[illegible]

REFLEXIONS
SUR
LA CAUSE GENERALE
DES VENTS.

Piéce qui a remporté le Prix proposé
PAR
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES ET BELLES LETTRES
DE PRUSSE
POUR
l'Année M DCC XLVI.
PAR
M. D'ALEMBERT
des Académies Royales des Sciençes de France & de Prusse.

A laquelle on a joint les Pieçes qui ont concouru.

A BERLIN.
Chez A. HAUDE & J. C. SPENER.

MDCCXLVII.

Hæc ego de ventis : dum ventorum ocyor alis
Palantes pellit populos FRIDERICUS, *& orbi*
Insignis lauro, ramum prætendit olivæ.

Permis d'imprimer

P. L. MOREAU de MAUPERTUIS,
President.

INTRODUCTION.

QUELQUE inconſtant que paroiſſe le cours des vents, il eſt cependant aſſujetti à certaines loix. Les navigateurs obſervent depuis long-tems, que l'air a un mouvement réglé en pleine mer ſous la Zône torride; & s'ils remarquent quelques variations dans ce mouvement, c'eſt principalement proche des côtes, & vers les endroits où l'Ocean eſt reſſerré par les Terres. On ne peut donc s'empêcher de reconnoître, que parmi les différentes cauſes des vents, il y en a au moins une dont l'action ſuit un ordre uniforme & invariable, & dont les effets, lors-même qu'ils ſemblent le plus irréguliers, ne ſont peut-être que modifiés, & pour ainſi dire, déguiſés par des cauſes accidentelles. Ainſi le premier objet qu'un Philoſophe doive avoir en vûe, lorſqu'il ſe propoſe d'approfondir la Théorie des vents, c'eſt d'examiner quelle peut être cette cauſe générale, & de déterminer, s'il eſt posſible, par le calcul, ſa quantité, ſon action & ſes effets.

Tous les Phyficiens conviennent aujourd'hui que le Flux & Reflux journalier des eaux de la Mer, ne peut être attribué qu'à l'action du Soleil & de la Lune. Quel que foit le principe de cette action, il eft inconteftable que pour fe transmettre jusqu'a l'Ocean, elle doit traverfer auparavant la maffe d'air dont il eft environné, & que par conféquent elle doit mouvoir les parties qui compofent cette maffe. Nous pouvons donc regarder l'action du Soleil & de la Lune, fi non comme l'unique caufe des vents, au moins comme une des caufes générales que nous cherchons; & une telle fuppofition eft d'autant plus vraifemblable, que les endroits où l'Ocean eft libre, font, comme nous venons de le dire, les plus fujets aux vents réguliers.

Il réfulte de cette premiere réflexion, que la force de la Lune pour agiter l'air que nous refpirons, & pour en changer la température, peut être beaucoup plus grande que les Philofophes ne paroiffent le croire communément. Je ne prétends point adopter fur ce fujet tous les préjugés vulgaires: mais l'action de la Lune fur la Mer étant fort fupérieure à celle du Soleil, de l'aveu de tous les Savans, on eft forcé, ce me femble, d'avouer auffi, que l'action de cette Planete fur notre Atmofphere eft très-confidérable, & qu'elle doit être mife au nombre des caufes capables de produire dans l'air des changemens & des alterations fenfibles.

A l'égard de la nature de la force que le Soleil & la Lune exercent, tant fur la Mer que fur l'Atmofphere, & de la la quantité précise de cette force, c'est à M. *Newton* que nous en devons la découverte. Ce grand Philosophe après avoir démontré que toutes les Planetes pésent vers le Soleil, & que la Lune pése vers la Terre, a fait voir d'une maniere invincible, que la gravitation de ces corps ne pouvoit être attribuée à l'impulsion d'aucun Fluide: d'où il a conclu qu'elle étoit réciproque (*), c'est-à-dire, que non-seulement le Soleil tendoit vers la Terre, mais encore, que la Terre & toutes ses parties tendoient à la fois vers le Soleil & la Lune. Or comme ces deux Astres changent continuellement de situation par rapport aux différens points de la Terre, il n'est pas difficile de concevoir que l'Air & la Mer dont ils attirent les particules, doivent être dans un mouvement continuel.

La plûpart des Physiciens n'ayant point pensé à cette cause générale des vents, en ont imaginé d'autres. Les uns ont prétendu que l'air qui se meut avec la Terre d'Occident en Orient, devoit sous l'Equateur tourner moins vîte que la Terre; & c'est par-là qu'ils ont expliqué le vent d'Est continuel qui souffle entre les Tropiques. Mais cette hypothese est sans aucun fondement: car si la Terre se mouvoit plus vîte que la couche d'air qui lui est contiguë, le frottement continuel de cette couche contre la surface du globe, rendroit bien-tôt sa vitesse égale à celle de la Terre: par la même raison, la couche voisine de celle-ci en seroit entraînée, & forcée à achever aussi sa rotation dans le même

(*) Voyez les *Principes Mathématiques.*

tems: ainſi l'adhérence & le frottement mutuel de toutes les couches obligeroit fort promptement la Terre & ſon Athmoſphere, à faire leur révolution en tems égal autour du même axe, comme ſi elles ne compoſoient qu'un ſeul corps ſolide. (*)

D'autres Auteurs ont attribué les vents à la chaleur que le Soleil produit dans l'Atmoſphere. Selon ces Auteurs, la maſſe d'air qui eſt à l'Orient par rapport au Soleil, & que cet Aſtre a échauffée en paſſant par-deſſus, doit avoir plus de chaleur que la maſſe d'air Occidentale ſur laquelle le Soleil n'a point encore paſſé: elle doit donc, en ſe dilatant, pouſſer vers l'Occident l'air qui la précéde, & produire par ce moyen un vent continuel d'Orient en Occident ſous la Zône torride. J'avoue que la différente chaleur que le Soleil répand dans les parties de l'Atmoſphere, doit y exciter des mouvemens: je veux bien même accorder qu'il en réſulte un vent général qui ſouffle toujours dans le même ſens, quoique la preuve qu'on en donne ne me paroiſſe pas aſſez évidente pour porter dans l'eſprit une lumiere parfaite. Mais ſi on ſe propoſe de déterminer la viteſſe de ce vent général, & ſa direction dans chaque endroit de la Terre, on verra facilement qu'un pareil Problême ne peut être réſolu par un calcul exact. Or les principes néceſſaires pour ce calcul nous manquent entiérement, puiſque nous ignorons, & la loi ſuivant laquelle la chaleur agit, & la dilatation

(*) Cette propoſition eſt démontrée plus au long dans mon *Traité des Fluides, art. 376 - 385.*

latation qu'elle produit dans les parties de l'air. Cette derniere raiſon eſt plus que ſuffiſante pour nous déterminer à faire ici abſtraction de la chaleur Solaire ; car comme il n'eſt pas poſſible de calculer avec quelque exactitude les mouvemens qu'elle peut occaſionner dans l'Atmoſphere, il faut néceſſairement reconnoître que la Théorie des vents n'eſt presque ſuſceptible d'aucun degré de perfection de ce côté-là.

Si nous ne pouvons ſoumettre au calcul les vents que la chaleur du Soleil fait naître, quoique réguliers & conſtans en eux-mêmes ; à plus forte raiſon ne devons-nous point entreprendre de chercher quels dérangemens peuvent exciter dans l'air les variations accidentelles du chaud & du froid, produites, ou par l'élévation des vapeurs & des nuages, ou par d'autres cauſes inconnues, qui n'ont aucune loi certaine. A l'égard des irrégularités des vents, occaſionnées par les montagnes, & par les autres éminences qui ſe rencontrent ſur la ſurface de la Terre, on ne ſauroit disconvenir que ces irrégularités ne ſuiviſſent un ordre conſtant, ſi les vents n'étoient d'ailleurs produits que par une cauſe péridioque & uniforme. Mais quand on fera attention, ſoit aux calculs impracticables dans leſquels une pareille conſidération doit jetter, ſoit au peu que l'on connoît de la ſurface du globe terreſtre, en un mot, comme s'expriment les Geométres, au peu de *données* que l'on a pour réſoudre un tel Problême; on reconnoîtra ſans peine, que

que les recherches les plus profondes ſur cette matiere, doivent aboutir tout au plus à des réſultats fort vagues & fort imparfaits. Par conſéquent l'objet le plus étendu, & peut-être le ſeul qu'on puiſſe eſperer de remplir, c'eſt de déterminer les mouvemens de l'air, dans l'hypotheſe que la ſurface du globe ſoit entiérement réguliere, & que l'agitation de l'Atmoſphere provienne de l'attraction ſeule de la Lune & du Soleil.

J'avoue qu'après avoir réſolu ce Problême, on ſera encore bien éloigné de connoître d'une maniere certaine le cours & les loix des vents. Mais la plûpart des queſtions Phyſico-Mathématiques, ſont ſi compliquées, qu'il eſt néceſſaire de les enviſager d'abord d'une maniere générale & abſtraite, pour s'élever enſuite par degrés des cas ſimples aux compoſés. Si on a fait juſqu'ici quelques progrès dans l'étude de la nature, c'eſt à l'obſervation conſtante de cette Méthode qu'on en eſt redevable. Une Théorie complette ſur la matiere que nous traitons, eſt peut-être l'ouvrage de pluſieurs ſiécles; & la queſtion dont il s'agit, eſt le premier pas que l'on doive faire pour y parvenir. De nouvelles connoiſſances nous mettront en état d'en faire de nouveaux. Tâchons donc d'ouvrir, autant qu'il ſera en nous, l'entrée d'une route peu frayée juſqu'ici, & que nous ne devons pas eſperer devoir ſi-tôt applanie entiérement.

Pour embraſſer à la fois le moins de difficultés qu'il eſt poſſible, imaginons d'abord que le Soleil & la Lune ſoient

ſoient l'un & l'autre ſans mouvement, & que la Terre ſoit un globe ſolide en repos, couvert jusqu'à telle hauteur qu'on voudra d'un Fluide homogene, rare & ſans reſſort, dont la ſurface ſoit ſphérique; ſuppoſons de plus, que les parties de ce Fluide péſent vers le centre du globe, tandis qu'elles ſont attirées par le Soleil & par la Lune; il eſt certain, que ſi toutes les parties du Fluide & du globe qu'il couvre, étoient attirées avec une force égale & ſuivant des directions parallèles, l'action des deux Aſtres n'auroit d'autre effet que de mouvoir ou de déplacer toute la maſſe du globe & du Fluide, ſans cauſer d'ailleurs aucun dérangement dans la ſituation reſpective de leurs parties. Mais, ſuivant les loix de l'attraction, les parties de l'Hémiſphere ſupérieur, c'eſt-à-dire de celui qui eſt le plus près de l'Aſtre, ſont attirées avec plus de force que le centre du globe; & au contraire les parties de l'Hémiſphere inférieur ſont attirées avec moins de force: d'où il s'enſuit, que le centre du globe étant mû par l'action du Soleil ou de la Lune, le Fluide qui couvre l'Hémiſphere ſupérieur, & qui eſt attiré plus fortement, doit tendre à ſe mouvoir plus vîte que le centre, & par conſéquent s'élever, avec une force égale à l'excès de la force qui l'attire ſur celle qui attire le centre; au contraire, le Fluide de l'Hémiſphere inférieur étant moins attiré que le centre du globe, doit ſe mouvoir moins vîte; il doit donc fuir le centre, pour ainſi dire, & s'en éloigner avec une force à peu près égale à celle de l'Hemiſphere ſupérieur. Ainſi le Fluide s'élévera aux deux points opposés qui ſont dans la ligne par où paſſe le Soleil ou la Lune; toutes ſes parties accourront, ſi on peut s'exprimer ainſi pour s'approcher de ces points, avec d'autant plus de viteſſe qu'elles en ſeront plus proches. Transformons maintenant le Fluide, dont il s'agit, en notre Atmoſphere; il eſt évident que ce Flux ou ce tranſport de ſes parties produira ce que nous appellons *du vent*.

On peut expliquer par-là, pour le dire en paſſant,comment l'élévation & l'abbaiſſement des eaux de la Mer ſe fait aux mêmes inſtans dans les points oppoſés d'un même Méridien. Quoique ce Phenomene ſoit une conſéquence néceſſaire du ſyſtême de M. *Newton*, & que ce grand Geométre l'ait même expreſſément remarqué, cependant les Cartéſiens ſoutiennent depuis un demi-ſiécle, que ſi l'attraction produiſoit le Flux & Reflux, les eaux de l'Ocean, lorsqu'elles s'élévent dans notre Hémiſphere, devroient s'abbaiſſer dans l'Hémiſphere oppoſé. La preuve ſimple & facile que je viens de donner du contraire, ſans figure & ſans calcul, anéantira peut-être enfin pour toujours une objection auſſi frivole, qui eſt pourtant une des principales de cette Secte contre la Théorie de la gravitation univerſelle.

