis Aſtronomicis proſtant. Verum notandum eſt, ſi motus medius ſit ab æquinoctio numerandus, loco Temporis Periodici capiendum erit Tempus quo Planeta Zodiacum percurrit, quod Tempore Periodico aliquanto minus eſt, ob motum Æquinoctiorum interea in antecedentia factum.

Si Planetarum Aphelia moveri ſupponatur, hujus quoque

motus ratio habenda est. Et motus Præcessionis Æquinoctiorum motusque Apheliorum, (qui quantum constat præterquam in Luna sunt omnes æquabiles,) pro singulis Annis; Annorum Decadibus, centenariis, & millenariis sunt similiter computandi, & in Tabulis disponendi, ut pro dato tempore habeantur distantiæ fixarum & Apheliorum ab Æquinoctio.

His adjungunt Astronomi alias quoque pro singulis Anomaliæ mediæ gradibus Tabulas, quibus Anomaliæ veræ correspondentes habentur, & computari possunt per methodum à nobis traditam in Lectione de solutione Problematis Kepleri, si minuta & scrupula secunda adjiciantur mediis motibus, capienda est differentia inter Anomalias veras uno gradu à se invicem distantes, & elicienda est pars proportionalis addenda Anomaliæ Tabulari proxime minori, aut ab ea subtrahenda.

Pro Solis Lunæque motibus vulgo computantur Prosthapheresis seu Æquationes, quæ sunt differentiæ inter Anomaliam veram & mediam. Hæ ab Anomalia media vel sublatæ, vel eidem additæ, prout Planeta fuerit in primo vel secundo Anomaliæ semicirculo, dant Anomaliam veram.

Argumentum Latitudinis.

Ex notis Aphelii, Nodique locis, dabitur eorum distantia, adeoque ex data Planetæ Anomalia vera, dabitur ejus distantia à Nodo, quæ *Argumentum Latitudinis* dicitur. Per quod & calculum Trigonometricum, facile innotescit Planetæ Latitudo centrica, ejusque distantia à Sole curtata, quæ est distantia inter Solem & rectam à Planeta ad planum Eclipticæ perpendiculariter demissam. Atque hâc ratione locus Planetæ centricus, Latitudo, & à Sole distantia calculo inveniuntur. Quibus investigatis possumus locum Planetæ Geocentricum seu è Tellure visum hac ratione exquirere.

Calculus loci Geocentrici Planetæ. TAB. 40 *fig.* 3.

Inveniendus est primo, locus Telluris in Ecliptica è Sole visus, ejusque à Sole distantia; item locus Planetæ Heliocentricus, Latitudo, & distantia curtata. Sit T C F orbita Telluris, in qua sit Tellus in T, A P E orbita Planetæ, cujus locus sit P, & S Sol, S N Nodorum linea. Ex Pla-

Planetæ loco demittatur ad Planum Eclipticæ normalis recta PB, ducta SB & producta occurret Eclipticæ in loco Planetæ ad Eclipticam reducto, qui locus, ex dato arcu PN, & inclinatione Planorum orbitæ & Eclipticæ datur. Sed datur locus Telluris è Sole visus, adeoque dabitur differentia locorum Terræ & Planetæ, seu angulus T S B qui Commutatio dicitur. Deinde in triangulo T S B, datur T S ex Theoria motus Telluris, & S B distantia Planetæ à Sole curtata, quare dabitur angulus S T B Elongatio Planetæ à Sole, seu arcus Eclipticæ inter locum Solis & Planetæ locum interceptus, & T B distantia Planetæ à Tellure curtata. At datur Solis locus, oppositus est enim loco Terræ è Sole viso; quare dabitur locus Planetæ in Ecliptica è Tellure visus. Præterea in duobus triangulis rectangulis P S B, P T B, est Tangens anguli P S B ad Tangentem anguli P T B, ut T B ad S B, sed ut T B ad S B, ita sinus T S B anguli Commutationis ad sinum anguli Elongationis S T B. Quare erit ut sinus anguli commutationis ad sinum anguli Elongationis, ita Tangens Latitudinis Heliocentricæ, ad Tangentem Latitudinis Geocentricæ. Q. E. I. Sic hac ratione invenire possunt Astronomi ad quodlibet datum Temporis momentum Locum Planetæ Geocentricum, ejusque Latitudinem è Tellure visam.

Comparando Planetarum Periodos cum ipsorum a Sole distantiis mirabilem videmus eos ubique observare Harmoniæ legem, scil.

Quadrata Temporum Periodicorum sunt in omnibus, proportionalia Cubis distantiarum mediarum à Sole.

Sunt enim Periodi & distantiæ mediæ illæ quas exhibet annexa Tabula.

	Periodi				Distantiæ mediæ.
	Dies	h.	′	″	
♄	10759:	6:	36:	26	953800
♃	4332:	12:	20:	25	520110
♂	686:	23:	27:	30	152369
☉	365:	6:	9:	30	100000
♀	224:	16:	49:	24	72333
☿	87:	23:	15:	53	38710

Pla-

Planetarum Diametros veras, & magnitudines, eos cum Sole comparando, optime determinavit illuſtris Mathematicus *Hugenius*, in Syſtemate ſuo Saturnino; idque methodo ſequenti.

Docuit nos novo ſuo & Divinitus invento Syſtemate Copernicus, quamnam inter ſe proportionem ſervant, ſingulorum à Sole Planetarum diſtantiæ. Apparentes vero eorundem diametri, quanto aliæ aliis majores ſunt, Teleſcopii ope innoteſcit, collatis ergo invicem rationibus utriſque, tum diſtantiæ, tum magnitudinis apparentis, vera inde Planetarum ad ſe mutuo nec non ad Solem magnitudo cognoſcitur, per principia in Lectione prima à nobis explicata.

Et ad Saturnum quod attinet primum, Annuli ejus diameter, quum in minima à nobis diſtantia, comprehendatur angulo 68 ſcrupulorum ſecundorum, talis enim ad ſummum reperitur, cumque minima hæc Saturni diſtantia ſit ad mediocrem Solis diſtantiam fere octupla, ſequitur, ſi tam propinquus nobis fieret Saturnus quam Sol in diſtantia mediocri, apparituram tunc Annuli diametrum octuplam ejus quæ nunc apparet, hoc eſt 9′: 4″. Solis autem diameter in media diſtantia eſt 30′: 30″; ergo revera, ea erit proportio diametri Annuli Saturni ad diametrum Solis quæ 9′: 40″, ad 30′: 30″; hoc eſt, fere quæ 11 ad 37, Diameter vero Saturni ipſius, ad Annuli diametrum ſe habet ut 4 ad 9; hoc eſt, fere ut 5 ad 11, adeoque ad diametrum Solis ut 5 ad 37.

Jovis diameter cum proxime nobis adeſt, 64 ſcrupula ſecunda comprehendere videtur, cumque hæc ejus diſtantia ſit ad mediam Solis diſtantiam ut 26 ad 5. Si fiat ut 5 ad 26, ita 64″ ad aliud, invenientur 5′: 35″ amplitudo anguli quem obtineret Jovis diameter, ſi tam propinquus nobis fieri intelligatur, atque Sol in diſtantia mediocri. Sol autem hic apparet diametro 30′: 30″. Ergo Jovialis diametri ad Solarem proportio erit, quæ 5′: 35″, ad 30′ 30″ hoc eſt, paulo major quam 1 ad 5½.

Venus cum Terris proxima eſt, non majorem ſubtendit an-

angulum quam 85 ſcrupulorum ſecundorum. Eſt autem diſtantia hæc Veneris Perigea, ad mediam Solis à Tellure diſtantiam circiter ut 21 ad 82. Ergo ſi apud Solem Venus conſiſteret, appareret ejus diameter duntaxat 21″: 46‴; unde conſtat ita eſſe diametrum Veneris ad Solarem ut 21″: 46‴ ad 30′½, hoc eſt, ut 1 ad 84.

At Martis diameter Terris proximi non excedere 30″ deprehenditur. Unde cum diſtantia Martis minima ſit ad mediocrem Solis, ut 15 ad 41, colligitur ratio diametri Martis ad diametrum Solis, ea quæ eſt circiter 1 ad 166, unde Mars duplo minor Venere ſecundum diametrum, hac ratione efficitur.

Præterea ex obſervationibus Hevelii conſtat, Mercurii diametrum ad Solis diametrum comparatam, ſe habere ut 1 ad 290.

Terræ magnitudinem ad Solem comparatam diverſi auctores diverſam ponunt; qui parallaxim Solis Horizontalem quindecim ſecundorum fingunt, Solem à Terra 13750 ſemidiametris diſtare volunt, quo poſito diameter Solis erit ad diametrum Terræ ut 30′: 30″ ad 30″; hoc eſt, ut 61 ad 1. Sed eſt argumentum probabile, quod hanc proportionem paulo majorem facit; nempe quoniam Lunæ diameter paulo major eſt quam quarta pars diametri Terræ: ſi parallaxis Solis ponatur quindecim ſecundorum, fieret Lunæ corpus corpore Mercurii majus; Planeta ſcil. ſecundarius primario major, quod concinnati Syſtematis Mundani contrariari videtur. Ponatur itaque Terræ ſemidiameter è Sole viſa, ſeu quod idem eſt, Solis parallaxim Horizontalem 10 ſecundorum; unde Luna minor erit Mercurio, ac provenit Solis à Terra diſtantia plus quam 20000 ſemidiametris Terræ; & Solis diameter erit 91½ vicibus major Telluris diametro; cui proportioni convenit in præſentiarum, aſſenſum præbere, uſquedum per obſervationem Veneris in Solis diſco viſæ, quod Anno 1761. continget, de eadem certiores ſimus facti. Eſt itaque diameter Solis ad Planetarum diametros, in ratione quæ ſequenti Tabella exprimitur.

Dia-

Diameter Solis eſt ad diametrum,	Saturni	ut 1000 ad		137
	Jovis			181
	Martis			6
	Terræ			07.
	Veneris			12
	Mercurii			4

Adeoque cum Sphæræ ſint ut Cubi à diametris

erit Sol ad	Saturnum	ut 1000000000 ad	2571353
	Jovem		5929741
	Martem		216
	Tellurem		343
	Venerem		1728
	Mercurium		64

Hinc ſequitur, Solem omnes Planetas ſimul ſumptos, pluſquam centies & ſedecies magnitudine ſuperare; Saturnus autem quadringentis vicibus eſt Sole minor. At quantitate materiæ bis mille & quadringenis vicibus ei cedit. Jupiter Planetarum maximus plus 160 vicibus Sole minor eſt, at quantitate materiæ, ejus partem milleſimam trigeſimam tertiam non adæquat; at Terra noſtra ſi cum Sole comparetur, minima res eſt, & puncti fere inſtar; nam trecentis millenis vicibus eſt illo minor. Præterea comparando Planetas inter ſe; ex his rationibus conſtat, Jovem reliquis Planetis omnibus ſimul ſumptis majorem exiſtere. Terram autem noſtram pluſquam 2000 vicibus ſuperare, ſed & Stella Veneris quinquies noſtra Tellure major eſt. Sunt tamen duo ex ſex Planetis, Mars ſcil. & Mercurius, quos Tellus magnitudine ſuperat.

Jupiter reliquos omnes Planetas ſimul ſumptos magnitudine ſuperat.

LECTIO XXVII.

De Planetarum Stationibus.

SI Tellus quieſceret, in eo orbitæ ſuæ puncto nobis ſtare appareret Planeta inferior ſeu Soli propior, ubi recta è Tellure ad Planetam ducta, ejus orbitam tangit. Nam cum Planeta circa illud punctum verſatur, ſi Terra quieſceret, recta ad illam accederet, ejuſque motus viſibilis eſſet nul-

nullus, vel certè omnium minimus. Similiter si Planeta superior, vel à Sole remotior quivis quieſceret, is e Tellure in orbita ſua delata ſpectatus ſtare videretur, ubi recta è Planetâ ad Terram ducta Telluris orbitam tangit; at quia tam Terra quam Planetæ continuo circa Solem moventur, quando Planeta inferior in recta tangente ejus orbitam videtur, tunc etiam motus Terræ interea factus locum ejus viſibilem mutabit, adeoque nondum ſtare videbitur Planeta; ſicuti ob ſimilem cauſam, quando Terra in tangente orbitæ ſuæ per Planetam ſuperiorem tranſeunte reperitur, ſeu dum percurrit arcum exiguum qui cum tangente illa ferè coincidit, Motus tamen ſuperioris Planetæ interea factus, ejus locum viſum mutabit. Adeoque neque Planeta inferior videtur ſtationarius, quando conſpicitur in recta quæ tangit ejus orbitam. Neque ſuperior ſtare videtur, cum eſt in recta quæ tangit orbitam Terræ, & per Terram quoque tranſit.

Planeta inferior non ſtationarius quando videtur in rectâ, quæ ejus orbitam tangit.

Neque ſuperior Planeta ſtare apparet, cum in recta videtur quæ tangit orbitam Terræ.

At cum Planetæ omnes nunc directè incedere, nunc retrogredi videntur; neceſſe eſt ut inter motum progreſſus & regreſſus, quilibet Planeta fiat Stationarius, & eundem in cælo locum per aliquod tempus (licet illud ſit exiguum) conſervare videatur; eundem autem locum in cælo viſibilem obtinet, quando linea Planetæ atque Terræ centra connectens ad idem cæli punctum continuo dirigitur; at recta illa ad idem cæli punctum dirigitur, quando ſibi parallela manet. Nam rectæ è quibuſvis orbitæ Telluris punctis ſibi parallelæ ductæ, ad eandem in cælo ſtellam diriguntur: iſtarum enim linearum diſtantia reſpectu diſtantiæ ſtellarum evaneſcit.

Quando Planeta ſtare videtur.

Ut itaque inveniantur Stationum puncta, inquirendum erit, ubi linea in quâ videtur Planeta, è Terrâ, ſibi parallela manet. Quod ut fiat, notandum eſt, ſi centra Solis, Planetæ, & Terræ rectis conjungantur, formari triangulum, cujus duo crura ſunt ubique æqualia diſtantiis Planetæ & Terræ à Sole, Baſis autem eſt recta quæ Planetæ atque Terræ centra connectit: cumque crura hujus Trianguli in orbitis circularibus concentricis eâdem ſemper magnitu-

dine maneant, erit ratio sinuum angulorum ad basim semper eadem; sunt enim sinus ut latera angulis opposita. Uti ex Trigonometria constat.

TAB. 41. *fig.* 1. Sit circulus B D G orbita Planetæ, cujus centrum S tenet Sol; atque huic concentricus A H K sit Terræ orbita. Sitque primo Tellus in A & Planeta in orbitæ suæ puncto B. In Triangulo A S B, sinus angulorum A & B ad basim A B sunt ut latera opposita S B S A. Ponamus deinde, tempore quovis exiguo, moveri Terram in orbitâ, per arcum exiguum A C, & Planetam interea per arcum B D in sua orbita deferri: Planetæ & Telluris motus angulares ad Solem eodem tempore facti erunt reciprocè, ut Tempora eorum Periodica; nam quò majus est tempus Periodicum eò minor Peripheriæ portio in dato tempore percurritur. Est itaque angulus A S C motus angularis Telluris ad angulum B S D motum angularem Planetæ, ut Tempus periodicum Planetæ, ad tempus Periodicum Telluris, hoc est in data semper ratione.

Tempore stationum mutationes angulorum ad Tellurem & Planetam sunt reciprocè ut eorum Tempora Periodica.

Telluris centrum in C atque Planetæ in D rectâ conjungantur, quæ sit ad A B parallela; & in eo casu, uti ostensum est, Planeta stationarius apparet. Recta S A secet C D in M, S D vero producta secet A B in E. Et ob parallelas A B C D, erit per 29. *El. primi* angulus S M D æqualis angulo A. Sed per 32. *El. primi*, est angulus S M D æqualis angulis C & M S C simul; quare erit angulus C æqualis angulo A dempto angulo M S C seu C S A. Similiter ob parallelas A B C D, est angulus S D C, æqualis angulo S E A qui per 32 *El. primi* æqualis erit angulis S B A B S E, quare angulus S D C æqualis erit S B A & B S E simul sumptis; est itaque incrementum momentaneum anguli S B A, æquale motui angulari Planetæ ad Solem interea facto. Sed prius ostensum fuit, decrementum anguli A, æquale esse angulo A S C, seu motui angulari Terræ ad Solem. At hi motus angulares sunt in datâ ratione, reciprocè scil. ut Tempora Periodica.

Planeta itaque stationarius è Terrâ videtur, cum mutatio momentanea anguli ad Tellurem, est ad mutationem momen-

mentaneam anguli ad Planetam, ut Tempus Periodicum Planetæ ad Tempus periodicum Telluris.

Angulorum quorum sinuum ratio eadem manet, cosinus sunt in ratione directâ sinuum & reciprocâ mutationum momentanearum eorundem.

Sint duo arcus vel anguli, quorum sinus in eâdem semper maneant ratione. Dico eorum cosinus seu sinus complementorum ad quadrantem esse in ratione compositâ ex directâ ratione sinuum eorundem arcuum, & reciprocâ ratione mutationum momentanearum arcuum vel angulorum, sint v. gr. duo Arcus AM CM, quorum sinus AB CD; & cosinus sunt SB SD, & decrescant arcus AM CM in arcus EM GM tales ut arcuum sinus EK GL sint prioribus AB CD proportionales. Eruntque decrementa sinuum AF CH iisdem quoque sinubus proportionalia. Sunt AE CG arcuum decrementa momentanea, & arcus illi cum sint indefinitè exigui pro rectis haberi possunt; ductis FE HG ad SM parallelis, Triangula AFE ASB erunt æquiangula; nam angulus B & AFE sunt recti, & angulus EAF æqualis angulo ASB, nam est angulus SAB utriusque complementum ad rectum. Similiter ostendetur, Triangula CHG CSD esse æquiangula. Quare ob similia Triangula. TAB. 40. *fig.* 4.

Est CG: CH: : CS: SD

Item AF: AE: : SB: AS vel CS

Quare ductis Antecedentibus in Antecedentes, & Consequentibus in Consequentes, erit AF × CG: CH × AE :: SB × CS: SD × CS :: SB: SD. Hoc est erit SB ad SD in ratione compositâ ex ratione AF ad CH, & ratione CG ad AE, sed ratio AF ad CH eadem est cum ratione sinuum AB CD. Et Ratio CG ad AE, est ratio decrementorum arcuum AM CM in tempore minimo factorum. Est itaque SB cosinus Arcûs AM, ad SD cosinum arcûs CM, in ratione compositâ ex ratione sinuum eorundem arcuum scil. AB CD & ex reciprocâ ratione decrementorum arcuum, scil. ex ratione CG ad AE.

Hoc ad Planetas in stationum locis applicatur. TAB. 41. *fig.* 1.

Hinc si Solis, Planetæ stationarii, atque Telluris centra rectis jungantur, erit cosinus anguli A existentis ad Tellurem ad cosinum anguli B ad Planetam, in ratione compositâ sinuum angulorum A & B, & ratione reciprocâ decrementorum angulorum A & B. Sed Ratio sinuum, est ratio distantiarum Planetæ & Telluris à Sole, scil. SB SA; & ratio

tio decrementorum angulorum A & B, est ratio temporum Periodicorum Planetæ & Telluris, quæ dicantur *t* & T. Est itaque cosinus anguli A ad cosinum anguli B, cum Planeta stationarius e Tellure videtur, ut T ✕ SB ad *t* ✕ SA. Hoc est cosinus anguli ad Tellurem est ad cosinum anguli ad Planetam in ratione compositâ ex directâ ratione Temporum Periodicorum Telluris & Planetæ, & reciprocâ ratione distantiarum à Sole.

Constructio ad determinationem stationum.

Hinc stationum Puncta sequentis constructionis ope facillimè habentur.

TAB. 41 *fig.* 2.

Sit AH Portio orbitæ Telluris, GBK portio orbitæ Planetæ, quarum centrum commune S. Secetur SA in E, ut SA sit ad SE, ut Tempus Periodicum Telluris ad Tempus periodicum Planetæ. Super Diametro AE describatur semicirculus ABE secans orbitam Planetæ in B. Erit B stationis punctum. Et erit angulus SAB Elongatio Planetæ à Sole, quando is stationarius è Terrâ videtur. Ducantur ABF EB, & huic parallela SF; angulus ABE in semicirculo est rectus, quare huic æqualis AFS erit etiam rectus.

Est præterea AS: AF :: Radius: cosinum ang: A. Item BF: SB :: cosinus anguli SBP ad Radium; unde ductis Antecedentibus in Antecedentes; & Consequentibus in consequentes, erit AS ✕ BF: AF ✕ SB :: cosinus SBF: cosinum anguli A. Ratio itaque cosinus anguli A, ad cosinum anguli SBF componitur ex ratione AF ad BF, & SB ad AS, sed ratio AF ad BF æqualis est rationi AS ad SE seu rationi T ad *t*. Est itaque Ratio cosinus anguli A ad cosinum anguli SBF æqualis rationi T ✕ SB ad *t* ✕ SA. Sed ostensum fuit, quando cosinus angulorum A & B hanc rationem obtinent, Planetam stationarium videri: quare liquet Punctum B esse locum Planetæ, cum is stationarius apparet.

Quando Planeta è Tellure stationarius videtur

Tellus è Planetâ conspecta stationaria apparet.

Hinc patet, quando Planeta inferior stationarius e Tellure videtur, Tellurem quoque ex inferiore Planeta spectatam etiam stationariam videri, locumque inter fixas non mutare; nam Tellus stationaria videtur, cum linea ejus centrum & Planetæ centrum connectens parallela sibi manet, & quam diu illa parallela sibi manet, ad idem cœli punctum dirigetur.

Eâ-

Eadem prorsus ratione inveniuntur positiones Planetarum superiorum, respectu Terræ & Solis, quando illi e Tellure conspecti stationarii videntur. Scil. inquirendo, ubi Tellus tanquam Planeta inferior spectata ex ipsis stationaria videretur.

Casus ubi stationaria in oppositione vel conjunctione cum Sole fierent.

Si Tempora Periodica forent distantiis à Sole proportionalia, coinciderent puncta E & A cum puncto G; & Planeta stationarius videretur, cum angulus A esset nullus; hoc est quando Planeta in conjunctione cum Sole videtur, si verò S E ad S A majorem rationem obtineret, quàm S G ad S A, hoc est si S E major foret quàm S G, circulus A B E Planetæ orbitam nusquam secaret, adeoque Planeta nunquam fieret stationarius, seu semper directus videretur incedere.

Casus ubi nullæ forent stationes.

At neuter horum casuum in Planetis locum obtinet: in illis enim est semper S E minor quam S G, quod sic ostendo.

Quod nunquam accidit in Planetis.

Distantia Telluris à Sole S A dicatur p. Distantia Planetæ S G vel S B sit q. Tempora periodica vocentur T t, & in Planetis per universalem regulam, superius in Lectione quartâ explicatam. Est $T^2 : t^2 :: p^3 : q^3$ unde $T : t :: \sqrt{p^3} : \sqrt{q^3}$, seu ut $p^{\frac{3}{2}} : q^{\frac{3}{2}} :: p \times p^{\frac{1}{2}} : q \times q^{\frac{1}{2}}$. Sed ut T ad t ita est S A ad S E; hoc est $p \times p^{\frac{1}{2}} : q \times q^{\frac{1}{2}} ::$ S A vel $p : \frac{q \times q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}}$ cui itaque æqualis est S E. Et quoniam est p major quam q, erit $q \times p^{\frac{1}{2}}$ major quam $q \times q^{\frac{1}{2}}$, ac proinde q major quam $\frac{q \times q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}}$ seu S B vel S G major quam S E, adeoque circulus super diametro A E Planetæ orbitam secabit. Terricola igitur Planetas omnes, in datis quibusdam positionibus, stationarios videbit.

Investigatio stationum per calculum.

Si calculo uti placeat, angulus ad Tellurem, seu Elongatio Planetæ à Sole, quando is stationarius apparet, sic investigatur. Posito radio r, sit sinus anguli ad Tellurem $q\,x$, eritque sinus anguli ad Planetam $p\,x$. ponendo p ad q esse rationem sinuum seu distantiarum à Sole, cumque sinus anguli ad Tellurem sit $q\,x$, ejus cosinus erit $\sqrt{r^2 - q^2\,x}$ &

cosinus anguli ad Planetam erit $\sqrt{r^2 - q^2 x^2}$ ac proinde erit $\sqrt{r^2 - q^2 x^2} : \sqrt{r^2 - p^2 x^2} :: T \times q : t \times p$. Et quadrando terminos, $r^2 - q^2 x^2 : r^2 - p^2 x^2 :: T^2 \times q^2 : t^2 \times p^2$. Sed est $T^2 : t^2 :: p^3 : q^3$ quare loco T^2 t^2 ponendo quantitates hisce proportionales, erit $r^2 - q^2 x^2 : r^2 - p^2 x^2 :: p^3 q^2 :$ ad $q^3 p^2$ hoc est ut p ad q, unde erit $q r^2 - q^3 x^2 = p r^2 - p^3 x^2$: & $p^3 x^3 - q^3 x^2 = p r^2 - q r^2$, & $x = r \times \frac{\sqrt{p-q}}{\sqrt{p^3 - q^3}}$ & $q x$ sinus anguli ad Tellurem $= qr \times \sqrt{\frac{p-q}{p^3-q^3}} = \frac{qr}{\sqrt{p^2+pq+q^2}}$.

Quadratum cosinûs arcûs cujusvis, est æquale quadrato radii, dempto quadrato sinûs. Erit itaque quadratum cosinus Anguli Elongationis Planetæ à Sole tempore stationis æquale $r^2 - \frac{r^2 q^2}{p^2+pq+q^2} = \frac{r^2 p^2 + r^2 pq}{p^2+pq+q^2}$ Adeoque cosinus erit $r \times \sqrt{\frac{p^2+pq}{p^2+pq+q^2}}$ Sed ut cosinus ad sinum, ita est Radius ad Tangentem. Fiat itaque $r \times \sqrt{\frac{pp+pq}{pp+pq+qq}}$ ad $\frac{qr}{\sqrt{pp+pq+qq}}$ hoc est $\sqrt{pp+pq}$ ad q, ita radius r ad quartum $\frac{rq}{\sqrt{pp+pq}}$ hic terminus erit tangens anguli ad Tellurem. Ex hac Analogia calculus facillimè deducitur. Nam si semisumma Logarithmorum p & $p + q$ subtrahatur à Logarithmo ipsius q, habebitur Logarithmus Tangentis Anguli ad Tellurem. Ex eadem etiam elicitur facilis constructio quæ sequitur.

Alia Problematis facilior Constructio. TAB. 41. *fig.* 3. Sit H A Q portio orbitæ Planetæ superioris, G B D orbita Planetæ inferioris, S centrum orbitarum; producatur A S, ut occurrat orbitæ inferiori in D; super diametro A D, describatur semicirculus A C D. Ex centro S ad A D erigatur normalis S C, semicirculo occurrens in C & jungatur A C, in quâ capiatur A F æqualis S D, & ex F in A S demittatur perpendicularis F E: in S C capiatur S L æqualis A E, junctis A L, erit angulus S A L angulus quæsitus, & B punctum sta-

ſtationis; nam eſt quadratum ex SC æquale rectangulo AS in SD, æquale pq, unde quadratum ex AC æquale quadratis ex AS SC erit æquale $p+pq$, ſed eſt AC ad AP, ut AS ad AE ut AS ad SL, ut Radius ad Tangentem anguli SAL hoc eſt $\sqrt{p^2+pq}$ ad q ut Radius ad Tangentem anguli Quæſiti SAL, qui erat inveniendus.

Superior calculus & conſtructio orbitis excentricis & Ellipticis non convenit.

Hæc ſufficerent ad determinandum ſtationum Puncta, ſi orbitæ Planetarum eſſent circuli concentrici; verum cum ſint Excentricæ, & Ellipſes, anguli tam ad Solem quàm ad Planetas ſtationum tempore varii erunt, & mutabiles, pro variis locis, quos Planetæ in orbitis propriis, ſtationum tempore tenent. Cum itaque in hoc caſu pro infinitis Telluris & Planetarum diverſis poſitionibus, infinitè diverſi ſunt anguli, ſtationum tempore, illi æquatione Algebraicâ definiri nequeunt; neque poteſt Problema univerſaliter conſtrui, per curvas Algebraicas, quamvis aliqui hoc opus ſuſceperunt. At ſi detur poſitio Planetæ in propriâ orbitâ, inveniri poteſt Poſitio Telluris in ſuâ, quando Planeta in illo puncto exiſtens e Tellure ſtationarius videtur: hoc enim eſt Problema determinatum, & duas continet reſponſiones, pro duabus radicibus æquationis, Problematis naturam includentis. Illius autem Problematis ſolutionem mihi pro ſummâ ſuâ amicitiâ impertivit Aſtronomorum princeps *Dominus Halleius*, ad quam intelligendam præmittimus Lemma, quod ſequitur.

Qualeſcunque ſint Planetarum vel Telluris orbitæ, ſi ex eorum locis Tempore ſtationum ducantur rectæ, quæ orbitas tangant, & producantur Tangentes, donec concurrant, erunt portiones Tangentium, à mutuo concurſu interceptæ, Telluris & Planetarum velocitatibus proportionales.

Sint EG AH portiones duæ orbitarum quas Tellus & Planeta deſcribunt, AB CD ſpatia exigua eodem tempore ab iiſdem percurſa, tempore ſtationum. Ducantur CE AE orbitas tangentes in A & C, quæ concurrant in E, & quia Planeta eſt Stationarius; erit BD ad AC parallela & proinde per 2*dam El* 6. CD ad AB ut CE ad AE. Sed CD AB cum ſint ſpatia ſimul deſcripta, ſunt ut Planetarum Ve-

Tab. 40. fig. 4.

lo-

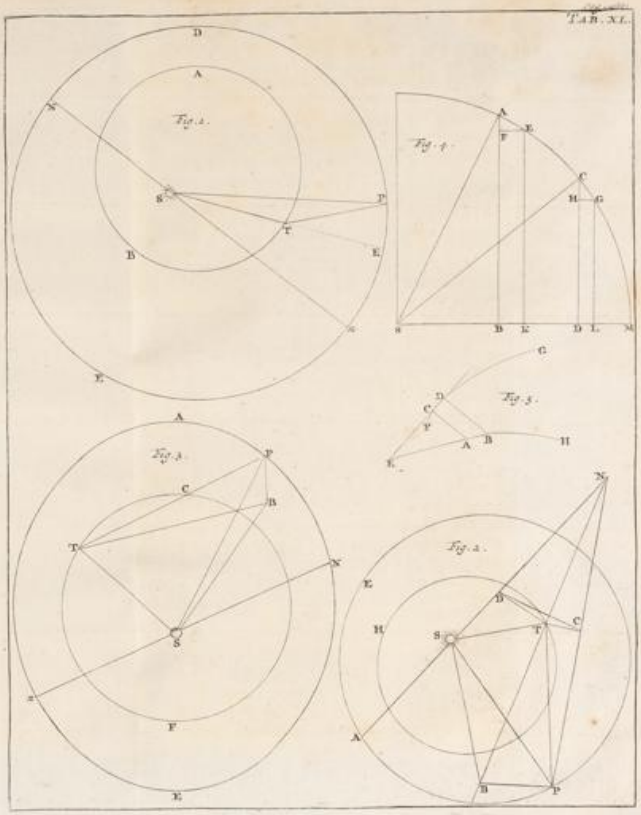
locitates, quare tangentes CE AE sunt, ut Planetarum velocitates. Hoc Theorema est *Joannis Bernoulli, in Actis Berolinensibus* Editum, & ex parallelismo linearum ACBD immediatè sequitur; is tamen exinde nullam protulit Problematis Solutionem. Sequitur Solutio Halleiana.

PROBLEMA.

Invenire Locum Terræ è quo Planeta in dato Orbis sui puncto visus, stationarius apparet.

TAB 41. *fig.* 5. Sit S Sol, ◻KLA orbis Terræ, quam circularem pro hac vice supponamus, π P ϱ Orbita planetæ, P locus Planetæ datus. Ducatur recta VPQ contingens orbem Planetæ in P, occurrens vero Orbi Terræ in V & Q, ac bisecetur VQ in R: in eandem autem erigatur normalis PB, quæ sit ad VR vel RQ ut velocitas Planetæ ad velocitatem Terræ: ac centro R diametro VQ describatur semicirculus *vbd*Q, quem contingant rectæ, utrinque de B ductæ & productæ, ut B*b*Σ, B*d*T; & ad quas e centro R demittantur normales R*b*, R*d*; ac fiant ΣK ipsi Σ*b*, & TL ipsi T*d* æquales. Dico K, L puncta esse in orbe Terræ quæsita. Ob similia enim triangula R*b*Σ, BPΣ, ΣP est ad PB ut Σ*b* sive ΣK ad R*b* sive RV, ac permutando ΣP est ad ΣK ut PB ad RV, quas fecimus, ut velocitas Planetæ ad velocitatem Terræ, Verum Σ*b* contingit semicirculum in puncto *b*, ac proinde quadratum ex Σ*b* æquale est rectangulo VΣQ. *per* 36. 3. *El.* cumque ΣK facta est ipsi Σ*b* æqualis, ΣK continget orbem Terræ in puncto K, per 37. 3. *El.* Tangentes itaque utriusque orbis ΣP, ΣK sunt in ratione velocitatum, ac proinde Planeta in P è Terrâ in K visus, Stationarius erit. Eodem omnino modo demonstrabitur rectas TP, TL esse in ratione velocitatum & TL orbem Terræ contingere in L. Junctæ denique SK SL designabunt loca Terræ e Sole visæ, ac anguli KSP, LSP angulos commutationis quæsitos. Et existente SA lineâ Apsidum Terræ, erunt KSA, LSA, anguli anomaliæ veræ Terræ; unde si quid erratum fuerit in suppositâ velocitate Terræ accuratissimè corrigi poterit.

Al-


Fig. 1.
Fig. 4.
Fig. 3.
Fig. 3.
Fig. 2.

Alterius generis est Problema, *Stationis alicujus tempus definire*; cujus Solutio per Geometriam vulgarem exhiberi haud potest; illam tamen per approximationem, & methodum indirectam investigavit acutissimus *Halleius*; in cujus Solutione utitur duobus Theorematis à *Cl. Moivreo* inventis; & Horum Theorematum demonstrationes cum in rebus Astronomicis usum habeant, nos dedimus in Lectione XXIII. pag. 424.

Sequitur Solutio *Halleiana*. Quoties Stationis alicujus tempus accuratè definire cupis; Obtentâ prius, Constructione dictâ, vel calculo rudiori, vel etiam ex Ephemeridibus, Stationis quæsitæ die, juxta Tabulas Astronomicas perfectiores, ad Meridiem istius diei capiatur Locus Solis, uti & Planetæ, tam Heliocentricus quàm Geocentricus, unà cum distantiarum utriusque à Sole Logarithmis; & ut reducantur motus ad idem planum, curtetur illa Planetæ. Datur itaque Triangulum, STP, ex principiis Astronomicis, ubi S Solem, T Terram & P Planetam designant. Ducantur Tangentes Orbis Terræ TQ, orbis verò Planetæ PQ, concurrentes in Q. Jam, si forte contingeret reales Planetarum Velocitates esse inter se, ut PQ ad TQ, sive ut sinus anguli PTQ ad Sinum anguli TPQ, constabit Planetas esse in situ Stationi congruo; quia hoc in casu, motus momentaneus Terræ, de T in *t* juxta Tangentem TQ latæ, est ad motum Planetæ de P in *p* juxta Tangentem PQ, ut TQ ad PQ: proinde (per 2. VI *Elem.*) rectæ TP, *tp* parallelæ fiunt, atque adeo Planetæ tali in situ invicem Stationarii apparerent. TAB 41. *fig.* 5.

Datis autem distantiis ST SP consequitur ratio quam habent velocitates reales inter se, sive T*t* P*p*. Sunt enim velocitates reales mediæ diversorum Planetarum, sive eæ quibuscum ad distantias semiaxibus transversis Orbium æquales, circa Solem circulos describerent, in subduplicatâ ratione Axium reciprocè. Media autem velocitas Planetæ est ad Velocitatem ejusdem in quovis orbitæ suæ puncto P vel T, in subduplicatâ ratione distantiæ à Sole ad distantiam ejus ab altero Orbitæ Ellipticæ Foco, quam PF & TF nominabimus respectivè. Posito etiam R pro semiaxe transverso su-

perioris planetæ, & *r* inferioris, compositis rationibus erit Velocitas inferioris Planetæ ad eam superioris, sive T *t* ad *p* P ut √R × SP × TF ad √*r* × ST × PF. Hujus itaque rationis Logarithmus, juxta obliquitatem Tangentis PQ ad Eclipticæ planum reductus, habeatur in promptu.

Ex iisdem etiam distantiis habebuntur anguli STQ, SPQ; est enim Radius ad Sinum anguli STQ, ut √ST × TF ad semiaxem conjugatum Orbitæ Terræ; pariterque Rad. ad Sinum SPQ, ut √SP × PF ad semiaxem conjugatum Orbitæ Planetæ. Vel, quod paulo paratius est, fiat ut distantia Planetæ in Aphelio ad distantiam Perihelium, ita Tangens semissis anguli quo distat à perihelio suo, ad Tangentem anguli; qui è dicto semisse sublatus, relinquet complementum anguli SPQ ad Quadrantem, vel excessum ejus supra quadrantem, prout contigerit vel acutum vel obtusum esse; ac reducatur ille angulus, si opus sit, ad Ecliptice planum. His itaque constitutis, ex angulo STP subducatur angulus STQ, & angulo SPQ adjiciatur angulus SPT, ut habeantur anguli QTP, QPT. Horum sinus, si eandem habeant rationem quam habent velocitates reales in punctis T & P, bene se habet.

Sin minus, Logarithmorum utriusque servetur differentia, sive Error positionis primæ, ac si ratio Velocitatum minor fuerit ratione Sinuum dictorum, minuendus est angulus TSP, addendo vel subducendo motum medium utriusque Planetæ uni diei competentem: & è contra, si major fuerit Velocitatum ratio. Calculoque priori omnino simili, quærantur denuo Logarithmi dictarum rationum, ad Meridiem præcedentis vel sequentis diei, prout casus postulat. Dein conferatur differentia horum Logarithmorum, sive Error Positionis secundæ, cum Errore ad alterum diem invento, & Errorum summa, si diversi signi fuerint, vel differentia, si signi ejusdem, erit ad 24 Horas, ut Errorum alter ad intervallum, quo tempus quæsitæ Stationis distat à Meridie cujus errorem adhibuimus: hoc autem *Regulam Falsi* callentibus manifestum est.

Ad hunc modum Planetarum Stationes intra pauca minu-

ta

ta obtinebuntur: ad tollendum autem errorculum à Logarithmorum dictorum augmento non omnimodè æquabili oriturum, si cui libeat, poterit, ad tempus jam inventum & vero proximum, redintegrato calculo rem penitus verificare: sed hac cautelâ non est opus nisi in Marte & Mercurio.

Ut autem res manifestior fiat, adjungam Exemplum calculi stationis Jovis nuperæ in mense *Novemb.* 9°. 1717.

Exemplum Calculi Stationum.

	Novembris 9°. in Merid.					*Novemb.* 10. Merid.			
Anom. med. ♃.	9°.	10°.	00″.	00‴.	—	9.	10.	5.	00.
Mot. med. ☉.	7.	0.	7.	00.	—	7.	1.	6.	8.
♃ Locus Heliocentricus a 1ª ✲ ♈	2.	25.	11.	00.	—	2.	25.	15.	53.
☉ a 1ª ✲ ♈	6.	28.	53.	17.	—	6.	29.	54.	00.
Log. dist. ♃ à ☉		5.	720650.		—	5.	720680.		
Log. dist. ☉ à ☉		4.	994267.		—	4.	924186.		
♃ Loc. Geoc.	3.	5.	4.	28.	—	3.	5.	4.	27.
Angulus STP.		113.	48.	49.	—		114.	49.	33.
Angulus SPT.		9.	53.	28.	—		9.	48.	34.
Angulus STQ.		89.	23.	54.	—		89.	23.	54.
Angulus SPQ.		92.	41.	20.	—		92.	41.	14.
Ang. PTQ.		24.	25.	42.	—		25.	25.	39.
& Ang. TPQ.		102.	34.	48.	—		102.	29.	48.
Log. rationis velocitatum.	0. 368210					0. 368321			
Log. rat. Sinuum ang. TPQ. PTQ.	0. 372912					0. 356757			
Error Posit. I.	0. 004702+.				Error posit. II.	0. 011564—.			

Cumque alter errorum est in excessu, alter in defectu, fit ut 16266 errorum summa, ad 4702, ita 24 horæ ad 6ʰ 56′. Unde concludere licet stationem Jovis contigisse *Nov.* 9ª 6ʰª 56′ P. M.

LECTIO XXVIII.
De Temporis Partibus.

Dies Naturalis.

PArtes Temporis omnibus notæ ſunt Dies, Horæ, Hebdomades, Menſes, & Anni. Dies Naturalis, qui à motu apparenti Solis ab oriente in occidentem definitur, eſt illud Temporis ſpatium, quod labitur, dum Sol à Meridiano, vel aliquo alio circulo horario digreſſus ad eundem revolvit; Naturalis dicitur, ut diſtinguatur ab illa vocis ſignificatione, qua Dies Nocti opponitur, & Artificialis nominatur.

Diem diverſe Gentes diverſimode inchoant.

Non idem Diei initium omnes gentes obſervant. Babylonii diem auſpicabantur ab ortu Solis; Judæi & Athenienſes ab occaſu, quod Itali, Auſtriaci, & Bohemi nunc faciunt, & Sole Horizontem occiduum ſubeunte, horam viceſimam quartam numerant, proximam poſt Solis occaſum horam diei primam vocant.

Qui diem ab ortu Solis incipiunt, hoc habent commodi, quod ex horarum numero, ſciant quantum temporis elapſum ſit ab ortu Solis; qui ab occaſu diem inchoant, hoc inde utile capiunt, quod hora ſtatim oſtendit quantum temporis ad Solis diſceſſum reſtat, ut itinera alioſque labores illi proportionari poſſint. At his utriſque, hoc eſt incommodum, quod per numerationem horarum, Meridiei mediæque noctis tempus non innoteſcit, quod non niſi ſubducto calculo illis notum fieri poteſt, nam diverſis anni tempeſtatibus, tempus Meridiei diverſa horâ numerabant. Ægyptii olim diem à media nocte inchoabant; à quibus Hipparchus hunc computandi morem in Aſtronomiam recepit, eumque ſecuti ſunt Copernicus aliique Aſtronomi, maxima tamen Aſtronomorum pars commodius duxerunt, diem à Meridie auſpicari. Sed mos incipiendi diem à media nocte, obtinet apud Brittannos, Gallos, Hiſpanos & alias pleraſque Europæ gentes.

Horæ æquales & inæquales.

Hora alia eſt æqualis, alia inæqualis. Hora æqualis eſt viceſima quarta pars Diei Naturalis. Præter craſſam illam vulgi diviſionem horæ in ſemihoras & Quadrantes, hodie com-

mu-

muniter recepta est ab Astronomia translata divisio horæ in sexaginta minuta prima, & uniuscujusque minuti primi in sexaginta secunda.

Hora inæqualis est duodecima pars diei Artificialis, item pars duodecima noctis; dicitur etiam *Temporanea*, quod diversis Anni Tempestatibus variæ sit quantitatis, nempe hora diurna Æstiva longior est Hybernâ, & nocturna brevior. In die autem Æquinoctiali, hora diurna nocturnæ est æqualis; unde horæ æquales Æquinoctiales dicuntur; his horis usi sunt olim Judæi, Romani, hodieque Turcæ, atque ita meridies semper in horam diei sextam incidebat. Dicuntur etiam hæ horæ Planetariæ, quod singulis his horis, Planetam quendam ex septem præficere usitatum fuit. Ita *v. gr.* Die Solis, hora temporaria ab ortu prima, Soli tribuitur, proxima Veneri, tertia Mercurio, atque inde cæteræ ordine, Lunæ scil. Saturno, Jovi, Marti, inde fit, ut diei sequentis hora ab ortu prima, Lunæ contingat, ac proinde isti Hebdomadis diei nomen de suo imponat, quod idem in sequentibus ad septimanæ finem usque continuatur.

Hebdomades.

Hebdomas est septem dierum Systema; variis appellationibus Hebdomadis dies distinguuntur. Ecclesia Christiana primum diem, Dominicum vocat, vulgus Diem Solis nominat, & soli nostri temporis Phanatici Sabbathum nuncupant. Secundum Hebdomadis diem, feriam secundam, tertium, feriam tertiam, & ita deinceps, septimum autem diem Sabbathum nominat Ecclesia. Vulgus autem nomina dierum à Romanis usitata & à Planetis denominata indita retinet.

Mensem propriæ Lunæ motus metitur.

Mensis proprie est spatium temporis, quod Luna motu suo metitur, in quo per Zodiacum integrum defertur, quem circulum duodecies in anno absolvit. Est alius mensis huic propemodum æqualis, quem Solis motus metitur, estque spatium temporis, quo Sol unum signum, seu partem Ecliptice duodecimam, describit. Sed hi menses Astronomici sunt, à quibus differt civilis mensis, qui pro Regni alicujus aut Reipublicæ instituto pluribus aut paucioribus constat diebus.

Ægyptii olim menſem quemlibet diebus 30. conſtare volebant; dieſque illi quinque, ex quibus annus conſtabat, ultra dierum in menſibus numerum, Epagomenæ dicebantur.

Annus Aſtronomicus & Civilis.

Annus eſt vel Aſtronomicus vel Civilis. Anni Aſtronomici utramque ſpeciem, ſcil. Tropicum & Periodicum, in Lectione XXII. definivimus. Annus civilis idem qui politicus in Republica aut Regno aliquo receptus, eſt quoque duplex, Lunaris, aut Solaris, prout Lunæ vel Solis motibus conformis redditur; ille Lunaris rurſus duplex, eſt Vagus vel Fixus. Annus Lunaris vagus conſtat duodecim menſibus ſynodicis, vel duodecim Lunationibus; qui diebus 354 abſolvuntur, quibus exactis Annus Civilis denuo incipit. Deficit itaque hic Annus à Solari vertente, qui tempeſtates reducit, diebus undecim, inde fit ut Annorum initia per omnes Anni tempeſtates vagentur, idque ſpatio 32 Annorum, ideoque Annus vagus dicitur. Hac Anni forma utuntur Turcæ & Mahumedani.

Lunaris & Solaris Vagus & Fixus.

Cum duodecim Lunationes deficiunt ab Anno Solari diebus undecim, in tribus Annis Solaribus, Lunationes 36 ſeu tres Anni Lunares deficerent à Solaribus 33 diebus, itaque ut retineantur menſes in iiſdem Anni Solaris cardinibus, Anno tertio menſis integer ſuperadditur, quod fit quoties opus fuerit ut Anni initium in eadem Tempeſtate retineatur, & Menſis hic ſuperadditus *Embolimæus* ſeu Intercalarius dicebatur. In Annis novemdecim, hujuſmodi menſes intercalares ſunt ſeptem, Annuſque hujus formæ Lunaris Fixus nominatur. Tali anno uſi ſunt Græci, hoſque imitati Romani, uſque ad Julium Cæſarem.

Annus Solaris vagus dicitur Ægyptiacus.

Annus Civilis, qui ad motum Solis ligatur, eſt quoque vel fixus vel vagus. Vagus dicitur Ægyptiacus quo utebantur Ægyptii, & conſtabat diebus 365, & ab Anno Tropico fere ſex horis deficit, harum horarum neglectu, fit ut quarto quolibet anno, uno die, antevertit hic annus Annum ſeu Periodum Solarem; adeoque quater 365. annis, hoc eſt annis 1460, initium ejus vagatur per ſingulas anni Tempeſtates.

Cum

Cum itaque Annus Ægyptiacus dierum 365, horis fere sex deficit à vero Anno Solari, ut Anni omnes pari passu cum Sole progrediantur, horarum excurrentium ratio necessario habenda est; sed convenit quoque, ut Anni Politici idem semper sit initium, atque ut ab initio diei is exordium capiat. Non enim incipere debet annus modo ab una die hora, modo ab alia, quod fieri necesse erit, si singulis annis addantur sex excurrentes horæ; sed horæ illæ coacervatæ in tribus annis, additæque sex horis quarti anni diem integrum efficiunt. Hic dies quarto anno additus, illum cum motu Solis rursus congruere faciet. Hæc perspiciens Julius Cæsar, quarto cuilibet anno, diem intercalarem adjecit, qui itaque constaret diebus 366. & dies additus est mensi Februario. Et cum in anno vulgari dies Februarii 24. dicatur sextus Kalendas Martii, seu sextus ante Kalendas, statuit Cæsar ut quarto anno id dicatur bis, ita ut in illo anno, sint bini dies quarum quilibet erit sextus ante Kalendas Martii; Itaque ille Annus Bissextilis dicebatur. Hæc forma anni à Julio Cæsare, apud Romanos Pontifice Maximo, instituta fuit, & Juliana vocabatur, cujus hæc est proprietas, ut quartus quilibet Annus sit Bissextilis dierum 366, reliqui tres communes 365 dierum. *Annus Julianus Fixus.*

Interim fatendum est, Tempus Anno Solari à Julio Cæsare tributum, esse nimium; nam Sol suum cursum in Ecliptica absolvit diebus 365, horis 5, min. 49, unde 11 minutis primis citius cursum redintegrat, quam incipit annus Julianus. Si itaque Sol in quodam anno, vicesimo Martii die Æquinoctium, Meridie ingrediatur; proximo anno, undecim minutis ante Meridiem ad Æquinoctialem circulum perveniet, & anno sequenti viginti duobus minutis ante Meridiem, eundem circulum attinget, atque ita singulis annis, Sol motu suo undecim minutis annum civilem antevertendo in Annis 131, integro die Annum Julianum anticipabit. Ita Æquinoctium cæleste non in eodem semper anni civilis die hærebit, sed sensim versus initium Anni feretur, regressu tam manifesto ut in dubium vocari non possit.

Hinc

Hinc cum tempore Concilii *Niceni*, quando termini celebrandi Paſchatis inſtituti fuerunt, Æquinoctium Vernale hærebat in 21 die Martii, id continuo retro labendo, tandem anno Domini 1572, quo Kalendarium correctum eſt, deprehenſum eſt ad undecimum Martii diem per integros dies decem abrepſiſſe. Adeoque cum reſtituere cuperet *Gregorius* XIII. Epiſcopus Romanus Æquinoctium ad priſtinam ſedem, dies illos decem è Kalendario exemit, ſtatuitque ut dies undecimus Martii, viceſimus primus numeretur; & ne deinceps, ſimili modo, ſublaberentur Anni cardines, cavit ut centeſimus quiſque Æræ Chriſtianæ annus communis eſſet, qui ſecundum Julium debebat eſſe Biſſextilis; at quartus quiſque centeſimus Biſſextilis maneret. Nova hæc Anni forma, ab Epiſcopo Romano *Gregorio* XIII. cujus auctoritate ſtabilita fuerat, *Gregoriana* dicta eſt, eamque receperunt Galliæ, Hiſpaniæ, Germania & Italia, Regioneſque omnes quæ Pontificis Romani auctoritatem agnoſcunt; ſed etiam in Hollandia, & exeunte ſæculo proxime elapſo, à multis Germaniæ Reformatæ populis recepta eſt; Britanniæ tamen & aliæ Septentrionales gentes Reformatæ veterem anni formam Julianam retinent.

Annus Gregorianus.

Perſæ Formam anni Ægyptiacam etiamnum retinent, inde fit, ut Æquinoctia non in eodem anni menſe ſemper hærent, ſed per omnes menſes vagantur, & non niſi poſt peractam Annorum 1460 Periodum, initium anni in idem Solaris Anni Tempus recidit. Quod tempus *Annus Magnus Canicularis* dicebatur, ſeu *Periodus Sothiaca*, propterea, quod initium ejus ſumitur, quando in primo die menſis Thoth, ſeu primo anni die, Canis ſidus oritur Heliace. *Sothis* enim in lingua Ægyptiorum Canem ſignificat, qui Græce eſt Ἀστροκύων, id eſt Aſtrocanis, & ab Aſtronomis Sirius dicitur.

Annus Canicularis ſeu Periodus Sothiaca

Non ſolum per annos, ſed per plurium annorum collectiones, tempora diſtinguebant veteres, quales fuit *Jubileum*, annorum 49 vel 50, *Sæculum* annorum 100, ſed omnium celeberrima apud Græcos habebatur *Olympias*, continens ſpatium quatuor annorum.

Si-

Sicut in cælo sunt certa puncta, à quibus Astronomi in supputandis motibus initium capiunt; ita etiam sunt certa Temporis puncta, à quibus tanquam radicibus calculi incipiunt; & Res gestæ secundum seriem annorum qui Radicem illam sequuntur, in Historiis disponuntur. Hæ Radices Epochæ seu Æræ dicuntur; à quibus Anni & Tempora numerantur. Celeberrima & nobis maxime familiaris est ea, quæ à Nativitate Domini nostri Jesu Christi denominatur, quæ incipit à Kalendis Januarii, quæ Christi Nativitatem proxime sequuntur. *Æra Christi.*

Verum quamvis Epocha hæc sit ex usu vulgari stabilita, & ubique fere apud Christianos recepta, Angli tamen & Hiberni in negotiis Ecclesiæ & Reipublicæ, Epocha utuntur integro anno posteriore. Hi enim annum incipiunt, non à festo Nativitatis Domini, sed à Festo Incarnationis seu Conceptionis, quæ octavo Kalendas Aprilis celebratur: inde fit, ut ab Incarnatione Domini, usque ad Festum Annunciationis Virginis, anni, verbi gratia, 1718, numerant Angli annos elapsos completos 1717. A Nativitate autem Domini ad Festum Nativitatis anni 1717, numerant tantum annos elapsos 1716, cum secundum reliquum Christianum Orbem, tempus illud continet annos completos 1717.

In hac re, consentientem habent Angli Dionysium Exiguum Æræ Auctorem, secundum quem Christus conceptus est VIII. Kalendas Aprilis primi anni hujus Æræ, & natus Bruma sequente, exeunte anno 46^to^: à Reformatione Kalendarii per Julium Cæsarem. Hic computus fuit primo universaliter receptus, at nunc tantum in Anglia locum obtinet. Nam in reliquo Orbe Christiano, ab ista Epocha tacite secessum est; & opinio communiter recepta est, Christum natum fuisse Bruma antecedente Incarnationem Dionysiam, nempe exeunte anno Juliano 45^to^, atque sic Christum uno anno natu majorem faciunt quam Dionysius Æræ Auctor.

Hoc non obstante, Angli per maximam anni partem, annum eundem numero designant, cum reliquo Christiano Orbe. At in tribus fere mensibus, tempore scil. inter Ka-

lendas Januarii, & VIII. Kalendas Aprilis, annum uno minorem ponunt, & diversum à reliquis Christianis numerant.

Celebris quoque est Epocha Mundi Conditi, de qua tamen sunt insignes Controversiæ, dum alii contendunt mundum conditum esse ante Christum natum annis 3950. Alii Christo nascente Ætatem Mundi fuisse annorum 3983. affirmant. Ecclesia Græca, & Imperatores Orientis Epocha utuntur, quæ mundum longe antiquiorem supponit, secundum enim illorum Æram, mundus conditus est annis ante Christum 5509.

Inter prophanos Auctores, antiquissima & celeberrima est Olympiadum Epocha, quæ refertur ad Æstatem anni ante Christum 777, & ipsis Kalendis Julii, in Anno Juliano retro producto.

Non multo posterior est Epocha Romæ seu Urbis Conditæ quæ duplex est, Varoniana & Capitolina, prior Urbem conditam ponit anno ante Christum 753, altera anno 752.

Æra Nabonassari Astronomis semper celebris incipit ad diem 26 Februarii anni Juliani retro producti; Annoque ante Christum 747. Cumque hic dies fuit primus anni Ægyptiaci, Ptolomæus & post illum Copernicus motus siderum per annos Ægyptiacos calculo subjiciunt. Ægyptiorum enim annus calculo Astronomico imprimis commodus est, quia nulla intercalatione perturbatus.

Sequitur Epocha obitûs *Alexandri Magni* die 12^mo^. Novembris. Anno ante Christum 324 qui fuit Vagi Ægyptiaci annus primus. Annos Ægyptiacos dehinc computarunt Theon, Albategnius & alii. Inter Æras Nabonassari & obitûs Alexandri Magni, intercedunt anni Ægyptiaci præcise 424. Est & Æra Abyssinorum quæ & Æra Martyrum & Diocletiani nominatur. Est etiam Æra Arabum seu Turcarum quæ Hegira dicitur; à fuga Mahumedis initium capiens. Alia quoque est Persarum Epocha Jesdegird dicta, quas omnes apud Auctores videre licet. Sed præ omnibus maxime est commoda Juliana Periodus,

re-

reliquas fere omnes Epochas gremio suo complectens. Et est Periodus annorum 7980, qui numerus multiplicatione componitur ex numeris 15, 19, 28, quorum primus est Cyclus Indictionum; secundus est Metonicus, & tertius est Solis Cyclus. Primusque hujus Periodi annus fuit ille in quo hi tres Cycli simul incipiebant.

Subjungam Tabulam quæ primos Ærarum annos, ad annos Julianæ Periodi, vel ad annos ante vel post Christum natum reducit.

	Anni ante Christum	Anni Jul. Periodi.
Epocha Mundi conditi juxta Græcos Imperatores.	5508	
Vulgaris Epocha Mundi conditi.	3950	765
Olympiadum initium.	776	3938
Urbis Conditæ juxta Varronem.	753	3961
Urbis Conditæ ex Capitolinis Festis.	752	3962
Æra Nabonassari.	747	3967
Alexandri Magni mors.	324	4390
	An Christ.	
Annus Epochæ Christianæ vulgaris.	1	4714
Diocletianæ Æræ.	284	4997
Hegira Arabum.	622	5335
Jesdagirda Persarum.	632	5345

LECTIO XXIX.

De Kalendario, & Cyclis seu Periodis.

KAlendarium est dierum in anno civili dispositio secundum proprios menses, & eorundem in Hebdomades distributio, cum Festis, diebusque Juridicis annexis. Distributio in Hebdomades, fit per literas Alphabeti septem priores A, B, C, D, E, F, G. Incipiendo à primo die Januarii, litera A ipsi apponitur, secundo B, tertio C, & ita deinceps, usque ad G, quæ diei septimo affigitur; & inde rursus incipiendo, octavo iterum apponitur A, nono B, decimo C, atque sic continuo repetita literarum serie, singuli anni dies aliquam obtinent literam in Kalendario, & ultimo die Decembris inscribitur litera A.

Distributio dierum Anni in Hebdomades per literas Alphabeti priores septem.

Nam si 365. dies dividantur per 7, proveniunt Hebdomades 52, & unus præterea supereſt dies. Quod si nullus supereſſet dies, Anni omnes ab eodem ſeptimanæ die, ſemper inciperent, & quilibet menſis dies in determinatum & ſtatum hebdomadis diem ſemper incideret; nunc vero, quoniam in anno, præter hebdomades completas, eſt unus dies, factum eſt ut in quocunque ſeptimanæ die, incipit annus, in eodem finitur; proximuſque annus à proximo die incipit; *v. gr.* in anno communi 365. dierum, ſi is incipit die Dominica, ultimus anni dies erit etiam dies Dominica. Et primus ſequentis anni dies eſt dies Lunæ.

Literæ Dominicales.

Literis hac ratione diſpoſitis in anno communi illa quæ primæ Januarii Dominicæ reſpondet, per totum illum annum Dominicas indicabit, & quibuſcunque diebus, in aliis menſibus, affigitur illa litera, dies illi omnes erunt Dominicæ; ideoque litera illa iſtius anni Dominicalis vocatur; ſic etiam quæcunque litera apponitur diei Lunæ in Januario primæ, eadem in Kalendario repetita omnes Lunæ dies per totum annum monſtrabit, atque ſic de cæteris.

Si prima Januarii dies ſit Dominica, cui reſpondet litera A, ultima, uti oſtendi, erit quoque Dominica. Adeoque annus ſequens die Lunæ incipiet, & Dominica cadet in diem ſeptimum, cui reſpondit litera G, quæ itaque erit litera Dominicalis per totum illum annum; cumque annus die Lunæ incipit, die quoque Lunæ terminabitur, & in anno ſequente prima Januarii dies fiet Martis, Primaque Dominica cadet in ſextam menſis diem, cui in Kalendario reſpondet litera F, atque eodem modo anno ſequente litera Dominicalis foret E; & hac ratione literæ Dominicales ordine ſemper retrogrado feruntur per G, F, E, D, C, B, A. In Kalendariis annuis, quæ *Almanacks* voce Arabica vocantur, litera anni Dominicalis ut facilius dignoſcatur, ſemper majuſcula pingitur. Adeoque unico intuitu totius anni Dominicas aſpicere liceat.

Si omnes anni eſſent Ægyptiaci, dierum 365, poſt exactum ſeptem annorum curriculum, iidem menſium dies ad eoſdem Hebdomadis dies redirent. Verum quoniam quartus

tus quilibet annus est Bissextilis dierum 366, in quo ultra septimanas 52, supersunt dies duo, si annus ille incipit die Dominica, in die Lunæ terminabitur, & proximus post hunc Bissextilem annus, a die Martis incipiet, primaque ejusdem anni Dominica in sextam mensis diem cadet, cui respondet litera F, pro sequentis anni Dominicali. Atque ita per annum Bissextilem, qui singulis quatuor annis recurrit, interrumpitur Literarum Dominicalium ordo, qui non redit, nisi post absolutos annos quater septem seu annos 28.

Hinc oritur Cyclus ille annorum 28, qui *Solaris* dicitur, quo completo, redeunt anni dies ad easdem septimanæ dies; in hoc Cyclo anni omnes Bissextiles, duas obtinent literas Dominicales, quarum prima usque ad diem Februarii 24, aut 25. Intercalarem inservit; altera per reliquum omne anni tempus Dominicas indicabit. Nam in anno Bissextili, Februarii dies vicesimus quartus, & vicesimus quintus pro eodem habentur die, & uterque eâdem literâ F insignitur; & hinc interrumpitur literarum ordo, quo dies Hebdomadis commonstrantur; *v. gr.* sit litera Dominicalis initio anni E, vicesimus quartus Februarii in diem Lunæ cadet, & vicesimus quintus in diem Martis; quibus utrisque apponitur litera F; unde sequens litera G quæ prius diem Martis indicabat, nunc ad diem Mercurii apponetur; & proxima Dominica in primam Martii diem incidet, cui in Kalendario adhæret litera D, quæ hac ratione per reliquum anni tempus, Dominicalis evadit. *Cyclus Solis.*

Cycli Solaris primus annus est Bissextilis, cui respondent literæ Dominicales G, F. Secundi anni litera Dominicalis est E, tertii D, quarti C; quintus Cycli annus rursus Bissextilis est cui congruunt literæ Dominicales B, A, & ita in cæteris. Laterculus sequens ostendit, quæ litera Dominicalis respondet cuivis Cycli Solaris Anno, ut annus Cycli

1	GF	5	BA	9	DC	13	FE	17	AG	21	CB	25	ED
2	E	6	G	10	B	14	D	18	F	22	A	26	C
3	D	7	F	11	A	15	C	19	E	23	G	27	B
4	C	8	E	12	G	16	B	20	D	24	F	28	A

Solaris inveniatur, pro quolibet Æræ Christianæ anno; ad annum Christi currentem addantur 9, quia ab initio Cycl i ad annum Christi primum, novem anni elapsi sunt, & summam divide per 28. Quotiens ostendet numerum Cyclorum, qui absoluti fuerunt a primo Cycli Solaris anno, ante Christum ad annum illum currentem, qui restat vero numerus, est Cycli Solaris currens annus, quod si nihil post divisionem restet 28. est annus Cycli.

Præter Festa stabilia, certis quibusdam anni diebus affixa, sunt & alii quoque dies Festi mutabiles, qui in diversis annis, diversis diebus contingunt, qui proinde non ex Solis, sed Lunæ motu pendent. Tale est a Deo ipso apud Judæos institutum *Paschatis Festum*, cui successit *Pascha Christianum* in memoriam Resurrectionis Domini receptum, & commemorandum. Instituit autem Deus Pascha celebrandum esse mense primo; decima quarta die mensis, ad Vesperam *Levit. cap.* 13 Annus autem Judæorum Lunaris fuit, & Emboliſmicis ita temperatus, ut is mensis diceretur primus, cujus decima quarta, hoc est Plenilunium, vel in diem Æquinoctii Vernalis caderet, vel eum proxime sequeretur. Ecclesia Christiana eandem fere regulam observare voluit. Vetuit tamen ne Pascha in ipsa decimaquarta celebretur, sed die Dominica proxime insequenti; eo quod Dominus die Dominica post Pascha Judæorum, a mortuis resurrexit.

Quâratione definitur tempus celebrandi Paschæ.

Primo itaque ad determinandum Paschatis celebrandi tempus, constituendum est Æquinoctium, quod diei Martii 21. affixum esse crediderunt omnes antiqui nec ab ea sede unquam dimovendum; ideoque suum Kalendarium ad hanc suppositionem aptarunt. Deinde eum mensem primum, seu Paschalem esse voluerunt, cujus decima quarta aut in Æquinoctium caderet, hoc est in diem qui 21. diem Martii, aut proxime illum sequeretur; sed cum menses Judæorum Lunares fuerint, decima quarta mensis dies diem Plenilunii immediate præcedit; unde in observatione Paschatis motus Lunaris ratio habenda est, & Novilunia & Plenilunia sunt invenienda. Judæis Novilunia per obser-

va-

vationes solum innotuere, hi enim observabant quando Luna primum è Solis radiis emergens Heliace Vespere oriebatur, illamque diem Lunæ primam dicebant. At Ecclesia Christiana per Cyclum Metonicum novemdecim annorum Lunationes computat, & ideo dictum Cyclum in Kalendario recepit, ut per illam Lunationes determinentur.

Est autem *Cyclus Metonicus* ab inventore ejus Metone nomen deducens, qui & Cyclus Lunaris dicitur, Periodus Novemdecim Annorum, quibus absolutis Novilunia & Plenilunia Media ad eosdem mensium dies redeunt, adeo ut quibuscunque diebus Novilunia & Plenilunia hoc anno accidunt, novemdecim abhinc annis, in eosdem dies incident, & ut existimarunt Meton & Primitivi Ecclesiæ patres in easdem dierum partes scil. horas & minuta. Adeoque tempore Concilii Niceni circa quod tempus, Paschatis celebrandi ratio determinabatur: Cycli Lunaris Numeri Kalendario adjuncti fuere, quos propter Excellentiam & Commoditatem Aureis literis inscribebant Veteres, Annumque Cycli pro quolibet anno proposito Aureum numerum vocabant.

Hac ratione Numeri Aurei diebus Kalendarii appositi fuere, vel certe apponi potuissent. Assumpto quolibet anno, pro initio Cycli, cui numerus Aureus 1 tributus est; observatis, in singulis mensibus, diebus in quibus Novilunia acciderent, eo anno è regione horum dierum apposuerunt Characterem I, & quia eo anno Novilunia accidebant Januarii 23, Februarii 21, Martii 23, Aprilis 21, Maji 21, Junii 19, & ita de cæteris, è regione horum dierum in Columna Cycli Lunaris unitas apposita est. Sequenti anno observatis Noviluniis, è regione dierum quibus acciderunt, inscripserunt veteres in Columna Numerorum Aureorum Characterem II, nempe ad 12 Januarii, 10 Februarii, 12 Martii, 10 Aprilis, & ita in aliis mensibus. Idem factum fuit tertio Anno appositio Charactere III, è regione dierum quibus Novilunia observabantur, & idem in aliis annis consequentibus usque dum absolutus fuit Cyclus annorum 19. Sed numerorum dispositio maxime accurata fit per Tabulas

Astro-

Aſtronomicas, computando pro ſingulis menſibus, ſinguliſque Lunaris Cycli annis, novilunia media, iiſque diebus quibus ea accidere deprehenſum fuerit Cycli Characteres apponendo. Quoniam menſis Lunaris Aſtronomicus conſtat diebus 29. horis 12. min. 44. ſecund. 3. ſed vulgus qui minutias diſtinguere non poteſt, Menſes Lunares ex diebus integris componit, ita ut alternis vicibus Lunationes conſtent 30. & 29. diebus quarum hæ cavæ, illæ plenæ dicuntur, id exigente quantitate menſis Aſtronomici dierum 29, horarum 12, quia autem ſunt præterea 44. min. ſeu fere tres horæ quadrantes in ſingulis Lunationibus, intra 32. Lunationes hæc minuta collecta diem efficient, qui cavo menſi addendus eſt, & hac ratione Lunationes Kalendarii cum cæleſtibus fere convenient.

Si detur annus Cycli Lunaris, dabuntur ope Kalendarii, Noviluniorum dies per totum annum, nam in ſingulis menſibus numerus Cycli ſeu Aureus diem oſtendet in quo contingit Novilunium medium, & huic addendo dies quatuordecim, habebitur dies Plenilunii.

Veteres exiſtimabant Cyclum novemdecim annorum exacte exhaurire Lunationes 225, adeoque poſt revolutionem annorum Cycli, Novilunia non tantum ad eoſdem menſium dies, ſed etiam ad eaſdem horas redire. Quod verum non eſt. Nam in annis Julianis 19, ſunt dies 6939, horæ 18. At ſi ſingulis Lunationibus tribuantur dies 29. horæ 12. min. 44. ſecund. 3. ut motus Lunæ poſtulat, Lunationes 253. efficient 6939 dies, horas 16. min. 31. ſecund. 45, non igitur Lunationes 253 adæquant annos Julianos 19, ſed deficiunt una hora cum dimidia, unde Novilunia poſt annos 19. non redibunt ad eandem horam, ſed una hora cum dimidia citius accidunt, & intra annos 304. Novilunia antecedunt annum Julianum una die: ſatis itaque præciſe per tres annorum Centurias numerus aureus Novilunia oſtendet, ſine errore 24. horarum ſeu unius diei. Adeoque tempore Concilii Niceni quando Cyclus Novemdecennalis Kalendario adaptatus fuit, & per aliquot annorum centurias poſt illud, ſatis rite indicabat Cyclus ille Novilunia; ſed

sed nunc Lunationes intra 304. annos uno die continuo antecedendo, quinque fere diebus citius accidunt, quam tempore Concilii Niceni, seu quod idem est, Novilunia cælestia Lunationes per Cyclum Aureum computatas quinque diebus antecedunt. Sed hoc non obstante, Ecclesia Anglicana retinet modum computandi Novilunia per numeros Aureos, sicuti tempore Niceni Concilii in Kalendario dispositi fuere; adeoque Novilunia sic computata dicuntur *Ecclesiastica*, ut distinguantur à veris. Et Generalis perpetuaque Tabula quæ in Liturgia Anglicana habetur, pro tempore Paschatis per hos numeros Aureos secundum diversas literas Dominicales computata est.

Primus annus Æræ Christianæ numerum Aureum habuit 2, seu Cyclus incepit anno ante Christum natum; adeoque si ad annum Christi quemlibet currentem addatur 1, & summa per 19. dividatur, qui restat præter quotientem, erit Aureus istius anni numerus.

Ex Cyclis Solis & Lunæ in se invicem multiplicatis, conflatur tertia Periodus annorum 532, quæ Victoriana aut Dionysiana dicitur à Dionysio exiguo ejus inventore. Et est Cyclus annorum, quibus absolutis non tantum Novilunia & Plenilunia ad eosdem circiter mensium dies redeunt, sed & dies omnes mensium in eosdem septimanæ dies recedunt, adeoque literæ Dominicales & Festa Mobilia eodem ordine recurrunt. Unde dicitur hic Cyclus, Magnus Cyclus Paschalis.

Dato anno Æræ Christianæ, ut inveniatur annus Periodi Dionysianæ, ad annum currentem addatur numerus 457, & summa dividatur per 532, qui restat præter quotientem numerus erit annus Periodi quæsitus.

Alterius generis est Problema, datis Cyclorum Solis & Lunæ annis, invenire annum Periodi Dionysianæ, *v. gr.* sit Cycli Lunaris annus 17, Solaris 21, quæritur numerus qui si per 19 dividatur, relinquentur 17, at si per 28 dividatur relinquentur 21, qui ut inveniatur, quærantur duo numeri, quorum unum metitur numerus 28, at si per 19 idem dividatur, relinquentur 17, alterum numerum meti-

tur 19, at si per 28 dividatur idem numerus, relinquentur 21, nam patet horum numerorum summam proposito satisfacere.

Ad investigationem horum numerorum analyticam, ponamus numerum primum esse $28x$, Est enim multiplex numeri 28, & quoniam hic numerus divisus per 19, reliquit 17, auferatur à $28x$, numerus 17, & reliquus erit multiplex numeri 19, ideoque 19 dividet $28x-17$, sed dividit quoque 19 numerum $19x$, quare dividet differentiam numerorum scil. $9x-17$, qui itaque erit multiplex numeri 19, sit $9x-17=19n$, & erit n numerus integer & $x=\frac{19n+17}{9}$. Itaque cum x sit numerus integer, 9 dividet $19n+17$, sed 9 dividit $18n+9$, quare patet, numerum 9 dividere $n+8$, adeoque $\frac{n+8}{9}$ est numerus integer, sit ille 1, & erit $n=1$, & $x=4$, unde $28x=112=$ numero primo inveniendo.

Sit secundus numerus $19y$, est enim multiplex numeri 19, unde $\frac{19y-21}{28}$ est numerus integer, sit $19y-21=28n$, unde $y=\frac{28n+21}{19}$ quare cum 19 dividat $19n+19$, dividet etiam $9n+2$, eritque $\frac{9n+2}{19}$ numerus integer, sit ille $=p$; unde $9n+2=19p$ & $n=\frac{19p-2}{9}$, cumque 9 dividat $18p$, dividet etiam $p-2$; ideoque $\frac{p-2}{9}$ est numerus integer vel nihil, sit $=9$, eritque $p=2$ & $n=\frac{19p-2}{9}=4$ & $19y=28n+21=133$, est itaque numerorum unus 112, & alter 133, quorum summa 245 proposito satisfacit, & quandocunque Cyclus Solis est 21, & Lunæ 17, annus Periodi Dionysianæ est 245.

Hoc idem Problema aliter solvi potest per duos determinatos & constantes multiplicatores, tales, ut unus dividi possit per 28 sine residuo, at si per 19 dividatur, residuum sit 1, alterum dividit sine residuo numerus 19, at si numerus 28 eundem dividat, residuum sit 1. Tales numeri itidem

dem inveniuntur ac præcedentes, hac scil. ratione; sit primus numerus $28z$, alter $19y$; quare numerus 19 dividet sine residuo $28x - 1$, adeoque dividet quoque $9x - 1$; sit $\frac{9x - 1}{19} = n$, erit $x = \frac{19n + 1}{9}$, unde $\frac{n+1}{9}$ erit numerus integer, & minimus numerus qui pro n poni potest erit 8, sit itaque $n = 8$, fit $x = \frac{19n + 1}{9} = 17$, unde primus numerus $= 28x$ erit 476. Sit iterum $\frac{19y - 1}{28} = n$, unde $y = \frac{28n + 1}{19}$; sit $\frac{9n + 1}{19} = p$, erit $n = \frac{19p - 1}{9}$, & $\frac{p-1}{9}$ numerus integer, vel nihil. Sit $p - 1 = 0$ erit $p = 1$, & $n = \frac{19p - 1}{9} = 2$, & $19y = 28n + 1 = 57$. Numeri itaque quæsiti sunt = 476 & 57. Et quoniam numero 476 diviso per 19, restat 1, si 476 per numerum quemlibet minorem quam 19 multiplicetur, & productus per 19 dividatur, restabit præter quotientem numerus qui 476 multiplicat. Similiter quoniam 57 divisus per 28, residuum fit 1; si hic numerus 57 per numerum quemlibet minorem quam 28 multiplicetur, & productus per 28 dividatur, relinquetur numerus multiplicans.

Hinc elicitur Canon pro inveniendo Anno Periodi Dionysianæ qui sequitur.

Multiplicetur numerus Cycli Solaris per 57, & numerus Cycli Lunaris per 476. Productorum summa dividatur per 532, qui restat præter quotientem numerus erit annus Periodi quæsitus.

Præter Cyclos Solis & Lunæ, est & alius Cyclus qui *Indictionum* dicitur, apud Romanos receptus, qui nullam habet connexionem cum motibus cæleſtibus, & est annorum quindecim Revolutio, quibus expletis, rursus incipit. Frequens ejus occurrit mentio in Diplomatibus Cæsariis & Pontificiis. Anno ante Christum natum; Indictionis numerus fuit 3. Adeoque si ad annum Christi addantur 3, & summa dividatur per 15, residuum ostendet Indictionis annum.

Ex tribus Cyclis Solis, Lunæ & Indictionis multiplicatione conflatur Periodus Juliana annorum 7980. Hæc Periodus incepit 764 annos ante Mundum conditum, & nondum est absoluta, adeoque in se complectitur res omnes gestas omnemque historiam, & unus tantum est in tota Periodo annus, qui eosdem habet numeros pro tribus Cyclis ex quibus conflatur. Adeoque si Historici notassent in suis Annalibus cujusque anni Cyclos, exinde tolleretur omnis temporum ambiguitas.

Annus ante Christum fuit Periodi Julianæ 4713. Adeoque ex dato anno Æræ Christianæ, annus Periodi Julianæ respondens invenitur ei addendo 4713, & summa est annus Julianæ Periodi. E contra ab anno Periodi Julianæ auferendo 4713. residuum ostendit annum Æræ Christianæ.

Datis annis, Cycli Solaris, Lunaris, & Indictionis, invenire annum Periodi Julianæ. Problema hoc eodem modo solvitur, quo similis Problematis de Periodo Dionysiana solutionem dedimus, scil. inveniantur tres numeri tales, ut primus sit multiplex numerorum 19 & 15, seu eorum producti 285, at per 28 divisus relinquat numerum Cycli Solaris, secundus sit multiplex numerorum 28 & 15, seu eorum producti 420, at per 19 divisus relinquat numerum Cycli Lunaris. Tertius denique sit multiplex numerorum 28 & 19, at per 15 divisus relinquat numerum Cycli Indictionis. Horum numerorum summa si minor sit 7980. erit annus Periodi Julianæ quæsitus. Quod si major fuerit, dividatur per 7980, & residuus numerus erit annus Periodi Julianæ.

Potest etiam Problema solvi per determinatos, & constantes tres multiplicatores, quorum primus sit multiplex numeri 285, at per 28 divisus relinquat 1. Secundus sit multiplex numeri 420, at per 19 divisus relinquat 1. Tertius sit multiplex numeri 532, at per 15 divisus relinquat 1. Hi numeri inveniuntur methodo in præcedente Problemate, de Periodo Dionysiana, ostensa, & sunt 4845, 4200, 6916. Quibus inventis Canon pro inveniendo anno Julianæ Periodi, ex datis Cyclorum annis est qui sequitur.

An-

Annus Cycli Solaris multiplicet numerum 4845, Cycli Lunaris annus numerum 4200, & Indictionis annus numerum 6916. Productorum ſumma dividatur per 7980, omiſſo quotiente, reſiduum erit annus Periodi Julianæ. Exemplum hoc anno 1718. Cyclus Solis eſt 19. Lunæ 9. Indictionis 11. multiplicetur 4845. per 19, productus eſt 92055, & 4200. per 9, productus eſt 37800. Denique 6916. in 11 ductus, productus eſt 76076. Productorum ſumma eſt 205931, qui per 7980. diviſus, reſiduum præter quotientem erit 6431. annus Periodi Julianæ.

LECTIO XXX.

Appendix continens Deſcriptionem, & uſum utriuſque Globi; & Problemata quædam Sphærica, calculo Trigonometrico abſolvenda. Ex Nicolai Mercatoris Aſtronomia.

EOrum, quæ ad globos pertinent, quædam ſunt utrique communia, quædam vero alterutri peculiaria. Et communium quidem alia ſunt extra ſuperficiem globi, alia vero in ipſa ſuperficie.

Extra ſuperficiem utriuſque globi conſpiciuntur.

1. *Duo Poli*, circa quos globi volvuntur, quorum alter *Arcticus*, duobus arctis ſive urſis vicinis, idemque *Septentrionalis* à Septemtrionibus, id eſt, ſeptem ſtellis plauſtri majoris; alter huic oppoſitus *Antarcticus* appellatur.

2. *Meridianus Æneus*, cujus altera tantum facies, quæ gradibus diſtincta viſitur, & per ipſos polos incedit, eſt verus Meridianus, atque hæc facies ſemper obvertenda eſt Orienti, quemadmodum polus Arcticus Aquiloni. Dividitur autem in quater 90. gradus, quorum bis 90. incipiunt numerari ab ea parte Æquinoctialis, quæ eſt ſupra Horizontem, verſus utrumque polum; at reliqui bis 90 gradus incipiunt ab utroque polo, & deſinunt in Æquinoctiali ſub Horizonte.

3. *Horizon ligneus*, cujus facies ſuperior refert verum

Horizontem, & dividitur in varios circulos, quorum intimus continet duodecim signa Cæleſtia, nominibus & characteribus ſuis diſtincta, & in gradûs tricenos diſtributa. Huic proxime jungitur Kalendarium Julianum pariter ac Gregorianum, utrumque in menſes & dies diſtributum. In extima ora extat circulus ventorum ſive plagarum mundi, quemadmodum hodie a naucleris appellitantur.

4. *Quadrans altitudinis*, cujus margo is, qui gradibus diſtinguitur, applicandus eſt Meridiani gradui nonageſimo utrinque ab Horizonte computando. Numerantur autem in eo gradus ab Horizonte ſurſum ad ipſum uſque verticem ſive Zenith.

5. *Circulus Horarius* diviſus in bis 12. horas, quarum 12. meridiana ſurſum verſus Zenith, at 12. nocturna deorſum verſus Horizontem ſpectat; utraque vero faciei Meridiani Orientali & gradibus diſtinctæ congruere debet, ita ut polus *indicem horarium* geſtans ipſum centrum occupet, atque ipſe index motu diurno circumactus oſtendat horas in Orientali ſemicirculo antemeridianas, in Occidentali pomeridianas.

6. *Pyxis nautica* pedamento impoſita, cujus ope globus ad mundi plagas dirigitur.

7. *Semicirculus poſitionis*, cujus extremitates cardinibus Meridiei & Septentrionis affigendæ, ita ut ipſe ſemicirculus inde ab Horizonte ad Meridianum uſque libere ad quemvis ſitum elevari poſſit. Atque hæc quidem extra ſuperficiem utriuſque globi viſuntur.

At in ipſa ſuperficie delineantur præterea hi circuli:

1. *Æquinoctialis*, in gradus 360. diviſus, quorum numerationis initium eſt a ſectione verna, ſeu principio Arietis, indeque continuantur circumcirca, donec ad idem principium revertantur.

2. *Ecliptica* diviſa in ſigna 12, & horum quodlibet in gradus 30. nomina & ſeries ſignorum memoriâ tenenda.

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,

♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓

Libraque, Scorpius, Arciteuens, Caper, Amphora, Piſces.

Ecli-

Eclipticam Sol motu annuo peragrat; & si spatium illi addamus in latum utrinque octo circiter graduum, efficitur *Zodiacus* à duodecim asterismis, quorum plerique animalium similitudinem quandam habent, ita dictus; atque sub hoc circulo lato Luna & cæteri Planetæ motus suos periodicos exercent.

Discernitur Ecliptica ab Æquinoctiali, quod hic quidem dum volvitur globus, eundem perpetuo situm obtinet, atque eidem puncto Meridiani & Horizontis adjunctus manet; illa vero quolibet momento situm mutat, nunc elevata, nunc humilis, nunc huic, nunc isti gradui Æquatoris vel Horizontis applicata.

3. *Tropici duo*, *Cancri* nimirum & *Capricorni*, qui sunt limites excursuum Solis ab Æquinoctiali in Boream atque Austrum, includentes utrinque obliquam Solis viam, id est, Eclipticam. Nec inepte dici poterant *parallelorum Solis extremi*. Cum enim Sol quotidie alium atque alium Ecliptica gradum occupet motu suo annuo, fit ut gradus ille una cum Sole abreptus motu diurno, circulum quendam describat Æquatori parallelum, adeoque tot evadant paralleli, quot sunt dies à brevissimo ad longissimum. Quanquam Sol non moratus in eodem gradu, sed revolutionis diurnæ spatio promotus ad vicinum, non perfectum describit parallelum, sed lineam potius spiralem; attamen harum spiralium distantia cum sit exigua adeo, præsertim prope Tropicos; nihil impedit, quo minus singulæ revolutiones, maxime extremæ, hoc est, ipsi Tropici, parallelorum loco haberi possint, id quod usui quotidiano satis est, & commoditate præstat.

4. *Polares duo*, *Arcticus & Antarcticus* de quibus actum est in Lect. VII. & XIX. Atque hæc quidem hactenus enarrata utrique globo sunt communia, quanquam Ecliptica & semicirculus positionis proprie pertinent ad globum cœlestem tantum; adduntur tamen etiam globo terrestri, ut Phænomena, quæ motum Solis annuum sequuntur, & cuspides domorum, etiam per hunc, quando opus est, explicari possint.

Quæ

Quæ vero alterutri globo peculiaria ſunt, partim ſunt circuli vel lineæ quædam curvæ, ut in globo cœleſti duo Coluri, & circuli latitudinis; in Terreſtri Meridiani, Paralleli & Loxodromiæ; partim vero ſunt deformationes, in globo quidem Terreſtri Terrarum & Marium, quas Geographiæ contemplandas permittimus; at in globo Cœleſti Fixarum, & qui ex his conſtituuntur, Aſteriſmorum, ſive conſtellationum, numero 48, quorum 12 occupant Zodiacum, & nominibus diſtinguuntur iiſdem, quibus ſigna Eclipticæ anaſtra, ſive Dodecatemoria. Qui vero ab his vergunt ad boream Aſteriſmi numero 21, ſic appellantur:

Urſa minor, *Urſa major*, *Draco*, *Cepheus*, *Arctophylax* (*Bootes*) *Corona Gnoſſia*, *Hercules in genibus*, *Lyra*, *Cygnus*, *Caſſiopeia*, *Perſeus*, *Andromeda*, *Triangulum*, *Auriga*, *Pegaſus*, *Equiculus*, *Delphin*, *Sagitta*, *Aquila*, *Serpentarius*, *Serpens*.

At ab eodem Zodiaco in auſtrum recedunt imagines numero 15:

Cetus, *Eridanus*, *Lepus*, *Orion*, *Canis major*, *Canis minor*, *Argo navis*, *Hydra*, *Crater*, *Corvus*, *Centaurus*, *Lupa*. *Ara*, *Corona auſtralis*, *Piſcis auſtrinus*.

Præter has imagines 48 nobis conſpicuas obſervatæ ſunt aliæ circa polum auſtralem numero 12.

Phœnix, *Grus*, *Indus*, *Xiphias*, *Pavo*, *Anſer*, & *Hydrus*, *Paſſer*, *Apus*, *Triquetrum*, *Muſca*, *Chamæque leon*.

Ne quid addam de *Via Lactea*, quæ eſt circulus latus, candens, totum cœlum ambiens, nonnunquam duplici tramite, at plerumque ſimplici incedens. Hunc veterum nonnulli exhalationem quandam crediderunt in aëre ſuſpenſam; at noſtrum ſeculum innumeram minutarum fixarum congeriem eſſe deprehendit. Illæ vero ſtellulæ, quanquam ſitu & magnitudine differentes, in globo exhiberi non ſolent, ſed Teleſcopio ſolo diſcernuntur; ideoque de iis non eſt quod hoc loco ingeramus plura.

Deſcriptionem globorum modo expoſitam ſequitur uſus eorundem, qui licet multiplex ſit, præcipue tamen, ad rem præſentem quod attinet, his fere Problematis explicari poteſt.

Probl.

Probl. 1. *Dati in globo terrestri loci longitudinem & latitudinem invenire.* Datum locum advolve Meridiano æneo (intellige semper faciei ejus orientali, numeris distinctæ) & gradus Æquatoris, qui tum sub Meridiano reperietur, quocunque numero insignitur, est ipsa longitudo quæsita. Tum ab Æquatore computabis in Meridiano æneo ad locum usque datum gradus latitudinis, quæ erit Septentrionalis, si datus locus ab Æquatore recedat ad Septentrionem; australis autem, si ad austrum.

Probl. 2. *Datâ longitudine & latitudine; locum cui illa congruat in globo terrestri assignare.* Quære in Æquatore gradum longitudinis datæ, atque illum Meridiano æneo advolve. Tum ab Æquatore numera in Meridiano gradus latitudinis datæ versus polum Arcticum vel Antarcticum, prout ipsa latitudo borea fuerit, vel australis; & punctum in quod desinit numeratio, est ipse locus quæsitus.

Probl. 3. *Globum utrumque ad datam latitudinem, vel elevationem poli aptare, nec non quadrantem altitudinis puncto verticali applicare; denique globos ope pyxidis nauticæ ad quatuor mundi cardines disponere.* Si latitudo loci data sit borea, elevetur polus arcticus supra Horizontem; sin australis, Antarcticus: Tum à polo elevato versus Horizontem computa in Meridiano gradus elevationis poli datæ, & punctum, in quod desinit numeratio, adjunge Horizonti, ita globus ad datam elevationem poli aptatus erit. Deinde ab Æquatore computa in Meridiano sursum gradùs latitudinis datæ (quæ semper æqualis est elevationi poli) & punctum, in quod desinit numeratio, erit vertex dati loci, quod vulgo dicitur Zenith. Huic igitur puncto Meridiani quadrans altitudinis affigatur cochleolâ suâ, ita ut margo gradibus distinctus cum dicto puncto coniscet. Denique pyxis nautica pedamento globi imposita diriget acu magneticâ oculum operantis versus austri & septentrionis cardines, & manus circumducet Horizontem ligneum, donec Meridianus æneus ad parallelismum cum acu perveniat, & Meridies Horizontis lignei respiciat verum Meridiem loci; ita fiet, ut & reliqui cardines globi cardinibus mundi congruant. Curandum est præterea, ut pla-

num, cui insistit globus, Horizonti parallelum sit, adeoque Horizon ligneus cum vero Horizonte loci consentiat.

Probl. 4. *Gradum Solis, quem tenet in Ecliptica, ope Kalendarii, & adjuncti circuli signorum, indagare; undeque locum ejus in ipsa Ecliptica assignare.* Quære in Horizonte ligneo mensem & diem datum (observato Kalendariorum, Juliani & Gregoriani, discrimine, ne alterum pro altero sequaris perperam;) tum è regione diei inventi in intimo circulo, qui est signorum, invenies gradum, & signum, in quo Sol isto die versatur. Deinde in ecliptica, quæ superficiei globi inscribitur, quære primum signum modo exploratum, & in isto signo gradum ipsum Solis.

Accuratius innotescere potest locus Solis, per Ephemerides pro dato anno constructas, aut per Tabulas Astronomicas calculo is eruitur.

Probl. 5. *Ascensionem rectam & declinationem Solis, vel stellæ cujusvis datæ invenire, indeque indicem horarium horæ duodecimæ aptare.* Inventum per Problema præcedens gradum Solis applica Meridiano & nota gradum Æquinoctialis, qui Meridiano subjacet, is enim est Ascensio Recta Solis quæsita. Tum ab Æquinoctiali computa in Meridiano usque ad locum Solis in Ecliptica, & numerus graduum sic inventus, est ipsa Declinatio Solis, borea vel australis, prout Sol ab Æquinoctiali recesserit versus polum Arcticum vel Antarcticum. Dum vero locus Solis Meridiano adhæret, adjunge indicem horarium horæ duodecimæ Meridianæ. Eodem modo fixæ cujusvis locum applicabis Meridiano, & gradus Æquinoctialis culminans, erit ipsius fixæ Ascensio Recta; at distantia inter eandem fixam & Æquinoctialem intercepta, est Declinatio stellæ borea vel australis.

Ex dato loco Solis, ejus Ascensionem Rectam & Declinationem, per calculum Trigonometricum, invenire docuimus in Lectione XIX. pag. 379.

Probl. 6. *Altitudinem Solis vel datæ fixæ Meridianam quadrante, vel alio instrumento idoneo rimari.*

Methodum docuimus observandi Solis vel Stellæ altitudinem, in Lect. XIX. pag. 377.

Probl.

Probl. 7. *Datâ Declinatione, & altitudine Meridianâ Solis, vel fixæ cujuſvis, latitudinem loci, ſive elevationem poli invenire.*

Methodus inveniendi Latitudinem loci oſtenſa fuit, in Lect. XIX. pag. 378.

Probl. 8. *Datâ aſcenſione rectâ Solis & fixæ cujuſvis; tempus culminationis ejuſdem fixæ invenire.* Aſcenſionem Rectam Solis auſer ab Aſcenſione recta fixæ (ſuffectis, ſi opus ſit, 360 gradibus;) ita reſtat arcus Æquatoris à meridie ad momentum uſque culminationis ſtellæ elapſus. Hunc arcum convertes in tempus, dividendo gradus datos per 15, nam quotus exhibebit *horas*; tum gradus à diviſione reliquos multiplicando per 4, efficies *minuta horaria*. Similiter minuta gradibus adhærentia divides per 15, & quotus exhibebit etiamnum *minuta horaria*. Denique minuta à diviſione reliqua ſi multiplices per 4, habebis *ſecunda horaria*. Conflatum ex horis, minutis & ſecundis tempus à meridie computatum oſtendit ipſum momentum culminationis.

Probl. 9. *Dato loco Solis, vel fixæ cujuſvis; Aſcenſionem ejus, & Deſcenſionem obliquam necnon Amplitudinem ortivam & occiduam invenire.* Datum locum Solis, vel fixæ, adjunge Horizonti ortivo, & nota gradum Æquatoris, qui una aſcendit; hic enim vocatur Aſcenſio obliqua Solis, vel ſtellæ. Tum à cardine Orientis, hoc eſt, ab interſectione Æquatoris & Horizontis ad locum uſque Solis, vel fixæ arcus in Horizonte interceptus eſt amplitudo ſideris ortiva. Sin eundem locum Solis, vel ſtellæ, adjungas Horizonti occiduo; erit gradus Æquatoris una deſcendens, Deſcenſio obliqua Solis, vel ſtellæ. Et à cardine Occidentis, hoc eſt, ab interſectione alterâ Æquatoris & Horizontis ad ſidus uſque occidens, arcus in Horizonte numeratus, eſt Amplitudo Solis, vel ſtellæ occidua.