Les mouvemens de l'air & de l'Ocean, au moins ceux qui nous ſont ſenſibles, ne proviennent donc point de l'action totale du Soleil & de la Lune, mais de la différence qu'il qu'il y a entre l'action de ces Astres sur le centre de la Terre, & leur action sur le Fluide tant supérieur qu'inférieur; c'est cette différence que j'appellerai dans toute la suite de ce discours, action *Solaire* ou *Lunaire*. M. *Newton* nous a appris à calculer chacune de ces deux forces, & à les comparer avec la pesanteur. Il a démontré par la Théorie des forces centrifuges, & par la comparaison entre le mouvement annuel de la Terre & son mouvement diurne, que l'action Solaire étoit à la pesanteur, environ comme 1 à 12868200: à l'égard de l'action Lunaire, il ne l'a pas aussi exactement déterminée, parce qu'elle dépend de la masse de la Lune, qui n'est pas encore suffisamment connue; cependant, fondé sur quelques observations des marées, il suppose l'action Lunaire environ quadruple de celle du Soleil. Si on peut esperer de la connoître plus parfaitement, c'est sans doute en perfectionnant la Théorie du mouvement de la Lune; & je crois qu'il ne sera pas impossible de parvenir à cette découverte par une méthode fort simple, pourvû que les observations qui serviront d'élémens soient assez exactes. Mais ce n'est pas ici le lieu de m'étendre là-dessus (*)

(*) Voici en peu de mots l'idée de cette méthode. Pour trouver l'orbite apparente que la Lune décrit autour de la Terre, il faut non-seulement avoir égard à l'action de la Terre & du Soleil sur la Lune, il faut encore faire attention à l'action de la Lune sur la Terre; ou, ce qui revient au même, il faut supposer que la Lune, outre l'action que le Soleil exerce sur elle, soit encore tirée vers le centre de la Terre par une masse egale à celles de la Terre & de la Lune, prises ensemble. Donc connoissant par ex. la distance de la Lune apogée ou perigée, & sa vitesse, on pourra facilement exprimer la révolution périodique de la Lune par une formule ana-

Quoiqu'il en ſoit, lorsqu'on voudra déterminer l'effet de l'action réunie du Soleil & de la Lune, ou ſur l'Atmoſphere, ou ſur tout autre Fluide, dont on imaginera la Terre couverte, il ſuffira de trouver l'effet qui réſulte de l'action ſeule du Soleil. Car l'effet qui proviendra de l'action ſeule de la Lune, ſera toujours en rapport à peu près conſtant avec celui qui proviendra de l'action ſeule du Soleil, c'eſt-à-dire dans le rapport de l'action Lunaire à l'action Solaire. D'ailleurs, l'action Solaire étant très-petite par rapport à la peſanteur, elle ne doit changer que très-peu la figure du Fluide; par conſéquent l'action de la Lune, conſidérée indépendamment de celle du Soleil, doit être à peu près la même, ſoit quand elle eſt jointe, ſoit quand elle n'eſt pas jointe à celle du Soleil. Donc ſi on cherche d'abord l'effet ſeul de l'action Solaire, il ſera facile enſuite de connoître l'effet de l'action Lunaire, & de déterminer enfin par les principes connus de la Méchanique, l'effet compoſé qui réſultera de l'une & de l'autre. C'eſt pour cette raiſon que l'action Solaire ſera la ſeule dont nous parlerons dans la ſuite de ce diſcours.

Si le

---

lytique, dans laquelle il n'entrera d'inconnue que la maſſe de cet Aſtre. On égalera enſuite l'expreſſion tirée de cette formule, à celle de la révolution périodique qu'on aura par obſervation: par-là on connoîtra la maſſe de la Lune. Toute la difficulté eſt de ſavoir, ſi cette maſſe eſt aſſez conſidérable pour pouvoir être déterminée par une telle méthode. Or je trouve qu'en ſuppoſant l'action Lunaire quadruple de l'action Solaire, & l'Orbite de la Lune très-peu Elliptique, la maſſe de la Lune ſeroit à celle de la Terre, à peu près comme 1 à 45, & que l'action de la Lune ſur la Terre devroit accélérer la révolution périodique de plus d'un jour.

Si le Fluide, que l'action Solaire tend à élever n'étoit pas ſuppoſé d'une figure ſphérique, il pourroit ſe faire que cette action n'y produisît aucun mouvement. En effet, combinant l'action Solaire ſur chaque point de la ſurface, avec la force de la peſanteur qui agit vers le centre du globe, on réduira aiſément ces deux forces en une ſeule, dont on aura la direction; & ſi la figure du Fluide étoit telle, que cette direction fût par-tout perpendiculaire à la ſurface, on ſait par les principes de l'Hydroſtatique, que cette ſurface reſteroit alors en équilibre. Or comme les parties du Fluide tendent ſans ceſſe à l'état de repos, la figure dont il s'agit, eſt celle que ſa ſurface extérieure doit chercher à prendre, & pour ainſi dire, affecter: il faut donc s'appliquer d'abord à déterminer cette figure. On trouve par un calcul fort ſimple, qu'elle doit être à peu près une Ellipſe.

La ſolution de ce Problême, par laquelle je commence mon Ouvrage, & que j'ai rendue très-générale, eſt le terme où les Geométres en ſont reſtés jusqu'ici ſur cette matiere. Cependant il ne ſuffit pas dans la recherche préſente, de trouver la courbure que la ſurface du Fluide doit avoir pour reſter en repos: il eſt encore plus important de déterminer comment elle acquiert cette courbure, & ſuivant quelle loi doivent ſe mouvoir les parties du Fluide, lorsque l'action Solaire les agite. C'eſt une queſtion beaucoup plus difficile que la précédente; auſſi perſonne n'a-t-il encore ten-

)( )(3 té

té de la réſoudre; j'ai été obligé pour y parvenir, d'employer une méthode nouvelle, & de me ſervir d'un principe général, dont j'ai montré ailleurs l'étendue & l'uſage dans la Dynamique & l'Hydrodynamique.

Pour donner ici une légere idée de ce Principe, & de la maniere dont je l'ai appliqué à mon ſujet, je remarque, que ſi dans quelque ſituation donnée le Fluide n'eſt pas en équilibre, c'eſt que l'action Solaire eſt néceſſairement plus grande ou plus petite qu'il ne faut, pour qu'étant combinée avec la peſanteur, elle retienne les parties dans une direction perpendiculaire à la ſurface. Je partage donc la force ou l'action Solaire totale en deux autres, dont l'une ſoit capable de produire cet équilibre, & n'ait par conſequent aucun effet, tandis que l'autre partie eſt employée toute entiere à mouvoit le Fluide; par cette méthode, je démontre que le Fluide doit paſſer ſucceſſivement, de la figure ſphérique qu'il avoir d'abord, à différentes figures Elliptiques, dont l'un des axes s'allonge de plus en plus, tandis que l'autre diminue, &, ce qui eſt très remarquable, je trouve que le mouvement ſoit horizontal, ſoit vertical des parties du Fluide, peut être comparé à celui d'un pendule qu'on tireroit de ſon repos pour lui faire décrire de petits arcs circulaires. Or tout le monde ſait qu'un pendule, lorſqu'il eſt arrivé à ſon point de repos, paſſe au-delà en vertu de la viteſſe qu'il a acquiſe, pour retomber enſuite de nouveau: de même auſſi, lorſque la ſurface du Fluide, qui s'éloigne de plus en plus de la courbure

circu-

circulaire, a acquis la figure qu'elle auroit dû avoir pour rester en équilibre, elle doit néceſſairement paſſer au-delà de ce terme, & continuer à s'èlever d'une quantité à peu près égale à celle dont elle s'eſt déja élevée; après quoi le Fluide retombera & s'abbaiſſera: & ſi ce Fluide eſt de l'air, cette eſpece de Reflux produira un vent contraire à celui qui ſouffloit d'abord. Pour donner là deſſus un eſſai de calcul, je fais voir que dans le cas où l'air ſeroit homogene, & où le Soleil répondroit toujours au même point de l'Equateur, ceux qui habitent ſous ce grand cercle, devroient ſentir pendant environ 8 heures un vent d'Eſt, & enſuite un vent d'Oueſt pendant le même tems.

Il faut avouer cependant, que comme les oſcillations d'un pendule ceſſent aſſez promptement, de même auſſi ces oſcillations de l'air finiroient en fort peu de tems, ſi le Soleil ré. pondoit toujours au même endroit de la Terre. Mais puiſque cet Aſtre change continuellement de ſituation par rapport aux différens points de notre globe, ſon action ſur chaque particule de l'air doit varier ſans ceſſe, & par conſéquent elle doit produire ſans ceſſe du mouvement dans l'air, auſſi-bien que dans l'Ocean. Ainſi pour pouvoir mettre l'action Solaire au nombre des cauſes des vents, il faut néceſſairement y joindre le mouvement de la Terre: mais il faut auſſi remarquer, que ſi le mouvement de la Terre influe ſur les vents, c'eſt ſeulement en ce qu'il change la ſituation des parties de la Terre par rapport au Soleil. En effet, ni le

mouve-

mouvement annuel de la Terre, ni ſon mouvement diurne, ne peuvent produire par eux ſeuls aucun dérangement dans l'Atmoſphere : car le mouvement annuel eſt exactement le même dans toutes les parties de la Terre, il ne fait que transporter le globe terreſtre & l'air qui l'environne, comme ſi le tout enſemble formoit un ſeul corps ſolide; & à l'égard du mouvement diurne, il y a long-tems que toute la maſſe de l'air a acquis la figure de Sphéroide applati qu'elle doit avoir en vertu de ce mouvement, & qu'elle a peut-être eu dès ſon origine.

Il ſeroit aſſez facile de déterminer les vents occaſionnés par le mouvement vrai ou apparent du Soleil, ſi pour y parvenir, il ne s'agiſſoit que de chercher ſéparément la viteſſe & la direction de chaque particule de l'air: car il ſuffiroit alors d'employer les méthodes ordinaires pour trouver le mouvement d'un point qui eſt animé par une force accélératrice donnée. Mais la force accélératrice qui meut chaque particule de l'air n'eſt pas la même, que ſi cette particule étoit un point libre & unique. En effet, toutes les particules du Fluide, conſidérées comme des points iſolés & animés par la ſeule force attractive du Soleil, doivent avoir différentes viteſſes ſuivant la poſition où elles ſont par rapport à cet Aſtre: il faudroit donc, pour que ces parties puſſent former une maſſe continue, que le Fluide s'élevât en certains endroits & s'abbaiſsât en d'autres. Mais alors les colonnes les plus peſantes venant

venant à agir ſur celles qui le ſeroient moins, produiroient dans le Fluide un nouveau mouvement qui altéreroit ſon mouvement primitif.

Cependant, la denſité de l'air étant fort petite, on peut aiſément s'aſſurer que dans le cas préſent, la différence de peſanteur des colomnes ſeroit presque nulle; & comme l'effet qui devroit en réſulter, pourroit être anéanti par l'adhérence mutuelle des parties de l'air; j'ai cru qu'il ne ſeroit pas inutile de réſoudre d'abord le Problême ſous ce point de vûe, c'eſt-à-dire de regarder chaque particule de l'Atmoſphere comme un point unique & iſolé, en négligeant la différente peſanteur des colomnes. On trouve fort aiſément, que dans cette ſuppoſition il peut y avoir ſous l'Equateur un vent d'Eſt continuel. Mais ce Phenomene ſi ſingulier, devient une conſéquence encore plus immédiate des calculs, lorsqu'on enviſage la queſtion avec toutes ſes circonſtances, & qu'on a égard à l'action mutuelle des particules de l'air. On explique alors avec facilité par le ſecours d'une ſimple formule Geométrique, non ſeulement le vent d'Eſt de la Zône torride, mais encore les vents d'Oueſt des Zônes tempérées, & les violents ouragans, qui ſelon l'obſervation des Navigateurs, ſont fort fréquents entre les Tropiques à certaines latitudes.

Au reſte, quoique dans cette recherche j'aie ſuppoſé l'air homogene, ce qui eſt le cas le plus ſimple de la queſtion propoſée, cependant le Problême eſt ſi compliqué même dans ce cas, qu'il m'a paru difficile de le réſoudre ſans le ſecours du

)( )( )(principe

principe général, dont j'ai parlé plus haut: de plus, les équations analytiques auxquelles je ſuis arrivé, paroiſſent de nature à ne pouvoir être réſolues que par des approximations; mais ces approximations donnent des réſultats aſſez exacts, principalement pour les endroits qui ſont, ou proches des Pôles, ou peu éloignés de l'Equateur.

La détermination de la viteſſe du vent devient encore plus embarraſſante, lorſqu'on ſuppoſe l'Atmoſphere telle qu'elle eſt en effet, c'eſt-à-dire composée de couches qui ſe compriment les unes les autres par leurs poids, & dont la denſité diminue à meſure qu'elles s'éloignent de la Terre. Comme la loi ſuivant laquelle ſe fait leur compreſſion, eſt encore inconnue, j'ai cru devoir déterminer les vents dans le cas général où les denſités ſuivroient une loi quelconque, & j'ai joint à ma ſolution différentes remarques ſur la loi des denſités, qui eſt aujourdhui le plus généralement admiſe.

Jusqu'ici j'ai regardé la Terre comme un globe entiérement ſolide, dont la ſurface ſeroit unie, & immediatement contiguë à l'Atmoſphere. Mais l'Académie de Berlin demande expreſſément par ſon Programme, l'ordre & le cours des vents, dans le cas où la Terre ſeroit couverte d'un profond Ocean; & cette nouvelle condition ajoute au Probléme une difficulté très-conſidérable: car s'il eſt permis de négliger l'attraction mutuelle des parties de l'Atmoſphere, à cauſe de leur peu de denſité, il faut néceſſairement

ment avoir égard à celle que les particules fluides de l'Ocean exercent les unes ſur les autres, & ſur la maſſe d'air qui les couvre. D'ailleurs, les eaux de la Mer ſont agitées par le Soleil en même-tems que les parties de l'air; & cette circonſtance doit rendre les vents autres qu'ils ne ſeroient ſur une ſurface ſolide & inébranlable. Car il eſt facile de concevoir, que la viteſſe d'un Fluide dont le lit change continuellement de pente, doit être fort differente de celle que ce même Fluide auroit, s'il couloit ſur un fond ſtable & immobile. Auſſi la ſeule profondeur des eaux peut-elle changer dans certains cas la direction naturelle du vent, & transformer par ex. le vent général d'Eſt en un vent d'Oueſt, comme il arrive en quelques parages ſous la Zône torride même.

Néanmoins, en imaginant que le globe terreſtre fût entiérement inondé par l'Ocean, j'ai cru devoir donner aux eaux une hauteur aſſez peu conſidérable par rapport au rayon de la Terre. Car la maſſe du globe terreſtre, dans l'état où il eſt maintenant, eſt principalement composée de parties ſolides: or ces parties réſiſtent à l'action du Soleil par leur ſolidité même qui les empêche de changer de place les unes par rapport aux autres; & il eſt évident que dans le cas où la Terre deviendroit entiérement Fluide, le mouvement des eaux & de l'Atmoſphere, ſeroit bien différent de ce qu'il eſt en effet. C'eſt pourquoi, ſi on imagine le globe terreſtre entiérement couvert d'eau, il faut au moins le rapprocher le plus qu'il eſt poſſible de ſon état actuel, & ſuppoſer par conſéquent la pro-

profondeur de la Mer aſſez petite par rapport au rayon de la Terre, quoique toujours très conſidérable par rapport à celle des plus grands Fleuves.

Je ne dois pas omettre ici une obſervation eſſentielle. Il peut y avoir des cas ou le Fluide s'abbaiſſe ſous l'Aſtre qui l'attire, au lieu de s'élever; on rendra aiſément raiſon de ce paradoxe, ſi on conſidére, que le Fluide, étant une fois mis en mouvement, s'éléve, non-ſeulement par l'action de l'Aſtre, mais encore par la force d'inertie & par l'action mutuelle de ſes parties. Or la combinaiſon des ces forces peut être telle, que le Fluide au lieu de s'élever ſous l'Aſtre même, s'éléve à 90 degrés delà, & par conſéquent s'abbaiſſe audeſſous de l'Aſtre.

A cette obſervation, j'en joindrai une ſeconde qui n'eſt pas moins importante. Si la Terre étoit entiérement inondée par les eaux de l'Ocean, ces eaux pourroient auſſi-bien que l'air, former ſous l'Equateur un courant perpétuel, & ce courant ſeroit vers l'Eſt ou vers l'Oueſt, ſelon que la profondeur de la Mer ſeroit plus ou moins grande. Je ſai que proche des côtes un tel mouvement doit néceſſairement être détruit, & ſe changer en un mouvement d'oſcillation: mais je laiſſe au Lecteur à juger, ſi les courans les plus remarquables, ſur-tout ceux qu'on obſerve en pleine Mer, ne pourroient pas être attribués, au moins en partie, à l'action du Soleil & de la Lune, & à la différente hauteur des eaux; & ſi les oſcillations de la pleine Mer dans le ſens horizontal ne ſeroient pas l'effet de pluſieurs courans contraires.

Il me

Il me reſte à dire un mot de l'influence que le reſſort de l'air peut avoir ſur les vents. Comme les différentes couches de l'Atmoſphere ſont capables de dilatation & de compreſſion, & que l'action Solaire doit néceſſairement en élever certaines parties, tandis que d'autres s'abbaiſſent, il eſt certain que les différents points d'une même couche ſeront inégalement preſſés, & que cette couche ne conſervera pas exactement la même denſité ni le même reſſort dans toutes ſes parties. Mais quand on vient à déterminer la différence des preſſions ſur les points d'une même couche; on trouve cette différence ſi petite, que l'effet qui en réſulte, doit être très-peu conſidérable. Il eſt donc permis dans toute cette recherche de regarder chacune des couches de l'air, comme non élaſtique & d'une denſité invariable. Auſſi les obſervations du Barometre nous font-elles connoître, que le poids des différentes colomnes de l'Atmoſphere eſt fort peu altéré par l'action du Soleil & de la Lune.

On demandera ſans doute, pourquoi cette action qui éléve ſi fort les eaux de l'Ocean, ne produit pas une aſſez grande variation dans le poids de l'air, pour qu'on s'en apperçoive très-facilement ſur le Barometre? Nous pourrions en donner pluſieurs raiſons; mais la ſeule différence entre la denſité de l'air & celle de l'eau, fournit une explication très-ſenſible de ce Phenomene. Suppoſons que l'eau s'éléve en pleine Mer à la hauteur de 60 pieds: qu'on mette à la place de l'eau, quelque autre Fluide que ce ſoit, il eſt certain qu'il devra s'élever à une hauteur à peu près ſemblable; car ſi ce Fluide eſt plus ou moins denſe que l'eau de l'Ocean, l'action Solaire qui attire chacune de ſes parties, produira auſſi dans la maſſe totale une force plus ou moins grande en même proportion; par conſéquent la viteſſe & l'élévation des deux Fluides devront être les mêmes. Ainſi une colomne d'air homogene, d'une denſité égale à celui que nous reſpirons, s'éléveroit à hauteur de 60 pieds, & ſa hauteur varieroit de 120 pieds en un jour, ſavoir 60 pieds en montant, & 60 en deſcendant. Or le Mercure étant environ onze mille fois plus peſant que l'air d'ici bas, une différence de 120 pieds dans la hauteur de l'Atmoſphere ne doit faire varier le Barometre que d'environ 2. lignes. C'eſt à peu près la quantité dont on trouve qu'il doit hauſſer chaque jour ſous l'Equateur, dans la ſuppoſition que le vent d'Eſt y faſſe 8 pieds par ſeconde. Mais comme il y a une infinité de cauſes accidentelles qui font ſouvent hauſſer & baiſſer le Barometre de beaucoup plus de deux lignes en un jour, il n'eſt pas ſurprenant que les balancemens qui peuvent y être excités par l'action du Soleil & de la Lune, ne ſoient pas faciles à diſtinguer: j'exhorte pourtant les Obſervateurs à s'y rendre attentifs.

Il me ſemble que le Lecteur doit avoir maintenant une idée générale de mon travail ſur la queſtion propoſée par l'Académie de Berlin. Si ce travail laiſſe encore dans la Théorie des vents de l'obſcurité &de l'incertitude, c' eſt au moins avoir fait quelques progrès dans cette matiere, que

d'avoir

d'avoir donné les vrais principes dont elle dépend; principes, qui étant combinés avec les Expériences, nous conduiront ſans doute à des connoiſſances plus fixes & plus certains ſur l'origine, l'ordre & les cauſes des vents réguliers.

Cette conſidération m'a engagé à faire auſſi quelques recherches ſur le mouvement de l'air renfermé entre une chaîne de montagnes, quoique l'Académie de Berlin n'ait pas paru le demander. Je me ſuis contenté de ſuppoſer cette chaîne, ou ſur l'Equateur, ou ſur un paralléle, ou ſur un Méridien, parce que la nature du ſujet & les bornes qui m'étoient preſcrites, ne m'ont pas permis de m'engager dans un plus grand détail. Entre pluſieurs remarques ſinguliéres auxquelles le calcul m'a conduit, j'ai trouvé que l'air, ou en général tout autre Fluide, qui, par une cauſe quelconque, ſe mouvroit uniformément & horizontalement entre deux plans verticaux & paralléles, ne devroit pas toujours s'accélérer dans les endroits où ſon lit viendroit à ſe rétrecir; mais que ſuivant le rapport de ſa profondeur, avec l'eſpace qu'il parcourroit dans une ſeconde, il devroit tantôt s'abbaiſſer en ces endroits, tantôt s'y élever; que dans ce dernier cas, il augmenteroit plus ſa hauteur en s'élevant qu'il ne perdroit en largeur, & que par conséquent au lieu d'accélérer ſa viteſſe, il devroit au contraire la ralentir, puisque l'eſpace par lequel il devroit paſſer, ſeroit augmenté réellement au lieu d'être diminué.

Tels

Tels ſont en abrégé les principes & les points fondamentaux de la Diſſertation ſuivante. Pour les faire connoître plus à fond, il ſeroit néçeſſaire d'entrer dans des discuſsions plus profondes, qui ne pourroient être entendues que des ſeuls Geométres. Mais je ne dois pas manquer de répéter en finiſſant, que ſi le concurs des cauſes accidentelles peut occaſionner dans les vents une infinité de variations, & altérer même quelquefois l'action du Soleil & de la Lune jusqu'à la faire méconnoître, l'effet de cette action n'en doit pas moins ſuivre par lui-même un ordre invariable & conſtant. Approfondir & calculer cet effet, eſt l'unique but auquel il ſoit permis d'atteindre pour le préſent, & c'eſt auſsi la ſeule queſtion que j'aie tâché de réſoudre.

Cras vel atrâ
Nube polum Pater occupato,
Vel Sole puro; non tamen irritum
Quodcumque retrò eſt efficiet.

MEDITA-

MEDITATIONES
IN GENERALEM VENTORUM CAUSAM
IN QUIBUS TENTATUR SOLUTIO PROBLEMATIS
AB ILLUSTRISSIMA
ACADEMIA BEROLINENSI PROPOSITI.

Analysis Operis.

Quæstio ab illustrissima Academia proposita hæc est: *Invenire ordinem & legem, quam deberet sequi ventus, si terra undique profundo oceano circumdaretur: adeo ut pro quovis tempore & loco definiri possit venti directio ac velocitas.* Huic ut quæstioni responderem, saltem quantum rei natura ferre visa fuit, dissertationem sequentem composui, quæ in tres partes dividi potest.

Analysis partis Iæ. scilicet ab Art. 1. ad 39.

In hac prima parte supponitur terra esse globus solidus, nullis impeditus inæqualitatibus, coopertusque aëre ad modum raro, homogeneo & non elastico, quique in primo statu figuram sphæricam habeat. Supponuntur omnes hujusce fluidi partes urgeri a viribus, quæ ad axem perpendiculares sint & distantiis ab axe proportionales, & non solum determinatur (Art. 2) figura fluidi hinc oriunda, sed etiam inveniuntur (Art. 13) oscillationes partium fluidi, dum ex figura sphæriea quam primo habebat, ad novam figuram sphæroidicam transit; cujusmodi oscillationes nemo adhuc videtur calculo subjecisse. Idem deinde solvitur problema (Art. 28) supponendo, fluidum quod globo incumbit, esse homogeneum, sed non rarum, & attractionis materiæ rationem haberi,

His inventis, facile determinantur (Art. 33) oscillationes quas inire debuisset aër ex rotatione terræ circa suum axem, si primum aëris figura sphærica fuisset, inveniuntur pariter (ibid) aëris oscillationes ex actione solis & Lunæ oriundæ, si sol & luna immota manerent. Fatendum revera est, si sol & luna non moveantur, & rotetur terra circa suum axem, partes aëris, figuram quam ex hac tripla actione habere debent, brevi induturas, si eam ab initio non habuerint, proinde oscillationes, aut nullas fore, aut saltem parum diuturnas. Tamen de iis hic differere non inconsultum duxi, tum quod inde Theoria nova & curiosa nascatur, tum quod principia, quibus hæc Theoria superstruitur, hic applicatu facillima, maximæ ad sequentium intelligentiam utilitatis, aut etiam necessitatis esse debeant.