Problema hoc Trigonometrice ſic expeditur. Sit HPOP Meridianus, ÆQ Æquator, HO Horizon, P Polus, S Sidus vel Sol in Horizonte cujus Declinatio eſt arcus SR, *or* punctum orientis vel occidentis. In triangulo rectangulo *or* RS dantur RS, declinatio Solis vel Sideris, & angu- Tab. 41. fig. 6.

lus R *or* S, quem Æquator facit cum Horizonte & eſt æqualis complemento Latitudinis loci, ex quibus dabitur arcus *or* R, qui eſt differentia Solis vel Sideris Aſcenſionalis, quæ Aſcenſioni rectæ addita, vel ab eadem ablata, prout Sol vel ſtella verſus Polum depreſſum, aut elevatum declinat dabit Aſcenſionem obliquam: & dabitur præterea arcus *or* S amplitudo Solis vel Sideris. Differentia Aſcenſionalis quadranti addita, vel ab eodem ſubducta, prout ſtella verſus Polum elevatum aut depreſſum declinat, dat arcum ſemidiurnum, qui in tempus converſus, dimidiatam moram ſtellæ ſupra Horizontem oſtendet.

Probl. 10. *Datâ Aſcenſione Solis, vel fixæ, rectâ pariter atque obliquâ; dimidiatam eorum moram ſupra vel infra Horizontem, nec non longitudinem diei & noctis, horam item ortûs & occaſûs Solis invenire.* Dati ſideris Aſcenſionem rectam aufer ab obliqua, vel obliquam à recta, prout hæc vel illa major minorve extiterit; quod reſtat, eſt *Differentia Aſcenſionalis.* Hanc convertes in tempus (quemadmodum ſupra Problemate 8. docuimus) quod, declinante ſidere verſus Polum elevatum, additum ſex horis, declinante autem ſidere verſus Polum depreſſum, detractum ſex horis, exhibet dimidiatam ſideris moram ſupra Horizontem; at hujus complementum ad 12 horas, eſt dimidiata ſideris mora infra Horizontem. Dimidiata mora Solis ſupra Horizontem ſi computetur à meridie, extabit hora Occaſûs Solis; at dimidiata mora Solis infra Horizontem computata à media nocte, exhibet horam Ortus Solis. Porro dimidiata Solis mora ſupra Horizontem ſi duplicetur, extat longitudo diei; & dimidiata mora infra Horizontem duplicata eſt longitudo noctis.

Quod ſi indicem horarium aptaveris horæ duodecimæ, cum locus Solis eſt ſub Meridiano, tum adduxeris locum Solis ad Horizontem ortivum; oſtendet index horam ortus Solis; eundem vero locum Solis ſi adduxeris ad Horizontem occiduum, oſtendet index horam occaſus Solis. Unde porro facile eſt computare longitudinem diei & noctis.

Probl.

Probl. 11. *Dato tempore culminationis ſtellæ, & dimidiatâ ejus morâ ſupra Horizontem; horam ortûs & occaſûs ejuſdem ſtellæ invenire.* Si momento culminationis per Problema 8. invento detrahas dimidiatam ſtellæ moram ſupra Horizontem, habebis horam ortus ſtellæ: at eidem momento culminationis, addas dimidiatam ſtellæ moram ſupra Horizontem, conflabis horam occaſus ſtellæ, computandam utrobique à meridie. Quod ſi indicem horarium applices 12 meridianæ, cum locus Solis culminat, tum adducas ſtellam ad Horizontem ortivum vel occiduum; oſtendet index horam ortûs vel occaſûs ſtellæ.

Probl. 12. *Invenire gradum eclipticæ, qui cum data ſtella oritur, vel occidit; indeque ortum & occaſum ſtellæ Coſmicum & Achronicum patefacere.* Datam ſtellam adjunge Horizonti ortivo, vel occiduo, & nota gradum eclipticæ, qui una oritur, vel occidit. Tum in Horizonte ligneo quære ſignum & gradum, quem cum ſtella oriri, vel occidere deprehenderas, & è regione gradus coorientis reperies in Kalendario (Juliano, vel Gregoriano) menſem & diem ortûs ſtellæ Coſmici. Et ſi quæras in eodem Horizonte ligneo gradum coorienti gradui oppoſitum, invenies in Kalendario menſem & diem ortus ſtellæ Achronici. At è regione gradûs cooccidentis reperies diem occaſûs Achronici. Denique gradui cooccidenti gradus oppoſitus patefaciet diem occaſus Coſmici.

Problematis ſolutio Trigonometrica hæc eſt, ſit H O Horizon H Z O Meridianus, Æ Q Æquator, E C Ecliptica. Punctum ♈ interſectio Æquatoris & Eclipticæ, A Punctum Eclipticæ quod cum data ſtella oritur punctumque Æquatoris ſimul oriens ſit *or*. In triangulo ♈ *or* A datur ♈ *or* Aſcenſio obliqua ſtellæ, & angulus ♈ qui eſt Æquatoris & Eclipticæ, item angulus ♈ *or* A altitudo Æquatoris ſupra Horizontem, vel ejus complementum ad duos rectos, unde dabitur arcus Eclipticæ ♈ A, & proinde punctum A quod ſimul cum ſtella oritur; ſed per Kalendarium aut Ephemerides, datur tempus quando Sol hoc punctum occupat; unde datur tempus quando ſtella oritur Coſmice: da- Tab 41. *fig.* 7.

bitur præterea angulus ♈ A *or*, angulus orientis Eclipticæ. Quando Sol tenet punctum Eclipticæ puncto A oppositum, stella oritur Achronice. Simili calculo invenitur tempus occasus Cosmici aut Achronici.

Prob. 13. *Datâ latitudine loci, & gradu eclipticæ, qui cum stella oritur vel occidit; ortum ejus & occasum Heliacum definire.* Datam stellam adjunge Horizonti ortivo, tum quadrantem altitudinis circumduc in plaga occidentali, donec in eo gradus duodecimus (si stella sit magnitudinis primæ) occurrat eclipticæ; tum nota gradum eclipticæ, ubi fit occursus, is enim est, qui 12 gradibus elevatur supra Horizontem occiduum, quando stella oritur; ergo eodem momento gradus eclipticæ oppositus deprimitur 12 gradibus infra Horizontem ortivum; & si quæras hunc gradum in Horizonte ligneo, invenies è regione diem ortus stellæ Heliaci, quo nimirum ex radiis Solis mane emergere incipit. Si stella fuisset magnitudinis secundæ, oportuisset observare gradum eclipticæ depressum 13 gradibus; pro stella tertiæ magnitudinis 14 grad. depressio requiritur, & sic deinceps. Quod si quæras occasum stellæ Heliacum, adjunges ipsam stellam Horizonti occiduo, & quadrantem altitudinis circumduces in plaga orientali, donec gradus in eo 12 vel 13 (prout stella fuerit magnitudinis primæ, vel secundæ) occurrat eclipticæ, tum gradum eclipticæ, in quo fit occursus, notabis; nam qui huic opponitur gradus eclipticæ totidem gradibus demersus est infra Horizontem occiduum, qui proinde quæsitus in Horizonte ligneo exhibet è regione diem occasus Heliaci.

TAB. 41. *fig.* 7. Trigonometrice sic solvitur Problema. In figura præcedentis Problematis. Sit A punctum Eclipticæ quod simul cum stella oritur. Sit ☉ punctum Eclipticæ quod tantum ab Horizonte distat, quantum est arcus visionis pro ortu stellæ Heliaco. In triangulo rectangulo A R ☉ datur angulus R A ☉, æqualis angulo orientis Eclipticæ, & arcus R ☉, ex quibus invenietur arcus A ☉, qui additus arcui ♈ A dat arcum ♈ ☉, & punctum Eclipticæ ☉, quod Sol tenet quando

do ſtella oritur Heliace. Similiter occaſus ejus Heliacus reperietur.

Probl. 14. *Datâ latitudine loci, & loco Solis; initium & finem crepuſculi matutini & veſpertini invenire.* Compoſito globo ad latitudinem loci datam, per Probl. 3. & aptato indice horario horæ duodecimæ, quando locus Solis eſt in Meridiano; tum adducto gradu eclipticæ, qui loco Solis opponitur, ad plagam occidentalem; unâ manu volves globum, & altera circumduces quadrantem altitudinis, donec oppoſitus Soli gradus occurrat gradui quadrantis 8; & oſtendet index horam initii crepuſculi matutini. Sin gradum Soli oppoſitum adducas ad plagam orientalem, eumque ibi facias occurrere gradui quadrantis 18; oſtendet index horam, qua crepuſculum veſpertinum definit.

Trigonometrica Problematis ſolutio extat in Lectione XX. pag. 390. 391.

Probl. 15. *Datâ latitudine loci, & loco Solis, ſi præterea ex his tribus, nimirum* horâ diei vel noctis, *nec non* Altitudine, *&* Azimutho *Solis vel ſtellæ, unicum detur; reliqua duo invenire.* Compone globum ad latitudinem loci datam; locum Solis adjunge Meridiano, & indicem horæ duodecimæ. Tum ſi *hora* detur, adduc indicem voluto globo, ad horam datam, firmatoque in iſto ſitu globo, adduc quadrantem ad locum Solis, vel ſtellæ; & in margine quadrantis habebis altitudinem quæſitam, ad pedem vero quadrantis in Horizonte apparebit Azimuthus Solis, vel ſtellæ, numerandus ab interſectione Meridiani & Horizontis (auſtrali vel ſeptentrionali) ad ipſum uſque quadrantis pedem. Sin *altitudo* detur, unâ manu volves globum, alterâ circumduces quadrantem, donec locus Solis vel ſtellæ occurrat dato gradui altitudinis in quadrante: tum index oſtendet horam, & pes quadrantis Azimuthum. Dato vero *Azimutho*, adjunge pedem quadrantis ipſi Azimutho dato, & volve globum, donec locus Solis vel ſtellæ appellat ad marginem quadrantis gradibus diſtinctum; oſtendet Sol ipſe vel ſtella altitudinem ſuam in quadrante, & index horam.

Pro-

Tab. 41. fig. 8. Problema per Trigonometriam sic conficitur. Sit ut prius H O Horizon, H P O Meridianus, Æ Q Æquator, Z vertex loci, P Polus, S Stella, cujus distantia à vertice est S Z, & declinatio S P; quoniam dantur Solis & Stellæ Ascensiones Rectæ, dabitur eorum differentia, quæ in tempus conversa dabit tempus Culminationis Stellæ. Et arcus qui metitur angulum Æ P S in tempus conversus ostendet horam noctis; jam in triangulo Z P S, ex datis Z P, distantia verticis à Polo, & P S stellæ declinatio, si præterea detur angulus P qui ex data hora innotescit; invenietur angulus Z Azimuthus stellæ, & arcus Z S ejus distantia à vertice. Vel si detur arcus Z S complementum altitudinis, dabitur angulus P ac proinde hora noctis, & angulus P Z S stellæ Azimuthus, vel si detur stellæ Azimuthus P Z S, invenietur angulus Z P S qui horam noctis dabit, & arcus Z S, cujus complementum est altitudo fixæ.

Eadem ratione, ex datis altitudine Solis, ex observatione capta, & ejus declinatione, quæ ex tempore per Tabulas innotescet, invenietur angulus Æ P S qui in tempus conversus horam diei ostendet.

Probl. 16. *Datorum in globo terrestri duorum locorum distantiam & angulum positionis invenire.* Vocemus docendi gratiâ, unum datorum locorum *primum*, & alterum *secundum*. Exploratâ per Probl. 1. loci primi latitudine, compone globum terrestrem ad eam latitudinem, & ipsum locum primum advolve Meridiano, firmatoque globo in isto situ, & aptato quadrante altitudinis ipsi vertici (ubi tunc erit locus primus) adjunge quadrantem loco secundo. Quo facto numerabis gradus *distantiæ* à vertice ad locum usque secundum, & *angulum positionis* in Horizonte inter Meridianum & pedem quadrantis.

Tab. 41. fig. 9. Trigonometrice sic expeditur Problema. Sit Æ Q Æquator, P Polus, S & s duo loca in Telluris superficie, quorum complementa Latitudinum sint P S, P s data; & quoniam locorum Longitudines dantur, dabitur Longitudinum differentia, scil. angulus S P s, unde in triangulo S s P quia dantur latera S P, s P cum angulo S P s, invenietur S s, distantia

ſtantia locorum. Quæ in milliaria convertitur, computando pro ſingulis gradibus, milliaria 60. Invenientur quoque, anguli P S ♑ & P ♑ S, qui ſunt poſitionum anguli.

Similiter in cælo ſi dantur declinationes, & Aſcenſiones Rectæ duarum fixarum, dabitur earundem diſtantia, vel ſi earum Longitudines & Latitudines ſint notæ, innoteſcet quoque earundem diſtantia.

Probl. 17. *Dato tempore & loco; Thema cœli erigere.* Compoſito globo cæleſti (vel ſi hic abſit, terreſtri) ad dati loci latitudinem, inveſtigatum locum Solis dato tempori congruentem adjunge Meridiano, & indicem horæ duodecimæ; tum volve globum, donec index oſtendat horam datam: vel ſi accuratius operari libeat, inventæ per Probl. 5. Aſcenſioni Rectæ Solis adjice gradus, quot competunt horis & minutis à meridie elapſis, computando pro qualibet hora gradus 15. & pro quaternis minutis horariis gradus ſingulos; abjectis, ſi ſit opus, gradibus 360; ita conflabis Aſcenſionem Rectam Medii Cœli, ſive gradum Æquinoctialis dato temporis momento culminantem, ideoque ſub Meridiano collocandum. Tum ſemicirculi poſitionis extremitates cardinibus Meridiei & Septentrionis affige. Mox à gradu Æquatoris culminante computa in ipſo Æquinoctiali verſus orientem gradus 30, & per ipſum 30 gradum traduc ſemicirculum poſitionis, & obſerva gradum, quo is ſecat eclipticam; is enim eſt cuſpis domus *undecimæ*, quam adnotabis in charta. Rurſus admove ſemicirculum poſitionis gradui Æquinoctialis, inde à culminante gradu ſexageſimo, & nota gradum, quo ſecatur ecliptica, ita acquires cuſpidem domus *duodecimæ*, notandam ſimiliter in charta. Deinde transfer ſemicirculum poſitionis ad plagam occidentalem, & à gradu Æquatoris culminante computa verſus occidentem gradus 30, & per punctum Æquatoris, ubi deſinit numeratio, trajice ſemicirculum poſitionis, qui quo loco ſecat eclipticam, oſtendit cuſpidem domus *nonæ*. Denique per gradum Æquatoris inde à Meridiano 60 trajectus ſemicirculus poſitionis oſtendit in ecliptica cuſpidem domus *octavæ*. Ipſe vero Meridianus ſecat eclipti-

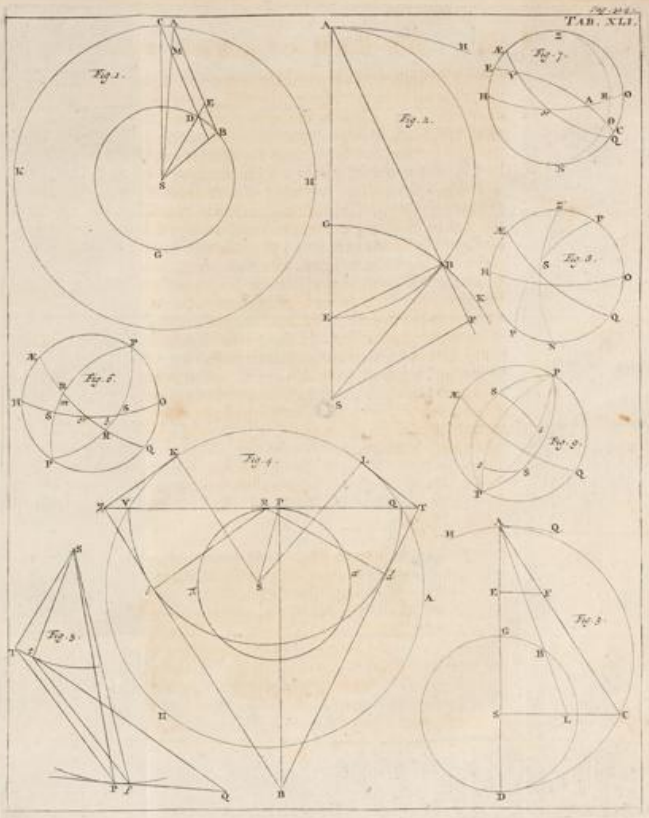
cam in cuſpide decimæ, at Horizon ortivus quo loco ſecat eclipticam, exhibet cuſpidem *primæ*, quæ *aſcendens* vocatur, & *Horoſcopus*; occiduus vero Horizon prodit in eadem ecliptica cuſpidem *ſeptimæ*, quæ quemadmodum è diametro opponitur primæ, ita & octavæ opponitur *ſecunda*, & nonæ *tertia*, & undecimæ *quinta*, & duodecimæ *ſexta*.

Probl. 18. *Erecti thematis punctum quodvis ad punctum quodvis dirigere.* Si Planetæ & aſpectui cuivis locum ſuum aſſignes in Zodiaco ſecundum longitudinem & latitudinem, & eligas Planetam quemvis vel gradum eclipticæ, quem dirigere velis, vocabis hunc, docendi gratiâ *locum primum*; & locum ad quem iſtum primum dirigere eſt animus, vocabis *ſecundum*. Tum per locum primum, (qui & *Significator* dici ſolet) trajicito ſemicirculum poſitionis, & quo loco is ſecat Æquinoctialem, eum gradum diligenter notato. Retento autem ſemicirculo poſitionis in iſto ſitu, volve globum verſus occidentem, donec locus ſecundus appellat ad ſemicirculum poſitionis, & tum viciſſim obſerva gradum Æquinoctialis, qui illi ſubjacet. Aufer gradum prius notatum à poſteriori (ſuffectis, ſi opus ſit, 360;) quod reſtat, eſt *arcus directionis* quæſitus.

FINIS.



TRI-


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.

TRIGONOMETRIÆ
PLANÆ ET SPHÆRICÆ
ELEMENTA.
ITEM
DE NATURA
ET
ARITHMETICA
LOGARITHMORUM
TRACTATUS BREVIS.

TRIGONOMETRIÆ.

PLANÆ ET SPHÆRICÆ

ELEMENTA.

DEFINITIONES.

EX datis Trianguli lateribus angulos, & ex angulis latera laterumve rationes, & mixtim assequi, Trigonometriæ munus est. Ad quod præstandum, necesse est, ut non tantum Peripheriæ circulares, sed & rectæ lineæ circulis adscriptæ, in notas aliquot & certas partes secari supponantur.

Placuit itaque Veteribus Mathematicis, peripheriam circuli in 360 partes (quos gradus appellant) dividere; & unumquemque gradum in 60 minuta prima, & hæc singula in 60 secunda, & rursus horum unumquodque in 60 minuta Tertia, & ita continuo partiri. Et angulus quilibet dicitur esse tot graduum & minutorum, quot sunt in arcu qui angulum illum metitur.

Quidam gradum in partes centesimas, potius quam sexagesimas partiri volunt: & utilius fortasse esset, non gradus sed & ipsum circulum in decupla ratione secare; quæ divisio forsan aliquando obtinebit. Verum si circulus constet 360 gradibus, ejus quadrans quæ est mensura anguli recti, erit harum partium 90. Si circulus in 100 partes secetur, Quadrans erit 25 partium.

Complementum Arcus, est differentia ejus à Quadrante.

Chorda sive *subtensa* est recta linea ab uno Arcûs termino ad alterum ducta.

Sinus rectus alicujus arcus qui & simpliciter sinus dici so-

let, est perpendicularis cadens ab uno arcus termino ad radium per alterum terminum ejusdem Arcus ductum. Est igitur semisubtensa dupli Arcus; scil. est DE = ½ DO, & est arcus DO duplus ipsius DB. Hinc sinus arcus 30 gr. æqualis est dimidio radii, nam per 15 El. 4. Latus Hexagoni circulo inscripti, hoc est subtensa 60 gr. æqualis est radio. Sinus dividit Radium in duo segmenta CE EB; quorum unum CE quod centro & sinu recto intercipitur, est sinus complementi arcus DB ad quadrantem) nam est CE = FD qui est sinus arcus DH) & vocatur *cosinus*. Alterum segmentum BE quod sinu recto & peripheria intercipitur, vocatur *sinus versus*: aliquando dicitur Arcus *sagitta*.

Tab. 42. fig. 1.

Quod si per unum Arcus terminum D producatur à centro recta CG, donec occurrat rectæ BG super diametro ad ejus terminum B perpendiculari; vocabitur in Trigonometria CG *Secans*, & BG *Tangens* arcus DB.

Cosecans & Cotangens Arcus est secans vel tangens Arcus, qui est complementum alterius ad Quadrantem. *Nota*. Sicut eadem est Chorda Arcus & ejusdem complementi ad circulum. Sic idem est sinus, eadem Tangens, eademque secans Arcus & ejusdem complementi ad semicirculum.

Sinus Totus est sinus maximus, seu sinus 90 graduum qui circuli radio æqualis est.

Canon Trigonometricus est Tabula, quæ à minuto incipiens, seriatim exhibet quas habent longitudines singuli sinus Tangentes & Secantes, respectu radii, qui unitatis loco ponitur, & in partes 10000000 vel plures decimales dividi intelligitur. Adeo ut ope hujus Tabulæ, cujuslibet Arcus vel anguli sinus Tangens vel secans haberi potest. Et vicissim ex dato sinu Tangente vel secante dabitur qui iis respondet arcus vel angulus. Observandum est in sequentibus R esse notam Radii, S notam sinus coS cosinus, T notam Tangentis, & coT co Tangentis.

CON-

CONSTRUCTIO CANONIS.

PROP. I. THEOREMA.

Datis duobus quibuſlibet Trianguli rectanguli lateribus, reliquum quoque dabitur.

Eſt enim per 47 Elementi primi $ACq = ABq + BCq$ & $ACq - BCq = ABq$, & viciſſim $ACq - ABq = BCq$. unde per extractionem Radicis quadratæ, dabitur $AC = \sqrt{ABq + BCq}$ & $AB = \sqrt{ACq - BCq}$. & $BC = \sqrt{ACq - ABq}$. TAB. 42. *fig.* 2.

PROP. II. PROBL.

Dato DE ſinu arcus DB. Invenire Coſinum DF. TAB. 42. *fig.* 2.

Ex datis CD radio & DE ſinu, in Triangulo rectangulo CDE dabitur per præcedentem $CE = \sqrt{CDq - DEq} = DF$.

PROP. III. PROBL.

Dato DE ſinu arcus cujuſvis DB. Invenire DM vel BM ſinum arcus dimidii. TAB. 42. *fig.* 2.

Dato DE dabitur per præcedentem CE, ac proinde EB quæ eſt differentia inter coſinum & Radium. In Triangulo igitur rectangulo DBE datis DE & EB dabitur DB cujus ſemiſſis DM eſt ſinus arcus $DL = \frac{1}{2}$ arcus DB.

PROP. IV. PROBL.

Dato BM ſinu arcus BL invenire ſinum dupli Arcus. TAB. 42. *fig.* 2.

Dato BM ſinu, dabitur per Prop. 2. coſinus CM. Sunt autem Triangula CBM DBE æquiangula, ob angulos ad E & M rectos & angulum ad B communem, quare (per 4. 6.) erit CB : CM :: BD vel 2 BM : DE. Unde cum dantur tres priores hujus Analogiæ termini, quartus quoque qui eſt ſinus arcus DB innoteſcet.

Corol. Eſt CB :: 2 CM :: BD : 2 DE, hoc eſt, Radius ad du-

duplum cosinus arcus ½ DB ut subtensa arcus DB ad subtensam dupli arcus. Item est CB: 2 CM:: (2BM: 2DE::) BM: DE:: ½CB: CM. unde dato sinu arcus alicujus & sinu arcus dupli, dabitur cosinus arcus simpli.

PROP. V.

TAB 42. fig. 3. *Datis sinubus duorum arcuum BD FD, Invenire FI sinum summæ arcuum. Item EL sinum differentiæ eorundem.*

Ducatur Radius CD, & sit CO cosinus arcus FD, qui proinde dabitur, per O agatur OP parallela ad DK. Item ducantur OM GE parallelæ ad CB. Et ob æquiangula triangula CDK COP CHI FOH FOM. Est primò CD: DK:: CO. OP, quæ itaque innotescet. Item est CD: CK :: FO: FM, adeoque & illa nota erit. sed ob FO=EO erit FM=MG=ON. Est itaque OP + FM=FI=sinui summæ arcuum: & OP—FM, hoc est, OP—ON=EL sinui differentiæ arcuum. Q.E.I.

Coroll. Quia arcuum BE BD BF differentiæ sunt æquales, erit BD arcus, medius arithmeticus inter arcus BE BF.

PROP. VI.

Iisdem propositis, Radius est ad duplum cosinus arcus medii, ut sinus differentiæ ad differentiam sinuum extremorum.

TAB. 42. fig. 2. Nam est CD: CK:: FO: FM, unde duplicando consequentes CD: 2CK:: FO. 2 FM vel ad FG; quæ est differentia sinuum EL FI. Q.E.D.

Cor. 1. Si arcus BD sit 60 grad. Erit differentia sinuum FI EL æqualis FO sinui distantiæ. Nam in eo casu fit CK sinus 30 grad. cujus duplum æquale est radio, adeoque ob CD=2CK erit FO=FG. Adeoque si duo arcus BE BF ab arcu 60 gr. æquidistent, erit differentia sinuum æqualis sinui distantiæ FD.

Cor.

Cor. 2. Hinc si dentur sinus omnium arcuum, dato intervallo à se invicem distantium ab initio quadrantis usque ad 60 gradus, facile inveniuntur reliqui per unicam additionem. Est enim sinus 61 gr. = sinui 59 gr. + sin. 1 gr. & sinus 62 gr. = sinui 58 gr. + sin. 2 gr. Item sinus 63 gr. = sinui 57 gr. + sin. 3 gr. & ita deinceps.

Cor. 3. Si habeantur sinus omnium arcuum ab initio quadrantis, dato intervallo à se invicem distantium, usque ad datam quamvis quadrantis partem, dabuntur exinde sinus omnes usque ad hujus partis duplum. *ex gr.* Dentur omnes sinus usque ad 15 gr. per præcedentem Analogiam inveniri possunt sinus omnes usque ad 30 gr. Nam est radius ad duplum cosinus 15 gr. ut sinus unius gradus ad differentiam sinuum 14 gr. & 16 gr. ita etiam est sinus 2 gr. ad differentiam sinuum 13 & 17 gr. & ita sinus 3 gr. ad differentiam sinuum 12 & 18 gr. atque sic continuo usque dum pervenietur ad sinum 30 gr.

Similiter ut Radius ad duplum cosinus 30 gr. seu ad duplum sinus 60 gr. ita sinus 1 gr. ad differentiam sinuum 29 & 31 gr. :: sin. 2 gr. ad Differentiam sinuum 28 & 32 gr. :: 3 gr. ad differentiam sinuum 27 & 33 gr. sed in hoc casu est Radius ad duplum cosinus 30 gr. ut 1 ad $\sqrt{3}$. ac proinde si multiplicentur sinus distantiarum ab arcu 30 gr. per $\sqrt{3}$ dabuntur differentiæ sinuum.

Similiter in ipso initio quadrantis minutim exquirere possumus sinus, datis sinubus & cosinubus unius & duorum minutorum. Nam ut Radius ad duplum cosinus 2′ :: sin 1′ : differentiam sinuum 1′ & 3′ :: Sin. 2′ : differentiam sinuum 0′ & 4′ hoc est, ad ipsum sinum 4′. Et similiter ex datis sinubus priorum 4′ inveniuntur sinus reliqui usque ad 8′ & exinde ad 16′ & ita deinceps.

PROP. VII. THEOREMA.

In arcubus exiguis sinus & Tangens ejusdem arcus sunt quam proxime ad se invicem, in ratione æqualitatis.

Nam ob æquiangula triangula CED CBG, erit CE : CB :: ED : Tab. 42. fig. 4.

ED: BG. sed accedente puncto D ad B, evanescit EB respectu arcus BD: unde fit CE fere æqualis CB. adeoque & ED fere æqualis BG. Si EB sit minor radii parte $\frac{1}{57296}$ erit differentia inter sinum & tangentem, minor quoque tangentis parte $\frac{1}{57296}$.

Cor. Cum Arcus sit tangente minor, sinu autem suo major; & exigui arcus sinus & tangens sunt fere æquales, erit etiam arcus suo sinui vel tangenti fere æqualis, adeoque in exiguis arcubus, erit ut arcus ad arcum ita sinus ad sinum.

PROP. VIII.

Invenire sinum Arcus unius minuti.

Latus Hexagoni circulo inscripti, hoc est, subtensa 60 graduum æqualis est Radio, (*per* 15tam 4ti.) Radii itaque semissis erit sinus Arcus 30 gr. Dato itaque sinu Arcus 30 grad. invenitur sinus arcus 15 gr. (*per* 3tiam hujus.) Item ex dato sinu 15 gr. per eandem invenitur sinus 7 gr. 30. min. & sinus hujus dimidii 3 gr. 45′ similiter invenitur; & ita deinceps, donec duodecima peracta bisectione, perveniatur ad arcum $52'' 44''' 3'''' 45''''$ cujus cosinus fere æqualis est radio, in quo casu (uti constat ex prop. 7.) sunt sinus arcubus suis proportionales; adeoque ut arcus $52'' 44'''. 3''''. 45''''$ ad arcum unius minuti ita erit sinus prius inventus ad sinum arcus unius minuti, qui igitur dabitur.

Dato sinu unius minuti, invenietur per prop. 2 & 4, sinus duorum minutorum ejusque cosinus.

PROP. IX. THEOREMA.

Si angulus BAC in peripheria circuli existens, bisecetur rectâ AD, Et producatur AC quoad DE = AD ipsi occurrat in E: erit CE = AB.

Tab. 42. fig. 5. In Quadrilatero ABDC (per 22. 3.) sunt anguli B & ACD æquales duobus rectis = DCE + DCA (per 13. 1.) unde erit angulus B = DCE. Quin etiam est angulus E = DAC (per 5. 1.) = DAB & est DC = DB. quare Triangula BAD & CED sunt congrua & CE est æqualis AB. Q.E.D.

PROP.

PROP. X. THEOREMA.

Sint arcus AB BC CD DE EF &c. æquales; Arcuumque AB AC AD AE &c. ſubtenſæ ducantur, erit TAB. 42. fig. 6.
AB: AC:: AC: AB + AD:: AD: AC + AE:: AE: AD + AF:: AF: AE + AG.

Producantur AD in H, AE in I, AF in K, & AG in L, ut triangula ACH ADI AEK AFL ſint Iſoſcelia. Et quoniam angulus BAD biſectus eſt, fiet DH = AB per præcedentem. Similiter erit EI = AC, FK = AD, item GL = AE.

Sed Triangula Iſoſcelia ABC CAH DAI EAK FAL, ob angulos ad baſes æquales, ſunt æquiangula. Quare erit ut AB: AC:: AC: AH = AB + AD:: AD: AI = AC + AE:: AE: AK = AD + AF:: AF: AL = AE + AG. Q.E.D.

Corol. Quoniam eſt AB ad AC ut Radius ad duplum coſinus Arcus ½ AB, (per corol. prop. 5.) erit quoque ut Radius ad duplum coſinus arcus ½ AB ita ½ AB: ½ AC:: ½ AC: ½ AB + ½ AD:: ½ AD: ½ AC + ½ AE:: ½ AE: ½ AD + ½ AF &c. Sint jam arcus AB BC CD &c. ſingula 2′. Erit ½ AB ſinus unius minuti, ½ AC ſinus 2′. ½ AD ſinus 3′. ½ AF ſinus 4′ &c. Unde datis ſinubus unius & duorum minutorum ſinus omnes reliqui ſic facillime habentur.

Dicatur coſinus arcus unius minuti, hoc eſt, ſinus arcus 89 gr. 59′ Q & fient ſequentes Analogiæ, R: 2 Q:: Sin. 2′: Sin. 1′ + Sin. 3′. quare dabitur ſinus 3′. Item R: 2 Q:: S. 3′: S. 2′ + S. 4′. quare dabitur S. 4′.

Item R: 2 Q:: S. 4′: S. 3′ + S. 5′. quare habetur ſinus 5′.

R: 2 Q:: S. 5′: S. 4′ + S. 6′ proinde dabitur S. 6′. Atque ita deinceps ad ſingula quadrantis minuta dabuntur ſinus. Et quoniam Radius ſeu primus Analogiæ terminus eſt Unitas; operationes per multiplicationem contractam & ſubductionem facillime expediuntur.

Inventis ſinubus, uſque ad gradum ſexageſimum. Reliqui ſinus per ſolam additionem habentur (per cor. 1. pr. 5.)

Datis ſinubus, Tangentes & ſecantes ex Analogiis ſequentibus

TAB. 42 fig. 1. tibus invenire possunt. Ob æquiangula Triangula CED CBG CHI.

CE:ED::CB:BG. hoc est, coS:S::R:T.
GB:BC::CH:HI. h. e. T:R::R:coT.
CE:CD::CB:CG. h.e. co S:R::R:Secant.
DE:CD::CH:CI. h. e. S:R::R:co Secant.

SCHOLIUM.

Magnus ille Geometra, summusque Philosophus Dominus Newtonus *Primus series in infinitum convergentes exhibuit, quibus ex datis arcubus, eorum sinus computari possint. Nam si Arcus dicatur* A *& Radius sit unitas invenit ejus sinum fore.*

$$A - \frac{A^3}{1.2.3} + \frac{A^5}{1.2.3.4.5} - \frac{A^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \frac{A^9}{1.2.3.4.5.6.7.8.9.}$$

&c. Cosinum autem esse

$$1 - \frac{A^2}{1.2} + \frac{A^4}{1.2.3.4} - \frac{A^6}{1.2.3.4.5.6} + \frac{A^8}{1.2.3.4.5.6.7.8} \text{ \&c.}$$

Hæ series initio quadrantis cum Arcus A *parvus est celerrime convergunt. Nam in serie pro sinu, si* A *non superet decem minuta, duo primi ejus termini scil.* $A - \frac{1}{6}A^3$ *dant sinum ad 15 figurarum loca, si Arcus* A *non major sit gradu, tres primi exhibent sinum ad totidem loca, adeoque pro primis & ultimis Quadrantis sinubus hæ series sunt admodum utiles. Sed quo major sit arcus* A, *eo pluribus opus est terminis ut inveniatur sinus in numeris qui sunt veri ad datum figurarum locum. Tandem autem lentissime convergunt series cum Arcus fere æqualis est Radio. Cui rei ut remedium adferatur ego alias excogitavi series* Newtonianis *similes, in quibus suppono arcum, cujus sinus quæritur, esse summam vel differentiam duorum arcuum scil. esse* A + z *vel* A — z: *notosque esse sinum & cosinum arcus* A. *scil. sit* a *sinus arcus* A *&* b *ejus cosinus. Sinus Arcus* A + z *per hanc seriem exprimetur*

1. a

1. $a + \frac{bz}{1} - \frac{az^2}{1.2} + \frac{bz^3}{1.2.3} - \frac{az^4}{1.2.3.4} + \frac{bz^5}{1.2.3.4.5}$ &c.

2. *Ejus Cosinus* $b - \frac{az}{1} + \frac{bz^2}{1.2} - \frac{az^3}{1.2.3} + \frac{bz^4}{1.2.3.4} - \frac{az^5}{1.2.3.4.5} + \frac{bz^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

Similiter sinus Arcus A—z *est*

3. $a - \frac{bz}{1} + \frac{az^2}{1.2} - \frac{bz^3}{1.2.3} + \frac{az^4}{1.2.3.4} - \frac{bz^5}{1.2.3.4.5} + \frac{az^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

Et cosinus est

4. $b + \frac{az}{1} - \frac{bz^2}{1.2} + \frac{az^3}{1.2.3} - \frac{bz^4}{1.2.3.4} + \frac{az^5}{1.2.3.4.5}$ &c.

Arcus A *est medius Arithmeticus inter arcus* A—z *&* A +z. *Differentiæ sinuum sunt*

5. $\frac{bz}{1} - \frac{az^2}{1.2} + \frac{bz^3}{1.2.3} - \frac{az^4}{1.2.3.4} + \frac{bz^5}{1.2.3.4.5} - \frac{az^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

6. $\frac{bz}{1} + \frac{az^2}{1.2} - \frac{bz^3}{1.2.3} + \frac{az^4}{1.2.3.4} - \frac{bz^5}{1.2.3.4.5} + \frac{az^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

Unde differentiarum differentia seu differentia secunda

7. *Prodit* $\frac{2az^2}{1.2} - \frac{2az^4}{1.2.3.4} + \frac{2az^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

Seu $2a \times z^2 - \frac{z^4}{1.2.3.4} + \frac{z^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

Quæ series æqualis est duplo sinus arcus medii ducto in sinum versum arcus z *& celerrime convergit. Adeo ut*

si z sit minutum primum, terminus seriei primus dat differentiam secundam ad 15 figurarum loca; secundus autem terminus ad 25 loca.

Hinc datis sinubus duorum quorumvis arcuum intervallo minuti distantium, facili admodum operatione inveniri possint sinus reliquorum omnium arcuum qui sunt in eadem progressione.

In serie prima & secunda si Arcus A *sit* = 0 *erit* a = 0 & b *ejus cosinus fit radius seu* 1. *& hinc destructis terminis ubi est* a *& pro* b *posito* 1 *series deveniunt* Newtonianæ. *In serie tertia & quarta. si* A *sit* 90 *gr. fiet* b = 0 & a = 1 *unde quoque destructis terminis ubi est* b *& pro* a *posito* 1 *rursus prodibunt series* Newtonianæ.

Omnes hæ series ex Newtonianis *facile fluunt per prop. 5. hujus.*

PROP. XI.

In Triangulo Rectangulo, si Hypotenusa sit Radius, latera sunt sinus angulorum oppositorum; si vero crus alterum fiat Radius, crus reliquum est Tangens anguli oppositi, & Hypotenusa est anguli secans.

TAB. 42. *fig.* 7. *fig* 8. Manifestum est CB esse sinum arcus CD, ejusque cosinum esse AB; sed arcus CD est mensura anguli A, & complementum mensuræ anguli C. Præterea in 8va. figura posito AB radio, est BC Tangens, & AC secans arcus BD, qui est mensura anguli A, & similiter in eadem figura posito BC radio, est BA Tangens & AC secans arcus BE vel anguli C. Q.E.D.

Est igitur, ut AC secundum datam quamvis mensuram æstimata ad BC in eadem mensura æstimatam, ita erit 10000000 numerus partium in quas dividi supponitur Radius, ad numerum qui exprimit in iisdem partibus longitudinem quam habet sinus anguli A, hoc est,

Erit AC : BC :: R : S, A

Simili ratione erit AC : BA :: R : S, C

Item AB : BC :: R : T, A

Et BC : BA :: R : T, C

In

In his itaque proportionalibus si dantur tres quælibet, per Regulam Trium invenietur quarta.

PROP. XII.

Trianguli plani latera sunt ut sinus angulorum oppositorum.

Trianguli circulo inscripti latera perpendicularibus radiis bisecentur. Et erunt semilatera sinus angulorum ad peripheriam. Est enim angulus BDC ad centrum duplex anguli BAC ad peripheriam (per 20. El. 3.) cujusque itaque dimidium sc. BDE æquale est BAC, atque ejus sinus est BE. Eadem ratione erit BF sinus anguli BCA. Et AG erit sinus anguli ABC. Tab 42. *fig* 9.

In Triangulo rectangulo est BD = ½ BC = Radio (per 31. El. 3.) sed Radius est sinus anguli recti unde ½ BC est sinus anguli A. *fig.* 10.

In Triangulo Amblygonio, ductis BL CL, erit angulus L complementum anguli A ad duos rectos (per 22. El. 3.) ac proinde idem erit utriusque anguli sinus. Est autem BDE (cujus sinus est BE) = angulo L. quare erit & BE sinus anguli BAC. Sunt itaque in omni triangulo semisses laterum sinus angulorum oppositorum, manifestum autem est latera esse inter se ut ipsorum semisses. Q.E.D. *fig.* 11.

PROP. XIII.

In Triangulo Plano summa Crurum, differentia Crurum, Tangens semisummæ angulorum ad basim & Tangens semidifferentiæ eorundem sunt proportionales.

Sit Triangulum ABC cujus crura AB BC & Basis AC; producatur AB ad H ut sit BH = BC; erit AH summa crurum, fiat BI = BA, & erit IH differentia crurum. Item est HBC angulus = angulis A + ACB (per 32. El 1.) cujus itaque dimidium EBC = semisummæ angulorum A & ACB, ejusque Tangens (posito Radio = EB) est EC. Ducatur BD. ad AC parallela fiatque HF = CD. Et ob HB = CB erit (per 4. El. 1.) angulus HBF = CBD = BCA (per 29. El. 1.) Est etiam angu- Tab 42. *fig.* 12.

lus

lus HBD = angulo A: unde erit FBD differentia angulorum A & ACB; Et EBD eorum semidifferentia, cujus tangens est ED. Per I ducatur IG parallela ad AC vel BD & fiet (per 2. El. 6.) AB: BI:: CD: DG. At est AB = BI, unde erit & CD = DG. at est CD = HF, unde HF = DG & proinde HG = DF & ½HG = ½DF = DE. Et quia triangula AHC IHG sunt æquiangula, erit AH: IH:: HC: HG:: ½HC: ½HG:: EC: ED. hoc est, erit AH summa crurum ad IH differentiam crurum ut EC Tangens semissis summæ angulorum ad Basim, ad ED Tangentem semissis differentiæ eorundem. Q.E.D.

PROP. XIV.

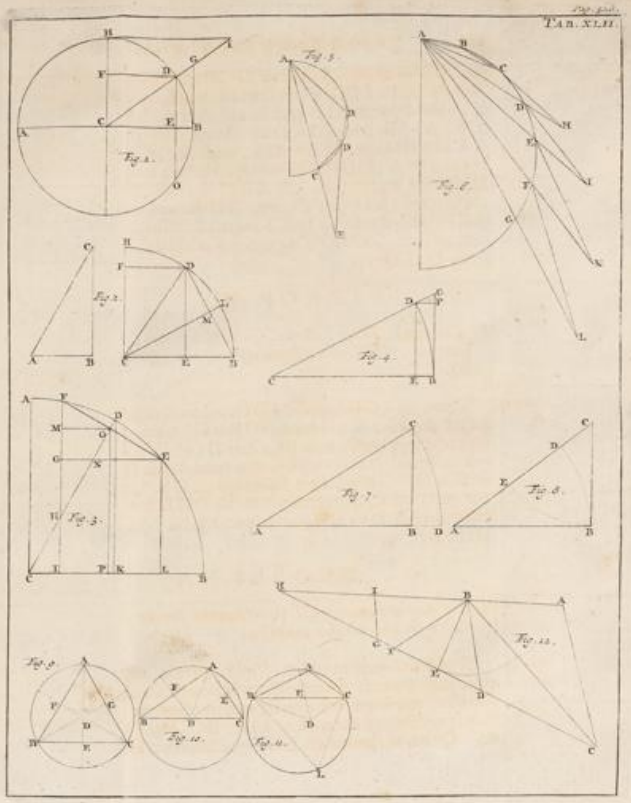
In Triangulo Plano, Basis, summa laterum, Differentia laterum, Differentia segmentorum basis sunt proportionales.

TAB. 43. *fig.* 1. Trianguli BCD basis esto DC, centro B radio BC describatur circulus, & producatur DB in G, ex puncto B in basin cadat perpendicularis BE, erit DG = DB + BC = summæ laterum, & DH = differentiæ laterum, & segmenta basis sunt DE CE quorum differentia est DF. Quoniam (per cor. prop. 38. El. 3.) rectangulum sub DC DF æquale est rectangulo sub DG DH, erit (per 16. El. 6.) DC: DG:: DH: DF.

PROBLEMA.

Datis duarum quarumvis quantitatum summa & differentia, ipsas quantitates invenire.

TAB 43. *fig.* 2. Si ad semisummam addatur semidifferentia, aggregatum erit æquale majori; si autem à semisummâ subducatur semidifferentia, residuum erit æquale minori. Sint enim AB BC duæ quantitates; & capiatur AD = BC. Fiet DB differentia. Quarum summa est AC, quæ bisecta in E dat AE vel EC


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.

EC semisummam & DE vel EB semidifferentiam. Porro est AB = AE + EB = semisummæ + semidifferentia, & BC = CE — EB = semisummæ — semidifferentia.

IN quovis Triangulo plano datis duobus angulis, datur tertius qui est summæ duorum reliquorum complementum ad duos rectos.

In Triangulo autem rectangulo dato alterutro angulo acuto, datur reliquus, qui est dati complementum ad rectum.

Datis autem duobus trianguli rectanguli lateribus, ut inveniatur reliquum non opus est canone sed perficitur ope prop. primæ hujus.

Trianguli Rectanguli solutiones Trigonometricæ sunt quæ sequuntur.

	Datis.	Quær.	Fiat.	
1	AB BC cruribus.	Anguli.	AB: BC:: R: T anguli A. Cujus complementum est Angulus C.	Tab. 43. *fig.* 3.
2	AB AC crure & Hypoten.	Anguli.	AC: AB:: R: S, C cujus complementum est angulus A.	
3	AB & A crure & angulo.	BC crus alterum.	R: T, A:: AB: BC.	
4	AB & C crure & angulo.	AC Hypotenusa.	S, C: R:: AB: AC.	

In Triangulis obliquangulis.

	Datis.	Quær.	Fiat.
Tab. 43. *fig.* 4. 1	A. B. C & AB angulis & latere.	B C & AC latera.	S, C: S, A:: AB: BC. Item S, C: S, B:: AB: AC; datis duobus angulis datur tertius, unde casus cum dantur duo anguli & latus; reliqua quæruntur, recidit in hunc casum.
2	A. B. C. omnibus angulis.	AB. AC B C omnia latera.	S, C: S, A:: AB: BC. Et S, C: S, B:: AB: AC. unde datis angulis invenire licet proportiones laterum, at non ipsa latera, nisi ipsorum unum prius innotescat.
3	AB: BC, & C duobus lateribus & angulo uni opposito.	A & B anguli.	AB: BC: S, C: S, A, qui proinde inveniatur. Sed quia idem est sinus anguli & ejus complementi ad duos rectos, prænoscenda est anguli A Species.
4	AB BC & B. lateribus duobus & angulo interjecto.	Anguli A & C.	BC + AB : BC — AB:: T, A + C T, A — C ——: —— unde datur 2 2 differentia angulorum A & C quorum summa quoque est nota; & proinde per *Problema post prop.* 14. dabuntur ipsi anguli.
fig. 5. 5	AB. BC AC omnibus lateribus.	Anguli.	Demisso à vertice in Basim perpendiculo. Quærantur segmenta basis per prop. 14. Fiat scil. BC: AC + AB :: AC — AB : DC — DB, & ex hac analogia dabuntur BD. DC. & proinde per resolutionem triangulorum rectangulorum ABD ADC dabuntur anguli.

TRI-

TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ ELEMENTA.

DEFINITIONES.

1. SPhæræ Poli, ſunt duo puncta in ſuperficie Sphæricâ, quæ ſunt Axis extrema.

2. Polus circuli in Sphæra, eſt punctum in ſuperficie Sphæræ, à quo omnes rectæ lineæ ad circuli circumferentiam tendentes, ſunt inter ſe æquales.

3. Circulus in ſphæra maximus eſt, cujus planum tranſit per ſphæræ centrum, & cujus centrum idem eſt cum centro Sphæræ.

4. Triangulum Sphæricum eſt figura comprehenſa ſub arcubus trium maximorum in Sphæra circulorum.

5. Angulus Sphæricus eſt is qui in ſuperficie ſphæricâ, continetur ſub duobus arcubus maximorum circulorum; qui æqualis eſt inclinationi planorum iſtorum circulorum.

PROP. I.

Circuli maximi ACB AFB ſe bifariam ſecant. TAB 43. *fig. 6.*

Cum enim circuli habent idem centrum, communis eorum ſectio erit utriuſque circuli diameter, quæ eos bifariam ſecabit.

Cor. Hinc in ſuperficie, ſphæræ duo maximorum circulorum Arcus ſemicirculis minores, ſpatium non comprehendunt, non enim poſſunt, niſi in duobus punctis ſemicirculo oppoſitis, ſibi invicem occurrere.

PROP. II.

Tab 43. fig. 6. *Si à polo C circuli cujuſvis AFB, ducatur ad ejus centrum recta CD, ea ad planum iſtius circuli perpendicularis erit.*

In circulo AFB ducantur diametri quævis EF GH; Et quoniam in triangulis CDF CDE, ſunt CD DF æquales CD DE, & baſis CF æqualis baſi CE (per def. 2.) erit (per 4. El. 1.) angulus CDF = angulo CDE; ac proinde uterque rectus erit, ſimiliter demonſtrabitur, angulos CDG CDH eſſe rectos; unde (per 4. El. 11.) erit CD perpendicularis ad planum circuli AFE. Q.E.D.

Cor. 1. Circulus maximus diſtat à polo ſuo intervallo Quadrantis; nam ob angulos CDG CDF rectos, erunt ipſorum menſuræ, ſc. arcus CG CF quadrantes.

Cor. 2. Circuli maximi per polum alterius circuli tranſeuntes cum ipſo faciunt angulos rectos; & viciſſim, ſi cum altero circulo faciunt angulos rectos; tranſibunt per polum alterius iſtius circuli; nam per rectam DC eos tranſire neceſſe eſt.

PROP. III.

Tab 43. fig 6. *Si polo A deſcribatur maximus circulus ECF, arcus CF interceptus inter AC AF, eſt menſura anguli CAF, vel CBF.*

Per *corol.* 1. præcedentis, ſunt arcus AC AF quadrantes, ac proinde anguli ADC ADF ſunt recti, quare (per defin. 6. El. 11.) angulus CDF (cujus menſura eſt arcus CF) æqualis eſt inclinationi planorum ACB AFB, æqualis quoque angulo Sphærico CAF vel CBF. Q.E.D.

Cor. 1. Si arcus AC AF ſunt Quadrantes, erit A polus circuli per puncta C & F tranſeuntis, eſt enim AD ad planum FDC normalis, (per 4. El. 11.)

Cor. 2. Anguli ad verticem ſunt æquales, uterque enim eſt æqualis inclinationi circulorum. Item anguli qui ſunt deinceps ſunt æquales duobus rectis.

PROP.

PROP. IV.

Triangula erunt æqualia & congrua, si duo latera habeant duobus lateribus æqualia, & angulos æqualibus lateribus comprehensos etiam æquales.

PROP. V.

Item Triangula erunt æqualia & congrua, si latus cum angulis adjacentibus in uno triangulo sit æquale lateri cum angulis adjacentibus in altero triangulo.

PROP. VI.

Triangula æquilatera sunt etiam æquiangula.

PROP. VII.

In Triangulis Isosceli bus, anguli ad basim sunt æquales.

PROP. VIII.

Si anguli ad basim fuerint æquales, erit Triangulum Isosceles.

Eodem modo demonstrantur quatuor propositiones præcedentes ut in triangulis planis.

PROP. IX.

Quælibet duo trianguli latera reliquo sunt majora.

Nam arcus circuli maximi, inter duo quælibet in superficie sphæræ puncta, est via brevissima.

PROP. X.

Quodlibet trianguli latus minus est semicirculo.

Producantur trianguli ABC latera AC, AB, donec conveniunt in D, erit arcus ACD semicirculus, qui major est quam AC. TAB. 43. *fig.* 7.

PROP. XI.

Trianguli latera sunt circulo minora.

Est enim DB+DC major quam BC, (per prop. 9.) & utrin- TAB. 43. *fig.* 7.

trinque addendo BA+AC, erit DBA+DCA, hoc est, circulus major quam AB+BC+AC, qui sunt tria latera trianguli ABC.

PROP. XII.

TAB 43. fig. 8. *In triangulo ABC, major angulus A majori lateri subtenditur.*

Fiat angulus BAD=angulo B, & erit AD=BD (per 8. hujus) unde BDC=DA+DC, & hi arcus majores sunt quam AC, est itaque latus BC, quod subtendit angulum BAC, majus quam AC, quod subtendit angulum B.

PROP. XIII.

TAB. 43. fig. 7. *In quolibet triangulo ABC, si summa Crurum AB BC sit major æqualis vel minor semicirculo; internus angulus ad basim AC erit major æqualis aut minor externo & opposito BCD, ideoque summa angulorum A & ACB major erit, aut æqualis, aut minor duobus rectis.*

Sit primò AB+BC=semicirculo=AD, erit BC=BD; & anguli BCD & D æquales, (per 8 hujus) unde & angulus BCD erit=angulo A.

Sit secundo AB+BC majores quam ABD, erit BC major quam BD; unde & angulus D, (hoc est angulus A) major erit angulo BCD. (per 12. hujus) Similiter ostendetur, si AB+BC sint simul minores semicirculo, fore angulum A minorem angulo BCD. & quoniam anguli BCD & BCA sunt=duobus rectis; si angulus A sit major BCD, erunt A & BCA majores duobus rectis. Si A sit=BCD erunt A & BCA æquales duobus rectis. Si vero A sit minor quam BCD, erunt A & BCA minores duobus rectis. Q.E.D.

PROP. XIV.

TAB. 43. fig. 9. *In quolibet triangulo GHD, laterum poli, ductis circulis maximis, constituunt aliud triangulum XMN, quod supplementum est trianguli GHD; nempe latera NX XM*

XM & NM erunt supplementa ad semicirculos arcuum qui sunt mensuræ angulorum D, G, H. Quin etiam mensuræ angulorum M, X, N, erunt supplementa ad semicirculos, laterum GHGD & HD.

Polis G, H, D, describantur maximi circuli X C A M T M N O X K B N. Et quia G est polus circuli X C A M, erit G M = Quadranti, (per cor. 1. prop. 2.) & ob H polum circuli T M O, erit H M quoque Quadrans; quare (per corol. 1. prop. 3.) erit M polus circuli G H. Similiter quia D est polus circuli X B N, & H polus circuli T M N, erunt arcus D N H N Quadrantes; ac proinde (per cor. 1. prop. 3.) N erit polus circuli H D. Et eadem ratione, ob G X D X quadrantes, erit X polus circuli G D. Hisce præmissis.

Quoniam est N K = Quadranti, (cor. 1. prop. 2.) & X B = Quadranti, erunt N K + X B hoc est N X + K B = duobus Quadrantibus seu semicirculo; adeoque est N X supplementum arcus K B seu mensuræ anguli H D G ad semicirculum. Similiter quia est M C = Quadranti, & X A = Quadranti; erunt M C + X A, hoc est, X M + A C = duobus Quadrantibus seu semicirculo, & proinde X M est supplementum arcûs A C qui est mensura anguli H G D. Quinetiam, ob M O, N T Quadrantes, erunt M O + N T = O T + N M = semicirculo itaque est N M supplementum ad semicirculum arcûs O T seu mensuræ anguli G H D. Q. E. D.

Præterea quia D K H T sunt quadrantes, erunt D K + H T seu K T + H D æquales duobus Quadrantibus, seu semicirculo. Est ergo K T, seu mensura anguli X N M, supplementum lateris H D ad semicirculum. Nec dissimili methodo ostendetur O C mensuram anguli X M N esse supplementum lateris G H. Et B A mensuram anguli X esse supplementum lateris G D. Q. E. D.

PROP. XV.

Triangula æquiangula sunt etiam æquilatera.

Nam eorum supplementa sunt æquilatera, (per 14. hujus) ergo

ergo & æquiangula, quare & ipsa sunt æquilatera, per prop. 14 partem secundam.

PROP. XVI.

Trianguli tres anguli sunt majores duobus rectis, & minores sex rectis.

Tab 43. fig. 9. Nam tres mensuræ angulorum G, H, D, una cum tribus lateribus trianguli XNM faciunt tres semicirculos, (per 14. hujus) sed tria latera trianguli XNM minora sunt duobus semicirculis, (per 11. hujus) quare tres mensuræ angulorum GHD majores sunt semicirculo, & proinde anguli GHD majores erunt duobus rectis.

Propositionis secunda pars patet, nam in quolibet triangulo, externi & interni anguli simul tantum faciunt sex rectos, unde interni sunt minores quam sex recti.

PROP. XVII.

Tab 43. fig. 6. *Si à puncto R quod circuli AFBE polus non est, in circumferentiam cadant arcus maximorum circulorum RA RB RG RV, maximus est RA, qui per ejus polum C incedit; reliquus vero minimus, cæteri prout à maximo recedunt minores sunt, faciuntque cum priore circulo AFB angulum obtusum ex parte maximi arcus.*

Quia C est polus circuli AFB, erunt CD & huic parallela RS perpendiculares ad planum AFB; Ductis autem SA SG SV; erit (per 7. El. 3.) SA major quam SG, & SG major quam SV. unde in Triangulis rectangulis planis RSA RSG RSV, erunt RSq + SAq seu RAq majora quam RSq + SGq seu RGq, & proinde RA major erit RG; & arcus RA major arcu RG. Similiter erunt RSq + SGq seu RGq majora quam RSq + SVq seu RVq; & proinde RG major RV, & arcus RG major arcu RV.

2do.

2*do.* Est angulus RGA major angulo CGA qui rectus est. (per coroll. prop. 3.) Et angulus RVA major angulo CVA qui quoque rectus est, quare anguli RGA RVA sunt obtusi.

PROP. XVIII.

In triangulo rectangulo ad A, crura angulum rectum continentia sunt ejusdem affectionis cum angulis appositis, hoc est, si crura sint majora aut minora Quadrantibus, anguli illis oppositi erunt majores aut minores rectis angulis. TAB. 53. fig. 6.

Nam si AC sit Quadrans, C erit polus circuli AFB, & anguli AGC vel AVC erunt recti. Si crus AR sit majus quadrante, erit angulus AGR major recto (per 17. hujus.) Si crus sit minus quadrante ut AX, angulus AGX erit minor recto.

PROP. XIX.

Si duo crura trianguli rectanguli (& consequenter anguli) sint ejusdem affectionis, id est, utrumque vel majus vel minus Quadrante, hypotenusa erit minus quadrante.

In triangulo ARV vel BRV, sit F polus cruris AR, & erit RF quadrans, qui major est quam RV (per 17. hujus.) TAB. 43. fig. 6.

PROP. XX.

Si sint diversæ affectionis, hypotenusa erit major quadrante.

Nam in triangulo ARG, est RG major quam RF qui est quadrans.

PROP. XXI.

Si Hypotenusa sit major vel minor quadrante, crura anguli recti, ideoque & anguli oppositi sunt ejusdem aut diversæ affectionis,

Hæc propoſitio eſt priorum converſa; & facile ex iiſdem ſequitur.

PROP. XXII.

TAB. 43. fig. 10. 11. *In quovis triangulo ABC, ſi anguli B & C ad baſim ſunt ejuſdem affectionis, perpendicularis AP cadet intra triangulum; ſi ſint diverſæ affectionis, perpendicularis cadet extra triangulum.*

In primo caſu ſi perpendicularis non cadat intra, cadet extra triangulum, (ut in fig. 11.) Tum in triangulo ABP, eſt AP ejuſdem affectionis cum angulo B; & ſimiliter in triangulo ACP, eſt AP ejuſdem affectionis cum angulo ACP; ergo cum ABC & ACP ſunt ejuſdem affectionis, erunt anguli ABC & ACB diverſæ affectionis; quod eſt contra hypotheſim.

In 2*do*. Caſu ſi perpendicularis non cadat extra, cadet intra, (ut in fig. 10.) Et in triangulo ABP, eſt angulus B ejuſdem affectionis cum crure AP, & ſimiliter in triangulo ACP eſt angulus C ejuſdem affectionis cum AP, unde anguli B & C ſunt ejuſdem affectionis, quod eſt contra hypotheſim.

PROP. XXIII.

TAB. 43. fig. 12. *In Triangulis BAC BHE rectangulis ad A & H, ſi idem fuerit angulus acutus B ad baſim BA vel BH, Sinus hypotenuſarum erunt ſinubus arcuum perpendicularium proportionales.*

Nam rectæ CD EF perpendiculariter inſiſtentes eidem plano ſunt parallelæ. Item FR DP radio OB perpendiculares, ſunt quoque parallelæ; unde & plana triangulorum EFR CDP ſunt parallela (per 15. El. 11.) Quare & CP ER horum planorum communes ſectiones cum plano per BE CO tranſeunte parallelæ erunt (per 16. El. 11.) Triangula igitur CDP EFR æquiangula erunt. Quare CP ſinus Hypotenuſæ BC eſt ad CD ſinum arcus perpendicularis CA; ut ER ſinus hypotenuſæ BE eſt ad EF ſinum arcus perpendicularis EH. Q.E.D.

PROP.

PROP. XXIV.

Iisdem positis, AQ HK sinus basium, tangentibus IA GH arcuum perpendicularium, sunt proportionales. TAB. 43. fig. 12.

Nam similiter ut in præcedente propositione, ostendetur triangula QAIKHG esse æquiangula; unde QA: AI:: KH: HG.

PROP. XXV.

In Triangulo ABC rectangulo ad A. Ut cosinus anguli B existentis ad Basim BA ad sinum anguli verticalis ACB, ita cosinus arcus perpendicularis ad Radium.

Præparatio. Producantur latera BA BC CA ita, ut BE BF CI CH sint Quadrantes, polis B & C ducantur circuli maximi EFDG IHG. & erunt anguli ad EFI & H recti. Quare D est polus BAE (per cor. 2. pr. 2. hujus) & G polus IF CB, erit etiam AE=complemento arcus BA, item FE mensura anguli B=GD & DF eorum complementum, erit quoque BC=FI=mensuræ anguli G, & CF eorum complementum. Item est CA=HD & DC utriusque complementum. Hisce præmissis, in triangulis HIC DCF rectangulis ad I & F & habentibus eundem angulum C acutum, ob BA minorem quadrante, erit S, DF: S, HI:: S, DC: S, HC id est, cosinus anguli B est ad sinum anguli verticalis BCA ut cosinus CA ad Radium. Q. E. D. TAB. 43. fig. 13.

PROP. XXVI.

Cosinus basis: cosin. Hypotenusæ:: R: co S perpendicularis.

Nam in Triangulis AED CFD rectangulis ad E & F; habentibus eundem angulum D acutum: ob AE quadrante minorem, est S, EA: S, CF:: S, DA: S, DC. Q. E. D. TAB. 43. fig. 13.

PROP. XXVII.

S, Basios: R::T, perpendicularis: T, anguli ad basim.

TAB. 43. *fig.* 13. Nam in Triangulis BAC BEF rectangulis ad A & E & habentibus eundem angulum B acutum, ob AC minorem quadrante, S,BA:S,BE::T,AC:T,EF. Q.E.D.

PROP. XXVIII.

CoS, anguli verticalis: R::T, perpendicularis: T, Hypotenusæ.

TAB. 43. *fig.* 13. In Triangulis GIF GHD rectangulis ad I & H, & habentibus eundem angulum G acutum, ob HD minorem HC seu quadrante, est S,GH:S,GI::T,HD:T,IF.

PROP. XXIX.

S, Hypotenusæ: R::S, perpendicularis: S, anguli ad basim.

TAB. 43. *fig.* 13. In Triangulis præcedentibus est S,IF:S,GF::S, HD:S, GD.

PROP. XXX.

Radius: coS. Hypotenusæ::T, anguli verticalis: coT, anguli ad basim.

TAB. 43. *fig.* 13. In Triangulis HIC DFC rectangulis ad I & F, & habentibus eundem angulum C acutum, ob DF minorem quadrante, est S,CI·S,CF::T, HI:T, DF. hoc est, R:coS, BC:: Tang, C:coT, anguli B.

Propositiones sex præcedentes ad omnes casus triangulorum rectangulorum resolvendos sufficiunt, sequuntur illi numero sedecim cum suis analogiis ex hisce deductis.

Datis

	Datis præter ang. rectum.	Quær.		
1	AC & C	B	R: coS, CA :: S, C: coS, B ejuſdem ſpeciei cum CA.	per 25 inverſe
2	AC & B	C	coS, CA: R :: coS, B: S, C ambigui.	per 25
3	B & C	AC	S, C: coS, B :: R: coS, CA ejuſdem ſpeciei cum ang. B.	per 25 & 18
4	BA CA	BC	R: coS, BA :: coS, AC: coS, BC Si BA AC fuerint ejuſdem affectionis nec Quadrantes, erit BC minor quadrante; ſi diverſæ, erit BC quadrante major.	per 26 & 19 20
5	BA BC	AC	coS, BA: R :: coS, BC: coS, CA Si BC ſit major aut minor quadrante, BA & CA erunt ejuſdem aut diverſæ affectionis, ſed datur BA ejuſque Species, ergo	per 26 & 21
6	BA CA	B	S, BA: R :: T, CA: T, B ejuſdem affectionis cum latere oppoſito CA.	per 27 & 18
7	BA B	AC	R: S, BA :: T, B: T, AC, ejuſdem ſpeciei cum B.	per 27 & 18
8	AC B	BA	T, B: R :: T, CA: S, BA ambigui.	per 27
9	BC C	AC	R: coS, C :: T, BC: T, CA. Si BC ſit major aut minor quadrante, anguli C & B ſunt ejuſdem aut diverſæ affectionis, quare data ſpecie ang. B. dabitur AC.	per 28 & 21
10	AC C	BC	coS, C: R :: T, AC: T, BC. prout ang. C & AC fuerint ejuſdem aut diverſæ affectionis, BC erit minor aut major quadrante.	per 28 20 21

Tab. 43. fig. 13.

	Datis præter ang. rectum.	Quær.		
11	BC AC	C	T,BC:R::T,CA:coS,C. Si BC fuerit major aut minor Quadrante, CA & BA & proinde anguli erunt ejuſdem aut diverſæ affectionis, ſed datur ſpecies CA, ergo dabitur ſpecies anguli C.	per 28 21
12	BC B	AC	R:S,BC::S,B:S,AC ejuſdem ſpeciei cum B.	per 29 & 18
13	AC B	BC	S,B:S,AC::R:S,BC ambigui	per 29
14	BC AC	B	S,BC:R::S,AC:S,B ejuſdem ſpeciei cum CA.	per 29
15	B C	BC	T,C:R::coT,B:coS,BC. prout anguli B & C ejuſdem aut diverſæ affectionis fuerint, erit BC minor aut major quadrante.	per 30 19 20
16	BC C	B	R:coS,BC::T,C:coT,B. prout BC fuerit minor aut major quadrante; anguli C & B erunt ejuſdem aut diverſæ affectionis. Sed datur ſpecies anguli C. quare dabitur ſpecies anguli B.	per 30 21

De Reſolutione Triangulorum Rectangulorum Sphæricorum, per quinque partes circulares.

Perpenſis Analogiis, quibus Triangula Sphærica Rectangula ſolvuntur, Dominus *Neperus*, nobilis ille Logarithmorum Inventor, duas excogitavit Regulas memoriâ facile retinendas, quarum ope omnes ſedecim caſus reſolvi poſſunt; Nam cum in hiſce triangulis, præter angulum rectum, ſint tria latera & duo anguli, latera angulum rectum com-

comprehendentia, hypotenusæ autem & reliquorum angulorum complementa, vocavit *Neperus partes circulares*. Et cum datæ sunt duæ quælibet partes, & quæritur Tertia. Harum trium una, quæ dicitur *pars media*, vel adjacet duobus reliquis partibus, quæ itaque vocantur *extremæ adjacentes*; vel neutri adjacet, in quo casu, dicuntur *extremæ oppositæ*; Sic si complementum anguli B ponatur pars media, Crus AB & complementum Hypotenusæ BC sunt partes extremæ adjacentes; At complementum anguli C, & latus AC sunt extremæ oppositæ. Item posito complemento hypotenusæ BC parte media, complementa angulorum B & C sunt extremæ adjacentes; & AB AC crura sunt extremæ oppositæ. Sic etiam posito crure AB parte media, complementum anguli B, & AC sunt extremæ adjacentes; Nam angulus rectus A non intercipit adjacentiam, quia non est pars circularis. At eidem parti mediæ complementum anguli C & complementum hypotenusæ BC sunt extremæ oppositæ. Hisce præmissis. TAB. 43. *fig.* 14.

REGULA PRIMA.

In Triangulo Rectangulo Sphærico, Rectangulum sub Radio & sinu partis mediæ, æquale est rectangulo sub Tangentibus partium Adjacentium.

REGULA SECUNDA.

Rectangulum sub radio & sinu partis mediæ, æquale est rectangulo sub cosinubus partium oppositarum.

Utriusque Regulæ tres sunt casus. Nam pars media vel potest esse complementum anguli B vel C, vel complementum hypotenusæ BC; vel denique unum ex cruribus scil. AB vel AC.

Casus 1. Sit complementum anguli C pars media. Et erunt AC & complementum hypotenusæ BC extremæ adjacentes. Per pr. 28. Est ut cosinus anguli verticalis C ad Radium, Ita Tangens CA ad Tangentem Hypotenusæ BC TAB 43. *fig.* 13.

per-

permutando erit coS. C:T, CA::R:T, BC. sed ut notum est, R:T, BC::coT, BC:R. quare coS, C:T, AC::coT, BC:R; Unde R ✕ coS, C=T, AC ✕ coT, BC.

Eidem complemento anguli C parti mediæ, extremæ oppositæ sunt complementum anguli B & AB, (& per prop. 25.) coSinus anguli C est ad sinum anguli CDF ut coSinus DF ad Radium, est vero Sinus CDF=S, AE=coS, BA, & coS, DF=S, EF=S, ang. B unde erit coS, C: coS, BA::S, B:R. & R ✕ coS, C=coS. BA ✕ S. B hoc est, Radius ductus in sinum partis mediæ, æquatur rectangulo sub cosinubus extremarum oppositarum.

Casus 2. Sit complementum hypotenusæ BC pars media, & complementa angulorum B & C erunt extremæ adjacentes. In triangulo DCF (per prop. 27.) Est S, CF:R::T, DF:T, C. unde permutando S, CF:T, DF::(R:T, C::) coT, C:R. est autem S, CF=coS, BC & T, DF=coT, B. quare est R ✕ coS, BC=coT, C ✕ coT, B. hoc est, Radius ductus in sinum partis mediæ æquatur producto ex Tangentibus partium adjacentium extremarum.

Eidem parti mediæ, scil. complemento BC, adsunt extremæ oppositæ AB AC, & (per prop. 26.) est coS, BA: coS, BC::R: coS, AC. quare erit R ✕ coS, BC=coS, BA ✕ coS, AC.

Cas. 3. Sit denique AB pars media, & erunt complementum anguli B & AC extremæ adjacentes, (& per pr. 27.) S, AB:R::T, CA:T, B. unde erit S, AB: T, CA::(R:T, B::) coT, B: R. adeoque erit R ✕ S, AB=T, CA ✕ coT, B.

Præterea parti mediæ AB, complementum BC, & complementum anguli C sunt extremæ oppositæ; & in triangulo GHD (per prop. 25.) Est coS. D:S, DGH::coS, GH:R. est vero coS, D=coS, AE=S, AB, & S, G=S. IF=S, BC. Item est coS, GH=S, HI=S, C. quare erit S, AB: S, BC::S, C:R. & hinc R ✕ S, AB=S, BC ✕ S, C.

Itaque in omni casu, rectangulum sub radio & sinu partis mediæ æquale erit tam rectangulo sub cosinubus extremarum oppo-

oppositarum, quam rectangulo sub tangentibus extremarum adjacentium. Et proinde si æquationes illæ resolvantur in Analogias (per 16. Elem. 6.) ope regulæ Proportionis, partes ignotæ innotescent. Et si pars quæsita sit media, primus Analogiæ terminus erit Radius, secundum & tertium occupant locum tangentes vel cosinus partium extremarum. Si vero quæratur extremarum una, Analogia incipi debet cum altera, atque Radius sinusque partis mediæ, in mediis ponantur locis, ut quartum teneat pars quæsita.

In Triangulis Sphæricis obliquangulis BCD, demisso arcu perpendiculari AC, ab angulo C in basim BD, (productam si opus fuerit,) ut duo fiant Triangula BAC DAC rectangula; eorum ope resolvi possunt plerique casus Triangulorum obliquangulorum. TAB 44. *fig.* 1. 2.

PROP. XXXI.

Cosinus angulorum B & D ad basim BD, sinubus angulorum verticalium BCA DCA sunt proportionales. TAB. 44. *fig.* 1. 2.

Nam coS, ang. B: S, BCA:: (coS, CA: R::) coS, D: S, DCA (per 25. hujus.)

PROP. XXXII.

Cosinus laterum BC DC sunt proportionales cosinubus basium BA DA. TAB 44. *fig.* 1. 2.

Est enim coS, BC: coS, BA:: (coS, CA: R::) coS, DC: coS, DA. (per 26 hujus.)

PROP. XXXIII.

Sinus basium BA DA, sunt in reciproca proportione tangentium angulorum B & D ad Basim BD. TAB. 44. *fig.* 1. 2.

Quia per 27. hujus est, S, BA: R:: T, AC: T, anguli B. Item per eandem, inverse R: S, DA:: T, ang. D: T, AC. erit ex æquo in perturbata ratione (per 23. El. 5.) S, BA: S. DA:: T, ang. D: T, ang. B.

PROP. XXXIV.

TAB. 44. fig. 1. 2. *Tangentes laterum BC DC sunt in reciproca proportione cosinuum angulorum verticalium BCA, DCA.*

Quia per 28. hujus permutando, Est
T,BC: R ::T,CA: coS,BCA
& per eandem R :coS,DCA::T,DC: T,CA
quare ex æquo in perturbata ratione est
T,BC: coS,DCA::T,DC: coS,BCA.

PROP. XXXV.

TAB. 44. fig. 1. 2. *Sinus laterum BC DC sinubus angulorum oppositorum B & D sunt proportionales.*

Quia per 29. hujus S, BC: R :: S, CA: S, ang. B
& per eandem inverse R:S, DC::S, ang. D: S, CA
erit ex æquo in perturbata ratione S, BC: S, DC::S, D: S, B.

PROP. XXXVI.

TAB. 44 fig. 3. *In Triangulo quovis Sphærico ABC, CF × AE vel FM × AE, rectangulum sub sinubus crurum BC BA est ad radii quadratum, ut IL seu IA—LA differentia sinuum versorum Basis AC, & differentiæ crurum AM, ad GN sinum versum anguli B.*

Polo B describatur circulus maximus PN; sintque BP BN quadrantes; & PN est mensura anguli B; eodem polo B per C describatur circulus minor CFM; horum circulorum plana recta erunt plano BON. (per 20. h.) & PG CH perpendiculares in idem planum, cadent in communes sectiones ON FM puta in G & H. ducatur HI perpendicularis ad AO, & planum per CH HI perpendiculare erit plano AOB, unde AI perpendicularis ad HI, erit perpendicularis ad rectam CI, (per def. 4. El. 11.) est itaque AI sinus versus arcus AC, & AL sinus versus arcus AM=BM —BA=BC—BA. Triangula Isoscelia CFM PON sunt æquian-

æquiangula, ob MF NO item CF PO parallelas (per 16. El. 11.) quare demissis perpendiculis CH PG in latera FM ON, similiter divisa erunt Triangula; & erit FM: ON:: MH: GN. Itemque ob triangula AOE DIH DLM æquiangula erit AE: AO:: IL: MH
at ostensum est, esse FM: ON:: MH: GN quare erit AE × FM ad AO × ON, ut IL × MH ad MH × GN seu ut IL ad GN. hoc est rectangulum sub sinubus crurum est ad quadratum Radii ut differentia sinuum versorum basis & differentiæ crurum BC BA ad sinum versum anguli B. Q. E. D.

PROP. XXXVII.

Differentia Sinuum versorum duorum arcuum ducta in dimidium Radii, æqualis est rectangulo sub sinu semisummæ & sinu semidifferentiæ eorundem arcuum.

Sint duo arcus BE BF, quorum differentia EF sit bisecta in D, & erit BD semisumma arcuum, & FD semidifferentia. Est GE=IL differentiæ sinuum versorum arcuum BE BF; Item est FO sinus semidifferentiæ arcuum. Ob æquiangula triangula CDK FEG; erit DK: GE:: (CD: FE::) ½CD: ½FE. Unde est DK × ½FE seu DK × FO =GE × ½CD=IL × ½CD. Q. E. D. Tab. 44. fig. 4.

PROP. XXXVIII.

Sinus versus cujusvis arcus, ductus in dimidium Radii, æqualis est quadrato sinus dimidii ejusdem arcus.

Triangula CBM DEB sunt æquiangula ob angulos ad M & E rectos & angulum ad B communem. Quare est EB: BD :: BM: BC erit itaque EB × BC=BM × BD & EB × ½BC =BM × ½BD=BMq. Q. E. D. Tab. 44. fig. 5.

PROP. XXXIX.

In quolibet Triangulo ABC, cujus crura angulum B continentia sint BC AB, & basis AC eundem angulum subtendat; si capiatur AM arcus = differen-

rentiæ crurum = BC — AB. erit Rectangulum ſub ſinubus crurum BC BA ad quadratum Radii ut Rectangulum ſub ſinu arcus $\frac{AC+AM}{2}$ *& ſinu arcus* $\frac{AC-AM}{2}$ *ad Quadratum ſinus dimidii anguli B.*

Quoniam eſt rectangulum ſub ſinubus crurum AB BC ad quadratum radii, ut IL ad ſinum verſum anguli B, vel ut $\frac{1}{2}$ R × IL ad $\frac{1}{2}$ R ductum in ſinum verſum anguli B (per prop. 36. hujus) Eſt autem $\frac{1}{2}$ R × IL = rectangulo ſub ſinubus arcuum $\frac{AC+AM}{2}$ & $\frac{AC-AM}{2}$ (per pr. 37. hujus.)

Item eſt $\frac{1}{2}$ R ductus in ſinum verſum anguli B æqualis Quadrato ſinus dimidii anguli B. Quare erit Rectangulum ſub ſinubus crurum, ad Radii quadratum, ut Rectangulum ſub ſinubus arcuum $\frac{AC+AM}{2}$ & $\frac{AC-AM}{2}$ ad Quadratum ſinus dimidii anguli B. Q. E. D.

Sequuntur duodecim Caſus Triangulorum Sphæricorum obliquangulorum.

Tab. 44. *fig.* 1. 2.

	Datis	Quær.	Fiat.
1	Ang. B, D, & BC.	Ang. C.	coS, BC: R :: coT, B: T, BCA (per 30. hujus.) Item coS, B: S, BCA :: coS, D: S, DCA (per 31. hujus.) Quare angulorum BCA DCA ſumma, ſi perpendicularis cadat intra triangulum, vel differentia, ſi extra cadat, erit BCD. Num perpendicularis cadit intra vel extra, cognoſcitur ex affectione angulorum B & D (per 22. hujus) quod ſemel monuiſſe ſufficiat.

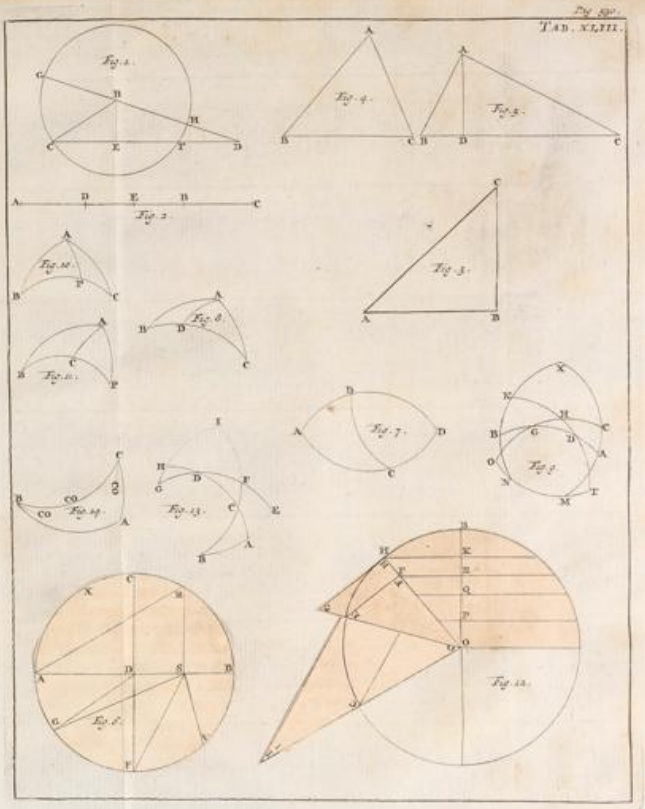
Datis

	Datis.	Quær.	Fiat.
2	Ang. B, C, & latere B C.	Ang. D.	coS,B C:R::co T,B:T,B C A (per 30. hujus) & S,B C A:S,D C A::coS,B:coS, D (per 31. hujus.) Si B C A ſit minor B C D, angulus D erit ejuſdem affectionis cum angulo B. Sin B C A ſit major B C D, anguli B & D erunt affectionis diverſæ per converſam pr. 22.
3	B C C D lateribus & ang. B.	B D latus.	R:coS,B::T,B C:T,B A. (per 28. hujus) & coS,B C:coS,B A::coS,D C:coS,D A (per 32. hujus) horum B A D A ſumma vel differentia, prout perpendicularis cadit intra, vel extra Triangulum, eſt æqualis B D quod cognoſci nequit niſi cognita ſit ſpecies alterius anguli D.
4	B C D B lateribus & ang. B.	C D latus.	R:coS,B::T,B C:T,B A (per 28. hujus.) Et coS,B A:coS,B C::coS.D A:coS,D C. (per 32. h.) Prout D A ſimilis eſt aut diſſimilis C A vel ang. B D C, erit D C minor aut major Quadrante (per 19 & 20 hujus.)
5	B, D, ang. & B C. latere.	B D latus.	R coS,B::T, B C:T, B A (per 28 hujus.) Et T,D:T B::S,B A S,D A (per 33. hujus) quorum B A D A ſumma vel differentia = B D.
6	B C B D lateribus & ang. B.	Ang. D.	R coS,B::T,B C:T,B A (per 28. hujus.) Et S,D A:S,B A::T B:T,D (per 33. hujus.) Prout B D minor eſt aut major quam B A, angulus D ſimilis aut diſſimilis erit angulo B. (per 22. hujus.)
7	B C D C lateribus & ang. B.	Ang. C.	coS,B C:R::coT,B T,B C A (per 30. h.) Et T,D C:T,B C::coS,B C A:coS, D C A (per 34 hujus.) Angulorum B C A D C A ſumma aut differentia, prout perpendicularis cadit intra vel extra triangulum, eſt æqualis angulo B C D.

	Datis.	Quær.	Fiat.
8	B, C, ang. & BC latere.	DC latus.	coS, BC : R :: coT, B : T, BCA. (per 30 hujus.) Item coS, DCA : coS, BCA : T, BC : T, DC (per 31. h.) Si angulus DCA ſimilis ſit angulo B (hoc eſt, ſi AD ſit ſimilis CA) erit DC minor quadrante. Si anguli DCA & B ſint diſſimiles, erit DC quadrante major, quod ſequitur (ex pr. 18, 19 & 20 h.)
9	BC DC lat. & ang. B.	D. ang.	S, CD : S, B :: S, BC : S, D qui ambiguus eſt. Analogia ſequitur (ex prop. 35. hujus.)
10	B, D, ang. & BC lat.	DC	S, D : S, BC :: S, B : S, DC quod latus ambiguum eſt.
Tab. 44. *fig.* 3. 11	AB BC CA omnibus lateribus.	Ang. B.	Rectangulum ſub ſinubus crurum AB BC : quadratum Radii : rectangulum ſub ſinubus arcuum $\frac{AC+AM}{2}$ & $\frac{AC-AM}{2}$: Quadrato ſinus ½ ang. B. per prop. 39.
Tab. 43. *fig.* 9. 12	G, H, D omnibus ang.	GD latus.	In Triangulo XNM, Eſt MN complementum anguli GHD ad ſemicirculum. XM complementum anguli G & XN complementum anguli D. & angulus X complementum eſt lateris GD ad ſemicirculum. Quare mutatis angulis in latera, & lateribus in angulos; eadem eſt operatio quæ eſt in caſu 11 hujus, cum arcus & eorum complementa ad ſemicirculos habeant eoſdem ſinus.

DE

TAB. XLIII.


Fig. 1.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.

DE NATURA ET ARITHMETICA LOGARITHMORUM PRÆFATIO.

Ingens olim compendium accepit Matheſis, primo characterum Indicorum, deinde Fractionum decimalium introductione; non minus tamen adjumenti ex Logarithmis, quam ex utroque invento, ei acceſſit: quorum quidem uſum, per omnes diſciplinas mathematicas latiſſime patentem, quis iis ſtudiis vel leviter imbutus ignorat? Horum ope numeri fere immenſi & aliàs plane intractabiles ſine ullo tædio in ordinem coguntur: præſentiſſimum horum auxilium ubique conſpicitur, ſive curſum navis dirigat Nauta, ſive curvarum altiorum indolem inveſtiget Geometra, ſive ſtellarum loca exquirat Aſtronomus, ſive alia naturæ phænomena explicet Phyſicus, ſive demum pecuniæ ex uſuris incrementum computet Nummatus.

Argumento, in quo verſatur hic libellus, illuſtrando non defuerunt viri in re Mathematica primarii. Sed eorum alii omnem illius ambitum complexi, doctiſſimè illi quidem, ſed magiſtris ſolum ſcripſerunt: alii ad Tyronum captum ſe accommodantes, certas quaſdam, eaſque magis obvias Logarithmorum proprietates ſelegerunt, intimam eorum naturam non aperuerunt. Quod igitur adhuc deſiderari videbatur, mihi in animo erat ſupplere hoc tractatu, qui in id præcipue collimat, ut Logarithmorum ſcientia iis, qui ultra Arithmeticæ ſpecioſæ & Geometriæ elementa non proceſſerunt, penitus aliquando pateat.

Mirabile Logarithmorum Inventum Nepero Scoto Merchestonii *Baroni debetur, qui primus canonem Logarithmo-*

rum

rum deſcripſit, conſtruxit, & edidit, Edinburgi *Anno* 1614. *Hunc ſtatim omnes Mathematici, ejus utilitatem ſuſpicientes, grati arripuerunt. Et cum de aliis fere omnibus præclaris Inventis plures contendunt Gentes, omnes tamen* Neperum *Logarithmorum authorem agnoſcunt, qui tanti inventi gloria ſolus ſine æmulo fruatur.*

Aliam deinde magis commodam Logarithmorum formam Neperus *excogitavit, & communicato conſilio cum Domino* Henrico Briggio, *Geometriæ in Academia* Oxonienſi *Profeſſore, hunc ſocium operis ſibi adjunxit, ut Logarithmos in meliorem formam redactos compleret. Sed* Nepero *demortuo, totum quod reſtabat onus in* Briggium *devolutum eſt, qui magno labore, & ſumma qua pollebat ingenii ſubtilitate, canonem Logarithmicum ſecundum novam illam formam compoſuit, pro viginti primis numerorum chiliadibus (ſeu ab* 1 *uſque ad* 20000) *aliiſque undecim ab* 90000 *uſque ad* 101000, *pro quibus omnibus numeris, ſupputavit Logarithmos quatuordecim figurarum locis conſtantes. Hic canon editus eſt* Londini *anno* 1624.

Eundem Canonem iterato edidit Goudæ *apud* Batavos, *anno* 1628. Adrianus Vlacq, *ſuppletis, ut docuerat* Briggius, *chiliadibus intermediis prius omiſſis; ſed brevioribus uſus eſt Logarithmis, utpote qui ad decem tantum figurarum loca continuantur.*

Computavit etiam Briggius *Logarithmos Sinuum & Tangentium, pro ſingulis Gradibus graduumque centeſimis, ad* 15 *figurarum loca, quibus adjunxit ſinus Tangentes & ſecantes veros ſeu naturales, quos prius ad totidem loca ſupputaverat. Logarithmi ſinuum & Tangentium dicuntur ſinus & Tangentes Artificiales, ipſi vero ſinus & Tangentes, naturales vocantur. Has Tabulas ſimul cum Tractatu de Tabularum conſtructione & uſu, poſt mortem* Briggii, *ſub nomine* Trigonometriæ Britannicæ *edidit* Henricus Gelibrand Londini *Anno* 1633.

Poſt illud tempus, pluribus in locis Tabularum compendia prodiere. In quibus ſinus Tangentes, eorumque Logarithmi,

rithmi, tantum constant septem notarum locis, & numerorum Logarithmi exhibentur tantum pro numeris ab 1 *usque ad* 10000, *qui pro plerisque casibus sufficere possunt.*

Harum Tabularum dispositio ea mihi videtur optima, quam primus excogitavit Nathaniel Roe Anglus Suffolciensis, *quamque, quibusdam in melius mutatis, sequitur* Sherwinus *in Tabulis suis Mathematicis* Londini *Anno* 1705 *editis, in quibus habentur Logarithmi Numerorum omnium ab unitate usque ad* 101000 *septem figurarum notis constantes, Logarithmorum quoque differentiæ parteſque proportionales adscribuntur, quarum ope Logarithmi numerorum usque ad* 10000000 *facile haberi possunt: quatenus scil. hi Logarithmi septem tantum figurarum notis exprimantur. Praeterea in iisdem prostant Sinus Tangentes & Secantes, cum eorum Logarithmis & differentiis pro quolibet gradu & minuto Quadrantis, cum aliis quibusdam tabulis Mathesi Practicae inservientibus.*

CAPUT I.

De ortu & natura Logarithmorum.

Quemadmodum in Geometria, linearum magnitudines numeris sæpe definiuntur; ita quoque in Arithmetica viciſſim expedit, ut numeri aliquando per lineas exponantur, assumendo scil. lineam aliquam quæ ipsa unitatem repræsentet, ejus dupla numerum binarium, tripla ternarium, dimidia fractionem $\frac{1}{2}$, & ita deinceps, exponet. Hac ratione quorundam numerorum Geneſis & proprietates melius concipiuntur, clariusque in animo versantur, quam per abstractos numeros fieri possit.

Hinc si quælibet linea a in seipsam ducatur, quæ exinde prodit quantitas a^2, non æstimanda est tanquam duarum dimensionum, sive ut Quadratum Geometricum cujus latus est linea a, sed tanquam linea quæ sit tertia proportio-

nalis lineæ pro unitate assumptæ, & lineæ a. Sic etiam si a^2 per a multipliciter, quæ prodit a^3 non erit trium dimensionum quantitas, seu cubus Geometricus, sed linea quæ est quartus terminus in progressione Geometricâ cujus primus terminus est 1 secundus a. Nam termini $1\ a\ a^2\ a^3\ a^4\ a^5\ a^6\ a^7$ &c. sunt in continua ratione 1 ad a: & indices terminis affixi ostendunt locum seu distantiam, quam quisque terminus ab unitate obtinet. v. gr. a^5 est in quinto loco ab unitate, a^6 in sexto seu sexies magis distans ab unitate quam a seu a^1, qui immediate sequitur unitatem.

Si inter terminos 1 & a inseratur medius proportionalis qui est $\sqrt{a}$, ejus index erit $\frac{1}{2}$, nam ejus distantia ab unitate erit semissis distantiæ a ab unitate, adeoque pro $\sqrt{a}$ scribi potest $a^{\frac{1}{2}}$. Et si inter a & a^2 inseratur medius proportionalis, ejus index erit $1\frac{1}{2}$ seu $\frac{3}{2}$, nam ejus distantia erit sesquialtera distantiæ ipsius a ab unitate.

Si inter 1 & a inserantur duo medii proportionales; horum primus est radix cubica ipsius a, cujus index debet esse $\frac{1}{3}$. Nam terminus ille distat ab unitate tertiâ tantum parte distantiæ ipsius a, adeoque radix cubica scribi debet per $a^{\frac{1}{3}}$. Hinc Index ipsius Unitatis est 0, nam unitas non distat à seipsâ.

Eadem series quantitatum Geometrice proportionalium continuari potest utrinque, tam descendendo versus sinistram, quam ascendendo versus dextram; termini enim $\frac{1}{a^5}\ \frac{1}{a^4}\ \frac{1}{a^3}\ \frac{1}{a^2}\ \frac{1}{a}\ 1\ a\ a^2\ a^3\ a^4\ a^5$ &c. sunt omnes in eadem progressione Geometrica. Adeoque cum distantia ipsius a ab unitate sit versus dextram & positiva seu + 1, distantia æqualis in contrariam partem scil. distantia termini $\frac{1}{a}$ erit negativa seu -1, qui erit index termini $\frac{1}{a}$ proquo itaque scribi potest a^{-1}. Similiter in termino a^{-2}, index -2 ostendit terminum in secundo loco ab uni-

unitate versus sinistram locari, idemque valet terminus $a - {}^{2}\,\mathrm{ac} - \frac{1}{a^2}$. Item $a - {}^{3} - \frac{1}{a^3}$ est idem ac —. Indices enim hi negativi ostendunt terminos ad quos pertinent, in partem discedere contrariam ei, qua ab unitate progrediuntur termini, quorum indices sunt positivi. Hisce præmissis.

Si super linea AN utrinque indefinite extensâ, capiantur AC CE EG GI IL dextrorsum. Item A Γ Γ Π &c. sinistrorsum, omnes inter se æquales: & ad puncta Π Γ AC EG IL erigantur super AN perpendiculares rectæ Π Σ Γ Δ AB CD EF GH IK LM quæ sint omnes continue proportionales, numerosque repræsentent, quorum AB sit unitas. Lineæ AC AE AG AI AL — AΓ — AΠ distantias numerorum ab unitate respective exponent, sive locum & ordinem quem quisque numerus in serie Geometrice proportionalium obtinet, prout ab unitate distat. ta AG cum sit tripla rectæ AC, erit numerus GH in tertio ab unitate loco, si modo CD sit in primo, sic LM erit in quinto loco cum sit AL = 5 AC. Tab. 44. fig. 7.

Quod si proportionalium extremitates Σ Δ BD FH KM rectis lineis jungantur; figura Σ Π LM fit polygonum pluribus aut paucioribus constans lateribus, prout plures aut pauciores in progressione fuerint termini.