Analysis partis I^{dæ.} ab Art. 39 ad 89.

In hac parte IIa. inquiro motum aëris ex actione Luminarium motorum oriundum, ad hoc ut perveniam, suppono primum (Art. 39) terram esse globum solidum, circumdatumlamella aëris sive homogenei, sive heterogenei, cujus partes sibi mutuo in motibus suis nocere nequeant, & ab actione astri omnem accipiant motum quem possunt accipere, unde pro quovis loco definitur venti directio ac velocitas, explicaturque inter alia, quomodo fieri possit ut ventus sub æquatore perpetuus flet ab ortu in occasum. Deinde, cæteris ut antea, manentibus, globus solidus in globum fluidum mutatur (Art. 45) aut saltem in globum solidum fluido denso & attractivo coopertum, nempe aqua maris: determinaturque in ea hypothesi velocitas venti, quæ demonstratur

tur multum diverſa eſſe debere ab ea, quæ vento ſuper globum ſolidum ſlanti competit.

Inquiritur deinde (Art. 47 & ſeq.) velocitas venti, ſupponendo, ut revera eſt, partes aëris ſibi mutuo in motibus ſuis nocere, & determinatur primum (Art. 47) velocitas aëris rari & homogenei globo ſolido incumbentis. Probatur directionem venti in inſtanti quovis non multum deviare debere a plano verticali tunc per aſtrum tranſeunte, & per calculum ejus velocitas determinatur, quæ quidem ſub æquatore invenitur (Artic. 48) ſemper dirigi ab ortu in occaſum: oſtenditur (Art. 48 49 & 50), quod vehementer paradoxum eſt, plurimos eſſe caſus in quibus fluidum, vi attractionis motum ſub aſtro ſubſidere debeat, cum contra extolli debere videatur.

Quæſtio deinde generaliſſime ſolvitur (Art. 65) & determinantur æquationes ad inveniendam venti velocitatem ac directionem, non ſupponendo directionem venti eſſe inplano aſtri verticali; quæ quidem æquationes, licet valde ſint intricatæ atque compoſitæ, tamen plura ex iis, ad ventorum Theoriam utilia, deducuntur.

Poſtea (Art. 76) rurſus aſſumitur hypotheſis de directione venti inplano aſtri verticali, & determinatur venti velocitas, conſiderando terram ut globum ſolidum, coopertum I°. fluidi attractivi mole, aqua nempe maris, II°. fluido raro cujus partes denſitate inter ſe differant.

Analyſis partis IIIæ. ab Art. 89 ad finem.

In hac parte, nonnulla delibantur circa velocitatem venti, a montibus impediti: determinatur (Art. 89. n. I. II. III.) velocitas venti, ſub parallelo quolibet aut Meridiano, intra montium parallelorum ſeriem ſlantis, ſive montes illi ad uſque athmoſpheræ altitudinem extendantur, ſive non (Art. 89. n. IV): poſtea (Art. 89. n. V) exhibentur æquationes quarum ope haberi poſſit motus venti oſcillantis in ſpatio, montibus undique intercluſo; tandem (Art. 89. n. VI) tentantur

tur nonnulla circa velocitatem venti, intra feriem montium non parallelorum flantis; terminaturque hic articulus 89 (n. VII) per folutionem problematis haud inelegantis, quo inquiritur quænam effe deberet velocitas venti, pofito I°. terram ad planum æquatoris reductam effe aut, quod idem eft, æquatorem montibus altiffimis & parallelis effe circumdatum, II°. athmofphæram 1°. motus fui inftanti figuram quamlibethabere, modo a circulari parum differentem, III°. unicuique athmofpheræ parti, primo motus inftanti, velocitatem quamlibet imprimi, IV°. dari locum ex quo aftrum moveri incipit, & tempus ex quo movetur.

Monitum Differtationi præfigendum,

In totius operis curfu femper fuppofui, fluidum, aut fluida, five homogenea, five heterogenea, terræ incumbentia, altitudinis effe fatis parvæ refpectu radii terreftris. Id autem nec experientiæ adverfatur, (fiquidem aëris altitudo non ultra leucas pauciffimas fe extendit, altitudo autem maris media circiter ¼ mill. habetur) nec contradicit quæftioni ab Illuftriffima Academia propofitæ, qua affumitur terra profundo oceano cooperta; fiquidem pofita altitudine oceani, v. g. unius leucæ, oceanus licet profundiffimus parvæ tamen altitudinis foret, refpectu radii terreftris.

Parum rationis habui ad motum aëris ortum ex calore, quem fol in variis hujus partibus producit; cum enim caloris caufa & vis folis aërem calefaciens, tum in principio, tum in actionis ordine ac effectu prorfus fint incognitæ, inde nihil deduci poffe mihi vifum eft, unde *venti velocitas & directio pro quovis tempore & loco determinaretur*, ut Academia poftulat. Inquifivi igitur folam velocitatem aëris, ex ea actione folis ac lunæ natam, quæ in mare & athmofphæram agit attrahendo, cujusque quantitatem (quælibet hujus caufa fit) Newtonus definire docuit: quam denique Illuftriffimæ Academiæ programma, ut præci-

præcipuam ventorum caufam videtur indicare, his verbis; *le mouvement des vents ne feroit peut etre determiné que par ces troiscaufes, favoir le mouvement de la terre, la force de la lune, & l'activité du foleil. Comme ces trois chofes fuivent* un Ordre certain, *les effets qu'elles produifent, doivent auffy fouffrir des changemens dans un ordre femblable* His verbis, ce fallor, luna, quæ non poteft aërem calefacere, tamen indicari videtur ut venti caufa, faltem æqualis foli. Præterea poftulatur velocitas & directio venti oriunda ex caufis, quæ *ordinem certum* fequantur: quas inter caufas vis folis calefaciens non poffe recenferi videtur, quippe quæ *ordinem*, fi non incertum, faltem ignotum fequatur; fateor plurimos fuiffe authores qui præcipuam ventorum caufam a calefaciente folis actione oriri contenderunt: fed (præterquam quod actio hæc calefaciens fenfibilem non exerit effectum, nifi in aërem terræ vicinum, ur conftat experimentis fupra altiffimos montes factis) ideo tantum ab hac præcipue caufa ventum oriri contenderunt, quod iis aliter explicari non poffe vifus eft ventus orientalis perpetuus fub æquatore inter tropicos; nos vero ex fola attractione folis & lunæ deduci poffe ventum illum oftendimus (Art. 39. 48 &c.)

Ne tamen circa problema propofitum defiderari aliquod poffe videretur, nonnulla in finem differtationis fubjunxi (Art. 92) de aëris motu inveniendo, quatenus, a diverfarum hujus partium calore oriri poteft.

Elafticitatis autem aëris, faltem quatenus a folis & lunæ attractiva actione intendi aut remitti poteft, nullam, in ventis determinandis, rationem habendam effe demonftravi (Art. 37. n. 2.)

Quod attinet ad ventos irregulares, ex vaporibus, aut nubibus, aut terrarum fitu, aut ex aliis caufis prorfus incognitis oriundos; de iis nullam omnino mentionem feci, ut pote, quorum ordo & calculus, fatente illuftriffima Academia, exigi non poffit.

Antequam autem huic ce præfatiunculæ finis fit, inconfultum non duco ad monere, plurima huc & illuc paffim effe inferta, quæ licet ad quæftionem propofitam directe non pertineant, tamen ex folutionis quæftione nata, conducere poffe vifa funt five ad mechanicæ, five ad analyfeos, five ad hydrodynamicæ incrementum ac perfectionem, hujus modi inter alia funt, I°. quæ in Art. 30 circa terræ figuram exhibui, ubi circa hanc materiam paradoxa non nulla demonftrantur. II°. Examen (Art. 35 & 36) caufæ obquam actio folis & lunæ nullum in Barometro fenfibilem producat effectum, fimulque rationum quibus clariffimus Daniel Bernoulli, idem Phænomenon explicare conatus eft, in eleganti Tractatu de æftu maris. III°. Principium generale (not. (a) in Art. 13), ad omnia five Dynamicæ, five hydrodynamicæ Problemata folvenda, maximi futurum emolumenti. IV°. Annotationes (Art. 78), circa quantitates imaginarias, & methodus fingularis Art. 79 ex pofita, pro integrandis quibusdam æquationibus, ut & folutiones Problematum analyticorum Art. 86 & 88. hæc autem fere omnia, ab articulis abfolute neceffariis ftellula (*) diftinguere libuit, ne moram nimiam judicibus legendo injicerent.

Id unum jam reftat, ut cogitata hæc illuftriffimæ Academiæ judicio fubmittam, veniamque poftulem, fi hæc abfolute perficere & in debitum ordinem redigere mihi non licuerit, tum temporis anguftiis devincto, tum laboribus aliis, utinam non neceffariis, impedito atque diftracto.

Pro-

Propos. I$^{a.}$ Lemma.

1\. Sit Ellipseos quadrans gnd, qui a circulo quam parum differat. Dicatur semi-axis minimus Cg, r, differentia semi-axium, α, & sinus anguli gCn, z, pro sinu toto r. dico fore $Cn - Cg = \frac{\alpha zz}{rr}$ quam proxime. *Fig. 1.*

Descripto enim circulo $go\omega$, & ducta ordinata nKS, erit (ob triangula similia nKo, SnC) no seu Cn --- $Cg = \frac{nK \times nS}{nC} = \frac{\alpha . nS^2 .}{rr}$ Ergo &c,

Propos. II$^{a.}$ Problema.

2\. Detur globus solidus $PEpV$, conflatus ex variis superficiebus circularibus PEp, KeT, $OF\sigma$, solidis, & diversæ, si libuerit, densitatis: coopertus sit globus iste fluido homogeneo, & non elastico $DEPGIVpHD$; hujus fluidi particulæ omnes N sollicitentur a viribus quæ agant secundum NA parallele ad DC, quæ que sint sinubus respondentibus NS proportionales; urgeantur præterea partes fluidi versus centrum C, vi quæ sit ut functio quæcumque distantiæ, & longe majori quam est vis secundum NA. quæritur curvatura gnd, quam fluidi superficies induere debet ut sit in æquilibrio. *Fig. 2.* *Fig. 3.*

Patet I$^{o.}$ curvam gnd esse quam proxime circularem; II$^{o.}$ gravitatem secundum nC in puncto quovis n, assumi posse pro constante, te, & ſupponi $= p$; III°. vim ortam ex gravitate p ſecundum n C, & vi data ſecundum n A, perpendicularem eſſe debere ad curvam $g\,n\,d$ in n. IV°. ſi appelletur Φ vis in d, parallela & reſpondens ipſi vi ſecundum n A, erit vis ſecundum n A (hyp) $= \frac{\Phi z}{r}$; unde vis ſecundum $nv =$ quam proxime $\frac{\Phi z \sqrt{rr-zz}}{rr}$; quare deſcripto circulo $g\,o\,\omega$, erit, ob æquilibrium, $p : \frac{\Phi z \sqrt{rr-zz}}{rr} :: \frac{r\,dz}{\sqrt{rr-zz}} : d\,(no)$ quam proxime; proinde $no = \frac{\Phi zz}{2pr}$. Ergo Cn — Cg $= \frac{\Phi zz}{2pr}$. Quamobrem (Art. 1) curva $g\,n\,d$ eſt Ellipſis, cujus axium differentia $\alpha = \frac{\Phi r}{2p}$.

Coroll. I.

3. Ut habeatur linea Gg, ſeu diſtantia inter punctum G circuli GND, & ſuperficiem $g\,n\,d$, advertendum eſt (a) ſolidum per GND $\omega\,g$ æquale eſſe debere ſolido per $g\,d\,\omega\,g$. Porro ſi appelletur $2n$ ratio circumferentiæ ad radium & Gg, k, ſolidum prius eſt $k.\,2nrr$ quam proxime; poſterius vero æquale eſt valori ipſius $\int \frac{\Phi zz}{2pr}$

$\times\, 2nz$

(a) Per hæc verba, *ſolidum per* G N D ω g, & ſimilia, deinceps intelligam ſolidum, revolutione figuræ GND ω g circa CP generatum.