Si partes AC CE EG GI IL bisecentur in punctis *c e g i l* & rursus excitentur perpendiculares *c d e f g h i k l m*, quæ sint mediæ proportionales inter AB CD, CD EF, EF GH, GH IK, IK LM, nova orietur proportionalium series, cujus termini incipiendo ab eo qui proxime sequitur unitatem duplo plures sunt, quam in prima serie, & terminorum differentiæ minores fiunt, propiusque ad rationem æqualitatis accedunt termini quam prius; quin etiam in hac nova serie, rectæ AL AC distantias terminorum LM CD ab unitate exponent, scil. cum AL decies major sit quam A*c*; erit LM decimus seriei terminus ab unitate, & ob A*e* triplo majorem quam A*c*, erit *e f* tertius seriei terminus, mo-

do *cd* sit primus: & inter AB & *ef* erunt duo medii proportionales, inter AB vero & LM erunt novem termini medii proportionales.

Quod si linearum extremitates B*d*D*f*F*h*H &c. rectis jungantur, fiet novum polygonum, pluribus quidem, at brevioribus constans lateribus.

Si rursus distantiæ A*c c*C C*e e*E &c. bisecari concipiantur, & inter binos quosque terminos, ad medias illas distantias inseri intelligantur medii proportionales, alia nova orietur proportionalium series, terminos ab unitate duplo plures continens quam prior. Terminorum vero differentiæ minores erunt; junctisque terminorum extremitatibus, numerus laterum polygoni augetur secundum numerum terminorum, minora autem erunt latera, ob diminutas terminorum à seinvicem distantias.

Quin in hac nova serie, distantiæ AL AC &c. determinabunt terminorum ordines seu locos, nempe si sit AL quintuplo major quam AC; sitque CD quartus ab unitate seriei terminus: erit LM istius seriei terminus vicesimus ab unitate.

Si sic continuo inter binos quosque terminos inserantur medii proportionales, fiet tandem numerus terminorum seriei, sicut & laterum polygoni major quolibet dato numero seu infinitus; latera vero singula magnitudine diminuta fient quavis datâ rectâ lineâ minora; Adeoque mutabitur polygonum in figuram curvilineam. Nam quælibet figura curvilinea considerari potest, tanquam polygonum cujus latera sunt numero infinita, & magnitudine minima.

Curva sic descripta dicitur *Logarithmica*, in qua si numeri per rectas ad axem AN normaliter insistentes, repræsententur, portio Axis inter numerum quemlibet, & Unitatem intercepta, ostendit locum seu ordinem quem numerus ille obtinet in serie Geometrice proportionalium, & æqualibus intervallis ab invicem distantium. Verbi gratia, si AL sit quintuplo major quam AC, sintque ab unitate ad LM mille termini continue proportionales, erunt ab unitate ad CD ducenti

centi termini ejusdem seriei, seu erit CD terminus seriei ducentesimus ab unitate; & quicunque supponatur numerus terminorum ab AB ad M, erit istius numeri pars quinta numerus terminorum ab AB ad CD.

Cur va Logarithmica potest etiam concipi duobus motibus describi, quorum unus æquabilis est, alter vero in data quadam ratione acceleratur, vel retardatur: v. gr. si recta AB super AN uniformiter incedat, adeo ut terminus ejus A æqualibus temporibus, æqualia spatia describat, interea tamen ita crescat AB, ut æqualibus etiam temporibus, incrementa capiat, quæ sint toti lineæ crescenti proportionalia, hoc est si AB progrediendo in *cd*, augeatur parte sui *od*, & hinc æquali tempore quando in CD pervenerit, augeatur simili parte D*p*, quæ sit ad *dc* ut incrementum *do* ad AB: similiter, dum æquali tempore ad *ef* pervenerit, crescat parte *fq*, quæ sit ad DC ut D*p* ad *dc* seu ut *do* ad AB, id est, in æqualibus temporibus, incrementa facta sint semper totis proportionalia.

Vel si linea AB regrediendo in contrariam partem, in constanti ratione minuatur, ita ut, dum æqualia spatia ΑΓ ΓΠ pertransit, decrementa patiatur ΑΒ — ΓΔ ΓΔ — ΠΣ quæ sint ipsis ΑΒ ΓΔ proportionalia. Lineæ sic crescentis aut decrescentis terminus Logarithmicam describet. Nam cum sit AE: *do* :: *dc*: D*p* :: DC: *fq* erit componendo AB: *dc* :: *dc*: DC :: DC: *fe* & ita deinceps.

Per hos duos motus, unum scil. æquabilem, alterum proportionaliter acceleratum aut retardatum, ipse *Neperus* Logarithmorum originem exposuit, Logarithmum sinus cujusque arcus vocavit, *Numerum qui quam proxime definit lineam quæ æqualiter crevit, interea dum sinûs totius linea proportionaliter in sinum illum decrevit.*

Ex hac Logarithmicæ descriptione constat, numeros omnes in æqualibus distantiis, esse continue proportionales. Quin etiam patet, quod si sint quatuor numeri ABCDIKLM tales, ut distantia inter primum & secundum sit æqualis distantiæ inter tertium & quartum, qualiscunque sit distantia

ſecundi à tertio, erunt illi numeri proportionales. Nam quia diſtantiæ AC IL. ſunt æquales, erit AB ad incrementum Ds ut IK ad incrementum MT; unde componendo AB: DC::IK:ML. Et viciſſim, ſi quatuor numeri ſint proportionales, erit diſtantia inter primum & ſecundum, æqualis diſtantiæ inter tertium & quartum.

Diſtantia inter duos quoſlibet numeros, dicitur Logarithmus rationis iſtorum numerorum, & metitur non quidem ipſam rationem, ſed numerum terminorum in data ſerie Geometrice proportionalium progredientium ab uno numero ad alterum, definitque numerum rationum æqualium, quarum compoſitione efficitur numerorum ratio.

Si diſtantia inter duos quoſvis numeros ſit dupla diſtantiæ inter alios duos numeros; Ratio duorum priorum numerorum erit duplicata rationis poſteriorum. Sit enim diſtantia IL inter numeros IK LM dupla diſtantiæ Ac quæ eſt inter numeros AB *cd*, biſecta IL in *l* ob Ac = Il = *l*L, erit ratio IK ad *lm* æqualis rationi AB ad *cd*, adeoque ratio IK ad LM quæ eſt duplicata rationis IK ad *lm*, (per *defin.* 10. *El.* 5.) erit etiam duplicata rationis AB ad *cd*.

Similiter ſi diſtantia EL ſit tripla diſtantiæ AC; erit Ratio EF ad LM triplicata rationis AB ad CD. Nam ob diſtantiam triplam, triplo plures erunt proportionales ab EF ad LM quam ſunt ejuſdem rationis termini ab AB ad CD, at tam ratio EF ad LM, quam ratio AB ad CD, componitur ex rationibus æqualibus intermediis (per 5. *defin. El.* 6.) Adeoque ratio EF ad LM ex triplo pluribus rationibus compoſita. Triplicata erit rationis AB ad CD. Similiter ſi ſit GL diſtantia quadrupla diſtantiæ Ac, erit ratio GH ad LM Quadruplicata rationis AB ad *cd*. & ita deinceps.

Numeri cujuſlibet Logarithmus, eſt Logarithmus rationis Unitatis ad ipſum numerum, vel eſt diſtantia inter unitatem & illum numerum. Logarithmi itaque exponunt dignitatem, locum, ſeu ordinem, quem quiſque numerus obtinet ab unitate in ſerie Geometrice proportionalium. Verbi gratia ſi ab uni-

unitate ad numerum 10 sint proportionales numeri 10 000 000 hoc est si sit numerus 10 in loco $10\,000\,000^{m}$; per computationem invenietur, esse in eadem serie ab unitate usque ad 2 proportionales terminos numero 3 010 300, hoc est numerus binarius stabit in loco $3\,010\,300^{m}$. Similiter ab unitate usque ad 3, invenientur termini proportionales 4 771 213, qui numerus definit locum numeri ternarii. Numeri 10000000, 3010300, 4771213. erunt Logarithmi numerorum 10, 2, & 3.

Si primus seriei terminus ab unitate dicatur y, erit secundus terminus y^2, tertius y^3, &c. cumque ponitur numerus denarius seriei terminus $10\,000\,000^{m\,1\cdot0}$, erit $y^{10000000}=10$. Item erit $y^{3\cdot010\cdot300}=2$. Item $y^{4771213}=3$, & ita deinceps.

Omnes itaque numeri erunt potestates aliquæ illius numeri, qui est ab unitate primus. Et potestatum indices sunt numerorum Logarithmi.

Cum Logarithmi sint distantiæ numerorum ab unitate, ut superius ostensum est. Erit Logarithmus ipsius unitatis 0, nam unitas non distat à se ipsa. At fractionum Logarithmi sunt negativi seu infra nihil descendentes, hi enim in contrariam discedunt partem, adeoque si numeri ab unitate proportionaliter crescentes habeant Logarithmos positivos, seu signo + affectos, Numeri ab unitate similiter decrescentes, seu fractiones habebunt Logarithmos negativos, seu signo affectos. Quod verum est quando Logarithmi æstimantur per distantias numerorum ab unitate.

At si initium capiunt Logarithmi non ab unitate integrali, sed ab unitate quæ est in loco aliquo fractionum decimalium, verbi gratia à fractione $\frac{1}{1\,00000\,00000}$; tunc omnes fractiones hac majores habebunt Logarithmos positivos, reliquæ minores, obtinebunt Logarithmos negativos, sed de hac re plura postea dicentur.

Cum in numeris continue proportionalibus DC EF GH IK &c. distantiæ CE EG GI &c. sint æquales, erunt horum

rum numerorum logarithmi AC AE AG AI &c. æquidifferentes, seu Logarithmorum differentiæ erunt æquales. Numerorum itaque proportionalium Logarithmi sunt omnes in progressione Arithmetica. Atque hinc oritur vulgaris illa Logarithmorum definitio, videl. Logarithmi sunt numeri qui proportionalibus adjuncti, æquales servant differentias.

In prima quam *Neperus* edidit Logarithmorum specie, posuit terminorum proportionalium ab unitate primum, tantum ab unitate distare, quantum ipse terminus unitatem superabat. h. e. Si *vn* sit primus seriei terminus ab unitate AB, ejus Logarithmum seu distantiam A*n* vel B*y* æqualem esse voluit ipsi *vy*, seu incremento numeri supra unitatem, ut si *vy* sit 1,0000001, ejus Logarithmum A*n* ponebat 0,0000001, & hinc computatione factâ Numerus Denarius seu 10 erit 23025850^{m} seriei terminus, qui itaque numerus est Logarithmus denarii in hac Logarithmorum forma, & exprimit ejus distantiam ab unitate in partibus quarum *vy* vel A*n* est una.

At hæc positio omnino arbitraria fuit, potest enim distantia primi termini, ad ipsius excessum supra unitatem, datam quamvis habere proportionem, & pro varia illa ratione, quæ pro arbitrio supponi potest, esse inter *vy* & B*y*, incrementum primi termini supra unitatem & ejusdem ab unitate distantiam, diversæ provenient Logarithmorum formæ.

Primam hanc Logarithmorum speciem in aliam magis commodam postea mutavit *Neperus*, in qua posuit numerum denarium non esse 23025850$^{m.m}$, seriei terminum, sed terminum 10000000$^{m.m}$, inque hac Logarithmorum forma, primum incrementum *vy* erit ad distantiam B*y* vel A*n*, ut unitas seu AB ad fractionem decimalem, 0,4342994, quæ itaque exponet Longitudinem subtangentis AT.

Tab 45. fig. 2. Post mortem *Neperi*, vir summus Dominus *Henricus Briggius*, immenso labore, Logarithmorum Tabulas ad hanc formam construxit & edidit. In hisce tabulis cum logarithmus denarii seu ejus distantia ab unitate ponitur 1,0000000, sintque 1, 10, 100, 1000, 10000 &c, continue proportionales, erunt æquidistantes. Quare numeri 100 Logarithmus erit

2,

2, 0000000. millenarii 3, 0000000 & numeri 10000 Logarithmus fiet 4, 0000000 & ita deinceps.

Hinc Logarithmi omnium numerorum inter 1 & 10 incipere debent per 0, seu debet esse 0 in primo loco versus sinistram, sunt enim minores quam Logarithmus numeri 10 cujus initium est unitas; & Logarithmi numerorum inter 10 & 100 unitate incipiunt, sunt enim majores quam 1. 0000000 & minores quam 2. 0000000. Item Logarithmi numerorum inter 100 & 1000 binario incipiunt, sunt enim majores quam logarithmus numeri 100, quem incipit 2. & minores logarithmo numeri 1000 qui incipit per 3; eodem modo ostenditur in Logarithmis numerorum in 1000 & 10000, primam figuram versus sinistram debere esse 3; & in Logarithmis numerorum ab 10000 usque ad 100000 prima versus sinistram figura erit 4, & ita deinceps.

Prima cujusque logarithmi figura versus sinistram dicitur characteristica seu index; quia ostendit altissimum seu remotissimum locum numeri à loco unitatum. v. gr. Si index logarithmi sit 1. numeri respondentis altissimus seu remotissimus versus sinistram ab unitate locus, erit locus decadum. Si index 2, remotissima numeri respondentis figura erit in secundo ab unitatum loco, hoc est erit centenariorum aliquis. Et index Logarithmi 3 denotat altissimam numeri sui figuram esse in tertio ab unitatum loco, & inter millenarios locari.

Logarithmi numerorum omnium qui sunt in progressione decupla aut subdecupla, characteristicis seu indicibus suis tantum differunt; in reliquis omnibus locis, iisdem scribuntur notis, v. gr. Logarithmi numerorum 17, 170, 1700, 17000. nam cum sit 1 ad 17, ut 10 ad 170, ut 100 ad 1700, ut 1000 ad 17000; distantiæ inter 1 & 17. inter 10 & 170, inter 100 & 1700, inter 1000 & 17000 erunt omnes æquales, adeoque cum distantia inter 1 & 17 seu Logarithmus numeri 17 sit 1.2304489 erit logarithmus numeri 170 = 2. 2304482, & Logarithmus numeri 1700 erit 3.2304489 ob numeri 100 Logarithmum = 2. 0000000, & similiter ob numeri 1000 Logarithmum = 3. 0000000 Logarithmus numeri 17000 erit 4.2304489.

Sic etiam numeri 6748. 674, 8. 67, 48. 6, 748. 0, 6748. 0, 06748. sunt continue proportionales scil. in ratione ad 1, eorum itaque à se invicem distantiæ æquales erunt distantiæ seu Logarithmo numeri 10, seu æquales 1, 0000000, quare cum Logarithmus numeri 6748 sit 3, 8291751, reliquorum logarithmi erunt ut in margine.

6748	3,8291751
674,8	2,8291751
67,48	1,8291751
6,748	0,8291751
0,6748	—1,8292751
0,06748	—2,8291751

In duobus ultimis logarithmis, Indices tantum sunt negativi, reliquis figuris positivis manentibus, adeoque cum reliquæ figuræ addendæ sunt, subtrahendi erunt indices, & vice versa.

CAPUT II.

De Logarithmorum Arithmetica ubi numeri sunt integri, vel integri cum decimalibus adjunctis.

Quoniam in multiplicatione, unitas est ad multiplicatorem ut multiplicandus ad productum, distantia inter Unitatem & multiplicatorem æqualis erit distantiæ inter multiplicandum & productum; si itaque numerus GH per numerum EF esset multiplicandus, distantia inter GH & productum debet esse æqualis distantiæ AE, seu Logarithmo multiplicatoris, si itaque capiatur GL æqualis AE, erit numerus LM productus, hoc est, si ad AG logarithmum multiplicandi addatur AE Logarithmus multiplicatoris, summa erit Logarithmus producti.

Tab 4. fig. 7.

In Divisione Unitas est ad divisorem, ut quotus ad dividendum; adeoque distantia inter divisorem & unitatem æqualis erit distantiæ inter dividendum & quotum. Sic si LM per EF esset dividendus, erit distantia EA æqualis distantiæ inter LM & quotum, adeoque si capiatur LG æqualis EA,

EA, ad G erit quotus. Hoc est, si ab AL Logarithmo Dividendi, auferatur GL seu AE Logarithmus divisoris, restabit AG Logarithmus quotientis.

Atque hinc adeo, quæcunque operationes in communi Arithmetica perficiuntur multiplicando aut dividendo numeros majores, eæ omnes facilius multo, & expeditius fiunt, per additionem aut subductionem Logarithmorum.

Sit exempli gratia numerus 7589 multiplicandus per 6757 addendo Logarithmos ut in margine videre est, habetur Logarithmus producti cujus index 7 monstrat esse in producto septem locos præter unitatum locum; & quærendo in tabulis Logarithmum hunc, vel proxime æqualem, invenio numerum respondentem minorem producto esse 51278000 & numerum producto majorem esse 51279000, quin capiendo differentias adjunctas, & partes proportionales; invenio notas ante-penultimam & penultimam esse 87, in ultimo autem seu in unitatum loco, necessario erit 3, ob septies novem=63 adeoque verus productus erit 51278173. Si index Logarithmi esset 8 vel 9, ultima vel penultima notæ obtineri non possunt ex tabulis ubi Logarithmi tantum constant 7 figurarum locis præter characteristicam, adeoque ubi opus est, Tabulæ *Vlacquianæ*, in quibus Logarithmi sunt omnes decem notarum; vel *Briggianæ*, in quibus Logarithmi sunt quatuordecim, adeundæ erunt.

Log. 3. 8801846	
Log. 3. 8297539	
Log 7. 7099385	

Si numerus 78956 dividendus sit per 278, subtrahendo Logarithmum divisoris ex Logarithmo dividendi habetur Logarithmus quotientis, cui Logarithmo respondet, Numerus 282, 719 qui itaque erit quotiens.

Log. 4. 8954004	
Log. 2. 4440448	
Log. 2. 4513556	

Cum unitas, numerus quilibet assumptus, ejus quadratus, cubus, Biquadratus, &c. sint continue proportionales, eorum à se invicem distantiæ æquales erunt. Manifestum itaque est Quadrati distantiam ab unitate, duplam esse distantiæ radicis

ab eadem: distantiam cubi triplam distantiæ radicis suæ, Biquadrati distantiam esse distantiæ radicis suæ ab unitate quadruplam &c. Adeoque si dupliciter logarithmus numeri, dabitur logarithmus Quadrati, Si triplicetur, logarithmus cubi, si quadruplicetur, prodit Logarithmus Biquadrati. Et vice versa si Logarithmus numeri alicujus bisecetur, habebitur Logarithmus Radicis quadratæ ejusdem numeri: Quin & ejusdem Logarithmi tertia pars erit logarithmus Radicis Cubicæ, & pars quarta Logarithmus Radicis biquadraticæ, & ita deinceps.

Hinc Radicum omnium extractiones facillime perficiuntur, secando Logarithmum in tot partes, quot sunt unitates in indice potestatis. Sic ut habeatur Radix quadrata numeri 5, ejus Logarithmi capiatur pars dimidia 0, 3494850, erit hæc Logarithmus radicis quadratæ numeri 5, seu Logarithmus numeri $V\overline{5}$, cui respondet numerus 2, 23606 quam proxime.

CAPUT III.

De Arithmetica Logarithmorum, ubi numeri sunt Fractiones.

Quotiescunque Fractiones per Logarithmos tractandæ fuerint, ad vitandum laborem addendi unam Logarithmi partem, & subducendi alteram, expedit ut Logarithmi incipiant non ab unitate integrali, sed ab unitate, quæ sit in decimo vel centesimo loco fractionum decimalium, v. g. po-

Tab. 45. fig. 1. ne PO esse $\frac{1}{10000000000}$ & Logarithmos ab ejus loco incipere. Hæc fractio decies magis distabit ab unitate versus sinistram, quam numerus 10 ab eadem distat versus dextram sunt enim Decem termini proportionales in ratione 10 ad 1 ab unitate usque ad PO. Adeoque si AB sit unitas, ejus Lo-

Logarithmus in hac suppositione non erit o, sed erit OA = 10 0000000. Nam distantia denarii ab unitate est. 1. 0000000, unde distantia numeri 10, ab PO erit 11, 000 0000; Item Distantia numeri 100 à PO, seu ejus Logarithmus à PO incipiens, erit 12. 000 0000 & numeri 1000 Logarithmus seu distantia à PO erit 13. 000 0000; atque hac ratione Logarithmorum omnium indices augentur numero 10. & Fractiones quorum indices fuerunt — 1, aut — 2, aut — 3, &c. fiunt 9, 8, aut 7 &c.

At si Logarithmi incipiunt à loco Fractionis cujus numerator est unitas; denominator unitas centum cyphris adjectis (quod faciendum est quoties fractiones occurrunt minores quam PO) illa Fractio centies plus distabit ab unitate quam 10 ab ea distat, adeoque Unitatis Logarithmus habebit Indicem 100. Numeri Denarii Logarithmus Indicem habebit 101. Et numeri centenarii Logarithmo congruet Index 102, & ita deinceps Indices omnes augentur numero 100.

Fractionum omnium quae sunt majores PO (à quo initium ducitur) Logarithmi erunt positivi. Et cum numeri, 10, 1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, &c. sunt in continua progressione Geometrica, æqualiter à se invicem distabunt, & eorum proinde Logarithmi erunt æquidifferentes; Adeoque cum Logarithmus denarii sit 11. 0000000, & unitatis Logarithmus sit 10. 0000000 erit Logarithmus fractionis $\frac{1}{10}$ = 9. 0000000; & fractionis $\frac{1}{100}$ Logarithmus erit 8, 0000000; & similiter index Logarithmi numeri $\frac{1}{1000}$ erit 7. Quin etiam eadem ratione si index Logarithmicus Unitatis sit 100 & denarii 101, Erit index Logarithmi Fractionis $\frac{1}{10}$, 99, & Fractionis $\frac{1}{100}$ Index Logarithmi erit 98; & Fractionis $\frac{1}{1000}$ index Logarithmicus erit 97 &c. Hi indices ostendunt in quo loco ab unitate prima fractionis figura quæ cyphra non sit, ponenda fuerit v. gr. Si index sit 4 ejus differentia ab indice unitatis quæ est 10 scil. 6 ostendit primam decimalis figuram significativam esse in 6ta ab unitate loco; ergo quinque cyphræ versus sinistram ei præponendæ sunt. Ita si Unitatis index sit 100 & fractionis index sit 80, erit prima ejus figura in vicesimo ab unitatis loco seu 19 cyphræ præponendæ erunt.

Sit jam Fractio GH per fractionem DC multiplicanda: Quia unitas est ad multiplicatorem ut multiplicandus ad productum; erit distantia inter Unitatem & multiplicatorem æqualis distantiæ inter multiplicandum & productum. Quare si capiatur GI=AC, ad I erit productus IK. Et proinde si ab OG Logarithmo multiplicandi, auferatur GI vel AC, restabit OI Logarithmus producti. Est vero AC=OA−OC, quæ ablata ab OG, relinquetur OG+OC−OA=OI, hoc est, si simul addantur Logarithmi multiplicatoris & multiplicandi, & è summa auferatur Logarithmus unitatis (qui semper scribitur per 10 aut 100 cum cyphris) habebitur logarithmus producti. ex. gr. Sit Fractio decimalis 0, 00734 per fractionem 0, 000876 multiplicanda, pono unitatis indicem Logarithmicum esse 100, & fractionum Logarithmi erunt ut in margine, qui additi, & rejecto Logarithmo Unitatis, dant Logarithmum producti, cujus index 94 ostendit primam producti figuram esse in sexto ab unitatum loco, quinque itaque cyphræ præponendæ sunt, & productus erit; 0000064298 4.

	97, 8656961
	96, 9425041
	94, 8082002

In Divisione, divisor est ad unitatem, ut dividendus ad quotum, & proinde distantia inter divisorem & unitatem, æqualis erit distantiæ inter dividendum & quotum. Itaque si fractio IK dividenda esset per DC, capienda erit IG=CA & locus quoti erit G. Est vero CA=OA−OC quæ ad OI addita fit OA+OI−OC=OG. hoc est si addatur Logarithmus unitatis ad Logarithmum dividendi, & à summa auferatur Logarithmus divisoris, restabit logarithmus quotientis; sic si numerus CD per IK esset dividendus, capienda erit distantia CS=IA, & erit ST quotiens; cujus Logarithmus est OA+OC−OI. Sit CD=0, 347 IK=0, 00478. ad logarithmum ipsius CD addatur Logarithmus Unitatis, hoc est ejus Indici præponatur 1 aut 10, & ex eo subducatur logarithmus divisoris, restabit Logarithmus quotientis, cujus index 11 monstrat quotientem esse inter nume-

	19, 5403295
	7, 6794279
	11, 8609016

ros

ros qui sunt à 10 ad 100 quæro itaque numerum logarithmo respondentem, quem invenio esse 72, 549. Si fractionis vulgaris verbi gr. $\frac{7}{8}$ logarithmus desideretur, ad

Logarithmum numeri 7 addatur Logarithmus	10, 8450980
unitatis, vel quod idem est, ejus indici præponatur 1 aut 10 & subducatur ab eo logarithmus denominatoris 8, restabit logarithmus fractionis $\frac{7}{8}$ vel fractionis decimalis, 875.	0, 9030900
	9, 9420080

Ut Fractionis cujuslibet DC potestates habeantur, capiendæ sunt CE EG GI IL singulæ æquales AC, & EF erit quadratus, GH Cubus, IK biquadratus numeri DC, sunt enim ab unitate continue proportionales. Est præterea AE = 2AC = 2OA — 2OC, unde OE = OA — AE = 2OC — OA, hoc est logarithmus quadrati est duplus logarithmi radicis, minus logarithmo unitatis. Similiter ob AG = 3AC = 3OA — 3OC erit OG = OA — AG = 3OC — 2OA = Logarithmo cubi = Triplo Logarithmi lateris minus duplo logarithmi unitatis. Eadem ratione, quia AI = 4AC = 4OA — 4OC, erit OI = 4OC — 3OA; qui est Logarithmus Biquadrati. Et universaliter fractionis potestas sit n, logarithmus L, erit logarithmus potestatis $n = nL - nOA + OA$, hoc est multiplicando logarithmum fractionis per n, & è producto abjiciendo logarithmum unitatis multiplicatum per $n - 1$, habebitur logarithmus potestatis n ejusdem fractionis.

Ex. gr. sit Fractio $\frac{1}{10} = 05$ cujus quæratur potestas 6^a hujus fractionis logarithmus est 8, 6989700 qui multiplicatus per 6 dat numerum 52, 1938200, & ex 52 ablato numero 50 qui est index Logarithmi unitatis in 5 ductus, restabit logarithmus potestatis 6^{ta} scil. 2, 1938200 cui respondet numerus 000 0000 15625. nam index 2 ostendit septem cyphras primæ figuræ præponendas esse.

Si Fractionis, 05 potestas octava desideretur, multiplicando logarithmum per 8, prodit 69, 5917600, at cum ex numero 69 auferri non potest 70, qui est septies index logarithmi unitatis, quin in numeros negativos deveniatur, pono indicem

cem logarithmi unitatis esse 100. & index logarithmicus fractionis, erit 98. hic logarithmus in 8 ductus dat 789. 5917600 & ex numero 789 rejecto numero 700, qui utpote cum cyphris annexis, est septies logarithmus unitatis, restabit 89. 5917600 logarithmus potestatis 8va Fractionis $\frac{1}{10}$. cui congruens numerus est 00000 00000 39062. nam cum Index sit 89 & ejus differentia ab 100 est 11; figura prima fractionis significativa erit in undecimo ab unitatis loco, adeoque decem cyphræ præponendæ erunt.

Si in fractionibus, radices potestatum desiderentur. v. gr. Fractionis EF, quæratur radix quadrata. Quoniam Radix est media proportionalis inter Fractionem & unitatem; bisectâ AE in C, erit CD radix quadrata fractionis EF. Est vero $AC = \frac{1}{2}AE = \frac{OA - OE}{2}$, Adeoque OC Logarithmus Radicis $= OA - AC = \frac{OA + OE}{2}$. Si fractionis GH radix cubica quæratur. Radix illa erit prima duarum mediarum proportionalium inter unitatem & GH, secetur itaque AG in tres partes æquales, quarum prima sit AC, erit CD radix quæsita, & quoniam est $AC = \frac{1}{3}AG = \frac{OA - OG}{3}$ si hæc subducatur ab OA, restabit $\frac{2OA + OG}{3} = OC$ scil. Logarithmo Radicis cubicæ fractionis GH. Sic etiam fractionis IK radix biquadratica habetur, secando AI in quatuor partes æquales. Nam Radix est prima trium mediarum proportionalium inter unitatem & Fractionem. Sit itaque $AC = \frac{1}{4}AI =$, & erit CD Radix biquadratica Fractionis IK. Sed est $\frac{1}{4}AI = \frac{OA - OI}{4}$ adeoque $OC = OA - AC = \frac{3OA + OI}{4}$

Uni-

Universaliter si fractionis LM desideretur radix potestatis n, ejus radicis Logarithmus erit $\frac{nOA-OA+OL}{n}$, hoc est si indici Logarithmico fractionis, præponatur numerus $n-1$. & logarithmus sic auctus dividatur per n, quotus dabit Logarithmum radicis quæsitæ. Sic si quæratur radix cubica fractionis $\frac{5}{7}$; sive, 5 hujus Logarithmo præponatur $2=n-1$, quia radix cubica desideratur, & fiet 29. 6989700 cujus numeri triens est 9, 8996566 æqualis Logarithmo radicis cubicæ fractionis $\frac{5}{7}$ & congruens Logarithmo numerus est, 7937 qui erit radix quæsita.

CAPUT IV.

De Regula Proportionis seu Aurea Logarithmica.

Datis tribus numeris, qua ratione quartus proportionalis inveniendus sit, nos docet proportionis Regula; scil. termini secundus & tertius in se invicem ducendi sunt, & productus dividendus est per primum, qui prodit quotus, exhibebit quartum terminum proportionalem quæsitum. At per logarithmos minore labore habetur ille quartus; Nam si è summa Logarithmorum secundi & tertii auferatur logarithmus primi, qui restat numerus est logarithmus quarti proportionalis.

Quin etiam & hic labor minui aliquantulum potest, si loco logarithmi primi capiatur ejus complementum Arithmeticum, seu differentia logarithmi à numero 100000000, & obtinetur si pro singulis logarithmi figuris scribantur earum differentiæ à 9. Complementum hoc Arithmeticum cum reliquis duobus logarithmis in unam summam conjiciatur, & à summa, unitatis nota in primo versus siniſtram loco sita abjiciatur, restabit logarithmus quarti termini quæsiti; atque hoc modo per unicam Numerorum trium additionem inveni-

tur logarithmus termini quæsiti. Hujus rei causa hinc patebit. Sint tres numeri A B C & è summa secundi & tertii subducendus est primus, non tantum operatio communi modo perficitur, sed etiam si assumatur numerus quivis E, & ab eo auferatur A, restabit E—A si numeri BC & E—A in unam summam addantur, & è summa trium rejiciatur E, restabit B+C—A. sic si subducendus est numerus 15 ex 23 capio numeri 15 complementum ad 100 quod est 85, hunc numerum addo ad 23 & summa fit 108 ex quo sublato 100 restabit numerus 8. Sequuntur Exempla Trigonometrica Regulæ proportionis per Logarithmos soluta.

85
23
108

Tab 44. fig 8. Sit Triangulum ABC rectilineum, in quo dantur angulus A 36 gr. 46. angulus B 98 gr. 32′. & latus BC, 3478. & quæritur latus AC. Fiat (per *cas.* 1. Trigon. Planæ) Sinus ang. A ad Sinum ang. B ut BC ad AC. Et quia sinus Log. anguli A est primus analogiæ terminus ejus vice substituto complementum Arithmeticum ejusdem,

Arith. comp. L,S,B.	0.2228938
Log. Sin B.	9.9951656
Log BC.	3.5413296
Log. AC	13.7593888.

& addo Log. BC, Log. S, B & prædictum complementum in unam summam, & è summa rejecta unitate quæ est in primo versus sinistram loco, dabitur Logarithmus lateris AC, cui congruens numerus est 5706, 306 æqualis AC lateri quæsito.

Tab. 44. fig. 9. Sit Triangulum Sphæricum AB C, in quo dantur omnia latera scil. BC = 30 grad. AB = 24 gr. 4′. & AC = 42 gr. 8′. quæritur angulus B. Producatur BA ad M ut sit BM = BC erit AM differentia laterum BC B A æqualis 5 gr. 56. (Per *cas.* 11. in Triangulis obliquangulis Sphæricis.) Fiat ut rectangulum sub sinubus crurum AB BC ad quadratum Radii, ita

Rectangulum sub sinubus Arcuum $\frac{AC+AM}{2}$ $\frac{AC-AM}{2}$ ad quadratum sinus anguli ½ B.

Est

Est vero $\frac{AC+AM}{2}$ = 24 gr. 2′. & $\frac{AC-AM}{2}$ = 18 gr. 6.

Et quia primus analogiæ terminus est rectangulum sub sinubus AB BC, & secundus terminus est quadratum Radii; Summa Log. Sin. AB BC subducenda erit ex duplo Log. Radii & qui restat numerus addendus est ad summam Log. S $\frac{AC+AM}{2}$ $\frac{AC-AM}{2}$. Quod idem erit ac si singuli Log. Sinus arcuum AB BC subducerentur à Logarith. Radii, vel si horum sinuum capiantur complementa Arithmetica, atq; complementa illa & prædicti sinus in unam conjicerentur summam. Summa illa erit Logarithmus quadrati sinus dimidii anguli B; logarithmi itaque dimidium 9. 8965274 est Log. Sinus anguli ½ B = 51 gr. 59″. 56″. & hujus anguli duplum erit 103 gr. 59′. 52″ = angulo E qui erat inveniendus.

Log. S, BC comp. Arith.	0. 3010299
Log. S, AB comp. Arith.	0. 3898364
Log. S $\frac{AC+AM}{2}$	9. 6098803
Log. S, $\frac{AC-AM}{2}$	9. 4923083
2 Log. S, Ang. B	19. 7930549

CAPUT. V.

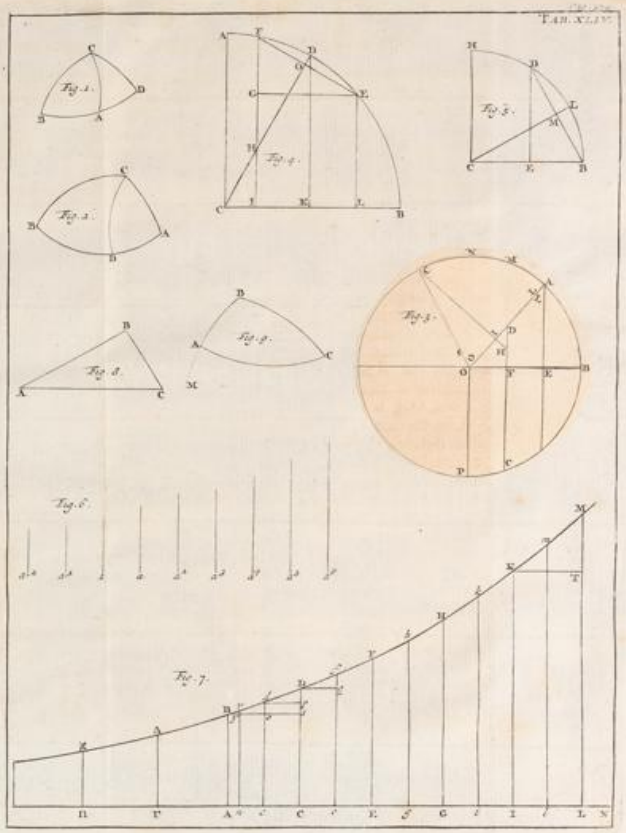
De Proportionalium Quantitatum continuis Incrementis, Et de modo inveniendi per Logarithmos, Terminum quemlibet in serie Proportionalium, sive crescente, sive decrescente.

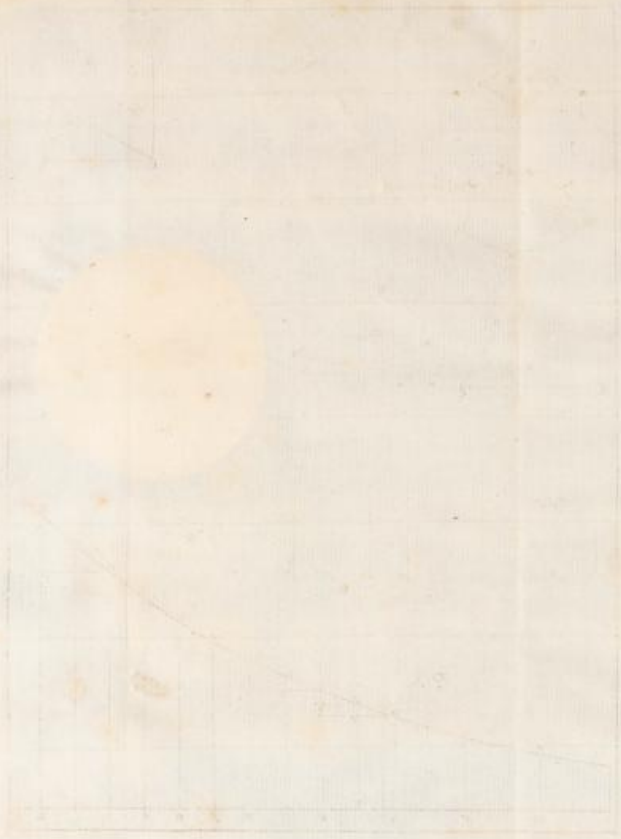
SI in Axe Logarithmicæ ubivis capiantur partes quot volueris S V V Y Y Q &c. æquales, & ad puncta S V Y Q &c. Tab. 45. fig. 1.

&c. erigantur perpendiculares ST VX YZ Qπ &c. ex natura curvæ, erunt omnes continuè proportionales, quin etiam continua incrementa Xx Zz π π erunt totis proportionalia. Nam ob ST : VX:: VX: YZ:: YZ:Qπ erit dividendo ST : Xx:: VX: Zz:: YZ:π π, & componendo VX: Xx:: YZ: Zz:: Qπ: π π. Hinc si Xx sit pars quælibet rectæ ST, erit Zz eadem pars rectæ VX, & π π quoque eadem pars rectæ YZ. ex. gr. Si Xx sit $\frac{1}{10}$ ST erit Zz = $\frac{1}{10}$ VX, & π π = $\frac{1}{10}$ YZ seu quod eodem redit' erit VX = ST + $\frac{1}{10}$ ST. YZ = VX + $\frac{1}{10}$ VX, item Qπ = YZ + $\frac{1}{10}$ YZ.

Fiat ut ST ad VX, ita AB unitas ad NR; erit AN = SV; adeoque rectæ SV VY YQ &c. erunt singulæ æquales logarithmo ipsius RN, & AV Logarithmus termini VX erit æqualis AS + AN = Logarithmo ipsius ST + Logarithmo ipsius NR. Item AY Logarithmus termini YZ æqualis erit AS + 2 AN = Log. ST + 2 Log. NR, & AQ logarithmus Termini Qπ æqualis erit AS + 3 AN = Log. ST + 3 Log. NR. Et universaliter si Logarithmus numeri NR multiplicetur per numerum, qui exprimit termini cujusvis distantiam à termino primo, & productus addatur Logarithmo termini primi, dabitur logarithmus istius termini. At si series proportionalium sit decrescens; seu si termini in continua ratione minuantur, & Qπ sit primus, habebitur Logarithmus alterius cujusvis termini, multiplicando Logarithmum numeri NR per numerum qui exponit ejus termini distantiam à primo, & subducendo productum è Logarithmo primi. Quod si productus ille sit major Logarithmo primi termini initio ab unitate ducto; in eo casu ponendi sunt Logarithmi incipere ab unitate in aliquo fractionum Decimalium loco detrusa, verbi gratia ab OP ita Logarithmus numeri Qπ erit OQ.

Exponat jam LM quamvis pecuniam, seu pecuniæ summam à creditore fœnori elocatam, ea lege ut singulis annis, usura annua sorti annumeretur, & finito primo anno, sit usura seu lucrum Kk, & IK aggregatum sortis & lucri pariat usu-


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.



uſuram H*b* quæ ſit ipſi IK proportionalis, ſeu in ratione conſtanti. Hæc uſura H*b* finito anno ſecundo, ſorti accedat, & ſors ea fit GH, quæ ad finem anni tertii pariat uſuram F*f*, ipſi GH proportionalem; Ponamus ſortem ſingulis annis augeri parte ſui viceſima $\frac{1}{20}$, adeoque erit IK= LM $+\frac{1}{20}$LM, GH=IK.$+\frac{1}{20}$IK. EF=GH$+\frac{1}{20}$GH, & ita deinceps. Erunt proinde termini LM IK GH EF, &c. continue proportionales. Quæritur quantum aucta fuerit pecunia ad finem quotlibet annorum.

Sit LM ſemiobolus, Anglice *A farthing*. Ob LM ad IK ut 1 ad $1+\frac{1}{20}$ vel ut 1 ad 1,05. ut AB ad NR$\frac{1}{2}$, erit NR=1,05, cujus Logarithmus AN eſt 0.0211893, vel magis accurate 0.0211892991. Quæritur quantum lucri accedat ſemiobolo, qui ſexcentis annis fœnori expoſitus eſt. Multiplicetur AN per 600 productus erit 12.7135794. Huic producto addatur Logarithmus fractionis $\frac{1}{288}$ nempe 97,0177288. (nam eſt ſemiobolus pars libræ $\frac{1}{480}$) ſumma 109.7313082 erit Logarithmus numeri quæſiti, cumque index 109 ſuperat indicem Unitatis novenario ſeu 9, erunt in numero reſpondente novem figurarum loca ſupra locum Unitatum, & numerus ille in tabulis quæſitus invenietur major quam 5386500000, & minor quam 5386600000. Unus itaque ſemiobolus fœnori datus; finitis ſexcentis Annis, pariet libras Anglicanas plures quam 5386500000; Cui ſummæ ſolvendæ vix par erit omnis illa Auri Argentique copia, quæ ab ipſa rerum origine ad hunc uſque diem ex terrarum viſceribus eruta eſt.

Exponat Qπ quamvis pecuniæ ſummam quam poſt exactum integrum annum debitor creditori ſolvere tenetur, ſed ſine uſurâ. Certum eſt ſi Debitor nunc totam ſolveret, illum amiſſurum jus quod habet in uſuram annuam quæ ex pecunia illa prodiret; Quin & minor ſumma fœnori expoſita, poteſt poſt annum cum ſua uſura, ſummam Qπ adæquare. Minor illa pecuniæ ſumma, quæ cum ſua uſura pecuniam Qπ adæquat, præſens pecuniæ Qπ valor dicitur. Sit AN Lo-

garithmus Rationis, quam ſors habet ad aggregatum ſortis & uſuræ, hoc eſt, ſi ſors ſit uſuræ annuæ vigecupla, ſit AN Logarithmus numeri $1+\frac{1}{20}$ ſeu 1, 05, & capiatur QY æqualis AN; erit AY Logarithmus præſentis valoris pecuniæ Qπ. Patet enim pecuniam YZ fœnori expoſitam finito anno parituram pecuniam Qπ, adeoque ut habeatur logarithmus præſentis valoris, ſeu YZ; ex Logarithmo AQ detrahi debet Logarithmus AN, & reſtabit AY logarithmus præſentis valoris vel YZ. Si ſumma Qπ non niſi poſt duos annos exactos debeatur; à Logarithmo AQ ſubtrahendus eſt numerus 2 AN, & manebit AV logarithmus præſentis valoris, ſeu ſummæ quæ pro pecunia Qπ ſolvi ſtatim debeat. Nam manifeſtum eſt pecuniam VX fœnori expoſitam, ſpatio duorum annorum, pecuniam Qπ procreaturam. Eadem ratione, ſi ſumma Qπ non niſi poſt tres annos debetur, à logarithmo Qπ ſubtrahendus erit numerus 3 AN, & qui reſtat AS, erit logarithmus numeri ST, ſeu erit ST præſens valor ſummæ Qπ poſt tres annos ſolvendæ. Et Univerſaliter, ſi logarithmus AN multiplicetur per numerum annorum, quibus exactis, debetur ſumma Qπ, & productus numerus ex logarithmo AQ ſubducatur, hac ratione dabitur logarithmus numeri, qui erit præſens valor ſummæ Qπ. Hinc patet ſi 5386500000 libræ Angl. Societati alicui finitis ſexcentum annis ſolvendæ fuerint; tantæ pecuniæ præſentem valorem, vix unum ſemiobolum adæquaturum.

Tab 45. *fig.* 2. Si in Axe Logarithmicæ ordinentur ad curvam rectæ HG EF, AB CD quæ ſint proportionales, & extremitates ipſarum FH, DB, rectis jungantur, quæ productæ cum Axe conveniant in P & K, erunt rectæ GP AK ſemper æquales. Nam ob GH: EF:: AB: CD. erit GH: FS:: AB:DR. Sed ob æquiangula, triangula PGH HSF, Item KAB BRD æquiangula erit PG: HS:: (GH:FS:: AB: DR::) KA: BR. Quarum proportionalium conſequentes HS BR æquales ſunt, Antecedentes igitur PG KA æquales erunt. Q. E. D.

Si

Si rectæ CD EF ad AB GH æqualiter accedant, ut tandem punctum D coincidat cum B, & punctum F cum H, rectæ DBK FHP quæ prius secabant curvam, vertentur in Tangentes BT, HV; & rectæ AT GV semper sibi invicem æquales erunt, hoc est, portio Axis AT vel GV intercepta inter ordinatam & Tangentem quæ Subtangens dicitur, erit ubique constantis & datæ longitudinis, quæ est præcipua Logarithmicæ Proprietas. Nam in diversis Logarithmicis, Subtangentes curvarum species seu formas determinabunt.

In duabus diversæ speciei Logarithmicis, ejusdem numeri Logarithmi, seu distantiæ ab unitate, erunt subtangentibus suarum curvarum proportionales. Sint enim curvæ HBD SNY, quarum Subtangentes sint AT MX, sitque AB = MN = unitati, item DC = QY; erit AC Logarithmus numeri CD, in Logarithmica HD, ad MQ logarithmum numeri QY, seu ejusdem CD in Logarithmica SY, ut subtangens AT ad subtangentem MX. Concipiatur interseri inter AB CD vel NM QY, infinitos terminos continue proportionales, in ratione AB ad *ab* vel MN ad *mn*; & ob AB = MN erit *ab* = *mn*. item erit *bc* = *no*. Et termini proportionales cum in utraque figura sint numero æquales, dividentlineas AC MQ in partes numero æquales, quarum primæ sint A*a* M*m*, partes itaque illæ erunt totis proportionales, hoc est erit A*a*: M*m*:: AC: MQ. Quoniam autem Triangula TAB B*cb* sunt similia (nam pars curvæ B*b* coincidet fere cum portione Tangentis) Item triangula XMM N*on* sunt similia. Erit A*a* vel B*c*: *bc*:: TA: AB

Item est *no* vel *bc*: N*o*:: MN vel AB: MX.
Unde erit ex æquo, B*c*: N*o*:: TA: MX:: A*a*: M*m*:: AC: MQ. Q.E.D. Si AT vocetur *a*, ob AB: AT:: *bc*: B*c*; erit B*c* = $\frac{a \times bc}{AB}$.