$\times\ 2nz \times \frac{r\,dz}{\sqrt{rr - zz}}$ quando $z = r$, hoc eſt $\frac{\Phi.\ 2nr^3}{3p}$. Erit ergo $k = \frac{\Phi r}{3p}$......(I)

Scholium I.

4. Patet quantitatem k non debere eſſe majorem ipſa GP, ſive, facta $GP = \varepsilon$, non debere eſſe $\varepsilon < \frac{\Phi r}{3p}$: ſecus eveniret, ut fluido ad æqvilibrium compoſito, aliqua ſuperficiei PE pars nuda remaneret, nec eadem eſſe deberet ſolutio præcedens.

Scholium II.

(*)

5. Si quæratur quænam eſſe debeat ſolutio problematis in caſu, quo k invenitur major quam GP, fiat $GP = \varepsilon$, aſſumaturque, ob calculi facilitatem, ε quantitas parva reſpectu ipſius r: deinde fluidum in ſtatu æquilibrii ſupponatur pervenire ad ſitum $g\delta E$, adeo ut pars Pg ſuperficiei globi ſolidi fluido nudetur: eritque (facta $E\delta = y$, er $gV = z'$) $y = \frac{\Phi r}{2p} \times \frac{r^2 - z'^2}{r^2} = \frac{\Phi r}{2p} \times \frac{CV^2}{CP^2}$, pariter invenietur $NO = \frac{\Phi}{p} \times \frac{OL^2 - gV^2}{2r} = \frac{\Phi}{p} \times \frac{z^2 - z'^2}{2r}$: Unde ſolidum per $gN\delta E$ reperietur (aſſumpta z' conſtante) = ſolido per $gECV$, multiplicato per $\frac{\Phi}{p}$, detracta quantitate $\frac{\Phi n.\ CV.\ gV^2}{p}$. Porro ſolidum per $gN\delta E$, æquale eſſe debet ſolido per GNDEG ſeu $\varepsilon.\ 2nrr$. erit ergo $\varepsilon.\ 2nrr = \frac{\Phi}{p} \times \left[\frac{r}{3}.\ 2nr\sqrt{(rr - z'z')} + \right.$ *Fig. 4.*

$n z' z'$

$\frac{n z' z'}{3} V(rr - z'z') - n z' z' V(rr - z'z') \Big]$. Unde habebitur $2 \varepsilon rr = \frac{2 \Phi}{3p} (rr - z'z')^{\frac{3}{2}}$ seu $\frac{3 p \varepsilon rr}{\Phi} = CV^3$. Innotescet igitur pars Pg superficiei globi, quæ fluido nudari debet, cum autem CV non possit esse major ipsa r, sequitur problema non posse solvi, nisi in casu quo $\frac{3 p \varepsilon}{\Phi}$ non est major ipsa r, *h. e.* in casu quo ε non est major ipsa $\frac{\Phi r}{3p}$. Quæ Propositio inversa est articuli IV[i] præcedentis.

Coroll. 2.

Fig. 3. 6. Iisdem jam positis ac in artic. 3, erit Nn seu Gg -- nO $= \frac{\Phi}{p}\left(\frac{r}{3} - \frac{zz}{2r}\right)$ & solidum per GN$ng = \int \frac{\Phi}{p}\left(\frac{r}{3} - \frac{zz}{2r}\right) \times 2 n z \times \frac{r\,dz}{V(rr - zz)} = \frac{\Phi n z z V(rr - zz)}{3p}$.

Coroll. 4.

7. Quapropter si quæratur punctum v tale, ut sit solidum per $n v m$ M $=$ solido per G N n g, capienda est nv talis, ut sit $\frac{nv.\ 2nz.\ r}{3} \times \left(1 - \frac{CP^3}{CG^3}\right) = \frac{\Phi n zz V rr - zz}{3p}$. Unde si fiat CP $= \rho$, erit $nv = \frac{\Phi r^3}{p} \times \frac{z V rr - zz}{2r(r^3 - \rho^3)}$.

Scho-

Scholium III$^{um.}$

8. Si altitudo GP fluidi, reſpectu radii CP parva ſit, alia methodo perfacili obtineri poteſt ſuperficiei $g n d$ natura, nempe ſupponendo columnas duas Mn, $m v$, eſſe ſibi invicem infinite propinquas, & ad vertendo, exceſſum ponderis columnæ $m v$ ſupra Mn, æquari vi particulæ Mm ſecundum Mm, unde erit quam proxime $p . d (n o) = \frac{r d z}{\sqrt{(r r - z z)}} \times \frac{\varphi z \sqrt{(r r - z z)}}{r r} = \frac{\varphi z d z}{r}$, ut in artic. 2.

Scholium IV$^{um.}$

(*)

9. Si parva non ſit Pg reſpectu ipſius CP, tunc in æſtimanda ponderis columnarum $m v$, Mn, differentia, negligi non poteſt vis ſecundum MN agens, orta ex vi $\frac{\varphi z}{r}$ ſecundum NA; proinde vis particulæ Mm ſecundum Mm tunc noneſt æqualis ipſi $p . d (n o)$; ſiquidem $p . d (n o)$ tunc haberi nonpoteſt pro exceſſu ponderis columnæ $m v$ ſupra columnam n M.

Scholium V$^{um.}$

10. Iisdem poſitis ac in articulo 8; Patet fore exceſſum ponderis columnæ Ed ſupra Pg quam proxime æqualem ipſi $\frac{\varphi r}{z}$.

Coroll. 4.

11. Si fiat in art. 7, $r - \rho = \varepsilon$ & ponatur ε admodum parva reſpectu ipſius r, erit $n v = \frac{z \sqrt{(r r - z z)}}{6 \varepsilon} \times \frac{\varphi}{p}$. Unde liquet li-

neam

neam nv non poſſe eſſe parvam reſpectu ipſius r (ut in artic. 7 tacite ſaltem ſuppoſuimus) niſi ſit $\frac{\varphi r}{6 \varepsilon p}$ quantitas parva, quare poſita ε admodum parva reſpectu ipſius r, debet eſſe φ multo minor reſpectu ipſius $6p$, quam ε reſpectu ipſius r.

Coroll. 5.

12. Si per punctum quodvis γ lineolæ Gg, deſcribatur curva *Fig. 5.* γIi, quæ lineas Gg, Nn, in data ratione ſecet, h. e. ita ut ſit ubique NI ad Nn ut $G\gamma$ ad Gg; evidens eſt.

1°. Si nv ſit parva reſpectu r, rectam Nv in eadem fere ratione ſecari in i, qua Nn in I; quapropter fore $Mm : M\mu :: Nn : NI :: Gg : G\gamma$.

2°. Solidum per $G\gamma IN$ fore quoque ad ſolidum per $GgnN$ ut $G\gamma$ ad Gg; unde ſolidum per $G\gamma IN$ erit $=$ ſolido per $Ii\mu M$, ſiquidem ſolidum per $Ii\mu M$ eſt ad ſolidum per $nvmM$ (æquale ſolido per $GgnN$) ut $M\mu$ ad Mm, ſive ut $G\gamma$ ad Gg.

3°. Sinum complementi anguli fere recti gnC, eſſe ad ſinum complementi anguli fere recti γIC, ut Gg ad $G\gamma$, ſive ut Mm ad $M\mu$; proinde ſi conſiderentur anguli in I & i ut æquales, fore ſinum complementi anguli in i ad ſinum complementi in n ut $M\mu$ ad Mm, quam proxime.

Propos. III[a] Problema.

13. Iiſdem poſitis ac in Art. 2, quæritur quomodo & quibus gradibus fluidi G D E P ſuperficies ſphærica G N D perveniat in ſitum gnd, ſeu, quod idem eſt, quæritur lex motus maſſæ G D E P, dum pervenit in gdEP.

Ut

Ut facilior fiat calculus, assumemus ut in articulis 9, 10, 11, ε valde parvam respectu r, & ϕ adhuc multo minorem respectu $6p$. his concessis, dico supponi posse sine errore sensiblili, 1o. fluidi columnam NM pervenire in νm, describente puncto N lineam $N\nu$, & puncto M lineam Mm. 2o. vim acceleratricem, quæ agit tum in punctum M, tum in punctum N perpendiculariter ad NM, esse, in quovis puncto μ lineæ $M\mu$, ad vim $\frac{\phi z \sqrt{rr - zz}}{rr}$ ut $m\mu$ ad Mm. 3o. Eodem tempore quo punctum N pervenit in i, aut in ν, pervenire punctum G in γ aut in g, & punctum D in δ aut in d, superficiemque GND mutari in $\gamma\iota\delta$, aut gnd

Harum suppositionum primam admitti posse inde patet, quod, cum puncta N & M sint (hyp) sibi invicem admodum propinqua, eorum velocitas perpendicularis ad NM, eadem fere esse debeat; & præterea ob rationes alias infra dilucidius patebit. * * *Vide art. 19.*

Jam vero ut 2a. & 3a. supprositio legitimæ esse demonstrentur, supponamus revera eas esse legitimas, & videamus quid inde sequatur. Advertendum ergo, cum pervenit punctum N in i, & punctum M in μ, fore (descripta ut in art. 12 curva γ I) solidum per $G\gamma IN =$ solido per $Ii\mu M$. Præterea vis totalis quæ punctum N aut i perpendiculariter ad radium sollicitat, est $\frac{\phi z \sqrt{rr - zz}}{rr}$. Quare si vis acceleratrix supponatur $\frac{\phi z \sqrt{(rr - zz)} \cdot m\mu}{rr\, Mm}$, evidens est vim residuam fore $\frac{\phi z \sqrt{(rr - zz)} \cdot M\mu}{rr \cdot Mm}$.

Atqui, si legitimæ sint suppositiones ambæ, quas nunc ad examen revoca-

revocamus 1°. hæc vis reſidua talis eſſe debet, ut nullum in punctis μ & i motum producat (a), ſiquidem, (hyp) ex vi totali $\frac{\Phi z V(rr-zz)}{rr}$ pars ſola $\frac{\Phi z V(rr-zz) \cdot m\mu}{rr\,\mathrm{M}m}$ ad movenda puncta i & μ impenditur 2°. tempus ad percurrendam Mμ aut Mm inſumtum

(a) Generale mechanicæ principium hoc eſt: *Si corpus velocitate* a *moveri tendat, velocitate vero* b *revera moveatur, propter obſtaculum, aut cauſam aliam quamlibet; poteſt ſupponi velocitas* a *compoſita ex velocitate* b *& alia* c, *eaque velocitas* c *talis eſſe debet, ut ſi ſola corpori impreſſa fuiſſet, manentibus iisdem circumſtantiis, corpus quietum permanſiſſet.* (Hoc principio nituntur leges motus corporis oblique in planum incurrentis, velocitas enim abſoluta a qua moveri tendit, dum planum percutit, componitur ex velocitate b plano parallela, qua corpus revera movetur poſt ictum, & velocitate c ad planum perpendiculari, quæ annihilatur, quæque, ſi ſola egiſſet, nullum in corpore produxiſſet motum.) Proinde ſi velocitas b ſit ejusdem directionis cum velocitate a, velocitas a poterit conſiderari ut compoſita ex b & $a-b$, propter $b+a-b=a$; ergo ſi ſolam velocitatem virtualem $a-b$ habuiſſet corpus, debuiſſet quietum permanere, jam vero ſi corpus A moveatur ſecundum AG in linea PAD, vi acceleratrice reali $=\pi$, ſimulque ſecundum AP ſollicitetur vi $=$ F, quæ propter cauſam quamlibet in π mutetur, dico corpus illud A ſi ſecundum AP urgeretur vi $=\mathrm{F}-\pi$, in quiete permanſurum. Sit enim u velocitas corporis A in A ſecundum AG inſtanti quovis; inſtanti ſequente dt, ſi nihil obſtaret, velocitas ejus foret $u+\mathrm{F}\,dt$; ſed velocitas illa (hyp) eſt revera $u+\pi\,dt$; porro velocitas $u+\mathrm{F}\,dt = u+\pi\,dt+\mathrm{F}\,dt-\pi\,dt$, h. e componitur ex velocitate $u+\pi\,dt$ & velocitate $\mathrm{F}\,dt-\pi\,dt$ ſecundum AG; quare, ex principio generali, velocitas $\mathrm{F}\,dt-\pi\,dt$ talis eſſe debet, ut ſi ſola corpori A imprimeretur, corpus illud nullum haberet motum; ſeu, quod eodem recidit, corpus A, ſecundum AG ſollicitatum vi $=\mathrm{F}-\pi$, debet eſſe in æquilibrio. Igitur in præſente hypotheſi, punctum i aut μ, ſollicitatum vi $\frac{\Phi z V(rr-zz) \,.\, \mathrm{M}\mu}{rr \,.\, \mathrm{M}m}$ debet in æquilibrio permanere, ſiquidem vis F hic

Fig. 6.