Hinc si detur Logarithmus numeri, qui sit unitati proximus,

TAB 45. fig. 2. 3.

mus, vel illam minimo exceſſu ſuperat, dabitur Logarithmicæ ſubtangens, eſt enim exceſſus *b c* ad Logarithmum B*c* ut A B unitas ad ſubtangentem A T. Vel etiam ſi ſint duo quilibet numeri quam proxime æquales, erit differentia numerorum ad differentiam Logarithmorum, ut alteruter numerorum ad Subtangentem v. gr. Si Incrementum *b c* ſit 00000 00000, 00001 02255 31945 60259, & B*c* vel *A a* logarithmus numeri *a b* ſit, 00000 00000 00000 44408 92098 50062. duobus his numeris & unitati inveniatur quartus proportionalis, ſcilicet 43429 44819 03251, is numerus dabit longitudinem ſubtangentis A T, quæ eſt ſubtangens Logarithmicæ quæ exhibet Logarithmos *Briggianos*.

Si Creditor Pecuniæ ſummam fœnori exponat, ea lege, ut ſingulis temporis momentis, pars proportionalis uſuræ annuæ ſorti annumeretur, ita ſcil. ut poſt finitum primum temporis momentum, ſeu exactam anni particulam indefinite exiguam, uſuram poſcat tempori proportionalem, quæ ſorti adjecta, una cum ipſa, uſuram pariat, finito ſecundo temporis momento, ſorti pariter acceſſuram, & ita deinceps. Quæritur quantum creditori finito anno debeatur? Sit *a* uſura annua Unitatis, ſeu unius libræ & ſi integer Annus ſeu 1 dat uſuram *a*, particula anni indefinite exigua M*m* dabit uſuram ipſi M*m* proportionalem M*m* × *a*; & proinde ſi Unitas per M N exponatur, ejus incrementum primum erit *n o* = M*m* × *a*. Per puncta N *n* concipiatur Logarithmica deſcribi, cujus Axis eſt O M Q. In hac curva, ſi portio Axis M Q tempus exponat, ordinata Q Y pecuniam repræſentabit quæ uſque ad illud tempus, ſingulis momentis, proportionaliter crevit. Nam ſi capiantur *m l* &c. = M*m*, ordinatæ *l p* &c. erunt in ſerie continue proportionalium in ratione M N ad *m n*, id eſt creſcent eâdem ratione, qua pecunia creſcit.

Tab 45. fig. 3.

Tangat Logarithmicam in N recta N X, ejus ſubtangens M X erit conſtans & invariabilis, & Triangulum minimum N*o n* ſimile erit Triangulo X M N. At oſtenſum eſt, eſſe incrementum *n o* = M*m* × *a* = N*o* × *a* erit itaque *n o*: N*o*:: N*o* × *a*:

N*o*::

$No::a:1$. Sed ut no ad No, ita erit NM ad MX. Quare erit, ut a ad 1, ita NM seu 1 ad $MX = \frac{1}{a} =$ subtangenti.

Quod si Usura annua sit pars sortis vicesima, seu si sit $a = \frac{1}{20} = 05$, erit $MX = \frac{1}{a} = 20$.

Quia in diversis Logarithmorum formis, ejusdem numeri Logarithmi sunt Subtangentibus suarum curvarum proportionales: si MQ tempus Annuum, seu unitatem, exponat; QY erit pecunia quæ finito anno debetur. Ut verò innotescat QY; Fiat ut MX seu 20 ad 0,4342944 (qui numerus exponit subtangentem Logarithmicæ, quæ exhibet Logarithmos *Briggianos*) ita Annus, sive Unitas, ad Logarithmum *Briggianum*, qui numero QY congruit; logarithmus autem ille invenietur 0. 0217147 cui Respondens numerus $= QY$ est 1,05127, cujus incrementum supra unitatem sive sortem ,05127 pauxillum superat annuam usuram ,05. Adeo ut si usura annua centum librarum sit quinque libræ, usura proportionalis singulis anni momentis sorti 100 adjecta, pariet tantum ad finem anni. *lib. sol. d.*

5:2:$6\frac{1}{2}$.

Si quæratur Usura ejusmodi, ut singulis momentis pars ipsius sorti continue crescenti proportionalis, ad sortem accedat, ea lege ut finito Anno producat incrementum quod sit sortis pars quælibet data v. gr. vicesima. Fiat ut Log. numeri 1, 05 ad 1, hoc est ut 0, 0211893 ad 1; ita Subtangens 0,4342944 ad $\frac{1}{a} = 20,49$, & erit $a = \frac{1}{20,49} = ,0488$. Nam si concipiatur pars Usuræ ,0488 momento respondens, hoc est eandem habens rationem ad ,0488 quam habet annus ad momentum, & fiat ut unitas ad illam usuræ partem, ita sors ad ejus incrementum momentaneum; quæ hac ratione continuò crescit pecunia, ad finem anni augebitur vicesima sui parte.

CAPUT VI.

De Methodo qua Henricus Briggius *Logarithmos suos supputavit, ejusque Demonstratio.*

TAB. 45. *fig.* 2. Quamvis *Briggius* lineam Logarithmicam nusquam descripsit, quem tamen in calculo adhibuit operandi modum, modique Rationem ex contemplatione Logarithmicæ evidentissime patebit. In qualibet Logarithmica HBD sint tres ordinatæ AB *ab qs* quam proxime æquales, hoc est earum differentiæ exiguam admodum ad ipsas lineas habeant rationem; Erunt Logarithmorum differentiæ differentiis linearum proportionales. Nam cum lineæ sunt quam proxime æquales, propinquissimæ sibi invicem erunt. & pars curvæ B*s* ab iis intercepta cum recta linea fere coincidet, certe tam prope possunt ordinatæ sibi invicem admoveri, ut differentia curvæ, à recta ipsam subtendente, habeant ad ipsam subtensam, minorem qualibet datâ rationem. Triangula igitur B*c b* B*r s* pro rectilineis assumi possunt, & erunt æquiangula. Quare est *sr*:*bc*:: B*r* : B*c*:: A*q* : A*a*: hoc est excessus linearum supra minimam AB, erunt logarithmorum differentiis proportionales. Hinc patet ratio istius methodi qua tam numeri quam Logarithmi per differentias & partes proportionales corriguntur. Quod si AB sit unitas, erunt numerorum logarithmi differentiis numerorum proportionales.

Si intra numeros denarium & unitatem capiatur medius proportionalis, seu quod idem est, numeri denarii extrahatur Radix quadratica, Radix illa seu numerus in medio erit loco intra denarium & Unitatem. & ejus Logarithmus erit dimidius Logarithmi qui denario competit ac proinde dabitur. Si inter numerum prius inventum & unitatem, iterum inveniatur medius proportionalis quod fit extrahendo numeri inventi Radicem quadraticam, hic numerus Unitati duplo vicinior

cinior erit quam prior, ejusque logarithmus erit prioris logarithmi semissis, seu Logarithmi denario competentis pars quarta. Si hac ratione continuo extrahatur Radix quadratica & bisecentur Logarithmi, pervenietur tandem ad numerum cujus

distantia ab unitate minor erit parte $\frac{1}{1\,00000\;00000\;00000}$

istius logarithmi qui Denario tribuitur. *Briggius* peractis 54 Radicum extractionibus; Invenit numerum 1, 00000 00000 00000 12781 91493 20032 3442 ejusque logarithmum fore 0, 00000 00000 00000 05551 11512 31257 82702. supponatur Logarithmus hic æqualis Aq sive Br, & sit qs numerus radicum extractione inventus; erit differentia rs qua unitatem superat =, 00000 00000 00000 12781 91493 20032 35.

Horum numerorum ope, logarithmi reliquorum omnium inveniri poterunt ad hunc modum. Inter datum numerum (cujus logarithmus inveniendus sit) & unitatem quærantur (ut superius ostensum est) medii proportionales, donec tandem inveniatur numerus tantillo unitatem superans ut unitas præcedat quindecim cyphras, quas totidem vel plures notæ significativæ sequantur. Sit numerus ille ab, & notæ significativæ, præfixis cyphris differentiam bc denotabunt. Deinde fiat ut differentia rs ad differentiam bc ita Br Logarithmus datus ad Bc vel Aa Logarithmum numeri ab; qui itaque dabitur. Hic Logarithmus toties continue duplicatus quoties extractiones factæ sunt, tandem dabit Logarithmum numeri quæsiti. Hac etiam ratione inveniri possit Subtangens Logarithmicæ nempe si fiat rs: Br::AB seu unitas: AT subtangenti, quæ itaque invenietur 0, 43429 44819 03251, per quam denique reliquorum numerorum logarithmi innotescent, nempe si detur numerus quivis NM ejusque Logarithmus, & quæratur alterius numeri logarithmus qui ad NM satis accedat fiat ut NM ad subtangentem XM ita no differentia numerorum ad N o differentiam Logarithmorum Quod si NM Unitas = AB dabuntur logarithmi mul- Tab. 45. fig. 3.

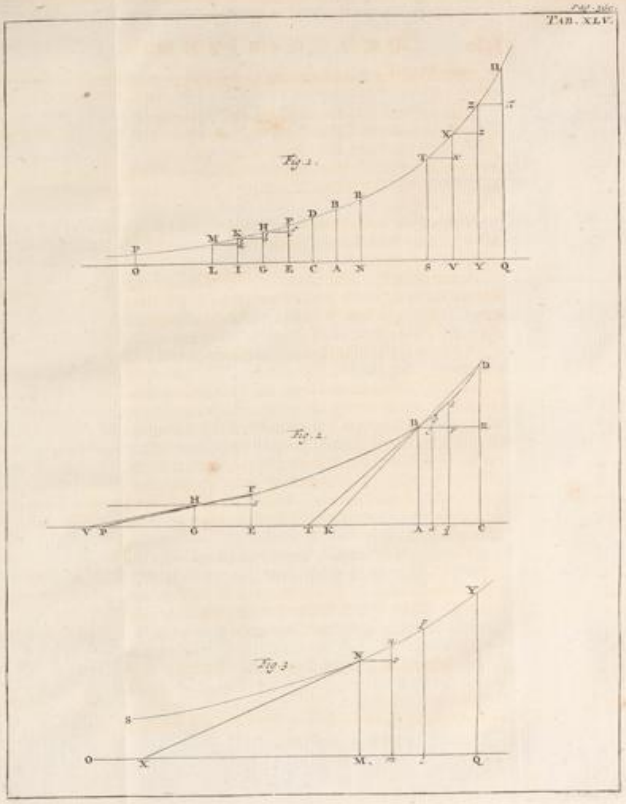
tiplicando differentias minimas *b c* per ſubtangentem conſtantem A T.

Hac ratione invenientur Logarithmi numerorum 2 3 & 7, & inde dabuntur Logarithmi numerorum 4 8 16 32 64 &c. 9 27 81 243 &c. item 7 49 343 &c. Si à logarithmo denarii auferatur binarii Logarithmus reſtabit logarithmus Quinarii. & proinde dabuntur Logarithmi numerorum 25 125 625 &c.

Numeri ex his compoſiti, nempe 6 12 14 15 18 20 21 24 28 &c. facile logarithmis ſuis inſtruuntur, addendo logarithmos numerorum componentium.

At numerorum primorum logarithmos, per tot Radicum extractiones invenire, moleſtum admodum & laborioſum fuit opus. Nec quidem facile fuit, interpolando per differentias Primas, Secundas, & Tertias &c. Logarithmos ſupputare. Quo itaque abſque tanta moleſtia Numerorum logarithmi obtineantur, Magni viri *Newtonus*, *Mercator*, *Gregorius*, *Walliſius*, & nuper *Halleius* ſeries infinitas convergentes dederunt, quibus expeditius & certius logarithmi, ad quot volueris loca ſupputati haberi poſſunt; De hiſce ſeriebus, eruditum Tractatum ſcripſit peritiſſimus Geometra *Halleius* inter Acta Philoſophica Societatis Regiæ extantem, ubi ſeries illas nova methodo demonſtrat, modumque computandi logarithmos per eas docuit. Liceat hic ſubjungere novam ſeriem, ex qua expedite & facile fluunt Logarithmi ſaltem pro numeris majoribus.

Sit z numerus impar, cujus quæritur Logarithmus, Numeri $z - 1$ $z + 1$ erunt pares, & proinde dabuntur eorum logarithmi, & Logarithmorum differentia, quæ dicatur y; Quin etiam datur Logarithmus numeri qui eſt medius Geometricus inter numeros $z - 1$ & $z + 1$ æqualis ſcil. ſemiſummæ logarithmorum. Series $y \times \frac{1}{4z} + \frac{1}{24z^3} + \frac{7}{360z^5} + \frac{181}{15120z^7} + \frac{13}{25200z^9}$ &c. erit æqualis logarithmo


Fig. 1.
O L I G E C A N S V Y Q
Fig. 2.
V P O E T K A C
Fig. 3.
O X M Q

mo Rationis quam habet Geometricus medius inter numeros $z-1$ & $z+1$ ad Arithmeticum medium ſcil. numerum z.

Si Numerus ſuperat 1000, Primus ſeriei terminus $\frac{y}{4z}$ ſuffi-cit ad producendum logarithmum ad tredecim vel quatuordecim notarum loca, ſecundus terminus dabit logarithmi loca viginti. At ſi z major ſit quam 10000, primus terminus Logarithmum exhibet ad octodecim figurarum loca, & hinc ejus uſus optimus erit, in ſupplendis logarithmis Chiliadum à *Briggio* prætermiſſis; Hujus rei capiamus exemplum, ſit inveniendus logarithmus numeri 20001. Logarithmus numeri 20000 idem eſt ac logarithmus binarii præfixo Indice 4. & differentia Logarithmorum 20000 & 20002, idem eſt ac differentia Logarithmorum pro numeris 10000 & 10001, ſcil. 0, 00004 34272 7687. Hæc differentia ſi per $4z$ ſeu 80004 dividatur Quotiens $\frac{y}{4z}$ erit ——— 0, 00000 00005 42813

	4, 30105 17093 02416
Huic quoto addatur log. numeri Geometrici medii, ſumma erit Logarithmus numeri 20001.	4, 30105 17098 45230

Hinc patet, ut habeatur logarithmus ad quatuordecim loca non opus eſſe producere quotum ultra ſex loca At ſi logarithmus ad decem tantum figurarum loca habere velis, ut a *Vlacquo* in ſuis Tabulis factum eſt, duæ primæ quotientis notæ ſufficiunt. Et ſi hac methodo computentur Logarithmi pro numeris ſupra 20000; labor omnis vix pluris erit, quam qui in exſcribendis numeris impenditur. Hæc Series ex iis quæ ab *Halleio* inventæ ſunt, facile ſequitur, qui autem plura de iis ſcire cupit, Præfatum Tractatum adeat & diſcat.

FINIS.

DE
VIRIBUS
CENTRALIBUS.

JOHANNIS KEILLII
E X
ÆDE CHRISTI OXONIENSIS, A. M. EPISTOLA
A D
Clarissimum Virum
EDMUNDUM HALLEJUM,
Geometriæ Professorem Savilianum,
D E
LEGIBUS VIRIUM CENTRIPETARUM.

Haud oblitus es, uti arbitror, Vir Clarissime, te, cum nuper esses Oxonii, Theorema, quo lex vis centripetæ, *Quantitatibus finitis* exhiberi possit, mecum communicasse: quod Theorema tibi monstravit egregius Mathematicus D. *Abrahamus de Moivre*, dixitque Dominum Isaacum Newtonum, Theorema, huic simile, prius invenisse. Cum autem ejus demonstratio perfacilis sit, eam, itemque alia de eadem re cogitata, non possum tibi non impertire. Etsi minime dubitem, quin, si idem argumentum pertractare libuisset, tu acerrimo quo polles ingenii acumine, rem omnem penitus exhaurire potuisses.

THEOREMA.

Si corpus urgente vi centripeta in curva aliqua moveatur; erit vis illa in quovis curvæ puncto, in ratione composita ex directa ratione distantiæ corporis à centro virium, & reciproca ratione cubi perpendicularis à centro in rectam in eodem puncto curvam tangentem demissæ, ducti in radium curvaturæ, quem ibi obtinet curva.

Sit QAO curva quælibet á mobili urgente vi centripeta ad punctum S tendente descripta. Sitque AO arcus in mi- Tab 47. fig. 1.

nimo quovis tempore percurſus, P*m* ejus tangens, AR radius circuli æquicurvi, hoc eſt cujus peripheriæ pars minima cum arcu AO coincidat. Et ſit SP recta à puncto S in tangentem perpendiculariter demiſſa; ducantur O*m* ad SA & O*n* ad SP parallelæ. Et exponat O*m* vim qua mobile in A urgetur verſus S. Vis qua perpendiculariter à tangente recedit corpus, erit ut O*n*, id eſt vis tendens verſus R & faciens ut mobile, eadem qua prius velocitate latum, deſcribet circulum æquicurvum arcui AO erit ad vim tendentem verſus S, qua corpus in curva AO movetur, ut O*n* ad O*m*, vel ob æquiangula triangula ut SP ad SA. Sed corporum in circulis latorum vires centripetæ ſunt ut quadrata velocitatum applicata ad radios; per Corol. Theorem. 4. *Princip. Newtoni.*

Eſt vero velocitas reciproce ut SP, ſive directe ut $\frac{1}{SP}$, adeoque quadratum velocitatis erit ut $\frac{1}{SP^2}$: vis igitur vt O*n* ſive vis qua in circulo æquicurvo moveri poteſt corpus, erit ut $\frac{1}{SP^2 \times AR}$: Oſtenſum autem eſt, eſſe SP ad SA ut vis tendens verſus R, qua corpus in circulo æquicurvo moveri poteſt, ad vim tendentem verſus S: ſed eſt vis tendens verſus R ut $\frac{1}{SP^2 \times AR}$, adeoque cum ſit SP : SA :: $\frac{1}{SP^2 \times AR}$: $\frac{SA}{SP^3 \times AR}$ erit vis tendens verſus S, ut $\frac{SA}{SP^3 \times AR}$. Q. E. D.

TAB. 44. fig. 2. *Cor.* Si curva QAO ſit circulus, erit vis centripeta tendens verſus S, ut $\frac{SA}{SP^3}$. Adeoque ſi vis centripeta tendat ad

S pun-

S punctum in circumferentia situm, erit (per 32 tertii) angulus PAS = ang. AQS; adeoque ob similia triangula ASP, ASQ, erit AQ : AS :: AS : SP : unde $SP = \frac{AS^2}{AQ}$ & $SP^3 = \frac{AS^6}{AQ^3}$ unde $\frac{SA}{SP^3} = \frac{SA \times AQ^3}{AS^6} = \frac{AQ^3}{AS^5}$, hoc est, ob datum AQ, erit vis reciproce ut AS^5.

Sit DAB, Ellipsis, cujus Axis DB, foci F & S, AR, OR duæ perpendiculares in curvam sibi proximæ: ducantur KL, OT, in SA, & KM in OR perpendiculares. Quia SA : SK :: *FA+SA : FS, hoc est data ratione, erunt rectarum SA, SK Fluxiones AT, Kk ipsis SA, SK proportionales; & est AL = * ½ lateris recti = ½L. Porro ob KA ad SP parallelam, est angulus ASP = KAL = TOA ob ang. TAO utriusque complementum ad rectum: quare KA : AL :: SA : SP, unde $SP = \frac{L \times SA}{2\ KA}$ & $KA = \frac{L \times SA}{2\ SP}$

Tab 47. fig. 3.

* Prop 3. Elem. 6ti

* Prop. 6. partis 4tæ Sect Con. Milnii.

Porro ob æquiangula triangul. KMk, GPS & OTA, SPA.

Est KM : Kk :: GP : GS :: AP : SK
Item Kk : AT :: SK : SA
Item AT : AO :: AP : SA

Erit $KM : AO :: AP^2 : SA^2 :: SA^2 - SP^2 : SA^2 :: SA^2 - \frac{L^2 \times SA^2}{4\ AK^2} : SA^2 :: 4\ AK^2 - L^2 : 4\ AK^2$, unde $L^2 : 4\ AK^2 :: (AO - KM : AO ::)\ AK : AR$ ac proinde $AR = \frac{4\ AK^3}{L^2}$.

Eodem prorsus ratiocinio invenietur radius curvaturæ in Hyperbola æqualis $\frac{4\ AK^3}{L^2} = \frac{L \times SA^3}{2SP^3}$.

Tab 47. fig. 4 In parabola vero facilior est calculus. Nam ob datam subnormalem, est Kk semper $=AT=$ Fluxioni Axis; & triangula KkM, ATO, SPA, AKL, æquiangula, unde $KM : Kk :: AP, SA$, item est AT vel $Kk : AO :: AP : SA$, unde $KM : AO :: AP^2 : SA^2 :: SA^2 - SP^2 : SA^2$ :: unde erit $SP^2 : SA^2 :: AO - KM : AO :: AK : AR$, ac proinde $AR = \frac{SA^2 \times AK}{SP^2}$; sed est $AL = \frac{1}{4}$ lateris Recti $= \frac{1}{4}L$, & $AK : AL :: SA : SP$, quare erit $\frac{L \times SA}{2\ AK} = SP$, & $SP^2 = \frac{L^2 \times SA^2}{4AK^2}$, quare erit $AR = \frac{4AK^3}{L^2}$; vel quoniam est, $AK = \frac{L \times SA}{2SP}$, erit $AR = \frac{L \times SA^3}{2SP^3}$.

Tab. 47. fig. 5. Atque ex his facillima oritur constructio, pro determinando Radio curvaturæ in quavis sectione Conica. Sit enim AK perpendicularis in sectionem occurrens axi in K, ex K super AK, erigatur perpendicularis HK, cum AS producta concurrens in H. Ex H erigatur super AH, perpendicularis HR, erit AR radius curvaturæ.

In parabola paulo simplicior adhuc evadit constructio. Nam quoniam ex natura parabolæ est $SA = SK$, & Angulus AKH rectus, erit S centrum circuli per AKH transeuntis, unde invenitur radius curvaturæ producendo SA in H, ut $SH = SA$, & in H erigendo perpendicularem HR; & R erit centrum circuli osculantis parabolam in A.

Tab 47. fig. 3. Vis centripeta tendens ad focum sectionis Conicæ, in qua corpus movetur, est reciproce proportionalis quadrato distantiæ. Nam quoniam $AR = \frac{L \times SA^3}{2SP^3}$ erit $\frac{SA}{SP^3 \times AR} =$

SA

$\frac{SA \times 2SP^3}{SP^3 \times L \times SA^3} = \frac{2}{L \times SA^2}$ hoc est ob datam $\frac{2}{L}$ erit vis centripeta ut $\frac{1}{SA^2}$.

Sit Ellipsis BAD, quam tangit in A recta GE. Sintque SP per centrum Ellipsis & KA per contactum, transeuntes, perpendiculares in tangentem. Erit $SP \times KA$ = quartæ parti figuræ axis seu = quadrato semiaxis minoris = $BO \times DE$. Nam ob æquiangula triang. GBO, GLA, GAK, GPS & GDE,

SP: SG :: BO: GO
SG: DG :: BG: LG :: GO: GA
DG: DE :: GA: AK,

unde SP: DE :: BO AK, & $SP \times AK = DE \times BO = \frac{1}{2} L \times SB$.

Hinc si Mobile moveatur in Ellipsi, vi centripeta tendente ad centrum Ellipsis, erit vis illa directe ut distantia; nam est $\frac{SP^3 \times 4AK^3}{L^2}$ = datæ quantitati. Quia est $SP \times AK$ quantitas data. Vis igitur, ut $\frac{SA}{SP^3 \times AR}$, erit, ut SA distantia.

In figura tertia Demissa ab altero umbilico F: in Tangentem perpendiculari FI. Ob æquiangula triangula SAP, FAI, TAB. 47. fig. 3.

erit SA: SP :: FA: FI = $\frac{SP \times FA}{SA}$ unde erit $SP \times FI = \frac{SP^2 \times FA}{SA}$ = quadrato semiaxis minoris, unde si axis major vocetur b, minor autem $2d$, erit $SP^2 = \frac{d^2 SA}{b - SA}$ & $SP = \frac{d\sqrt{SA}}{\sqrt{b - SA}}$.

In Hyperbola autem est $SP = \frac{d\overline{SA}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{b+SA}}$.

In Parabola est $SP = \sqrt{d\,SA}$, posito ejus latere recto $= 4d$.

Quoniam est $TA^2 : TO^2 :: AP^2 : SP^2 :: SA^2 - SP^2 : SP^2 :: SA^2 - \frac{d^2SA}{b-SA} : \frac{d^2SA}{b-SA} :: SA - \frac{d^2}{b-SA} : \frac{d^2}{b-SA} :: bSA - SA^2 - d^2 : d^2$, erit $\sqrt{bSA - SA^2 - d^2} : d :: TA : TO$, cumque sit $TA = S\dot{A}$, erit $TO = \frac{d\dot{SA}}{\sqrt{bSA - SA^2 - d^2}}$.

TAB 47. fig. 7. Sit jam QAO, Quælibet curva, cujus arcus minimus sit AO, tangentes in punctis A & O, AP, Op. Radius curvaturæ AR, perpendiculares in tangentes sint SP, Sp, erit $\frac{SA \times TA}{fP} = AR$. Nam ob æquiangula triangula est $fP : AO :: PA : RA \& AO : TA :: SA : PA$; unde ex æquo erit $fP : TA$ vel $S\dot{A} :: SA : RA$, est vero $fP = S\dot{P}$, quare erit $RA = \frac{SA \times S\dot{A}}{S\dot{P}}$.

Hinc si distantia SA, in suam fluxionem ducatur, & dividatur per fluxionem perpendicularis, habebitur radius Curvaturæ; quo Theoremate facile determinatur curvatura in radialibus curvis. Ex. gr. Sit AQ, Spiralis nautica; quoniam angulus SAP datur, ratio quoque SA ad SP dabitur; sit illa ratio a ad b, erit $SP = \frac{bSA}{a}$ & $SP = \frac{bS\dot{A}}{a}$ & $AR = \frac{SA \times S\dot{A}}{S\dot{P}} = \frac{aSA}{b}$, unde facile constabit, spiralis nauticæ evolutam esse eandem spiralem, in alia positione.

Quo-

Quoniam $AR = \frac{SA \times S\dot{A}}{S\dot{P}}$, erit $\frac{SA}{SP^3 \times AR} - \frac{S\dot{P}}{SP^3 \times S\dot{A}}$ atque hinc rursus, ex data relatione SA ad SP, facile invenietur lex vis centripetæ.

Exemplum. Sit V A B Ellipsis, cujus focus S, Axis major V B $= b$, axis minor $= 2d$, latus Rectum $= 2$ R. Sitque V a Q alia curva, ita ad hanc relata, ut sit perpetuo angulus V S A angulo V S a proportionalis, & sit S a = S A. Quæritur lex vis centripetæ tendentis ad S, qua corpus in curva V a Q moveri potest. TAB. 47. fig. 8.

Quoniam angulus V S A est ad V S a, in data ratione; horum angulorum incrementa erunt in eadem ratione, sitque ea ratio m ad n; unde erit $ot = \frac{n \times OT}{m}$.

Est autem $OT = \frac{d S\dot{A}}{\sqrt{b SA - SA^2 - d^2}}$ unde erit $ot = \frac{n d S\dot{A}}{m\sqrt{b SA - SA^2 - d^2}}$. Quoniam autem est SA^2, $SP^2 :: t\,a^2 + ot^2 : ot^4 :: SA^2 + \frac{n^2 d^2 SA^2}{m^2 \times b SA - SA^2 - d^2} : \frac{n^2 d^2 SA^2}{m^2 \times b SA - SA^2 - d^2}$ $:: 1 + \frac{n^2 d^2}{m^2 \times b SA - SA^2 - d^2} : \frac{n^2 d^2}{m^2 \times b SA - SA^2 - d^2}$ $:: m^2 b SA - m^2 SA^2 - m^2 d^2 + n^2 a^2 : n^2 d^2$, unde erit $\sqrt{m^2 b SA - m^2 SA^2 - m^2 d^2 + n^2 d^2} : n d :: SA : SP$, & $SP = \frac{n d SA}{\sqrt{m^2 b SA - m^2 SA^2 - m^2 d^2 + n^2 d^2}}$.

Cujus ut habeatur fluxio pro $m^2 b SA - m^2 SA^2 - m^2 d^2 + n^2$

$n^2 d^2$. Scribatur x & erit $SP = \frac{n d SA}{\sqrt{x}}$ & $SP^3 = \frac{n^3 d^3 SA^3}{x^{\frac{3}{2}}}$; & est $\dot{x} = \frac{m^2 b SA - 2m^2 SA \times SA}{}$, & $S\dot{P} = n d S\dot{A} \times x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \frac{n A S A \dot{x}}{x^{\frac{1}{2}}}$, & reducendo partes ad eundem denominatorem; erit $S\dot{P} = \frac{n d S\dot{A} x - \frac{1}{2} n d SA \dot{x}}{x^{\frac{3}{2}}}$.

Et in numeratore loco, x & $\dot{x}$, ponendo ipsorum valores & ordinando fit $S\dot{P} = \frac{n d S\dot{A} \times \frac{1}{2} m^2 b SA - m^2 a^2 + n^2 d^2}{x^{\frac{3}{2}}}$,

unde erit $\frac{S\dot{P}}{SP^3 \times S\dot{A}} = \frac{\frac{1}{2} m^2 b SA - m^2 d^2 + n^2 d^2}{n^2 d^2 SA^3}$. Sed est $\frac{\dot{P}}{SP^3 \times SA}$, ut vis centripeta, quare erit vis, ut $\frac{\frac{1}{2} m^2 b SA - m^2 d^2 + n^2 d^2}{n^2 d^2 SA^3}$ vel ob datam $n^2 d^2$ in denominatore erit vis, ut $\frac{\frac{1}{2} m^2 b SA - m^2 d^2 + n^2 d^2}{SA^3}$, vel loco d^2 ponendo $\frac{bR}{2}$, erit vis ut $\frac{\frac{1}{2} m^2 b SA^2 - \frac{1}{2} m b R + \frac{1}{2} n^2 b R}{SA^3}$, seu ob datam $\frac{b}{2}$, ut $\frac{A^3 m^2 SA - R m^2 + R n^2}{SA^3} = \frac{m^2}{SA^2} + \frac{R n^2 - R m^2}{SA^3}$. Quae omnia exacte coincidunt cum iis, quæ à Domino Newtono de vi centripeta corporis in eadem curva moti, traduntur, in *Prop* 44. *Princip.*

Quoniam vis centripeta tendens ad punctum S, qua urgente corpus in curva moveri potest, est semper, ut SP

$\frac{S\dot{P}}{SP^3 \times S\dot{A}}$; hinc ex data lege vis centripetæ, inveniri potest relatio SA ad SP, ac proinde per methodum tangentium inversam, exhiberi potest curva, quæ data vi centripeta describi possit. Sit v. g. vis reciproce ut distantiæ Dignitas quælibet m, hoc est, sit $\frac{S\dot{P}}{SP^3 \times S\dot{A}} = \frac{b}{a^2 SA^m}$, erit $\frac{SP}{SP^3} = \frac{b\,S\dot{A}}{a^2 SA^m}$, & capiendo harum fluxionum fluentes; erit

$\frac{1}{2} SP^{-2} = \frac{b\,SA^{1-m} + e}{\frac{m-1}{2} \times a^2}$, unde erit $\frac{\frac{m-1}{2} \times a^2}{b\,SA^{1-m}+e} = SP^2$, & multiplicando tam numeratorem, quam denominatorem fractionis, per SA^{m-1}; & loco $\frac{m-1}{2} a^2$ ponendo d^2, fit $\frac{d^2\,SA^{m-1}}{b+e\,SA^{m-1}} = SP^2$; quare erit $SP = \frac{d\sqrt{SA^{m-1}}}{\sqrt{b+e\,SA^{m-1}}}$.

Quod si quantitas constans e sit nihilo, æqualis erit $SP = \frac{d\sqrt{SA^{m-1}}}{\sqrt{b}}$.

Adeoque, si vis reciproce, ut distantiæ quadratum, poni potest $SP = \frac{\sqrt{d^2 SA}}{\sqrt{b}}$, & curva erit parabola, cujus latus rectum est $\frac{4d^2}{b}$, vel potest esse $SP = d \times \frac{\sqrt{SA}}{\sqrt{b-SA}}$, & curva erit Ellipsis; vel denique potest esse $SP = d \times \frac{SA}{\sqrt{b+SA}}$, & curva evadit Hyperbola.

Si vis ſit reciproce ut diſtantiæ cubus ſupponi poteſt, ut SP ſit $= \frac{d\,SA}{b}$, & curva fit ſpiralis nautica, vel fieri poteſt, ut ſit $SP = \frac{d\,SA}{\sqrt{b - e\,SA^2}}$, & curva erit eadem cum ea, cujus conſtructionem à ſectore hyperbolæ petit Dominus Newtonus; vel poteſt eſſe $SP = \frac{d\,SA}{\sqrt{b + e\,SA^2}}$, & ejus curvæ conſtructionem per ſectores Ellipticos tradit idem Newtonus. *Cor.* 3. *Prop.* 41. *lib.* 1. *Princip.*

Si vis centripeta ſit reciproce ut diſtantia; relatio inter SA & SP, æquatione Algebraica definiri nequit, Curva tamen per Logarhythmicam vel per quadraturam Hyperbolæ conſtruitur, fit enim $SP = \frac{d}{\sqrt{b - L.\,SA}}$, ubi L. SA deſignat Logarythmum ipſius SA.

Hæc omnia ſequuntur ex celebratiſſima nunc dierum Fluxionum Arithmetica, quam ſine omni dubio primus invenit Dominus *Newtonus*, ut, cuilibet ejus Epiſtolas à *Walliſio* editas legenti, facile conſtabit, eadem tamen Arithmetica poſtea mutatis nomine & notationis modo, à Domino *Leibnitio* in Actis Eruditorum edita eſt.

TAB. 47. fig. 1. Moveatur jam corpus in curva QAO, urgente vi centripeta tendente ad S; & celeritas corporis in A dicatur C; celeritas autem qua corpus, urgente eadem vi centripeta, in eadem diſtantia, in circulo moveri poteſt, dicatur *c*. Conſtat ex Theoremate primo, quod ſi SA exponat vim centripetam tendentem ad S; vis centripeta tendens ad R, qua urgente, corpus cum celeritate C, circulum cujus radius eſt AR deſcribet; per SP exponetur. Corporum autem circulos deſcribentium, virescentripetæ ſunt, ut velocitatum quadrata ad circulorum radios applicata, quare erit SP:

$SP : SA :: \frac{C^2}{AR} : \frac{c^2}{SA}$, unde erit $SP \times AR : SA^2 :: C^2 : c^2$ & $C : c :: \sqrt{SP \times AR} : SA$.

Si SP cum SA coincidat, ut fit in figurarum verticibus erit $C : c :: \sqrt{AR} : \sqrt{SA}$. Quod si curva sit sectio conica AR, radius curvaturæ in ejus vertice est æqualis dimidio lateris recti $= \frac{1}{2} L$, ac proinde erit velocitas corporis in vertice sectionis, ad velocitatem corporis in eadem distantia circulum describentis, in dimidiata ratione lateris recti, ad distantiam illam duplicatam.

Quoniam est $AR = \frac{SA \times \dot{SA}}{\dot{SP}}$, erit $C^2 : c^2 :: \frac{SP \times SA \times \dot{SA}}{\dot{SP}}$: $SA^2 :: \frac{SP \times \dot{SA}}{\dot{SP}} : SA :: SP \times \dot{SA} : SA \times \dot{SP}$, adeoque ex data relatione SP ad SA, dabitur ratio C ad c, Ex. Grat. Si vis sit reciproce ut distantiæ dignitas m, hoc est, sit $\frac{\dot{SP}}{SP^3 \times \dot{SA}} = \frac{b}{a^2 SA^m}$; & erit $\dot{SP} = \frac{b SP^3 \times \dot{SA}}{a^2 SA^m}$, adeoque erit $C^2 : c^2 :: SP \times \dot{SA} : \frac{b SP^3 \times SA \times \dot{SA}}{a^2 SA^m} :: a^2 SA^{m-1} : \frac{a^2 SA^{m-1}}{SA^m}$ $b SP^3$. Unde si ponatur $SP^3 = \frac{d^3 SA^{m-1}}{b} = \frac{\overline{\frac{m-1}{2}}}{b}$, erit $C^2 : c^2 :: a^2 SA^{m-1} : \frac{m-1}{2} a^2 SA^{m-1} :: 2 : m - 1$ ac proinde erit $C : c :: \sqrt{2} : \sqrt{m-1}$.

Quod si ponatur $SP^3 = \frac{d^3 SA^{m-1}}{b - eSA^{m-1}} = \frac{\overline{\frac{m-1}{2}}}{b - eSA^{m-1}}$

$$\frac{\frac{m-1}{2} a^2 b S A^{m-1}}{b - e S A^{m-1}}$$

fiet C^2 ad c^2, ut $a^2 S A^{m-1}$ ad $\frac{\frac{m-1}{2} a^2 b S A^{m-1}}{b - e S A^{m-1}}$, hoc est ut $b - e S A^{m-1}$ ad $\frac{m-1}{2} b$, sed est ratio $b - e S A^{m-1}$, ad $\frac{m-1}{2} \times b$, minor ratione b ad $\frac{m-1}{2} b$, seu ratione 2 ad $m - 1$, unde erit C ad c in minore ratione quam est $\sqrt{2}$ ad $\sqrt{m-1}$.

Similiter, si capiatur $SP^2 = \frac{d^2 S A^{m-1}}{b + e S A^{m-1}}$, invenietur esse C ad c in majore ratione quam est $\sqrt{2}$ ad $\sqrt{m-1}$.

Cor. Si corpus in parabola moveatur, & vis centripeta tendat ad focum S, erit velocitas corporis, ad velocitatem corporis in eadem distantia, circulum describentis ubique ut $\sqrt{2}$ ad 1, nam in eo casu est $m = 2$ & $m - 1 = 1$. Velocitas corporis in Ellipsi est ad velocitatem corporis, in circulo ad eandem distantiam moti, in minore ratione quam $\sqrt{2}$ ad 1. Velocitas in Hyperbola est ad velocitatem in circulo in majore ratione, quam $\sqrt{2}$ ad 1.

Si corpus in spirali nautica deferatur, est ejus velocitas ubique æqualis velocitati corporis in eadem distantia circulum describentis nam in eo casu est $m = 3$ & $m - 1 = 2$.

PRO-

PROBLEMA.

Posito quod vis centripeta (cujus quantitas absoluta nota est,) sit reciproce, ut distantiæ quadratum & projiciatur corpus secundum datam rectam cum data velocitate. Invenire curvam in qua movetur corpus.

Projiciatur corpus secundum datam rectam AB, cum data velocitate C. Et quoniam quantitas absoluta vis centripetæ nota est, dabitur inde velocitas qua corpus possit circulum ad distantiam SA describere urgente eadem vi; est enim æqualis ei quæ acquiritur, dum corpus vi illâ uniformiter applicata urgente, cadit per $\frac{1}{2}$ SA. Sit illa velocitas c. Ex A in AB, erigatur perpendicularis AK, & in ea capiatur AR, quarta proportionalis ipsis c^2 C^2 & $\frac{SA^2}{SP}$ & erit AR, radius curvaturæ in A. Ex R in AS demittatur perpendicularis RH & ex H in AR perpendicularis HK, & ducta recta SK, dabit axis positionem; Fiat angulus FAK = angulo SAK. Et si FA sit ad SK parallela, figura in qua movetur corpus erit parabola. Si autem axi SK occurrat in F; & puncta S & F, cadant ad eandem partem puncti K, figura erit Hyperbola; sin ad contrarias partes cadant puncta S & F, erit figura Ellipsis, unde focis S & F & axe = SA + FA describetur sectio, in qua corpus movebitur. Tab 47. fig.

JOAN-

JOHANNIS KEILII,

M. D. & in Academia Oxonienſi *Aſtronomiæ Profeſſoris* Saviliani, *Obſervationes in ea, quæ edidit celeberrimus Geometra*

JOANNES BERNOULLI,

In Commentariis Phyſico-Mathematicis Pariſienſibus *Anno* 1710. *de inverſo Problemate virium Centripetarum. Et ejuſdem Problematis ſolutio nova.*

Nobiliſſimum eſt problema data lege vis centripetæ invenire Curvam quam deſcribit Mobile, de loco dato, ſecundum datam rectam, & cum data velocitate egrediens: conceſſis figurarum curvilinearum quadraturis, ejus ſolutionem perfectam olim dedit Dominus Newtonus in principiis Philoſophiæ Mathematicis. Hoc ipſum problema denuo aggreſſus eſt vir clariſſimus & Geometra celeberrimus Dominus Joannes Bernoulli in Academia Baſilienſi Matheſeos Profeſſor *. qui non pauca eaque egregia ingenii ſui ſpecimina jam pridem edidit, quibus Geometriam reconditiorem non parum ditavit. Unde à tanti viri acumine novam pulchramque Problematis ſolvendi methodum expectabam. Geſtiebam itaque ſolutionem Bernoullianam perlegere, & cum Newtoniana comparare; quibus tandem diligentius perlectis & examinatis, hæc quæ ſequuntur annotavi.

* Vide Commentarios Phyſico-Mathematicos Pariſienſes Anno 1710.

Dominus Bernoulli eandem præmittit propoſitionem quam Newtonus problemati demonſtrando prius adhibuit: eſtque ea in Principiis XL, non minus pulchra quam demonſtratu facilis. Scilicet.

Si corpus cogente vi quacunque centripeta moveatur utcunque, & corpus aliud recta aſcendat vel deſcendat, ſintque eorum

eorum velocitates, in aliquo æqualium altitudinum casu, æquales; velocitates eorum in omnibus æqualibus altitudinibus erunt æquales.

Hujus propositionis Demonstrationem Newtonianam, ait Bernoullius, esse nimis implicatam, & suam, quam simpliciorem vocat, ejus loco substituit. At pace tanti viri liceat mihi dicere, si quid discriminis sit inter demonstrationem Bernoullianam & Newtonianam, id in eo situm est, quod hæc multo facilior esse videtur minusque perplexa quam illa. Nam si centro C describantur circuli DI, EK, quorum intervallum DE est quam minimum, sintque corporum in D & I velocitates æquales, & ab N ad IK demittatur perpendiculum NT, fuse ostendit Newtonus vim acceleratricem secundum DE, esse ad vim acceleratricem secundum IK, ut IN ad IT. Nimirum si vis secundum DE vel IN exponatur per rectas DE vel IN, vis illa secundum IN resolvitur in duas IT, TN, quarum illa solum, quæ est ut IT, motum secundum directionem IK accelerat: accelerationes autem seu velocitatum incrementa sunt ut vires & tempora quibus generantur conjunctim. At tempora ob æquales velocitates in D & I, sunt ut viæ descriptæ DE, IK; quare accelerationes in decursu corporum per lineas DE & IK, sunt ut DE ad IT & DE ad IK conjunctim; i. e. ut DE quad. quod est IN quad. ad rectangulum IT × IK. adeoque ob IN quad. = IT × IK, incrementa velocitatum sunt æqualia: æquales igitur sunt velocitates in E & K, & eodem argumento semper reperientur æquales in æqualibus distantiis. Hæc est summa demonstrationis Newtoni, quæ tam dilucide ab eo exponitur, ut inter propositiones elementares paucas faciliores invenies. At non sic procedit Dominus Bernoullius, sed illi sufficit dicere, Mechanicam ostendere vim secundum DE esse ad vim secundum IK, ut IK ad DE. Mechanicam etiam ostendere incrementa velocitatum esse in ratione virium & temporum conjunctim; & initio motus positis velocitatibus æqualibus tempora sunt, ut viæ descriptæ DE, IK; & hinc, (argumento prorsus simili ei quo utitur Newtonus)

TAB. 46. fig. 1.

concludit incrementum velocitatis, quod acquirit corpus dum describit IK, esse ad incrementum velocitatis dum describitur DE, ut DE × IK ad IK × DE, & proinde velocitatum incrementa ubique in distantiis æqualibus esse æqualia.

At si tironibus facilem voluisset tradere demonstrationem, debuisset propositionem Mechanicam citare, eamque ad præsentem casum accommodare. Et quidem pluribus verbis opus est, ut hoc fiat per theorema quod innuere videtur, in quo agitur de descensu Gravium in planis inclinatis: nullum enim est hic planum datum, quod recto corporum descensui obstat; imo tantum abest ut corpus à plano cohibeatur, ut è contra à plano seu Tangente per vim quandam continuo retrahitur. Procul dubio igitur manifesta magis foret ejus ratiocinii vis, si dimissis Mechanicæ propositionibus, rem omnem ex propriis principiis demonstrasset, uti fecit Newtonus. Nam resolvendo triang. rectang. KNI in duo triangula æquiangula, est KI ad IN ut IN ad IT, adeoque loco rationis IN ad IT ponere potuisset rationem KI ad IN vel ad DE.

Si de loco quovis A in recta AC cadat corpus, deque loco ejus E erigatur semper perpendicularis EG vi centripetæ proportionalis, sitque BFG linea curva, quam punctum G perpetuo tangit; demonstrat Newtonus velocitatem corporis in loco quovis E esse ut areæ curvilineæ ABGE latus quadratum. Adeoque si velocitas dicatur v, erit v^2*, ut area ABGE: & si P sit altitudo maxima, ad quam corpus in Trajectoria revolvens, deque quovis ejus puncto eâ, quam ibi habet, velocitate sursum projectum ascendere possit: sitque quantitas A distantia corporis à centro, in alio quovis orbitæ puncto; & vis centripeta sit semper ut ipsius A dignitas quælibet, scil. ut A^{n-1}, velocitas corporis in omni altitudine A erit ut $\sqrt{n P^n - n A^n}$.

*Vide Propos. 39. & 40. Principiorum.

Similiter Dominus Bernoullius ostendit, si distantia à centro dicatur x, velocitas v & vis centripeta ϕ, esse $v = \sqrt{ab - \int \phi x}$: ubi ex Quadraturis constat esse aream ABGE $= ab$

$= ab - \int \phi \dot{x}$. Perinde itaque est, sive exprimatur quadratum velocitatis per aream ABGE, sive per quantitatem huic æqualem $ab - \int \phi \dot{x}$. Et si vis centripeta ϕ sit ut $n\,A^{n-1}$ seu $n\,x^{n-1}$, fit $ab = P^n$ & $\int \phi \dot{x} = A^n$, adeoque $ab - \int \phi \dot{x}$ est, ut quantitas $P^n - A^n$.

Describat corpus curvam VK, vi centripeta tendente ad C, deturque circulus VXY, centro C intervallo quovis CV descriptus. Q sit quantitas constans, atque $\frac{Q}{A} = z$. Sitque Kl elementum Curvæ; IN vel DE elementum altitudinis, XY elementum arcus: demonstrat Newtonus Elementum arcus seu XY exprimi posse per hanc formulam $\frac{Q \times IN \times CX}{AA\sqrt{ABGE - z^2}}$. Similiter ex præmissis Dominus Bernoullius, posito Arcu $UX = z$, & altitudine seu distantia $= x$, elementum arcus ad hanc reducit formulam scil. $\dot{z} = \frac{a^2 c \dot{x}}{\sqrt{a b x^4 - x^4 \int \phi x - a^2 c^2 x^2}}$. Et primo quidem aspectu videbatur formula Newtoniana quodammodo simplicior Bernoullianâ, eo quod paucioribus constat terminis; at re diligentius explorata, vidi Bernoullianam formulam omnino cum Newtoniana coincidere; nec nisi in notatione quantitatum ab ea differre. Nam si pro $ab - \int \phi \dot{x}$ ponatur ABGE, pro ac ponatur Q, & x pro A, a pro CX, & $\dot{x}$ pro IN, fit $\frac{a^2 c \dot{x}}{\sqrt{ab x^4 - x^4 \int \phi \dot{x} - a^2 c^2 x^2}} = \frac{Q \times CX \times IN}{\sqrt{A^4 \times ABGE - Q^2 A^4}} =$ $\frac{Q \times CX \times IN}{AA\sqrt{ABGE - \frac{Q^2}{A^2}}}$ seu ponendo z^2 loco $\frac{Q^2}{A^2}$, (quod facit

Newtonus commodioris notationis gratia,) Formula Bernoul-
liana evadit $\frac{Q \times CX \times IN}{A^2 \sqrt{ABGE} - z^2}$ unde constat formulam illam
non magis à Newtoniana discrepare, quam verba latinis literis expressa differunt ab iisdem verbis scriptis in Graecis characteribus.

Post traditam generalem formulam; descendit Dominus Bernoullius ad casum particularem, ubi vis centripeta est reciproce ut quadratum distantiæ; & per varias reductiones & operationes satis molestas, constructionem ostendit curvarum quæ urgente eâ vi centripeta describi possunt, easque ad æquationes reducendo probat esse sectiones conicas. Deinde queritur Dominum Newtonum supponere sine demonstratione curvas à tali vi descriptas esse sectiones conicas.

Impossibile est, ut credat nullam Newtono notam fuisse hujus rei demonstrationem; noverat enim, eum primum & solum fuisse, qui hanc omnem de vi centripeta doctrinam geometrice tractavit, quique eam ad tantam perfectionem perduxit, ut post plures quam viginti annos, parum admodum à præstantissimis Geometris ei additum sit. Noverat etiam Bernoullius Newtonum, præter generalem problematis inversi solutionem, ostendisse modum quo formari possunt curvæ, quæ vi centripeta decrescente in triplicata distantiæ ratione describuntur, adeoque alterum illum casum ignorare non potuisse. Nec profecto intelligo, qua ratione Bernoullius Newtono objiciat, eum hujus casus demonstrationem prætermisisse; cum ipse non pauca sæpius proposuit Theoremata, quorum demonstrationes nusquam dedit; & quidni liceat Newtono ad alia festinanti hoc idem facere? Interim in nova *Principiorum* editione, facilior multo & magis clara, licet tribus verbis extat hujus rei demonstratio, quam est Bernoulliana.

Tandem Bernoullius, ut necessitatem suæ demonstrationis inversi problematis in hoc particulari casu ostendat, hæc addit. Considerandum est, inquit, quod vis, quæ facit, ut

cor-

corpus in ſpirali logarithmica moveatur, debet eſſe reciproce, ut cubus diſtantiæ à centro; at non inde ſequitur talibus viribus ſemper deſcribi debere tales curvas, cum ſimiles etiam vires facere poſſunt, ut corpus in ſpirali hyperbolica moveatur.

Miror ſane, quod vir Cl. ſuſpicetur Newtonum talem unquam duxiſſe conſequentiam. Nam praeter ſpiralem logarithmicam, oſtendit Newtonus, qua ratione aliæ curvæ, numero infinitæ & diverſæ, formari poſſunt, quæ omnes deſcribantur eadem vi centripeta, qua Spiralis logarithmica; interque eas reponi debet hæc ipſa Spiralis hyperbolica, ut in ſequentibus oſtendemus.

Exinde autem concludit Newtonus ſectiones tantum conicas neceſſario deſcribi debere per vim centripetam quadrato diſtantiæ reciprocè proportionalem: nempe quod curvatura orbitæ cujuſcunque, ex datis velocitate, vi centripeta, & poſitione Tangentis, datur; datis autem umbilico, puncto contactus & poſitione tangentis, ſemper deſcribi poſſit ſectio conica, quæ curvaturam illam datam habeat. Hoc à me prius oſtenſum eſt in actis philoſophicis Londinenſibus Anno 1708 *. In hac igitur ſectione, urgente illa vi, corpus movebitur, & in nulla alia; cum corpus de eodem loco, ſecundum eandem directionem, eadem cum velocitate, & urgente eadem vi centripeta exiens, non poſſit diverſas ſemitas deſcribere.

* Vide ſupra p. 597.

Liceat jam mihi Dominum Bernoullium imitari, & inverſum de vi centripeta problema longe diverſa methodo reſolvere, & ad caſum particularem applicare; ubi ſcil. vis eſt reciproce, ut cubus diſtantiæ, ſimulque oſtendere demonſtrationem *Cor.* 3. *prop.* 41. *Principiorum Newtoni.*

Quod ut fiat, quædam ex iis quæ in Actis Philoſophicis N°. 317. expoſui *, hic præmittenda ſunt.

* Vide ſupra pag. 585 & ſeq.

Sit VIL curva quævis, quam corpus urgente vi centripeta ad centrum C tendente deſcribit: hanc curvam in duobus punctis infinite vicinis I & K tangant rectæ IP, K*p*, ad quas e centro demittantur perpendiculares CP, C*f*; centro item C deſcribantur KE, ID, & ducatur CI.

TAB. 46. *fig.* 2.

Erit vis centripeta ut Quantitas $\frac{P p}{PC^3 \times IN}$ quod Theorema licet in prædicto loco demonstravimus, ecce aliam ejus demonstrationem. Ex K ducantur Km ad CP & Kn ad CI parallelæ. Et ob æquiangula triangula ICP, IKN, nKm, itemque ob IKm & IpP æquiangula. Erit

Ip vel IP: IK: : pP: Km

PC: IP: : Km: mn

IN: IK: : mn: nK unde ex æquo fiet PC $\times$ IN: IK^2: : pP: nK, & erit nK $= \frac{p P \times IK^2}{PC \times IN}$. Præterea tempus quo describitur arcus IK est ut area seu triangulum ICK, vel ejus duplum PC $\times$ IK; adeoque si tempus detur erit PC $\times$ IK quantitas constans. Dato autem tempore, vis centripeta est ut lineola Kn, quæ sub urgente vi illa describitur, adeoque vis centripeta est ut lineola illa Kn ducta in quantitatem constantem $\frac{1}{PC^2 \times IK^2}$, hoc est, erit vis centripeta ut $\frac{1}{PC^2 \times IK^2} \times \frac{P p \times IK^2}{PC \times IN}$ seu ut quantitas $\frac{P p}{PC^3 \times IN}$. Quod erat demonstrandum.

Velocitas corporis in quovis loco est ut via in minimo quovis tempore percursa directe, & ut tempus illud inverse; adeoque & ut IK $\times \frac{1}{PC \times IK}$ hoc est, velocitas erit reciproce ut perpendicularis è centro in Tangentem.

Si distantia corporis à centro dicatur x, & perpendicularis in tangentem p, erit IN $= \dot{x}$ & P$p = \dot{p}$ & vis centripeta expo-

poni potest per quantitatem $\frac{f^4 \dot{p}}{p^3 \dot{x}}$, assumendo quantitatem quamlibet pro f^4.

Adeoque si cum Domino Bernoullio vim centripetam nominemus ϕ, erit $\frac{f^4 \dot{p}}{p^3 \dot{x}} = \phi$ & $\frac{f^4 \dot{p}}{p^3} = \dot{x}\phi$; & capiendo harum quantitatum fluentes erit $\frac{f^4}{2p^2}$ = fluenti quantitâtis $\dot{x}\phi$.

At cum velocitas corporis sit reciprocè, ut perpendicularis p, ejus quadratum exponi potest per $\frac{f^4}{2p^2}$. Si itaque velocitas dicatur v, erit $v^2 = \frac{f^4}{2p^2}$ = fluenti quantitatis $\dot{x}\phi$: Quod si A sit locus, de quo cadere debet corpus, ut acquirat in D vel I velocitatem v, deque loco corporis D erigatur perpendicularis DF = ϕ erit rectangulum DE × DF = $\dot{x}\phi$. Sit jam BFG linea curva, cujus ordinatæ exponant vires centripetas, seu quantitates ϕ. Fluens quantitatis $\dot{x}\phi$ erit area curvilinea ABFD = $v^2 = \frac{f^4}{2p^2}$, adeoque erit v ut areæ ABFD latus quadratum. Quod si velocitas ea sit quæ ab infinita distantia cadendo acquiritur, erit v^2 seu fluens ipsius $\dot{x}\phi$ æquale areæ o DFO indefinite protensæ.

Hinc semper dabitur quantitas p in terminis finitis, quando area illa curvilinea terminis finitis exponi potest. Sit, verbi gratia, vis centripeta reciprocè ut distantiæ dignitas m, hoc est, sit $\dot{x}\phi = \frac{g\dot{x}}{x^m}$, si velocitas corporis sit ea quæ ac-

qui-

quiritur cadendo ab infinita distantia, erit $v^2 = \frac{g}{m-1 \times x^{m-1}}$ $= \frac{f^4}{2p^2}$ & in hisce omnibus casibus area indefinite protensa est quantitas finita. Potest autem corpus in trajectoria revolvi velocitate cujus quadratum vel majus fieri potest, vel minus quantitate $\frac{g}{m-1\,x^{m-1}}$, vel huic æquale. Adeoque erit

$$v^2 = \frac{f^4}{2p^2} = \frac{g}{m-1\,x^{m-1}} \pm e^2.$$

Hinc urgentibus his viribus, tria curvarum genera describi possunt; prout e^2 est quantitas positiva, vel negativa, vel nulla.

V. G. Si velocitas major sit ea quæ acquiritur ab infinita distantia cadendo, fit $\frac{f^4}{2p^2} = \frac{g}{m-1\,x^{m-1}} + e^2$: si velocitas sit minor erit $\frac{f^4}{2p^2} = \frac{g}{m-1\,x^{m-1}} - e^2$: si æqualis, erit

$$\frac{f^4}{2p^2} = \frac{g}{m-1\,x^{m-1}}.$$

Sit $\frac{1}{2} f^4 = a^2 e^2$ & $\frac{1}{m-1} \times g = b^2 e^2$. Et si velocitas corporis sit ea quæ ab infinito cadendo acquiritur, erit $p^2 = \frac{a^2 x^{m-1}}{b^2}$ seu $p = \frac{a x^{\frac{m-1}{2}}}{b}$.

At si velocitas major sit aut minor hac velocitate, fiet uti ostensum est $\frac{f^4}{2p^2} = \frac{g}{m-1\,x^{m-1}} \pm e^2 = \frac{\overline{m-1}^{1} g \pm e^2 x^{m-1}}{x^{m-1}}$.

Unde

Unde pro $\frac{1}{2} f^4$ & $\frac{g}{m-1}$ ponendo earum valores $a^2 c^2$ & $b^2 c^2$, erit $\frac{a^2 c^2}{p^2} = \frac{b^2 c^2 \pm c^2 x^{m-1}}{x^{m-1}}$ seu $\frac{a^2}{p^2} = \frac{b^2 \pm x^{m-1}}{x^{m-1}}$, & fiet $p^2 = \frac{a^2 x^{m-1}}{b^2 \pm x^{m-1}}$.

Adeoque si vis centripeta sit reciproce ut cubus distantiæ; hoc est, si sit $m = 3$ & $m - 1 = 2$. Erit $p^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2}$, vel $p^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2 + x^2}$, vel denique $p^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2 - x^2}$.

In primo casu constat curvam esse spiralem logarithmicam: nam sit $p = \frac{a x}{b}$, & $b : a :: x : p$. adeoque ob constantem rationem b ad a, erit angulus CIP ubique constans.

Ponamus jam esse $p^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2 + x^2}$ & ex hac suppositione tres oriuntur diversæ curvarum species, prout a major est quam b, aut ei æqualis, aut minor.

Et primo sit a major quam b. Centro C & ad distantiam quamvis datam describatur circulus HYX, cui rectæ CK, CI productæ occurrant in Y & X. Et est $IN^2 : KN^2 :: IP^2 : PC^2$ & ita $CI^2 - PC^2 : PC^2 :: x^2 - p^2 : p^2 :: x^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2 + x^2} : \frac{a^2 x^2}{b^2 + x^2} :: 1 \frac{a^2}{b^2 + x^2} : \frac{a^2}{b^2 + x^2} :: b^2 + x^2 - a^2 : a^2$. TAB. 46. fig. 3.

Quare erit $\sqrt{x^2 + b^2 - a^2} : a :: IN : KN :: \dot{x} : \frac{a \dot{x}}{\sqrt{x^2 + b^2 - a^2}} = \dot{z}$ KN. Et quoniam est a major quam b, erit $b^2 - a^2$ quanti-

tas negativa. Sit illa $-c^2$, unde fit $KN = \frac{a\dot{x}}{\sqrt{x^2-c^2}}$; Dicatur b radius circuli HY, & est CK:KN::CY:YX hoc est $x : \frac{a\dot{x}}{\sqrt{x^2-c^2}} :: b : \frac{ba\dot{x}}{x\sqrt{x^2-c^2}} = YX = \dot{y}$, si arcus HY vocetur y. Sit $x = \frac{c^2}{z}$ unde $\dot{x} = -\frac{c^2\dot{z}}{z^2}$ & $\frac{\dot{x}}{x} = -\frac{\dot{z}}{z}$. Item erit $x^2 - c^2 = \frac{c^4}{z^2} - c^2 = \frac{c^4 - c^2z^2}{z^2} = \frac{c^2}{z^2} \times \sqrt{c^2 - z^2}$: unde $\sqrt{x^2-c^2} = \frac{c}{z} \times \sqrt{c^2-z^2}$: quibus valoribus substitutis, erit $\frac{ba\dot{x}}{x\sqrt{x^2-c^2}} = -\frac{ba\dot{z}}{c\sqrt{c^2-z^2}}$. Sit $a : c :: n : 1$. hoc est, sit $a = nc$, & fiet XY seu $\dot{y} = -\frac{nb\dot{z}}{\sqrt{c^2-z^2}}$. Est vero $\frac{nb\dot{z}}{\sqrt{c^2-z^2}}$ ad $\frac{c\dot{z}}{\sqrt{c^2-z^2}}$ ut nb ad c; hoc est in ratione data: adeoque eorum fluentes, si simul incipiunt, erunt in eadem ratione, hoc est erit HY seu y ad fluentem quantitatis $\frac{c\dot{z}}{\sqrt{c^2-z^2}}$ ut nb ad c.

Quod si centro C radio $CV = c$ describatur circulus VL, & CG sit $= z$, & $no = \dot{z}$, fiet arcus $mn = \frac{c\dot{z}}{\sqrt{c^2-z^2}}$ fluxioni arcus Qm, quando fluxio est quantitas positiva: sed quan-

quando est negativa, ejus fluens est arcus V *m* prioris complementum. Arcus enim ejusque complementum eandem habent quantitatem fluxionem denotantem, diversis tantum signis affectam; quia crescente uno decrescit alter.

Hinc est HY ad V *m* ut *n b* ad *c*: sed est CV ad CH ut V *e*: HY, hoc est $c : b :: Ve : \frac{b \times Ve}{c} = HY$, quare erit $\frac{b \times Ve}{c} : Vm :: nb : c$, unde $Ve : Vm :: n : 1$.

Præterea ex natura circuli erit CG : CV :: CV : CT, quando *m* T circulum tangit: hoc est erit $z : c :: c : \frac{cc}{z} = CT = x$.

Hinc si capiatur angulus V C *e* ad angulum V C *m* ut *n* ad 1. & producatur C *e* ad K ut sit CK = secanti CT, erit K punctum in curva quæsita.

Hic obiter notandum est, si *n* sit numerus, hoc est si sit *a* ad *c* vel *a* ad $\sqrt{a^2 - b^2}$ ut numerus ad numerum, curva VI fiet Algebraica: nam in hoc casu relatio *m* G ad sinum anguli V C *e* æquatione definitur, & inde habebitur relatio sinus anguli V C *e* ad CT vel CK per æquationem determinatam, & inde demum dabitur æquatio quæ exprimet relationem inter ordinatam & interceptam à puncto C incipientem. Harum curvarum ordines & gradus in scala æquationum Algebraica diversi erunt pro magnitudine numeri *n*. In his omnibus curvis sic descriptis Asymptoti positio hac ratione determinatur: fiat angulus V CL ad rectum angulum ut *n* ad 1. In eo angulo distantia corporis à centro evadit infinita. Jam quad. perpendicularis in Tangentem $PC = \frac{a^2 x^2}{b^2 + x^2}$ ubi *x* est infinita, fit $PC^2 = \frac{a^2 x^2}{x^2}$, seu PC = *a*. Duca-

tur itaque CR ad CL perpendicularis & æqualis rectæ a, & si per R ducatur RS rectæ CL parallela, hæc curvam tanget ad infinitam distantiam, seu erit curvæ Asymptotos.

Si corpus in quavis harum curvarum descendendo, ad Apsidem imam pervenerit; hinc rursus ascendet in infinitum, & aliam curvam priori similem, seu potius ejusdem curvæ similem portionem, ascendendo describet.

Curvæ hæ possunt pluribus revolutionibus circa centrum torqueri, priusquam ad asymptoton convergere incipiant, & motus angularis rectæ CK erit æqualis totidem rectis quot numerus n constat unitatibus. v. g. si n sit 100, perficientur viginti quinque integræ revolutiones, priusquam distantia à centro evadat infinita.

Aucto numero n, eadem manente a, minuitur c: est enim $\frac{a}{n} = c$ & $\frac{a^2}{n^2} = c^2 = a^2 - b^2$, unde fiet $\overline{n^2 - 1} \times a^2 = n^2 b^2$. Et proinde fiet $a^2 : b^2 :: n^2 : n^2 - 1$; adeoque si b^2 ad æqualitatem accedat ipsius a^2, perveniet quoque $n^2 - 1$ ad rationem æqualitatis cum n^2, & proinde augebitur n & in eadem ratione minuetur c. Ponatur itaque esse b^2 fere æquale ipsi a^2; adeo ut cum differentia sit infinite parva, fiat n numerus infinite magnus, & radius circuli c fiet infinite parvus, seu circulus in suum centrum contrahetur. At sic evanescente c, non pariter evanescit CT, si angulus VCm sit propemodum rectus: nam in omni circulo, etiam minimo, secans anguli recti est quantitas infinita. Curva itaque hæc, ob n numerum infinitum, infinitis numero revolutionibus centrum ambibit, priusquam ad Asymptoton convergere incipiet.

Evanescente autem c fit $b = a$ & $p = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + a^2}}$. Et quoniam in omni casu est $\dot{y} = \frac{b a \dot{x}}{x \sqrt{x^2 + c^2}}$, evanescente c fiet $\dot{y}$

=

$= \frac{'ha\dot{x}}{x^2}$, unde capiendo fluentes fiet $y = \frac{'ha}{x}$ seu $xy = ha$ = datæ quantitati.

Hæc curva est Spiralis Hyperbolica, quæ plures habet notabiles proprietates. Si ducatur radius quilibet CIY curvæ occurrens in I, & peripheriæ circuli in Y, & ex C ad CI excitetur perpendicularis CT, atque IT tangat curvam in I, & rectæ CT occurrat in T: erit CT constans recta, æqualis scil. arcui VE; qua proprietate logarithmicam æmulatur, cum CT curvæ subtangens dici possit. Sit enim Radius circuli $CE = h$, arcus $VE = a$, dicatur CI x & VY sit y. Quia est $ha \sqsupset x \times y$ erit $\frac{ha}{x} = y$ & $\frac{ha\dot{x}}{x^2} = \dot{y}$. Porro est CY:CI :: YX: NK hoc est $h : x :: \frac{ha\dot{x}}{x^2}$: NK: quæ proinde est $\frac{a\dot{x}}{x}$. Et quoniam est IN: NK :: CI: CT. hoc est $\dot{x} : \frac{a\dot{x}}{x} :: x$: CT, erit CT $= a$. Tab. 46. fig. 4.

Si centro C, intervallo quovis CG, describatur circuli arcus GF, hic arcus inter rectam CV & curvam interceptus erit semper æqualis constanti rectæ CT vel a. Nam quoniam est VL × CF = CV × VE; erit VL: VE :: CV: CF :: VL: GF unde æquantur VE & GF. Si ad CG ex C excitetur normalis CR = VE vel FG vel a, & per R agatur RS rectæ CV parallela, erit RS curvæ Asymptotos. Nam est recta MS æqualis arcui GF; & proinde FS distantia Curvæ ab RS est semper æqualis excessui quo arcus superat suum sinum: at cum distantia crescat in infinitum, excessus ille minuetur in infinitum, & fiet tandem data quavis recta minor, & proinde RS erit Curvæ Asymptotos.

TAB. 16. fig. 3. Sit jam b major quam a; & similiter, ut in priore casu, invenietur $KN = \frac{a\dot{x}}{\sqrt{x^2+b^2-a^2}}$: at quoniam b superat a, erit $c^2 = b^2 - a^2$ quantitas positiva, & KN fiet $= \frac{a\dot{x}}{\sqrt{x^2+c^2}}$ & ponendo radium circuli $HY = b$, invenietur $XY = \frac{ba\dot{x}}{x\sqrt{x^2+c^2}}$. Ponatur $x = \frac{c^2}{z}$, & erit $\dot{x} = \frac{c^2\dot{z}}{z^2}$ & $\frac{\dot{x}}{x} = \frac{\dot{z}}{z}$.

Erit quoque $x^2 = \frac{c^4}{z^2}$ & $x^2 + c^2 = \frac{c^4}{z^2} + c^2 = \frac{c^4 + c^2z^2}{z^2} = \frac{c^4}{z^3} \times \sqrt{c^2+z^2}$: unde $\sqrt{x^2+c^2} = \frac{c}{z} \times \sqrt{c^2+z^2}$.

His itaque valoribus substitutis fit $\frac{ba\dot{x}}{x\sqrt{x^2+c^2}} = \frac{ba\dot{z}}{c\sqrt{c^2+z^2}} = \dot{y}$. Nam tale sumi potest initium arcus HY, ut simul cum fluente quantitatis $\frac{-ba\dot{z}}{c\sqrt{c^2+z^2}}$ crescat & decrescat. Fiat $nc = a$ & erit $\frac{nb\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}} = \dot{y}$, & $\frac{\frac{1}{2}nb^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}} = \frac{1}{2}b\dot{y} =$ sectori CXY.

Est autem $\frac{\frac{1}{2}nb^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}} : \frac{\frac{1}{2}c\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}} :: nb^2 : c^2$, hoc est in data ratio

tione. Adeoque erit sector CXY ad $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}}$ semper in data ratione. Harum itaque quantitatum fluentes erunt in eadem ratione, cum simul incipere ponantur. Fluens autem sectoris CXY est sector CVY & fluens quantitatis $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}}$ est sector Hyperbolæ, quod sic ostenditur.

Centro C semiaxe transverso $CV = c$ describatur Hyperbola æquilatera, & ex duobus punctis vicinis D & F ordinentur ad axem conjungatum rectæ DB, EF; ducantur item CD, CF. Et incrementum seu fluxio trianguli BCD æquale erit $BE \times BD$ — sectore DCF: unde sector DCF (qui est Fluxio sectoris CVD) æqualis erit $BE \times BD$ — incremento trianguli BCD. Et si BC dicatur z, ob Hyperbolam, est $BD^2 = BC^2 + CV^2 = z^2 + c^2$: unde $BD = \sqrt{c^2+z^2}$, & $BE \times BD = \dot{z} \times \sqrt{c^2+z^2}$. Triangulum autem BCD est $\frac{1}{2}z \times \sqrt{c^2+z^2}$, cujus fluxio est $\frac{1}{2}\dot{z} \times \sqrt{c^2+z^2} + \frac{\frac{1}{2}\dot{z} \times z^2}{\sqrt{c^2+z^2}}$. Subtrahatur hæc quantitas ab $\dot{z} \times \sqrt{c^2+z^2}$, & restabit sector Hyperbolæ minimus $CDF = \frac{\frac{1}{2}\dot{z} \times \sqrt{c^2+z^2}}{\sqrt{c^2+z^2}} - \frac{\frac{1}{2}\dot{z} \times z^2}{\sqrt{c^2+z^2}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{z} \times c^2+z^2 - \frac{1}{2}\dot{z} \times z^2}{\sqrt{c^2+z^2}} = \frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}}$. Adeoque fluens sectoris CDF est æqualis fluenti quantitatis $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}}$. Proinde erit sector CVD fluens quantitatis $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}}$. Præterea DT recta tangat Hyperbolam & occurrat axi conjugato in T. Est ex natura Hyperbolæ BC : CV :: CV : CT, hoc

Tab. 46. fig. 5.

hoc est $z : c :: c - \frac{c^2}{z} - CT = x$. Atque hinc oritur constructio quæ sequitur.

Tab. 46. fig. 6. Centro C semiaxe transverso CV, describatur Hyperbola æquilatera V*m*, item circulus V*e*. Capiatur sector circularis CV*e* ad sectorem Hyperbolicam CV*m* ut *n* ad 1; tangat Hyperbolam in *m* recta T*m*, occurrens Axi conjugato in T: producatur C*e* ad *k* ut sit C*k* = CT, & punctum *k* erit in curva quæsita. Nempe talis est ea curva, ut si C*k* dicatur *x*, perpendicularis a C in tangentem ejus demissa erit semper æqualis $\frac{ax}{\sqrt{b^2 + x^2}}$. Quando *x* est infinita evanescit b^2, & perpendicularis fit = *a*, & tunc coincidit CR cum CV. Si itaque capiatur in axe conjugato CR = *a*, & ducatur RS ipsi CV parallela, erit hæc curvæ Asymptotos.

Si eo usque augeatur *a* ut fiat quantitas $b^2 - a^2$ infinite parva, tunc evanescet c^2, & quantitas $\frac{hax}{x\sqrt{x^2 + c^2}}$ fit $\frac{hax}{x^2} = y$. Unde si capiantur harum quantitatum fluentes, habebimus $\frac{ha}{x} = y$, & $ha = xy$, hoc est rectangulum sub arcu circulari & distantia curvæ à centro erit semper data quantitas; atque hac ratione migrabit curva in spiralem Hyperbolicam. Est itaque spiralis Hyperbolica curva media, seu quasi limes, inter eas curvas, quæ construuntur per sectores circulares & eas quæ construuntur per sectores Hyperbolicos. Itaque spiralis illa Hyperbolica concipi potest formari vel per sectorem circuli aut Ellipsis, vel per sectorem Hyperbolæ, cujus Axis transversus minuitur in infinitum, & in eadem ratione augetur numerus *n*.

Ad eum jam devenimus casum, ubi velocitas corporis minor

nor est eâ quæ acquiritur cadendo ab infinita distantia, & ubi Tab 46. fig. 3.
$p^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2 - x^2}$. Et hic simili ratiocinio ac in priori casu, inve-
nietur $KN = \frac{a\dot{x}}{\sqrt{b^2 - a^2 - x^2}}$, ubi necesse est, ut sit b^2 majus quam
a^2. Hinc si $b^2 - a^2$ dicatur c^2, fit $KN = \frac{a\dot{x}}{\sqrt{c^2 - x^2}}$; & proin-
de XY seu $\dot{y} = \frac{ha\dot{x}}{x\sqrt{c^2 - x^2}}$.

Sit jam $x = \frac{c^2}{z}$, & fiet $\frac{\dot{x}}{x} = \frac{\dot{z}}{z}$ seu $\frac{ha\dot{x}}{x} = \frac{ha\dot{z}}{x}$ &
$c^2 - x^2$ erit $= \frac{c^2}{z^2} \times \sqrt{z^2 - c^2}$, quibus valoribus substitutis fit
$\frac{-ha\dot{z}}{c\sqrt{z^2 - c^2}} = \frac{ha\dot{x}}{x\sqrt{c^2 - x^2}} = \dot{y}$. Nam tale ponendum est
initium arcus YX, ut simul cum fluente quantitatis $\frac{ha\dot{z}}{c\sqrt{z^2 - c^2}}$
incipiat; unde erit $\frac{\frac{1}{2}h^2 a\dot{z}}{c\sqrt{z^2 - c^2}} = \frac{1}{2}h\dot{y} =$ sectori CXY $=$,
$\frac{\frac{1}{2}nh^2 z}{\sqrt{z^2 - c^2}}$, ponendo $nc = a$. Est vero $\frac{\frac{1}{2}nh^2\dot{z}}{\sqrt{z^2 - c^2}}$ ad $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{z^2 - c^2}}$
ut nh^2 ad c^2, hoc est in ratione constanti. Quare harum quantitatum Fluentes sunt in eadem ratione, hoc est Fluens quantitatis $\frac{1}{4}h\dot{y}$ seu $\frac{\frac{1}{4}nh^2\dot{z}}{\sqrt{c^2 - z^2}}$ erit ad fluentem quantitatis

$\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{z^2-c^2}}$ ut nb^2 ad c^2. Est autem fluens quantitatis $\frac{1}{2}b\dot{y}$ = sectori CVX, & fluens quantitatis $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{z^2-c^2}}$ est sector Hyperbolæ, quod sic ostenditur.

Tab 46. fig. 7. Centro C semiaxe transverso CV = c describatur Hyperbola æquilatera, & ex duobus punctis infinite vicinis B & D ad axem ordinentur duæ rectæ BE, DF; ducantur item CB, CD. Et erit fluxio seu incrementum trianguli CBE = triangulo CBD + BE × EF; unde triangulum CBD, seu sector minimus CBD, erit = incremento trianguli CBE − BE × EF. Dicatur CE z, & erit BE = $\sqrt{z^2-c^2}$, & BE × EF = $\dot{z}\sqrt{z^2-c^2}$. Est quoque triangulum CBE = $\frac{1}{2}z\sqrt{z^2-c^2}$, cujus fluxio est $\frac{1}{2}\dot{z}\times\sqrt{z^2-c^2}+\frac{\frac{1}{2}\dot{z}\times z^2}{\sqrt{z^2-c^2}}$; à quo si subtrahatur quantitas $\dot{z}\times\sqrt{z^2-c^2}$, fit sector minimus CBD = $\frac{\frac{1}{2}\dot{z}\times z^2}{\sqrt{z^2-c^2}}-\frac{1}{2}\dot{z}\times\sqrt{z^2-c^2}=\frac{\frac{1}{2}z\times z^2-\frac{1}{2}z\times\overline{z^2-c^2}}{\sqrt{z^2-c^2}}=$ $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{z^2-c^2}}$ unde constat sectorem CBV esse fluentem quantitatis $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{z^2-c^2}}$. Præterea si BT tangens Hyperbolam Axi transverso occurrat in T, ex natura Hyperbolæ fit CE : CV = CV : CT, hoc est $z:c::c:\frac{c^2}{z}=CT=x$.

Tab. 46. fig. 8. Hinc deducimus sequentem constructionem. Centro C, semiaxe transverso CV = c, describatur Hyperbola æquilatera VB, & circulus CeG ex centro C. Ad hyperbolam du-

ducatur recta CB, & hyperbolæ Tangens BT axi transverso occurrat in T. Capiatur circuli sector CV*e*, qui sit ad sectorem Hyperbolicum CVB ut *n* ad 1. In C*e* capiatur CK = CT, & erit K punctum in curva quæsita, cujus perpendiculum e centro C ad Tangentem in K demissum, si CK dicatur *x*, est æquale $\frac{ax}{\sqrt{b^2 - x^2}}$.

Et in hac curva, urgente vi centripeta, quæ sit reciproce ut cubus distantiæ, movebitur corpus, si secundum directionem Tangentis cum justa velocitate exeat. Qualis autem debet esse velocitas, quæ faciat ut corpus harum curvarum quamvis describat, sic invenietur.

Cum velocitas qua corpus in trajectoria quacunque movetur sit reciproce ut quantitas *p*, assumendo constantem quamvis, *a*, ea semper exponi potest per $\frac{a}{p}$. Et si ad Axem CV ordinentur rectæ, quæ sint reciproce ut cubi distantiarum à centro, seu ut vires centripetæ, & hac ratione formetur figura curvilinea, ejus Area indefinite extensa semper exponi potest per $\frac{b^2}{x^2}$, ut ex Quadraturis constat. At Area illa est ut quadratum velocitatis quæ acquiritur ab infinita distantia cadendo, adeoque velocitas hoc casu acquisita erit ut $\frac{b}{x}$. Hinc si velocitas illa dicatur *y*, & velocitas, qua corpus in Trajectoria movetur, dicatur *v*, talesque assumantur quantitates *a* & *b*, ut in una aliqua à centro distantia sit $y : v :: \frac{b}{x} : \frac{a}{p}$, erit ubique in omnibus distantiis $y : v :: \frac{b}{x} : \frac{a}{p} :: p : \frac{ax}{b}$. Unde si $y = v$, erit $p = \frac{ax}{b}$, & curva hac

velocitate descripta erit Spiralis Nautica; vel circulus existente $p = x$ & $a = b$.

Si y sit major quam v, tunc p major erit quam $\frac{ax}{b}$: erit-

que illa, ut ex præcedentibus constat, $= \frac{ax}{\sqrt{b^2 - x^2}}$. Curva autem construetur per sectorem Hyperbolicum, ut in ultimo casu ostensum fuit, ubi distantia corporis à centro per concursum Tangentis Hyperbolæ cum Axe transverso determinatur. Si y sit minor quam v, at in tantilla ratione ut maneat b major quam a, curva formabitur per eundem sectorem hyperbolicum. At distantia corporis à centro desumitur ex concursu Tangentis cum Axe conjugato.

Si sit $y : v :: p : x$, erit in eo casu $a = b$, & curva evadit spiralis Hyperbolica, ubi est $p = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}$. Hinc si de loco quovis projiciatur corpus secundum datam rectam, cum ea velocitate, quæ sit ad velocitatem ab infinito cadendo acquisitam, ut distantia corporis à centro ad perpendicularem e centro ad lineam directionis demissam, movebitur illud corpus in Spirali Hyperbolica. Si denique sit v tanto major quam y, ut sit etiam a major quam b, curva construetur per sectores circulares. Atque hac ratione datâ velocitate semper determinari possit relatio quantitatum a & b, ac proinde curva describetur in qua corpus cum illa velocitate movebitur: & vicissim data curva, seu datis quantitatibus a & b, invenietur velocitas qua curva illa describitur.

Tab 46. *fig.* 2. Omnium curvarum areæ (si circulum excipias) quæ urgente hac vi centripeta describi possunt, sunt perfecte quadrabiles. Nam primo, in Spirali Logarithmica, quia est $p = \frac{ax}{b}$, erit $KN = \frac{a\dot{x}}{\sqrt{b^2 - a^2}} = \frac{a\dot{x}}{c}$ ponendo $b^2 - a^2 = c^2$:

adeo-

adeoque erit triangulum C K I $= \frac{\frac{1}{2} a \dot{x} x}{c}$, cujus fluens est $\frac{a x^2}{4c}$ = Areæ curvæ.

Si p sit $\frac{a x}{\sqrt{b^2 + x^2}}$, & a major quam b, ostensum est K N $= \frac{a \dot{x}}{\sqrt{x^2 - c^2}}$, unde K N $\times \frac{1}{2}$ C I $= \frac{\frac{1}{2} a x \dot{x}}{\sqrt{x^2 - c^2}}$, cujus fluens est $\frac{1}{2} a \times \sqrt{x^2 - c^2}$ = areæ curvæ. At si a minor sit quam b, fit K N $= \frac{a \dot{x}}{\sqrt{x^2 + c^2}}$, & K N $\times \frac{1}{2}$ C I $= \frac{\frac{1}{2} a x \dot{x}}{\sqrt{x^2 + c^2}}$ cujus fluens est $\frac{1}{2} a \sqrt{x^2 + c^2} - Q$ = Areæ curvæ. Ponatur $x = o$, & fiet $\frac{1}{2} ac - Q = o$, unde $Q = \frac{1}{2} ac$, & area curvæ fit $= \frac{1}{2} a \sqrt{x^2 - c^2} - \frac{1}{2} ac$.

In spirali Hyperbolica evanescit quantitas c, & Area Curvæ fit $\frac{1}{2} ax$.

Si p sit $= \frac{a x}{\sqrt{b^2 - x^2}}$, ostensum est esse K N $= \frac{a \dot{x}}{\sqrt{c^2 - x^2}}$; unde $\frac{1}{2}$ C I $\times$ K N $= \frac{\frac{1}{2} a \times x \dot{x}}{\sqrt{c^2 - x^2}}$, cujus fluens est $Q - \frac{1}{2} a \sqrt{c - x^2}$ = Areæ. Fiat $x = o$, & erit $Q - \frac{1}{2} ac = o$, seu $Q = \frac{1}{2} ac$; unde erit Area curvæ semper æqualis $\frac{1}{2} ac - \frac{1}{2} a \sqrt{c^2 - x^2}$. Fiat $c^2 - x^2 = o$ seu $c = x$, & Area curvæ fit $\frac{1}{2} ac$. Unde si initium Areæ non capiatur ab initio ipsius x, seu ubi x est $= o$, sed ubi $x = c$ est maxima, hoc est si area ab V incipiat, erit area semper æqualis $\frac{1}{2} a \sqrt{c^2 - x^2}$. Tab 47. fig. 7.

De areis quas describunt corpora radiis ad centrum ductis urgente vi centripeta quæ sit reciproce, ut distantiarum cubi, se-

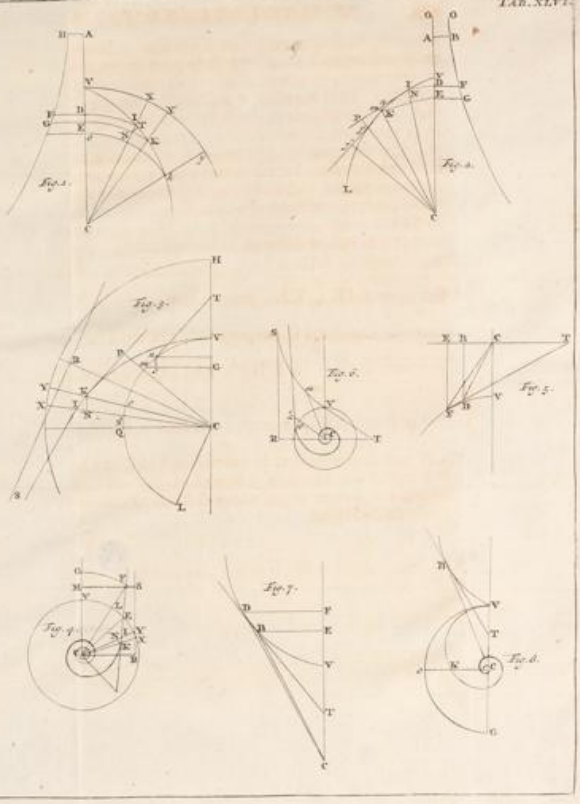
ſequentia adnotavit peritiſſimus *Hallejus*. Nempe ſi corpora diverſos circulos vel diverſas ſpirales Hyperbolicas hac lege deſcribunt; erunt areæ ſectorum, tam in circulis quam in ſpiralibus illis omnibus, æqualibus temporibus deſcriptæ, ſemper æquales: nam velocitates corporum in circulis motorum ſecundum hanc legem, debent eſſe radiis ſeu diſtantiis reciproce proportionales, adeoque arcus ſimul percurſi erunt quoque in eadem radiorum reciproca ratione, unde ſtatim patebit ſectores ſimul deſcriptos eſſe æquales.

In reliquis omnibus curvis cum ſit velocitas ad velocitatem corporis in eadem diſtantia in circulo moti, ut $\frac{a}{b} \times x$ ad p,

Tab. 46. fig. 3. ſeu ut $\frac{a}{x} \times IK$ ad KN; interea dum corpus in Trajectoria percurrit lineolam IK, corpus aliud in eadem diſtantia motum percurret arcum $\frac{b}{a} \times KN$; & area ſectoris circuli & Trajectoriæ ſimul deſcriptæ erunt $\frac{b}{a} \times KN \times \frac{1}{2}CN$, & $KN \times \frac{1}{2}CN$ quæ duæ areæ ſunt in ratione data, ſcil. ut b ad a. Adeoque ubi eſt $a = b$, uti fit in Spirali Hyperbolica, area ſic deſcripta erit ſemper æqualis areæ ſectoris circularis in æquali tempore deſcriptæ.

PRO-

TAB. XLVI.



DE
LEGIBUS
ATTRACTIONIS,
ALIISQUE
PHYSICES PRINCIPIIS.

EPISTOLA
JOANNIS KEILLII,

Ex Ædе Chriſti Oxon. A. M. ad Clar. Virum

GULIELMUM COCKBURN,

MEDICINÆ DOCTOREM

IN QUA

LEGES ATTRACTIONIS,

ALIAQUE

PHYSICES PRINCIPIA

TRADUNTUR

Cum ſumma benevolentia & non vulgari amicitia me complexus ſis, iniquus eſſem, vir ornatiſſime, niſi conarer aliquam tibi viciſſim referre gratiam. Theoremata igitur hæc, quibus non modo rem Phyſicam, ſed & Medicam aliquatenus illuſtrari poſſe arbitror, ad te mitto; munus, uti quibusdam fortaſſe videri poteſt, perexiguum. Tibi tamen & gratiſſimum fore ſpero, & non parvi æſtimandum. Cum enim tum Philoſophiam Mechanicam penitus perſpexeris & in praxi Medica feliciſſime ſis verſatus; tum etiam utrique promovendæ gnaviter incumbas, gratiſſima ſine dubio tibi erunt vera Medicinæ principia, quoniam optime intelligis, quam periculoſi ex falſis oriantur errores. Hæc igitur Theoremata tibi Vir Clariſſime, in manus trado, tuoque arbitrio libens permitto.

Ponenda sunt fundamenti loco hæc tria, quibus omnis Physice innititur, Principia. 1. Spatium hanc. 2. Quantitatis in infinitum divisibilitas. 3. Materiæ vis Attractrix. Dari spatium inane constat ex motu corporum. Quantitatis in infinitum divisibilitatem ex continuæ quantitatis natura demonstrant Geometræ. Materiæ inesse vim attractricem confirmat experientia. Ex duobus primis principiis sequitur.

THEOREMA I.

Materiæ exigua quælibet particula potest ita spatium quantumvis magnum occupare, ut pororum seu omnium meatuum diametri sint datâ rectâ minores, vel ut particulæ omnes sint à se invicem remotæ intervallo datâ rectâ minore.

THEOREMA II.

Dari possunt duo corpora mole æqualia, at pondere seu densitate (id est, quantitate materiæ) utcunque inæqualia, in quibus erunt meatuum seu pororum summæ fere æquales.

Sit v. g. digitus cubicus alter auri, alter aëris: quamvis materia in cubo aureo vicesies millies superat materiam in cubo aërio, fieri tamen potest, ut spatia vacua in digito cubico auri sint fere æqualia spatiis vacuis in digito cubico aëris, scil. ut auri vacuitates sint ad vacuitates aëris ut 999999 ad 1000 000.

THEOREMA III.

Particulæ quæ aquam vel aërem vel alia ejusmodi fluida constituunt (si modo se tangant) non sunt absolute solidæ, sed ex aliis compositæ particulis multos meatus & poros intra se continentibus.

Par-

Particulæ corporum minimæ & abſolute ſolidæ, hoc eſt vacui omnino expertes, vocentur primæ compoſitionis; Moleculæ ex pluribus hiſce particulis coaleſcentibus ortæ vocentur particulæ ſecundæ compoſitionis; Moles ex pluribus moleculis coëuntibus conflatæ, vocentur particulæ tertiæ compoſitionis; & ſic deinceps, donec tandem perventum fuerit ad particulas, è quibus corporum fit ultima compoſitio, & in quas eorundem fit prima reſolutio.

Materiæ ineſſe vim Attractricem, quâ omnis materiæ particula trahit ad ſe omnem aliam materiæ particulam, & viciſſim trahitur, primus ex phænomenis collegit Dominus Iſaacus Newtonus. Vis hæc datâ materiâ in diverſis diſtantiis reciprocè proportionalis eſt quadratis diſtantiarum; ex qua oritur vis illa quam gravitatem dicimus, quâ corpora omnia terreſtria ad terram rectâ feruntur, eſtque pondus corporum quantitati materiæ ſemper proportionale. Prolatâ hâc, quam ipſe primus detexit, materiæ vi Attractrice omnes Planetarum motus Cometarumque phaſes pulcherrime explicavit, phyſicamque coëleſtem, ab iis quæ tot retro fluxerunt ſeculis vix dum inchoatam, feliciſſime conſummavit Dominus Newtonus; vir ingenio pene ſupra humanam ſortem admirabili, dignusque cujus fama per omnes terras pervagata, cœli quos deſcripſit meatibus permaneat coæva.

Divina ſagaciſſimi viri inventa ſæpenumero mecum recolens, in eam tandem cogitationem incidi, principium quoddam Newtoniano non abſimile, ad phænomena terreſtria explicanda, adhiberi poſſe. Poſt iterata ſæpius experimenta, materiæ terreſtri ineſſe deprehendi vim quandam attractricem, ex qua plurimorum phænomenon ratio petenda eſt; meaque hac de re cogitata abhinc quinquennio, Domino Newtono indicavi: ex eo autem intellexi, eadem fere, quæ ipſe inveſtigaveram, ſibi diu ante animadverſa fuiſſe. Quæſtiones aliquot ad hanc vim attractricem ſpectantes, ſub finem Optices abhinc biennio latinè editæ, propoſuit Dominus Newtonus; quem cum iſtiusmodi ſtudia ulterius excolere ætas ingraveſcens, & alia negotia vetant, tanti viri veſtigiis inſiſtere, eum-

que longo licet intervallo sequi, haud alienum duxi. Impræsentiarum nuda quædam proponam Theoremata, quæ fortasse aliquando fusius enuntiata & demonstrata, justo volumine sum traditurus.

THEOREMA IV.

Præter vim illam Attractricem, qua Planetarum Cometarumque corpora, in propriis orbitis retinentur, aliæ etiam inest materiæ potentia, qua singulæ, ex quibus illa constat, particulæ se invicem attrahunt, & reciprocé à se invicem attrahuntur: quæ vis decrescit in majore quam duplicatâ ratione distantiæ augescentis.

Theorema hoc multis potest probari experimentis; at ratio quâ minuitur vis illa, dum à se invicem recedunt particulæ, num scilicet sit triplicata, quadruplicata, vel alia quævis distantiarum augescentium ratio, quæ major sit duplicatâ, nondum æque per experimenta patet; erit fortasse aliquando tempus, cum accuratiore adhibita diligentia innotescet.

THEOREMA V.

Si corpus constet ex particulis, quarum singulæ vi pollent attractrice, in triplicata vel plusquam triplicata ratione distantiarum decrescente; erit vis qua ab eo corpore urgetur corpusculum, in ipso contactu, vel intervallo à contactu infinite exiguo infinite major, quam si corpusculum illud ad datam à dicto corpore distantiam locaretur. Vide Prop. 80 & 91. Princip. Newtoni.

THEOREMA VI.

Iisdem positis, si vis illa attractiva in assignabili distantia, ad gravitatem obtineat rationem finitam; eadem in ipso contactu, vel in distantia infinite parva, vi Gravitatis erit infinite major.