=

ptum pendere non debet a situ puncti M in circulo P M E; nam siquidem ex hypothesi, omnia ipsius G N puncta eodem momento transeunt in $\gamma\iota\delta$, nempe eo tempore, quo punctum N transit in i, tempus illud idem esse debet pro punctis omnibus N, h. e. tempus quo M m percurritur, pendere non debet a situ puncti M. Videamus ergo utrum ex vi $\frac{\Phi z \sqrt{(rr-zz)}.M\mu}{rr.Mm}$ perpendiculariter ad $i\mu$ agente nullus revera oriatur motus, & præterea utrum tempus per M μ aut Mm, idem sit pro omnibus punctis M.

Est (art. 2) sin. compl. anguli $g\,n$ C ad sinum totalem, ut $\frac{\Phi z \sqrt{rr-zz}}{rr}$ ad p; & (art. 12) sin. compl. anguli $\gamma\iota$ C ad sin. compl. anguli $g\,n\,C$, ut M μ ad M m. Ergo sinus complementi anguli $\gamma\,i$C erit ad sinum totalem ut $\frac{\Phi z \sqrt{(rr-zz)}.M\mu}{rr.Mm}$ ad p; proinde vis in puncto i, orta ex

---

$= \frac{\Phi z \sqrt{(rr-zz)}}{rr}$; vis $\pi = \frac{\Phi z \sqrt{(rr-zz)}.m\mu}{rr.Mm}$; proinde F $-\pi$ $= \frac{\Phi z \sqrt{(rr-zz)}.M\mu}{rr.Mm}$.

Hinc (quod ad sequentium intelligentiam maxime advertendum) si corpus non secundum AP sed secundum AD motum supponeretur, & vis ejus acceleratrix π foret secundum A D, agente semper vi F secundum A P, foret $u + \pi\,dt$ velocitas ejus realis instanti dt, & $u - \mathrm{F}\,dt$, velocitas quam habere debuisset, si nullum impedimentum obstitisset. Porro est $u - \mathrm{F}\,dt = u + \pi\,dt - \mathrm{F}\,dt - \pi\,dt$; unde si imprimeretur corpori A velocitas sola $- \mathrm{F}\,dt - \pi\,dt$, secundum AD, seu, quod idem est, si ageret in corpus A vis sola F $+ \pi$ secundum AP, corpus illud in æquilibrio stare deberet.

ex gravitate p verſus C, & vi $\frac{\Phi z \sqrt{(rr - zz)} . M\mu}{rr . Mm}$ perpendiculari ad $i\mu$, erit ad curvam $\gamma\, i$ C in i perpendicularis, ergo nullus ex vi $\frac{\Phi z \sqrt{(rr - zz)} . M\mu}{rr . Mm}$ orietur motus.

Jam vero, ſiquidem eſt Mm (art. 11) $= \frac{\Phi z \sqrt{rr - zz}}{6 \epsilon p}$, & vis acceleratrix in M $= \frac{\Phi z \sqrt{rr - zz}}{rr}$, patet vim in M fore ubique proportionalem diſtantiæ a puncto m; quare tempus per M m erit idem pro omnibus punctis M, ut & tempus per Mμ, quia Mμ eſt ubique ad M m in ratione conſtanti Gγ ad G g.

Ergo legitimæ ſunt 2ª. & 3ª. ſuppoſitio. *Q. E. Inv.*

Coroll. I.

14. Si corpus vel punctum M urgeatur verſus punctum m, vi acceleratrice, quæ in diverſis punctis μ, ſit $= \frac{F . m\mu}{Mm}$; geometris notum eſt, fore (appellata Mm, β; $m\mu$, x, facto que tempore in percurrenda Mμ inſumpto $= t$) $dt = \frac{- dx \sqrt{\beta}}{\sqrt{F} . \sqrt{(\beta^2 - x^2)}}$. Quare tempus totum in percurrenda Mm inſumptum erit ad tempus ϑ, quod corpus, gravitate p animatum, in percurrenda linea data a inſumeret, ut $\frac{n \sqrt{\beta}}{2 \sqrt{F}}$ ad $\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{p}}$, ſignificante ſemper $2\,n$ rationem circumferentiæ ad radium. Ergo ſi ſubſtituatur pro Mm (β) hujus valor $\frac{\Phi z \sqrt{rr - zz}}{6 \epsilon p}$ & pro F,

hujus

hujus valor $\frac{\Phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr}$, invenietur tempus in percurrenda Mm insumptum $= \frac{\theta n r}{4\sqrt{3 a \varepsilon}}$.

Res est admotum notatu digna, quod tempus in percurrenda Mm insumptum, a vi Φ nullo modo pendeat, sed tantum ab r & e. atsi, rem propius consideremus, mirum illud videri non debet, quando quidem linea M$m = \frac{\Phi z \sqrt{(rr - zz)}}{6 \varepsilon p}$ proportionalis est ipsi vi $\frac{\Phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr}$, secundum M$m$.

Coroll. 2.

15. Patet, punctum M, cum in m pervenit, hic non quieturum, sed ultra versus m' pergere debere, describendo lineam $mm' =$ Mm; tum ex m' in m, & inde in M perventurum, & sic eundo ac redeundo oscillationes initurum, quæ quidem æternum forent duraturæ, nisi ob tenacitatem & frictionem partium fluidi paulatim languesceret motus, tandemque extingueretur, quiescente puncto M in m, & fluido in statu $g\,d$E P stante.

Erit ergo tempus unius oscillationis de M in m', $= \frac{\theta n r}{2\sqrt{3 a \varepsilon}}$, & tempus duarum oscillationum $= \frac{\theta n r}{\sqrt{3 a \varepsilon}}$.

Coroll. 3.

16. Generatim erit dt ad θ ut $\frac{-dx\sqrt{\mathrm{G}}}{\sqrt{\mathrm{F}}.\sqrt{\mathrm{G}^2 - x^2}}$ ad $\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{p}}$;

h.e.

h. e. $\frac{2\,dt\sqrt{3\,a\,\varepsilon}}{\theta\,r} = \frac{-dx}{\sqrt{6^2 - x^2}}$; proinde, assumpto c pro numero cujus logarithmus est unitas, erit $c^{\frac{2\,t\sqrt{3\,a\,\varepsilon}\sqrt{-1}}{\theta\,r}} =$

$\frac{x + \sqrt{(xx - 6^2)}}{6}$. Ergo $\frac{x}{6} = \frac{c^{\frac{4t\sqrt{3a\varepsilon}\sqrt{-1}}{\theta r}} + c^{\frac{-4t\sqrt{-3a\varepsilon}}{\theta r}}}{2}$.

Quare $M\mu = \frac{\Phi z\sqrt{rr - zz}}{6Ep} \times$

$$\left[1 - \frac{c^{\frac{4t\sqrt{3a\varepsilon}}{\theta r}\sqrt{-1}} - c^{\frac{-4t\sqrt{3a\varepsilon}}{\theta r}\sqrt{-1}}}{2}\right]$$

$\& \; N I = \frac{\Phi}{p}\left(\frac{r}{3} - \frac{zz}{2r}\right) \times$

$\left[1 - \frac{c^{\frac{4t\sqrt{3a\varepsilon}}{\theta r}\sqrt{-1}} - c^{\frac{-4t\sqrt{3a\varepsilon}}{\theta r}\sqrt{-1}}}{2}\right]$, siquidem

est NI ad $M\mu$ ut $Nn = \frac{\Phi}{p}\left(\frac{r}{3} - \frac{zz}{2r}\right)$ (art. 6) est ad $Mm =$ $\frac{\Phi z\sqrt{rr - zz}}{6\varepsilon p}$.

Coroll. 4.

17. Jam probavimus lineam $N\nu$ esse directionem particulæ N. angulum autem $IN\nu$ determinare facile est, siquidem sunt Nn & $n\nu$ cognitæ (art. 6 & 11); proinde in puncto quovis i facile habebitur velocitas fluidi absoluta secundum $N\nu$.

Coroll. 5.

Coroll. 5.

18. Quod attinet ad directionem & velocitatem absolutam punctorum inter N & M jacentium, hæc sequenti modo determinabitur. Descripto, per punctum quodvis L lineæ GP, circulo L R V, assumatur $L\lambda = \frac{Gg \times LP}{GP}$, & describatur curva λqu talis, ut sit ubique $Rq : Nn :: L\lambda : Gg$: rursus, facta $Ll = \frac{G\gamma \times LP}{GP}$, per punctum l describatur curva lro, in qua sit ubique $Rr : NI :: Ll : G\gamma$, jam vero erit solidum per $G\gamma IN$ ad solidum per $LlrR$, ut $G\gamma$ ad Ll (propter GP respectu r parvam) h. e. ut GP *ad* LP; est autem solidum per $Ni\mu M$ ad solidum per $Ro\mu M$, ut NM ad RM sive ut GP ad LP, Quare cum sit solidum per $Ni\mu M$ = solido per $G\gamma IN$, erit solidum per $LlrR$ = solido per $Ro\mu M$. ergo veniente puncto N in i, veniet punctum R in O, & ejus velocitas secundum Rr, erit ad velocitatem puncti N secundum NI, ut Ll ad $G\gamma$, sive ut LP ad GP; proinde cum eadem sit velocitas punctorum R & N, parallela ad Mm, facile habebitur motus absolutus puncti R secundum RO. *Fig. 7.*

Schol. I^um.

19. In solutione problematis præcedentis demonstravimus vim $\frac{\varphi z \sqrt{rr - zz}.\, M\mu}{rr.\, Mm}$ talem esse, ut in puncto i, cum gravitate p versus C æquilibrium faciat; demonstrare etiam potuissemus particulam fluidi $M\mu$, hac sola vi animatam, in æquilibrio futuram fuisse cum columnis IM, μi, seu potius cum differentia ponderis istarum columnarum; si hanc viam iniissemus, invenissemus $\frac{\varphi z \sqrt{(rr - zz)}.\, m\mu}{rr.\, Mm}$,

 (quæ

(quæ exceſſus eſt vis ſollicitatricis $\frac{\Phi z V(rr-zz)}{rr.}$ ſupra $\frac{\Phi z V(rr-zz).M\mu}{rr.Mm}$) pro valore vis acceleratricis puncti M; qui valor præciſe æqualis eſt valori jam definito vis acceleratricis agentis in punctum N parallele ad M*m*. Unde denuo confirmatur prima ſuppoſitio in Prop. III. art. 13. facta, quod nempe eadem ſit velocitas punctorum M & N, parallela ad M*m*, quam velocitatem deinceps *horizontalem* vocabo.

Id unum contra hanc hypotheſin objici poſſe ſuſpicor, quod, cum ſit linea *vm* L N M, difficulter concipi queat, quomodo lineæ N M puncta omnia in *vm* perveniant, at I. cum lineæ N M & *vm* quam parum inter ſe differant, error ex earum differentia exurgens in determinando motu punctorum lineæ N M, quam minimus eſſe debet. II. Hypotheſis noſtra plane ſimilis & analoga eſt illi, quam huc usque aſſumſerunt ſcriptores omnes H*yd*raulici, nempe, fluidi ex vaſe verticali figuræ cujuslibet erumpentis, particulas omnes in eadem horizontali recta poſitas eundem habere motum verticalem: quæ hypotheſis experientia abunde confirmatur, & eidem tamen difficultati obnoxia eſt, quam nunc perpendimus. III. Adjici-ne liceret, (ſed hæc leviter conjector) fluidi particulas in linea N M ſitas, conſiderari forſan poſſe, ut globulos elaſticos, qui ſuam tantillum figuram immutent, ut ſpatium *vm* occupent. Sint nempe N M, G T columnæ duæ infinite ſibi propinquæ; perveniat N M in *vm* & G T in S*t*; patet eſſe debere ſolidum per N M T G = ſolido per *v* S *t m*. Unde, cum ſit *vm* minor quam N M, baſis poſterioris ſolidi debet eſſe major baſi prioris in eadem ratione: ſupponi ergo forſan poteſt globulos elaſticos prius ſolidum occupantes fieri tantillum ſphæroidales, ut poſterius ſolidum occupent, diminuta paululum diametro ſecundum N M, extenſa vero ſecundum M*m*.