THEO-

THEOREMA VII.

Si vero in ipso contactu, vis corporum attractiva ad gravitatem obtineat rationem finitam, eadem in omni distantia assignabili est vi gravitatis infinite minor, adeoque evanescit.

THEOREMA VIII.

Vis attractiva, qua pollent singulæ materiæ particulæ in ipso contactu, vim gravitatis prope in immensum superat; non tamen est vi gravitatis infinite major; adeoque, in data distantia, vis illa evaneſcet.

Vis igitur hæc materiæ superaddita, non nisi per spatiola admodum perexigua diffunditur; in majoribus distantiis prorsus nulla est; unde motus corporum cœlestium (quæ longis intervallis à se invicem disjuncta sunt) per vim hanc attractivam nulla ratione turbari possunt, sed eadem ratione continuo peraguntur, ac si vis illa à corporibus iis prorsus abesset.

THEOREMA IX.

Si corpusculum aliquod corpus tangat, vis, quâ urgetur illud corpusculum, hoc est, vis qua cum eo corpore cohæret, erit quantitati contactus proportionalis; nam partes à contactu remotiores nihil conferunt ad cohærentiam.

Adeoque pro vario particularum contactu varii orientur cohærentiæ gradus; omnium autem maximæ sunt vires cohærentiæ, quando superficies, in quibus se invicem tangunt corpora, planæ existunt; quo in casu, cæteris paribus, vis quâ corpusculum cum aliis cohæret, erit ut superficierum partes sese tangentes.

Hinc patet ratio, cur duo marmora exactissimè polita, & sese secundum superficies planas tangentia, à se invicem divelli

velli non possunt, nisi à pondere, quod gravitatem aëris incumbentis multum superat.

Hinc etiam decantatissimi istius problematis, de cohærentia materiæ, solutio elici potest.

THEOREMA X.

Ea corpuscula facillime à se invicem separantur, quarum contactus cum aliis sunt pauciſſimi, & minimi; quales contingere solent in corpusculis sphæricis infinite exiguis.

Hinc fluiditatis ratio redditur.

THEOREMA XI.

Vis qua corpusculum aliquod ad aliud corpus maxime propinquum attrahitur, quantitatem suam non mutat, sive augeatur corporis attrahentis materia, sive minuatur, eadem manente corporis densitate, & corpusculi distantia.

Nam cum vires particularum attractrices per minima tantum diffundantur spatia; liquet partes remotiores ad C D & E, nihil conferre ad attrahendum corpusculum A. Adeoque eadem vi versus B trahetur corpusculum sive adsint hæ partes, sive amoveantur, sive denique aliæ ipsis conjungantur. Tab. 47. fig. 10.

THEOREMA XII.

Si ea sit corporis alicujus textura, ut particulæ ultimæ compositionis, per vim quandam externam (qualis est pondus eas comprimens, vel ab altero corpore proveniens ictus) à primigeniis suis contactibus paululum dimoveantur, nec interim in novos contactus commigrent, particulæ, per vim attractivam sese mutuo petentes, ad contactus primigenios citò redibunt: iisdem vero redeuntibus particularum corpus quodvis componentium contactibus & positionibus, eadem quoque redibit corporis figura; adeoque per vim attractivam corpora, pristinas quas amiserunt figuras possunt denuo recuperare.

Hinc

Hinc Elasticitatis ratio reddi potest. Cum autem per vim Elasticam corpora, in se invicem impingentia, à se mutuo resiliant (uti demonstratum est in lectionibus nostris physicis) à vi attractiva corporum oriri etiam debet eorundem à se invicem discessus.

THEOREMA XIII.

Quod si ea sit corporis textura, ut particulæ à prioribus contactibus per vim impressam dimotæ, in alios qui ejusdem sunt gradus immediate deveniant, corpus illud in pristinam figuram non se restituet.

Hinc qualis sit textura, in qua corporum mollities consistit, intelligi potest.

THEOREMA XIV.

Particulæ materiæ pro diversa ipsarum structura & compositione diversis pollebunt viribus attractivis, puta non erit æque fortis attractio, cum particula datæ magnitudinis pluribus perforata sit meatibus, ac si omnino solida & vacui expers esset.

THEOREMA XV.

Particularum perfecte solidarum vires attractivæ ex figuris ipsarum multum pendent: Nam si parva aliqua materiæ particula in laminam circularem indefinite exiguæ crassitudinis formetur, & corpusculum in recta per centrum transeunte & ad planum circuli normali locetur; sitque distantia corpusculi æqualis decimæ parti semidiametri circuli: vis qua urgetur corpusculum triceſies minor erit, quam si materia attrahens coalesceret in Sphæram, & virtus totius particulæ ex uno quasi puncto Physico diffunderetur. Quin etiam eadem

circularis lamella fortius ad se trahit corpusculum, quam alia ejusdem ponderis particula, quæ in tenuem & longum formatur Cylindrum.

THEOREMA XVI.

Sales sunt corpora, quorum particulæ ultimæ compositionis magna vi attractiva polent, inter quas tamen particulas plurimi interjacent meatus, particulis, quas habet aqua, ultimæ compositionis pervii: quæ igitur à salinis particulis fortiter attractæ, in eas cum impetu ruunt, & à mutuo contactu eas disjungunt, cohærentiamque salium dissolvunt.

THEOREMA XVII.

Si corpuscula duo viribus attractivis decrescentibus in triplicata aut plusquam triplicata ratione distantiarum se mutuo petunt; erit velocitas in se invicem impingentium infinite major quam in dato intervallo. Vide Prop. 39. Princip. Newtoni.

THEOREMA XVIII.

Corporis aqua gravioris eo usque diminui potest magnitudo, ut tandem in aqua suspensum maneat, nec vi propriæ Gravitatis descendat.

Hinc patet ratio, cur particulæ Salinæ, Metallicæ, & aliæ ejusmodi, in minima redactæ, in suis menstruis suspensæ hæreant.

THEO-

THEOREMA XIX.

Corpora majora minore velocitate ad se invicem accedunt, quam minora.

Vis enim, qua se mutuo petunt corpora A & B, particulis maxime propinquis tantum inest; remotiorum quippe vires nullæ sunt. Non igitur major vis adhibetur ad movenda corpora A & B quam ad particulas *c* & *d* movendas, sed corporum eadem vi motorum velocitates sunt corporibus reciproce proportionales: unde erit velocitas quâ corpus A tendit versus B, ad velocitatem, qua particula *c*, à corpore soluta, versus idem B tenderet, ut particula *c* ad corpus A. Multo igitur minor est velocitas corporis A, quam foret velocitas particulæ *c* à corpore solutæ. TAB. 47. *fig.* 11.

Hinc fit, ut corporum majorum motus sua natura adeo languidus & lentus fit, ut ab ambiente fluido & aliis circumjacentibus corporibus plerumque impediatur. In minimis vero corpusculis viget virtus, & ab iis perplurimi producuntur effectus: tanto plus energiæ minoribus inest corporibus, quam majoribus.

Hinc patet ratio istius axiomatis Chymici, sales non agunt nisi soluti.

THEOREMA XX.

Duo corpuscula sese non contingentia, adeo sibi vicina locari possunt, ut vis, qua se mutuo petunt, vim Gravitatis superet.

THEOREMA XXI.

Si corpusculum in fluido locatum à particulis ambientibus undique æqualiter trahatur, nullus exinde orietur corpuscu-

li motus; quod si ab aliis particulis magis, ab aliis minus urgeatur, ad eam partem tendet corpusculum, ubi major est attractio: & motus productus inæqualitati attractionis respondebit, scilicet in majori inæqualitate major erit motus, in minore minor.

THEOREMA XXII.

Corpuscula in fluido natantia & magis se invicem trahentia quam fluidi particulas interjectas, depulsis fluidi particulis ad se invicem accedent ea vi, qua ipsorum attractio mutua superat attractionem particularum fluidi.

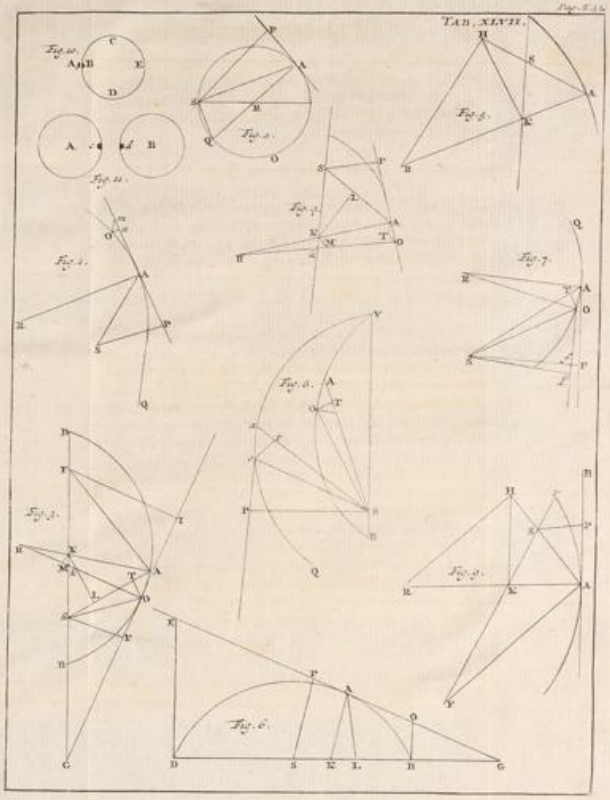
THEOREMA XXIII.

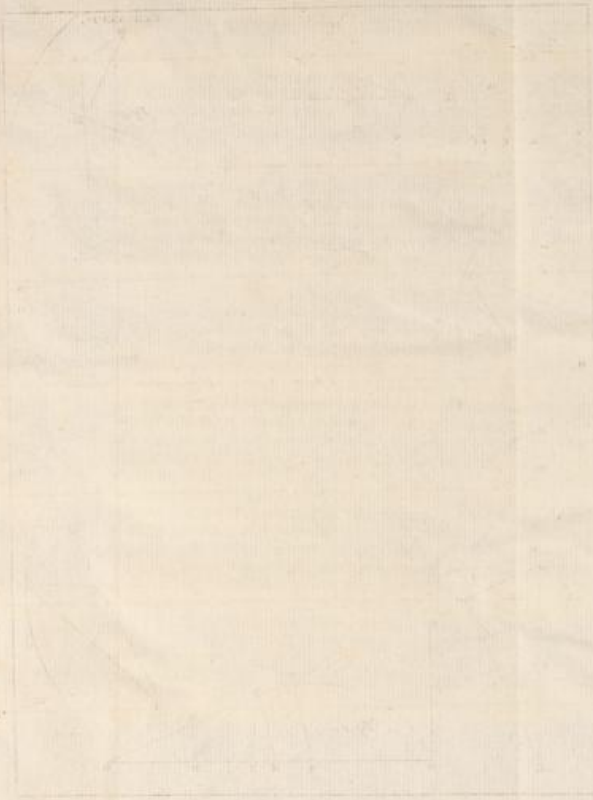
Si corpus aliquod in fluido locetur, cujus partes fluidi particulas magis ad se trahunt, quam fluidi particulæ à se invicem trahuntur; sintque in corpore meatus plurimi particulis fluidi pervii, per hos meatus fluidum illud cito se diffundet; & si partium in corpore connexio non tam firma sit, quin ab impetu irruentium particularum superari possit, orietur exinde corporis immersi dissolutio.

Hinc ut menstruum dato corpori dissolvendo sit idoneum, tria requiruntur. 1. Ut partes corporis particulas menstrui magis ad se trahant, quam eæ à se invicem trahuntur. 2. Ut corpus habeat meatus particulis menstrui patentes, & pervios. 3. Ut cohærentia particularum corpus constituentium tanta non sit, quin ab impetu irruentium particularum menstrui divelli possit. Hinc quoque constat particulas Spiritus vini constituentes, magis à se invicem trahi, quam à particulis corporis salini in Spiritu vini demersi.

THEO-

TAB. XLVII.


Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.



THEOREMA XXIV.

Si corpuſcula in fluido natantia, & ſe invicem petentia, Elaſtica ſint, poſt congreſſum, à ſe mutuo reſilient, & inde in alia corpuſcula rurſus impingentia, denuo reflectentur: ex quo fient innumeri alii cum aliis corpuſculis conflictus continuæque reſilitiones. Per vim autem attractivam continuo augebitur corpuſculorum velocitas, & ſenſui patebit partium motus inteſtinus; ſed prout fortius aut imbecillius ſe invicem trahunt corpuſcula, & pro varia, qua pollent Elaſticitate, varii erunt hi motus, & diverſis gradibus atque temporibus, fient ſenſibiles,

THEOREMA XXV.

Si corpuſcula ſe invicem trahentia, ſe mutuo contingant, nullus orietur motus; propius enim accedere nequeunt. Si ad exiguum admodum à ſe invicem ſeponantur ſpatium, orietur motus; ſed ſi longius diſtent, non majore vi ſe invicem trahent, quam fluidi particulas interjectas; adeoque nullus producetur motus.

Ex hiſce principiis pendent omnia fermentationis & effervescentiæ Phænomena. Hinc patet ratio cur oleum Vitrioli, cui paululum aquæ immittitur, effervescit atque ebullit: corpuſcula enim ſalina infuſâ aquâ à mutuo contactu paululum dimoventur; unde cum magis ſe invicem trahant quam aquæ particulas, & cum undique æqualiter non trahuntur, motum exinde oriri neceſſe eſt.

Hinc etiam liquet ratio, cur tanta cietur ebullitio, cum limatura chalybis mixturæ ſupradictæ injicitur: particulæ enim chalybis magna pollent Elaſticitate, unde valida oritur reflectio. Hinc etiam videre eſt, cur menſtrua quædam fortiori

vi agunt, citiusque corpus aliquod diſſolvunt, ſi aqua dilutiora fiant.

THEOREMA XXVI.

Si corpuſcula ſe mutuo attrahentia vi Elaſtica careant, à ſe invicem non reflectuntur; ſed congeries ſeu moleculas particularum efficient, unde fiet Coagulum: *& ſi particularum ſic coacervatarum Gravitas ſuperet Gravitatem fluidi, ſuccedet quoque* Præcipitatio. *Oriri quoque poteſt præcipitatio ex aucta vel diminuta Gravitate menſtrui, in quo natant corpuſcula.*

THEOREMA XXVII.

Si corpuſculorum ſeſe invicem attrahentium, & in fluido natantium, ea ſit figura, ut in datis quibusdam ipſorum partibus, majori vi attractiva polleant, quam in aliis, & major ſit in iiſdem contactus; corpuſcula illa coibunt in corpora datas figuras habentia, & inde emergent Chryſtalliſationes; corpuſculorumque componentium figuræ, ex data figura Cryſtalli per Geometriam determinari poſſunt.

THEOREMA XXVIII.

Si corpuſcula magis trahantur à fluidi particulis, quam à ſe invicem; fiet ut quaſi ſe mutuo fugientes, à ſe invicem recedant, & per omne fluidum cito diffundentur.

THEOREMA XXIX.

Si inter duas fluidi particulas aliquod intercedat corpuſculum, cujus binæ oppoſitæ facies maximis pollent viribus at-

attractivis, hoc interjectum corpusculum particulas fluidi sibi agglutinabit; & plura istiusmodi corpuscula per fluidum diffusa ejus particulas omnes in corpus firmum compingent, fluidumque in Glaciem *reducent.*

THEOREMA XXX.

Si corpus aliquod maximam emittat effluviorum copiam, quorum vires attractrices sunt fortissimæ; cum effluvia hæc corpori alicui leviusculo appropinquent, ipsorum vires attractrices Gravitatem corporis levioris tandem superabunt; & effluvia corpus illud ad se sursum trahent; cumque multo magis conferta sunt effluvia, in minoribus ab emittente corpore distantiis, quam in majoribus; corpus leve versus densiora effluvia semper urgebitur, donec tandem ipsi corpori effluvia emittenti adhæreat. Hinc plurimæ Electricitatis *Phænomena explicari possunt.*

Contra nostram hanc de viribus attractricibus doctrinam, fortasse objiciet aliquis; si vis hæc attractrix omni inesset materiæ; corpora ponderosiora & plus materiæ in dato spatio habentia, plus debere attrahere, quam corpora minus gravia, quod experientiæ repugnat. Sed huic objectioni facile respondetur. Particulæ scilicet ultimæ compositionis (quibus solis tribuitur vis attractrix) confertim juxta se invicem locatæ, possunt corpus ponderosum constituere, etiamsi ipsæ in se sint rariores, quam eæ quæ corpus leve constituunt, ultimæ compositionis particulæ, à se invicem remotiores, & plures & patentiores meatus inter se habentes.

Alia multa sunt naturæ phænomena, quæ mihi videntur iisdem principiis explicari posse, uti ascensus succi in plantis & arboribus, foliorum & florum determinatæ & constantes figuræ, eorumque virtutes specificæ, &c. Multa quoque quæ in corpore animali quotidie occurrunt; præcipue quæ ad flui-

fluidorum cursus secretionesque spectant, ab iisdem materiæ qualitatibus pendent, & hinc morborum *Theoriæ* & medicamentorum effectus optime eruuntur. Quantum huic usui inserviant hujusmodi principia melius innotescet ex eo, quod frater meus nunc meditatur, opusculo; qui quidem Mathematicas cum Anatomicis rationes consocians in eo elaboravit, ut aliquam etiam praxi Medicæ lucem afferret.

FINIS.

IN-

INDEX

RERUM ET TERMINORUM,

qui in hoc opere explicantur.

A.

Absides vide Apsides.
Achronicus ortus. 376
Actio Reactioni æqualis. 115 & seqq.
Æquatio temporis. 451
Æquationes Temporis maximæ. 454. 457
Æquator seu Æquinoctialis. 266. 366.
Æquatoris secundarii. 273. 367
Æquinoctia. 414
Alexandri mors, Æra. 471
Attractio quid sit. 13
Almicantarath circuli. 370
Altitudo poli. 373. 378
—— stellæ. 228. 371
—— Coni umbrosæ terræ. 303
—— Coni umbræ Lunæ. *ibid.*
Amphiscii. 370
Amplitudo mundana. 251
—— ortiva & occidua. 371
Anastra signa. 277
Andromeda. 256
Angulorum mensuræ. 227
—— modus observandi. 228
Angulus quid. 517
—— in circulo angulo quovis rectilineo infinite minor est. 41
—— sub quo sol ex distantia fixarum videtur. 248
—— Commutationis. 469
—— Æquatoris & Eclipticæ. 367
—— Eclipticæ & Meridiani. 379
—— Eclipticæ & Horizontis. 412
—— Eclipticæ & Verticalis, seu Parallacticus. 413
Angulus Sphæricus. 531
Animalculorum in liquoribus natantium magnitudo investigatur. 50 & *seqq.*
Animalculum quodvis est corpus organicum. 51
Annulus Saturni. 244
Annus Magnus. 278
—— Solaris Tropicus. 416
—— Ægyptiacus. 486
—— Astronomicus. 486
—— Civilis. *ibid.*
—— Gregorianus. 488
—— Julianus. 487
—— Magnus Canicularis. 488
—— Lunaris Vagus aut Fixus. 486
—— Anomalisticus. 416
Anomalia Excentri. 428
—— Media. 281. 420
—— Vera seu coæquata. *ibid.* 420
Anser Americanus. 257
Antarcticus circulus. 270. 367
in *Antecedentia* motus. 276
Arcticus circulus. 367
Antinous. 257
Antipodes. 369
Antœci. 369
Aphelion. 281
Apogei motus. 292
Apogeon. 290
Apparens Solis Diameter. 278. 420
Apparentes Diametri. 229
—— Umbræ & Penumbræ Diametri. 304 306
Apparitionis perpetuæ circulus, 375
Apsides & linea Apsidum. 281
Apus. 257
Aquarius. 257
Aquila. 257
Ara. 257
Archimedes antiquorum Physicorum illustrissimus. 8
Arcus. 517
—— Complementum. 517
—— mensura in peripheria. 625
Areæ Ellipseos inventio. 624

Argo navis. 257
Argumentum Latitudinis. 468
Aries. 256
——, machina bellica, describitur. 97
Aristarchi problema de distantia Solis. 407
Arithmetica ad rite philosophandum est necessaria. 12. 13
—— logarithmoru m 562
Ascensio Recta. 368
—— obliqua. 375
Ascensionalis differentia. *ibid.*
Ascii. 370
Aspectus quadratus. 285
Asterismi. 255
Astronomicæ Tabulæ. 467
Asymptotos. 609
Atmosphæræ beneficia. 384
—— altitudo 385
—— crepusculorum causa. 384
—— refractio. 391
Attractionis Theoremata. 624. 626. 627. 628
Auri ductilitas. 43 & *seqq.*
Axis in peritrochio definitur. 101
—— Ecliptic. 272. 275
—— Terræ. 267
—— hujus Parallelismus. *ibid.*
Azimuthales circuli. 370
Azimuthus. 371

B.

Bacon (Rogerus) Oxonienſis Philoſophiam Mechanicam excoluit. 8
Berenices Comæ. 257
Bernoullius (Joannes) Geometra celeberrimus. 175
Bootes. 257
Boreale Hemiſphærium. 366
Boyleus laudatur. 9
Bullialdi correctio Hypotheſis Wardi. 441. 442

C.

Calculus loci Geocentrici Planetæ. 468
Calor quare non maximus cum Sol Tropicum Æſtivum tenet. 282
Cancer. 256
Canis. 257
Canon Trigonometricus. 518
Capricornus. 256
Caput & Cauda Draconis. 289
Cardanus (Hieronymus) philoſophiam Mechanicam excoluit. 8
Cartheſiani gravitatem unde deducunt. 5
Cartheſius nullum Geometriæ uſum in philoſophia adhibuit. 8
—— excogitavit philoſophiam, à Mechanicæ legibus abhorrentem. *ibid.*
Caſſiopeja. 256
Caudæ Cometarum. 363
Celeritas quid ſit. 69
Celeritas corporum elaſticorum inveſtigata. 144
Centrifuga vis, quid ſit. 197
Centripeta vis quid ſit. 196
Centrum Gravitatis quid ſit. 124. 125
Chryſtalliſatio. 634
Circulares partes quotuplices. 543
Circuli diviſio in gradus. 227
—— polares. 367. & 517
—— Tropici. *ibid.*
Circulus Æquinoctialis. 366
—— Apparitionis perpetuæ. 375
—— Antarcticus. 367
—— Arcticus. *ibid.*
—— Azimuthalis. 370
—— Crepuſculorum Finitor. 387
—— Declinationis. 368
—— Ecliptic. 264. 365
—— Excentricus. 279. 417
—— Horarius. 372
—— Horizon. 228. 266 370
—— Latitudinis. 336. 382
—— Lucis & Umbræ Terminator. 267
—— maximus in Sphæra. 365
—— meridianus. 368
—— minor in ſphæra. 365
—— Occultationis perpetuæ. 375
—— Verticalis primarius. 370
—— Viſionis. 285
Climata. 375
Coagulum unde fiat. 634
Cochleæ forma deſcribitur. 103

Cohærentiæ gradus. 627
Cæli materia non incorruptibilis. 261
—— regiones. 256
Cælum non eſt Fluidum. 362
Colurus Æquinoctiorum. 368
—— Solſtitiorum. 276. 368
Comæ Berenices. 257
Cometæ Planetarum genus. 353
—— motibus ſuis vacuum dari demonſtrant. 363
Cometarum Caudæ. 363
—— Curſus in cœlo. 358. 359
—— Motus. 359
—— Orbitæ ſeu ſemitæ veræ. 360
—— Parallaxes. 356
Commutatio. 469
Coni Umbroſi Altitudo. 303
—— Angulus. 304
Conjunctio Lunæ cum Sole. 286
Conoides parabolicum. 202
Conus. 204
Copernici Vaticinium. 334
Corporis definitio juxta proprietates. 18. 21
Corpus quomodo à Carteſianis definitur. 20
—— & ſpatium idem habent eſſentiale attributum. 21
—— Mathematicum an à corpore Phyſico differat. 32. 33
—— nullum poteſt naturaliter in nihilum abire. 77
—— omne eſt iners materiæ moles. 77
—— per ſe ex quiete ad motum tranſire non poteſt. 106
—— perfectè durum definitur. 125
—— molle. *ibid.*
—— elaſticum. *ibid.*
—— perfectè elaſticum. *ibid.*
Coſinus inventio. 519
Coſmicus ortus. 376
Craſſities quid ſit. 18
Crater. 257
Crepuſculi initium & finis. 390
Crepuſculum, quid? 384
—— breviſſimum. 389
—— Durationes diverſæ. 388
Culminatio, quid? 371
Cunei materia & forma. 103
Cupri ſolutio. 44
Cycloidis figura deſcribitur. 170. 171
Cyclus Lunæ. 495
—— Solis. 493
—— indictionum. 449

D.

Declinatio, quid? 368
—— Solis qua ratione obſervatur. 379
Delineatio phaſium Lunarium. 287
Deſcenſus gravium in plano inclinato. 153
Diameter Solis apparens. 274. 303
—— umbræ Lunaris. 303 306
—— umbræ Terreſtris. 303
—— Penumbræ. 306
Diametri Apparentes. 229
—— Fixarum. 264
Dichotomia Lunæ. 285
Differentia Aſcenſionalis. 375
Dierum inæqualitas. 449
Dies noctibus longiores augent calorem. 282
—— Longiſſimi & breviſſimi. 458
—— quotuplex. 484
Directio motus. 73
Diſcus Telluris. 308
Diſtantia media. 281
—— Solis à Terra, quibus modis inveſtigatur. 406
Diſtantiarum Proportiones Harmonicæ. 245
Diviſibilitas. 25
—— *in infinitum* quid ſit. 26
—— quantitatis in infinitum eſt unum ex tribus Phyſices principiis. 624
Diviſio Logarithmica. 566
Diurnus motus Solis. 417
—— medius motus. 450. 451
Dodecatemoriæ. 264. 365
Dominicalis litera. 492
Dorado. 257
Draco. 256
Draconis Caput & Cauda. 289
Duratio projectionis ſurſum factæ. 19

E.

Eclipſes Lunæ quando. 297. 305
—— ſolis. 297. 312

Eclipſes totales & partiales. 297
—— Centrales. 301
—— Annulares. 303
Eclipſis Terræ. 299
Eclipſium Doctrina. 296
Ecliptica. 264. 365
Ecliptica Secundarii. 366
—— obliquitas. 367
—— Axis & Poli. 272. 275
Ecliptici Termini. 305. 311
Effectus ſunt cauſis ſuis adæquatis proportionales. 77
Effervescentiæ Phænomena. 633
Elaſtica vis quid ſit. 125
—— —— fere omnibus corporibus ineſt. 138
Elaſticitatis ratio. 629
Electricitatis phœnomena. 635
Elevatio Poli Latitudini loci æqualis. 373
Ellipſeos Deſcriptio. 280
—— Foci ſeu Umbilici. *ibid.*
Ellipticæ Planetarum orbitæ. 280
—— Areæ diviſio. 427
Elongatio à ſole. 186
Embolismus. 486
Epicuri ſententia de diviſibilitate. 34
Epocha, quid? 489
Equulus. 256
Eridanus. 257
Excentricitas. 281
—— Lunæ mutabilis. 291
Excentricitatum inveſtigatio in orbitis Planetarum. 462
Excentricus circulus. 279
Extenſio omnis in infinitum eſt diviſibilis. 30. 31

F.

Fermentationis phœnomena. 633
Feſta mobilia. 494
Figura. 28
Figuræ curvilineæ formatio. 617
Fixæ ſunt Soles 247
—— ſtellæ corpora ignea. 250
Fixarum Aſcenſiones Rectæ. 380
—— Catalogi. 257
—— Claſſes. 255
—— Diametri Apparentes. 249
—— Diſtantiæ. 247. 274
—— Latitudines. 366
Fixarum Longitudines. *ibid.*
Fixarum Longitudines continuo creſcunt. 383
—— Magnitudo. 249
—— Numerus. 258
—— Ortus & Occaſus. 376
—— Refractio 391
Fluidum quid ſit ſecundum Carteſianos. 16
—— juxta philoſophiæ Mathematicæ ſcriptores. *ibid.*
—— nullum eſt tam tenax, ut aliqua vi non poſſit divelli. 17
Foci ſeu Umbilici. 280
Fractiones logarithmicæ. 564 & *ſeqq.*
Fractionis radix. 568

G.

Galileus novam methodum philoſophiæ mechanicæ demonſtravit. 9
Gallaxia. 257
Gemini. 256
Geocentricus locus. 468
Geometria ad rerum naturalium ſcientiam neceſſario requiritur. 8
—— eſt totius phyſicæ fundamentum. *ibid.*
—— viam ad philoſophiam mechanicam aperit. 10
—— ad rite philoſophandum eſt neceſſaria. 12. 13
Glacies qualem colorem habeat. 82
Glacies reductio. 635
Globi utriusque Deſcriptio & Uſus. 501
Gradus. 227
Gravitas unde oriatur juxta Carteſianos. 5 625
Gravitas in quantum qualitas dici poſſit. 13
—— deſcribitur. 75
Gravitatis centrum quid ſit. 124. 125
Grus. 257
Gyratio Terræ circa Axem. 266

H.

Halleius commendatur. 9
du *Hamel* (Joan. Baptiſta) notatur. 26. 27

Harmonia inter Planetarum à Sole distantias & eorum tempora Periodica. 245. 469
Hebdomas. 485
Hegeira Æra. 490
Heliacus ortus & occasus. 484
Heliocentrica Latitudo. 336. 341
Hipparchus primus fixarum fecit Catalogum. 257
Hipparchi problema pro parallaxi solis. 406
Horæ æquales & inæquales. 484. 485
—— Temporaneæ & Planetariæ. 485
Horarii circuli. 372
Horologia Sciaterica quam diei horam per tempus stationis solis, tempore Josuæ indicarint. 67
Horizon. 228
—— sensibilis. 266
—— & Rationalis. *ibid.*
Horizontis Poli. 266
Hugenius ab auctore commendatur. 9. 146
Hyperbola. 613
—— ejus natura. 613. 614
Hyperbolæ cubicæ Quadratura. 48
—— æquilatera. 616
Hyperbolica Spiralis quid? 614
Hypotenusa. 526. 537

I.

Jesdagirda Æra. 491
Imagines Veterum. 256
Impedimentum, ejus definitio. 74
Inæqualitates Lunæ, 292
Inæqualitas Optica. 232
Inclinatio orbitæ Planetæ ad Eclipticam. 461
Incrementum proportionalium Quantitatum. 571
Index Logarithmicus. 568
Indictio. 499
Infinitum vocatur quod omni finito majus est. 26
Informes stellæ. 257
Jovis Satellites. 347
—— Maculæ. 253
—— Rotatio circa Axem. *ibid.*
—— Fasciæ. 254
Julianus Annus. 487
Jupiter. 328

K.

Kalendarium. 491
Keplers Theoria. 422
—— problema de Sectione Ellipseos. 427

L.

Latitudinis inventio. 378
Latitudo quid sit. 18
—— 273. 290. 366
—— Geocentrica. 336
—— Heliocentrica. *ibid.*
—— Geographica. 369
Leges naturæ traduntur. 106
Leo. 256
Libra. 256
Limites. 336
Linea quid sit. 18
—— nullam habet latitudinem. 27. 28
—— Apsidum. 281
—— Meridiana. 378
—— Nodorum. 288. 461
Litera Dominicalis. 492
Loci longitudo. 273. 368
—— situs in disco Telluris. 318
Locus distinguitur in internum & externum. 65
—— in absolutum & relativum. *ibid.*
—— Stellæ ad Ecliptican reductus. 366
—— Geocentricus. 468
Logarithmi negativi. 559
—— definitio. 560
Logarithmica curva. 556. 557
Logarithmicus index. 561
Logarithmis utendi methodus. 578
Logarithmorum usus. 551
—— inventor. *ibid.* 552
—— canon. 552
—— ortus & natura. 553
—— formæ. 560
—— Arithmetica. 562
Longitudo quid sit. 18
—— Stellæ. 366

Longitudines Fixarum quomodo inveniantur. 382
Longitudinum locorum inveſtigatio. 323. 350
Lucis motus demonſtratur. 349
Lunæ Terræ Aſſecla. 284
Lunæ Phaſes. 285
—— Lucula. 288
—— Lux in Eclipſibus totalibus. 327
—— illuſtratio à Sole, ejuſque Quantitas. 287
—— Nodi. 288
—— Eclipſes. 297
—— à Terra diſtantia. 304
—— Parallaxis. 325. 405. 411
—— Variatio. 291
—— Apogeon & Perigeon. 290
—— Elongatio à Sole. 286
—— Facies. 295
—— Maculæ. 296
—— Montes & ingentes Cavernæ. 294
—— Libratio. 292
—— Motus circa Axem. 292
—— Motus ab occidente in orientem. 285
—— Motus Diurnus. 280
Lunaris Umbræ diameter. 306
—— Altitudo. 303
Lunarium motuum inæqualitates. 290
Lupus. 257
Lyra. 256

M.

Maculæ Jovis. 253
—— Lunares. 295
—— Solares. 251
Magnes non ſolum trahit ferrum, ſed à ferro trahitur. 117
Magnetis attractionis & directionis cauſa nondum detecta eſt. 85
Magnitudo ex quibus conſiſtat. 26
—— Planetarum. 472
Mars Planeta. 293. 328
Martis Parallaxis Solari duplo major. 411
Materia quid ſit. 79
—— cœli non incorruptibilis. 261
Media diſtantia. 281
Medium cœli. 371
Menſis. 48
—— Synodicus, & Periodicus 288
—— Embolimæus. 486
Menſtruum ut diſſolvendo corpori dato ſit idoneum tria requiruntur. 632
Mercurius Planeta 239. 328
Meridianæ lineæ inventio. 378
Meridianorum differentiæ. 350. 351
Meridianus circulus. 368
—— Univerſalis. 309. 371
Methodus Logarithmis utendi. 578
Metonicus cyclus. 495
Momentum, quomodo alias vocatur. 73
—— quomodo definitur. *ibid.*
Motus eſt omnis actionis phyſicæ fundamentum. 12
—— eſt affectio corporum nobiliſſima. 61
—— eo ſublato, omnis periret mundi ornatus. 61
—— in eo vita ipſa conſiſtit. *ibid.*
—— ſcientia ad philoſophandum rite, maxime neceſſaria eſt. *ibid.*
—— de eo varia Veteribus Philoſophis futilia argumenta propoſita. 62. 64
—— eorum ſolutiones. *ibid.*
—— *abſolutus* quid ſit. 69
—— Definitio. *ibid.*
—— *relativus* definitur. *ibid.*
—— *acceleratus* quid. 73
—— *æquabilis* quomodo fit. *ibid.*
—— *æquabiliter retardatus* quid. *ibid.*
—— *æquabiliter acceleratus* quid. *ibid.*
—— *retardatus* quid ſit. *ibid.*
—— quantitas ab illius celeritate eſt diſtinguenda. 74
—— mutatio eſt proportionalis vi motrici impreſſæ. 111
—— Gravium, eorumque ſymptomata explicantur 153 &*ſeqq.*
—— apparens quomodo oculis percipitur. 226
—— Apparens Solis. 264
—— æquales quare inæquales videntur. 231
—— Cometarum. 357
—— Globi in navi cadentis. 233
—— Lucis. 349
—— in Longitudinem. 281

Motus Apogei. 292
—— Medius. 281. 425
—— Nodorum Retrogradus. 290
—— Planetarum circa Axes, 253
—— Progreſſivus. 338
—— Regreſſivus. *ibid.*
Motuum Radices ſeu Epochæ. 466
Mundus nec in æternum exiſtere poteſt, nec ab æterno exſtitit. 57

N.

Nabonaſſari Æra. 491
Nadir. 370
Natura methodo ſimpliciſſima progreditur. 77
—— Logarithmi. 553
Nauticæ Spiralis deſcriptio. 618
Neomenia. 186
Newtonus philoſophus ſummus. 9
Nihil aut *Non ens* habet nullas proprietates, aut affectiones. 77
Nodi & *Nodorum* Linea. 288. 335
Nodorum motus Retrogradus. 290
Nonageſimus Eclipticæ Gradus. 371
Novilunium. 286

O.

Obitus Alexandri Magni Æra. 491
Obliqua Aſcenſio. 375
Obliquitas Eclipticæ. 367
Occaſus ſiderum. 376
Occultatio. 377
Odor aſſæ fœtidæ ad diſtantiam quinque pedum ſentitur. 49
—— canum venaticorum ad certos numeros revocari non poteſt. 55. 56
Odoris ſenſus ad quam diſtantiam ſe extendat. 45 & *ſeqq.*
Olympiadum Æra. 491
Ophiuchus ſive Serpentarius. 256
Oppoſitio. 285
Orbis Conditi Æra. 491
—— Annui Parallaxis. 345
Orion. 256
Orthographica Projectio. 308
Ortus & Occaſus Siderum. 376
—— Logarithmi. 553

P.

Parabola, ſive linea parabolica, deſcribitur. 179. 180
Parallaxis. 395
—— Altitudinis. 398
Parallaxis Latitudinis. 398
—— Longitudinis. *ibid.*
—— Lunæ. 305. 325. 405. 412
—— orbis Annui. 346
—— Solis. 405
Paralleli circuli. 365. 375
—— & Climata. 376
Parallelismus Axis Telluris. 267. 274
Partes circulares quotuplices. 543
Paſchalius philoſophiam novis ſpeculationibus adauxit. 9
Pavo. 257
Pegaſus. 256
Pendulum, machina, quid ſit. 162
—— ejus velocitas in quo conſiſtat. 164
Penumbra. 301
Penumbræ dimenſio. 302
Perigeon. 290
Perihelion. 281
Periodi Planetarum. 468
Periodus Dionyſiana. 497. 498
—— Juliana. 500
—— Sothiaca. 488
Perioeci. 369
Peripatetici quibus auxiliis phyſicam ſuam explicarunt. 12
Peripheriæ circularis diviſio. 517
Periſcii. 370
Perſeus. 256
Phaſes Lunæ. 285
—— Veneris. 333
Philoſophi quot generum fuerint. 11. 12
—— quid ſtatuerint. *ibid.*
Philoſophiæ naturalis objectum ſunt corpora corporumque in ſe invicem actiones. 76
Philoſophia Mechanica diu delituit. 8
Philoſophia à quibus ſit exculta & adaucta 9
—— ſocietates à regibus inſtitutæ magnum ei incrementum dederunt. 9
—— totius mundani ſyſtematis à Newtono eſt patefacta. 623
Phœnix. 257
Phyſica omnis actio à motu dependet. 12
Phyſica quibus innitatur principiis. 624

Phy-

Physicæ res ad Geometriam & ad Arithmeticam sunt reducendæ. 93
Piscis. 256
Planeta quando directus & velox. 344
—— quando Stationarius. *ibid.*
—— quando retrogradus. 346
Planetæ Secundarii. 240
—— Corpora Opaca Sphærica. 240
—— Inferiores. 328
—— superiores. 339
—— non in orbibus circularibus sed ellipticis deferuntur. 623
—— circa solem moventur. 623
Planetarum ordo. 239
—— distantiæ quam proportionem obtinent ad Periodos. 245. 469
—— motus Apparentes inæquales. 297. 347
Planetas solem circumire demonstratur. 243
Plantæ ex innumeris heterogeneis constant partibus. 80
Platonici physicam suam larvis & hieroglyphicis velarunt. 11
—— discipulos suos nisi serò ad philosophiam perdiscendam admiserunt. *ibid.*
Plenilunium. 285
Polares Circuli. 270. 367
Polus Ecliptica. 272
—— Horizontis. 370
—— Mundi. 275
—— in Sphæra. 531
Polygonum. 555. 556
Pondera corporum quantitatibus materiæ sunt proportionalia. 96
Præcessio Æquinoctiorum. 277
Præcipitationis origo. 634
Principia, quibus innititur Physica. 624
Problematis Kepleri solutio. 427
Projectio Orthographica. 308
—— Umbræ in Discum Telluris. *ibid.*
Projectionis sursum factæ duratio. 190
Prosthaphæresis. 420
Punctum Mathematicum non est materia, sed in ea consistit. 28
Puncta Solstitialia & Æquinoctialia regrediuntur. 276
Punctum quid sit. 18
Pythagorici physicam suam larvis & hieroglyphicis velarunt. 11

Q.

Quadratura. 285
—— Hyperbolæ cubicæ. 48
de *Quantitate* motuum Theoremata. 86. 87. 89. 90. 91. 92. 93
Qualitatis natura demonstratur. 13 & *seqq.*
Quantitas acceleratrix cujusvis vis, quid sit. 76
—— quæquæ ulterius dividi potest. 31. 32. 33
Quantitas motus est vis seu energia, qua mobile secundum directionem suam tendit. 140
—— Anni. 416
Quies absoluta quid sit. 69
—— *relativa* definitur. *ibid.*
—— est corporis cujusvis in eodem loco permanentia. *ibid.*
Quiescere & tamen moveri quo quis dicatur. *ibid.*

R.

Radix seu Epocha. 466. 489
—— fractionis. 568
—— quadratica. 578
Rectæ positionis inventio. 614
Reductio ad Ecliptican. 366
Refractio. 391
—— Atmosphæræ. 392
—— ejus investigatio. *ibid.*
Refractionis varii effectus. 391
Regulæ duæ ad triangula rectangula resolvenda. 543
Retrogradatio Planetarum. 338. 345

S.

Sagitta. 256
Sagitta aliquando Arcus. 518
Sagittarius. 256
Sales vi attractiva polleant. 630
Saturni Annulus. 242. 470
—— Satellites. 241
Saturnus Planeta. 241. 328
Scorpio. 256
Secans in trigonometria quid. 518
Sector hyperbolæ. 613
Selenographia. 296
Sinus Arcus. 518

Sinus rectus. 517
— versus. 518
— arcus dimidii inventio. 519
— dupli arcus inventio. *ibid.*
— arcus unius minuti inventio. 522
Sol, licet lucem emittat, nihil de sua magnitudine amittit. 56
— circa Axem rotatur. 251
— nostri Systematis centrum. 263
— qua ratione, in ellipseos focorum uno situs, circumeat. 623
Solis Maculæ. 252
— Axis inclinatur ad Eclipticam. 253
— Apparens motus. 264
— — motus inæquabilis observatur. 416
— Ascensio Recta Declinatio Longitudo ex quibus datis inveniantur. 379
Soliditas definitur. 19
— à Peripateticis Impenetrabilitas dicitur. *ibid.*
— aliter à Philosophis, aliter à Geometris capitur. 19, 20
Solstitia. 368. 414
Spatium vocatur, in quo omnia corpora locari & moveri cernimus. 20, 21
— ab omni corpore vacuum demonstratur. 24
— hujus spatii natura non definitur. 24. 25
— quid sit. 65
— in absolutum & relativum distinguitur. 66
— *percursum* quid sit. 73
— ejus longitudo. *ibid.*
— inane, unum ex tribus physices principiis. 624
Spectator est in centro prospectus proprii. 238
Sphæra Recta. 373
— Obliqua. 374
— Parallela. 375
Sphæræ poli. 531
Spiralis Hyperbolica. 611
— Hyperbolica quid? 614
— nauticæ descriptio. 618
Statera quænam sit machina. 100
Stationes Planetarum. 338. 344
Stellæ fixæ sunt soles. 247
— informes. 257
— *novæ*. 261
— quæ periodice apparent & evanescunt. 261
Stellarum ordo. 255
— Catalogi. 259
Subtilitas materiæ ex auri ductilitate probatur. 43
— particularum lucis nemo mortalium assequi potest. 56
Superficies quid sit. 18
— ejus extrema dicuntur lineæ. *ibid.*
— an sit perfecta plana. 28
— non est materialis. *ibid.*
— quales colores accipiunt 82 & *seqq.*

T,

Tabulæ Astronomicæ, 466 & *seqq.*
Tangens quid. 518
Taurus. 256
Telescopii Beneficia. 230
Telluris Poli. 266
Tellus circa solem movetur & circa Axem. 245. 264
Tempora Periodica. 469
Temporis Æquatio. 451
— partes. 447
Tempus in absolutum & relativum distinguitur. 66
— accelerari aut retardari nequit. 67
Termini Ecliptici. 305, 311
Terra non sol movetur. 70
Theoremata raritatem & tenuitatem materiæ spectantia. 57. 580
— de Motus quantitate & spatiis à mobilibus percursis. 86
— motuum Comparatorum. 86 87 89 90 91. 92. 93
— Attractionis. 624 & *seqq.*
Theoria motus Telluris. 413
— Planetarum. 459
Theoristæ quibus incumbendum. 15. 17
Tormenta bellica quomodo dirigantur. 186

Torricellius philosophiam novis speculationibus adauxit. 9
Trianguli rectanguli solutiones Trigonometricæ. 529
Triangulum. 256
——— æquale & congruum. 533
——— æquiangulum. 535
——— Sphæricum obliquangulum. 545
——— eorundemque angulorum duodecim casus. 548
Triangulus rectangulus. 527
——— ambylogonius. *ibid.*
——— Sphæricus. 531
Trigonometria plana. 517
——— Sphærica. 531
Trigonometriæ Definitiones. 517
——— munus. *ibid.*
Trigonometricæ trianguli solutiones. 529
Trigonometricus Canon. 518
Trochleæ definitio. 102
Tropicus Cancri & Capricorni, 270. 367

V.

Vacuum aliquando necessario datur. 23
——— probatur duobus axiomatibus. *ibid.*
Velocitas, qua corpus movendum est, invenitur. 98
Veneris à sole digressio maxima. 330
—— Phases. 333
—— Fulgor. 334
Venus, Planeta. 239. 332
—— in sole vita, 332
—— quando maxime lucida. 334
Veritas argumentis suffulta validissimis, licet conceptu sit difficilis, non est deserenda. 40
Verticalis Primarius. 370
Via lactea. 257
Via Lunæ à Sole. 306
Vires contrariæ quænam. 75
—— *motrices æquales* quænam sint. *ibid.*
Virgo. 256
Vis impressa quid sit. 74
—— in quo differat à vi motrici. *ibid.*
—— *motrix* describitur. *ibid.*
—— *centripeta* qualis. 75
——— quid sit, & quæ ita dici possit. 196. 197
—— *centripetæ* effectus. 585 & *seqq.*
—— *centrifuga* quænam. 75
——— describitur. 197
—— *restitutiva* æqualis est vi compressivæ. 142
—— attractrix materiæ est unum ex tribus physices principiis, 624
Visio quomodo fit. 226
Vita in motu consistit. 61
Umbilici seu Foci. 280
Umbra corporis. 297
Umbræ Lunaris Altitudo, 302. 303
—— Diameter. 304
—— Terræ Altitudo. 303
Umbrosi Coni Angulus. 301
Unitas quid. 523
Volatus avium unde dependat. 120
Vortices in cœlo nulli sunt. 362
Urbis Conditæ Æra. 490
Ursæ duæ. 256

W.

Wallisius laudatur. 9. 146
Wren (Christophorus) Astronomiæ Professor, laudatur. 146

X.

Xyphias. 257

Z.

Zenith. 370
Zodiaci Latitudo. *ibid.*
Zodiacus. 366
Zonæ quæ & quot. 369

FINIS.


137






Colour & Grey Control Chart
DANES PICTA
Blue
Cyan
Green
Yellow
Red
Magenta
White
Grey 1
Grey 2
Grey 3
Grey 4
Black