Fig. 8.

Cæte-

Cæterum, iſta de particularum fluidi figura & elaſticitate hypotheſis (quam rurſus ut levem conjecturam haberi precor) nihil contrarium habet experimento, quo aqua incompreſſibilis evincitur, nam, v. *g*. globulus elaſticus eburneus, ictu vel minimo figuram immutans, preſſione immenſa comprimi non poteſt.

Schol. II.

(*)

20. Si altitudo N M fluidi, parva non ſit reſpectu radii C M, tunc ſupponi non licet eandem eſſe punctorum N & M velocitatem horizontalem, in ſolo enim caſu quo arculus M *m* ſenſibiliter non differt ab arculo concentrico cujus radius C *n*, admitti poteſt vim quæ in M æquilibrium facit cum columnis N M, *v m*, æqualem eſſe vi quæ in *n* cum gravitate æqui ponderat (art. 9), in aliis caſibus eadem non eſt punctorum M & N vis acceleratrix (ſiquidem vires acceleratrices punctorum M & N ſunt exceſſus quibus vis $\frac{\Phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr}$ ſuperat vires cum gravitate æqui ponderante): proinde eadem non debet eſſe punctorum M & N velocitas horizontalis. *Fig. 8.*

Suſpicabitur forſan aliquis, velocitates horizontales punctorum M & N, poſſe ſaltem eſſe inter ſe ut radios C N, C M, eo in caſu quo G P, eſt parva reſpectu ipſius C P. Quod ſi revera eſſet, puncta N & M eandem horizontaliter velocitatem angularem haberent, motusque eorum determinari haut difficulter poſſet, ut autem ſuſpicio hæc omnino tollatur, demonſtrabimus velocitates horizontales punctorum N & M non eſſe accurate ad invicem, ut radios C N, C M, in eo caſu quo G P eſt maxime parva reſpectu C P; unde facile concludetur eas velocitates, in aliis caſibus non inter ſe ut radios.

Cum vis N A, quatenus secundum C N agit, sit $\frac{\Phi zz}{rr}$, partes columnæ N M singulæ sollicitantur vi $= p - \frac{\Phi zz}{rr}$, & præterea punctum quodvis o secundum O N movetur (art. 18) vi $= \frac{\Phi\left(\frac{r}{3} - \frac{zz}{2r}\right).6\varepsilon}{rr} \times \frac{m\mu}{Mm} \times \frac{MO}{MN}$. Manifestum est ergo, facta $MO = x$, pondus puncti o versus M fore * $p - \frac{\Phi zz}{rr} - \frac{\Phi.6\varepsilon\left(\frac{r}{3} - \frac{zz}{2r}\right)}{rr} \times \frac{m\mu}{Mm} \times \frac{x}{\varepsilon}$. Unde pondus columnæ OM $= px - \frac{\Phi zzx}{rr} - \frac{3\Phi\left(\frac{r}{3} - \frac{zz}{2r}\right)}{rr} \times \frac{xx.m\mu}{Mm}$, & pondus totum columnæ I M $= p.IM - \frac{zz.\varepsilon}{rr} - \frac{3\Phi\varepsilon\varepsilon.m\mu\left(\frac{r}{3} - \frac{zz}{2r}\right)}{rr.Mm}$. Unde differentia inter pondus columnarum duarum vicinarum est $pd(IM) - \frac{2\Phi z dz.\varepsilon}{rr} + \frac{3\Phi\varepsilon\varepsilon.m\mu.z dz}{Mm.r^3}$. Porro si puncta N & M eandem haberent velocitatem angularem, foret vis acceleratrix ipsius M $= \frac{\Phi z\sqrt{rr-zz}}{rr}$ ×

* *Not. (a) in art. 13.*

$\times \frac{CM}{CN} \times \frac{m\mu}{Mm}$; & vis quæ cum gravitate p æquilibrium facere deberet, foret $= \frac{\Phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr} \times \frac{r - \varepsilon}{r} \times \frac{M\mu}{Mm}$; quæ multiplicata per $Mm = \frac{r\,dz}{\sqrt{(rr-zz)}} - \frac{\varepsilon\,dz}{\sqrt{(rr-zz)}}$, debet esse $=$ differentiæ ponderis duarum columnarum vicinarum IM, $i\mu$. porro, est $pd(IM)$ seu $p\,(i\mu - IM) = \frac{\Phi z dz . M\mu}{r . Mm}$, quare deberet esse $\frac{M\mu}{Mm} \times \frac{-2\Phi\varepsilon z dz}{rr} = \frac{3\Phi\varepsilon\varepsilon . m\mu . z dz}{Mm . r^3} - \frac{2\Phi\varepsilon z dz}{rr}$; quod est impossibile.

Si, præter vim secundum NA ageret etiam altera vis secundum NC, proportionalis distantiæ puncti N à C, (quod quidem ex l. I. princ. Math. prop. *66*, locum habet, ubi vis secundum NA oritur ex actione corporis cujus vis longe distantis, & in massam DCG agentis); eo in casu facile etiam demonstrabitur eandem non fore velocitatem angularem punctorum M & N; nam cum expressio vis illius quæ agit secundum NC, nec contineat z, nec Mm, nec $M\mu$, nec $m\mu$, facile intelligitur æquationem, quæ in casu præcedente locum habere non potuit, quæque (in præsente casu) conservat quantitates $\frac{M\mu}{Mm} \times \frac{-2\Phi\varepsilon z dz}{rr}$ & $\frac{3\Phi\varepsilon\varepsilon . m\mu . z dz.}{Mm . r^3} - \frac{2\Phi\varepsilon z dz}{rr}$, locum habere non posse etiam in hypothesi de qua nunc agitur.

Scho-

Schol. IIIum.

Fig. 3. 21. Si vis, quam in puncto N ſecundum NA agere ſuppoſuimus, ageret ſecundum NB ipſi GC parallelam, & proportionalis foret ſinui anguli NCE, ſeu coſinui anguli NCG, tunc id tantum in calculis omnibus præcedentibus mutandum foret, ut ſubſtitueretur $-\Phi$ pro Φ, deſignante tunc Φ, vim in G ſecundum CG; ſiquidem vis quæ puncta N & M in directione horizontali ad motum ſollicitat, tunc erit $\frac{-\Phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr}$. In hoc caſu, ellipſeos gnd, major axis erit Cg, minor vero Cd, negativæ que fient lineæ Gg, Dd, Mm, Nn, NI, &c. reliquis, ut antea, permanentibus.

Propos. IVa. Lemma.

Fig. 6. 22. Sit ſphærois elliptica, revolutione Semi-Ellipſeos gdk circa minorem ſuum axem gk, generata; dico I. attractionem quam ſphæroidis maſſa exercet in punctum quodvis n ſecundum nR, fore æqualem attractioni quam in punctum N exercet ſphærois, ſphæroidi gdk ſimilis, & ejuſdem denſitatis, cujus axis minor foret 2CS & centrum C. IIo. Attractionem quæ idem punctum n urgeret ſecundum nS, fore æqualem attractioni, quam in punctum R exerceret ſphærois, ſphæroidi gdK ſimilis, & ejuſdem denſitatis, cujus centrum C, & axis major 2CR.

Hæc propoſitio a Clar. Mac-Laurin demonſtrata eſt, in præclara diſſertatione de fluxu ac refluxu maris.

Coroll. I.

23. Habebitur ergo attractio in n, ſi determinetur quantitas attractionis in R & S, a ſupra dictis ſphæroidibus productæ; at harum attra-

attractionum prior. (Cor. 3. prop. 91. l. 1. princ. Math.) eſt ad attractionem in d, ut CR ad Cd; poſterior vero eſt ad attractionem in g, ut CS ad Cg. Ergo huc redit quæſtio, ut determinentur attractiones in g & in d.

Coroll. 2.

24. Quo ſimplicior fiat calculus, aſſumemus Ellipſin $g\,d$K a circulo $g\,\delta$ K quam parum differentem hoc poſito, ut determinetur quantitas attractionis in g; ſit Cg vel C$\delta = r$, $\frac{d\,\delta}{Cg} = \frac{\alpha}{r}$, gS$=x$, $2n$ ratio circumferentiæ ad radium, δ denſitas ſphæroidis, ſeu ratio maſſæ ad volumen; notum eſt, attractionem ſphæræ in g, eſſe $\frac{4\,n\,r^3\,\delta}{3 \cdot r^2}$ $= \frac{4\,n\,r\,\delta}{3}$, cui quantitati (ut definiatur attractio ſphæroideos) addendus eſſe valor ipſius $\int \frac{2\,n\,d\,x.\,\delta.\,x.\,(2\,r\,x - x\,x).\,\alpha}{r.\,(2\,r\,x)^{\frac{3}{2}}}$, quando $x = 2\,r$, h. e. $\frac{16\,n\,\alpha\,\delta}{15}$. Ergo attractio in S ſecundum SC, ſeu in n ſecundum nR, erit $\frac{CS}{Cg} \times \left(\frac{4\,n\,r\,\delta}{3} + \frac{16\,n\,\alpha\,\delta}{15}\right)$.

Quod attinet ad attractionem in d; ut hæc inveniatur, obſervabimus cum clariſſimo Daniele Bernoulli ſectiones ſphæroidis ad Cd perpendiculares, eſſe ellipſes generatrici ſimiles, quarum ratio ad circum ſcriptos circulos ſit $\frac{r}{r + \alpha} = 1 - \frac{\alpha}{r}$ quam proxime, quamobrem ſi fiat dR $= x$, attractio in d erit æqualis attractioni globi ſphæroidi circumſcripti, nempe $\frac{4\,n\,\delta}{3}\,(r+\alpha)$ detracto valore ipſius $\int \frac{n\,\alpha\,dx\,(2rx-xx)}{r.\,(2rx)^{\frac{3}{2}}}$ quando $x = 2r$, h. e. $\frac{8\,n\,\alpha\,\delta}{15}$.

Ergo attractio in n ſecundum $nS = \frac{CR}{Cd} \times \left(\frac{4\,n\,\delta}{3} + \frac{12\,n\,\alpha\,\delta}{15}\right)$ q. proxime h. e. = quam proxime $\frac{CR}{Cg} \times \frac{4\,n\,\delta\,r}{3} - \frac{\alpha.\,CR}{r.\,Cg^2} \times \frac{4\,n\,\delta\,r}{3} + \frac{CR}{Cg} \times \frac{12\,n\,\alpha\,\delta}{15}$.

Quare, exiſtente z ſinu anguli gCn, & ſinu toto r, erit attractio in punctum n agens perpendiculariter ad Cn, = quam proxime $\frac{CR.\,CS.\,\alpha}{Cg^2.\,r} \times \frac{4\,n\,\delta\,r}{3} + \frac{4\,n\,\alpha\,\delta}{15} \times \frac{CS.\,CR}{Cg^2} = \frac{4\,n\,\delta\,r}{3} \times \frac{6\,\alpha}{5\,r} \times \frac{z\sqrt{rr-zz}}{rr}$.

Coroll. 3.

25. Attractio igitur ſphæroidis, quæ in punctum n agit perpendiculariter ad Cn, eſt cœteris paribus, ut differentia α axium.

Scholium.

26. Si oblongata eſſet ſphærois, tunc eſſet α negativa, & attractio in n agens perpendiculariter ad Cn, ad partes g eſſet directa.

Propos. V^a. Lemma.

Fig. 5. 27. Si (ut in art. 12) per punctum quodvis γ lineolæ Gg deſcribatur curva $\gamma I \delta$, talis, ut ſit ubique $Nn : NI :: Gg : G\gamma$, dico

dico hanc novam curvam $\gamma I \delta$ fore Ellipſin cujus axium differentia erit ad α, ut $G\gamma$ ad Gg.

Nam ſiquidem $Cn = Cg + \frac{\alpha zz}{rr}$ (art. 1) & nI (hyp) $= \frac{Nn \times g\gamma}{Gg} = \frac{(Cg + gG - Cn) \times g\gamma}{Gg} = \left(gG - \frac{\alpha zz}{rr}\right) \times \frac{g\gamma}{gG} = g\gamma - \frac{\alpha zz . g\gamma}{rr . gG}$; erit $CI - C\gamma = Cg + \frac{\alpha zz}{rr} + g\gamma - \frac{\alpha zz}{rr} \times \frac{g\gamma}{Gg} - Cg - g\gamma = \frac{\alpha zz . G\gamma}{rr . Gg}$. Ergo $C\delta - Cg = \frac{\alpha . G\gamma}{Gg}$. Q.E.D.

Propos. IV$^{a.}$ Problema.

28. Iisdem poſitis ac in propoſitione III. (art. 13) quæritur motus fluidi GDEP, ſupponendo attractionem mutuam tum in fluidi, tum in globi ſolidi particulis.

I. Attractio quam globus ſimul & fluidum exercent in punctum n perpendiculariter ad Cn, eadem eſt quæ foret, ſi globus ſolidus eſſet homogeneus, & ejuſdem cum fluido denſitatis δ, quia nempe attractio globi perpendicularis ad Cn nulla eſt.

II. Ut inveniatur ſuperficies fluidi gnd in æquilibrio ſtantis, ſcribenda eſt in calculis artic. 2. & ſequentium, pro φ. quantitas $\varphi + \frac{4 n \delta . 6\alpha}{3 . 5r}$; &, ſi fiat $CP = \varrho$, ponaturque $\frac{4 n \Delta \varrho}{3} =$ attractioni globi ſolidi ſecundum nC, erit $\varphi + \frac{4 n \delta . 6\alpha}{3 . 5r} = \varphi \times \frac{6\alpha}{5} \times$

$p \times \frac{4n\delta r}{4n\delta r \times (4n\Delta - 4n\delta)\varrho}$. Ergo $\alpha = \frac{r}{2} \times \left[\frac{\Phi}{p} + \frac{4n\delta . 6\alpha}{5(4n\delta r + 4n\Delta\varrho - 4n\delta\varrho)} \right] = \frac{\Phi r}{2p\left(1 - \frac{3n\delta r}{5(n\delta r + n\Delta\varrho - n\delta\varrho)}\right)}$

III. Habebitur proinde motus fluidi, ſi in calculis articulorum 13. 14. & ſequentium, ponatur pro Φ, quantitas $\frac{\Phi}{1 - \frac{3n\delta r}{5(n\delta r + n\Delta\varrho - n\delta\varrho)}}$ (quæ, propter r fere $= \varrho$, reducetur ad $\frac{\Phi}{1 - \frac{3\delta}{5\Delta}}$).

Etenim cum ſit complementum anguli in I ſeu i, ad complementum anguli in n, ut $G\gamma$ ad Gg, ſeu ut $M\mu$ ad Mm, & vis quæ in n cum gravitate p æquilibrium facit, ſit $\frac{\Phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr.\left(1 - \frac{3\delta}{5\Delta}\right)}$; vis quæ in i cum gravitate p æquilibrium facere debet, debet eſſe æqualis $\frac{\Phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr\left(1 - \frac{3\delta}{5\Delta}\right)} \times \frac{G\gamma}{Gg}$.

Atqui re ipſa hæc vis hunc habet valorem, etenim vis quæ agit in punctum n perpendiculariter ad Cn, compoſita eſt ex attractione perpendiculari ad Cn, & vi $\frac{\Phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr}$, harumque

que virium summa est $\frac{\phi z (\sqrt{rr - zz})}{rr \left(1 - \frac{3\delta}{5\Delta}\right)}$. Porro attractio in n est ad attractionem in I seu i, (art. 25) ut Cd -- Cg a d $C\delta$ -- $C\gamma$, hoc est (art. 27) ut Gg ad $G\gamma$; vis vero $\frac{\phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr}$ in n est ad vim respondentem in I seu i, ut Gg ad $G\gamma$. Ergo, attractionis in I & vis illius quæ vi $\frac{\phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr}$ in n respondet, summa est $\frac{\phi z \sqrt{(rr - zz)}}{rr \left(1 - \frac{3\delta}{5\Delta}\right)} \times \frac{G\gamma}{Gg}$. Q. E. D.

Coroll. 1.

29. Hinc quæcumque ab art. 2. usque ad 22. demonstrata sunt, huic casui possunt applicari, in quo fluidi partes se invicem attrahere supponuntur, scripta tantum $\frac{\phi}{1 - \frac{3\delta}{5\Delta}}$ pro ϕ.

Coroll. 2.

(*)

30. Siquidem differentia axium, in attractionis hypothesi, est $\frac{\phi r}{2p \left(1 - \frac{3\delta}{5\Delta}\right)}$, evidens est differentiam illam posse esse respe-

ctu ipsius r satis magnam, nempe si non sit $\frac{\phi}{2p\left(1-\frac{3\delta}{5\Delta}\right)}$ admodum parva quantitas: imo differentiam illam fieri infinitam eo in casu ubi est $3\delta = 5\Delta$, sed notandum, iis in casibus ubi differentia axium respectu r non est satis parva, non valere calculos articuli 28, & præcedentium, in quibus α respectu r ad modum parva supponitur.

Præterea, si sit $1 - \frac{3\delta}{5\Delta}$ negativa quantitas, tunc differentia axium negativa evadit, h. e. sphærois fit oblongata circa axem C P, & valent laudatorum articulorum calculi, modo parum oblongata sit sphærois.

Atque hinc (quod obiter tatum monebo) facile intelligitur quomodo fieri potuisset, ut terra fuisset oblongata ex rotatione circa suum axem, si primum sphærica fuisset, & composita ex duabus partibus, sphæricis una solida & altera fluida, quarum densitates Δ & δ fuissent inter se in minori ratione quam 3 ad 5.

Id quidem satis paradoxum videri potest, quod talis esse queat densitas fluidi G P E D, ut a viribus secundum N A agentibus, fluidum in D subsidere cogatur, in G vero extollatur, sed meditanti facile apparebit multos esse casus in quibus axis sphæroidis major non possit esse $c\,d$, nam cum sit necessario $\alpha = \frac{r}{2} \times \left(\frac{\phi}{p} + \frac{6n\delta.\alpha}{5.(n\delta r - n\delta\varrho + n\Delta\varrho)}\right)$ seu $\alpha = \frac{\phi r}{2p} + \frac{3\alpha\delta}{5\Delta}$, manifestum

est

eſt quantitatem α poſitivam eſſe non poſſe, ſi ſit $\frac{3\alpha\delta}{5\Delta} > \alpha$, h. e. $\frac{3\delta}{5\Delta} > 1$.

Quare talis eſſe poteſt ratio denſitatum δ & Δ, I. ut fluidum etiam a vi quam minima ſecundum N A agente extollatur quam plurimnm in D, II. ut ab eadem vi deprimatur quam plurimum in eodem puncto D.

Si nucleus interior, quem huc uſque ſphæricum ſuppoſuimus, eſſet ſphærois elliptica, cujus ſemi axium differentia α', ſuppoſita ſemper altitudine fluidi maxime parva reſpectu radii r, eſſet attractio horizontalis puncti cujus vis n fluidi, $= \left[\frac{4n\delta r}{3}.\frac{6\alpha}{5} + \frac{4n\Delta - 4n\delta}{3} \times \frac{6\alpha'}{5}\right] \times \frac{z\sqrt{(rr-zz)}}{rr}$ unde invenietur.

$$\alpha = \frac{r}{2} \times \left[\frac{\varphi}{p} + \frac{4n\delta.\,6\alpha + (4n\Delta - 4n\delta)6\alpha'}{5.\,4n\Delta r}\right]$$

$$= \frac{\frac{\varphi r}{2p} + \frac{3\alpha'}{5}\left(\frac{\Delta-\delta}{\Delta}\right).}{1 - \frac{3\delta}{5\Delta}}$$

Quare etiamſi compreſſus ſit nucleus interior, poterit eſſe ſphærois oblonga, ſi $1 < \frac{3\delta}{5\Delta}$, & ſi $\varphi + \frac{6p\alpha'}{5r}\left(\frac{\Delta-\delta}{\Delta}\right)$ ſit poſitiva quantitas. Generatim, ſive nucleus interior compreſſus ſit, ſive oblongatus, h. e. ſive ſit α' poſitiva quantitas, ſive negativa, erit ſphærois fluida exterior compreſſa aut oblongata, prout fractionis præcedentis termini duo, erunt ejusdem ſigni, aut diverſorum ſignorum.

Ergo

Ergo, ſi terra eſſet sphærois oblonga, neceſſarium non foret recurrere cum non nullis authoribus ad nucleum interiorem ſphæroidalem & oblongatum; poſſet enim eſſe nucleus iſte interior compreſſus, & nihilo minus terra eſſe verſus polos oblongata.

Coroll. 3.

31. Ex præcedenti articulo ſequitur, data, v. g. elevatione aquarum maris a ſola vi ſolis aut lunæ, aut a vi ſolis & lunæ conjunctim, dataque harum virium unaquaque, aut etiam amborum ſumma, poſſe ſemper determinari relationem inter δ & Δ qua fiat ut aquæ maris datam elevationem conſequi poſſint, quæ quidem inter δ & Δ relatio aliunde cognoſci non poſſe videtur. Inde concludetur quænam foret gravitas orta ex attractione globi ſolidi, qui ejusdem denſitatis foret, ac aqua maris.

Newtonus, quærendo elevationem aquarum maris ex unica vi ſolis oriundam, invenit eam duorum circiter pedum, ſupponendo globum terraqueum eſſe omnino fluidum; ſed altitudinem iſtam multo majorem, & obſervationibus magis conſentaneam inveniſſet, ſi profunditatem maris reſpectu terræ radii quam minimam aſſumpſiſſet v. g. $\frac{1}{4}$ mill., ſimulque ſuppoſuiſſet denſitatem partium ſolidarum eſſe a denſitate aquæ diverſam. Quare, ut altitudo aquæ maris ex ſolis ac lunæ vi oriunda, obſervationibus reſpondeat, neceſſe non videtur confugere ad hanc hypotheſin, quod terra componatur ex infinitis fluidis diverſæ denſitatis ſibi invicem incumbentibus; quam quidem hypotheſin in ſequentibus attente perpendemus: * ſufficit ut admittatur, partes terræ ſolidas eandem cum aqua maris denſitatem non habere.

* *Vide art. 36.*

Scho-

Scholium generale.

32. Si ſuperficies P E, G D circulares non eſſent, ſed tantum proximæ circulo, iidem pro inveniendo fluidi motu fieri deberent calculi ac antea, modo ſuperficies G N D talis ſit, ut, abſtrahendo ab actione vis Φ, ſit in æquilibrio: lineæ nempe N i, N n, G g, G γ, M m, M μ, eædem ſemper remanebunt: Sola angulorum in n & I complementa, minuentur aut augebuntur complemento anguli G N n; at ſimul vires quæ in i & n cum gravitate æquilibrare debent, in qualibet hypotheſi minuentur aut augebuntur, vi quæ in N agit normaliter ad C N, quæque, poſito ſuperficiei G N D æquilibrio, anguli G N C complemento proportionalis eſſe debet, quæ quidem obſervatio locum habet, tum in ſyſtemate gravitatis verſus unum centrum, tum in ſyſtemate attractionis partium materiæ. Etſi hæc demonſtratione indigere non videantur, tamen ex principiis infra ponendis diluciſiſſime probari poterunt. * *Fig. 5.*

* *Vide art. 62.*

Corollarium generale.

33. Ex his quæ hactenus demonſtrata ſunt, facile deduci poteſt, venti velocitas & directio, in quocumque terræ loco, ſupponendo. I. Aerem eſſe fluidum homogeneum, rarum nec elaſticum: II. Terram quam undique circum fluit eſſe globum ſolidum, ſeu parum a globo differentem. III. Terram cum ambiente aere, circa axem ſuum gyrari. IV. Solem & lunam nullum reſpectu centri terræ motum habere, & in aeris maſſam attrahendo agere.

Advertetur primum, cum aer maxime rarus ſupponatur, nullum ex attractione particularum aeris ſenſibilem effectum naſci debere, ſiquidem vis $\frac{\varphi}{1 - \frac{3\delta}{5\Delta}}$, censenda est $= \varphi$, quando δ minima est respectu Δ.

Jam vero ut determinetur primum ventus, ex sola terræ rotatione ortus, facile patet, ventum illum alternatim a borea versus austrum & ab austro versus boream flare debere, tempusque, quo unam oscillationem peragit, a sola aeris altitudine pendere, ut ex art. 14 concluditur.

Ut leve calculi specimen offeramus, supponatur altitudo aeris (in præsente homogeneitatis hypothesi) $= 850 \times 32^{\text{ped}}$; siquidem aer terræ propior 850 circiter vicibus rarior est quam aqua, & aeris columnæ totali æqui ponderant aquæ 32 pedes. Erit ergo (art. 14) tempus per M $m = \frac{\theta n r}{4 \sqrt{3 a \varepsilon}} = 1^{\text{sec.}} \times \frac{180.57060 \times 6}{4\sqrt{3.15.850.32}}$, quia scilicet, ponendo $\theta = 1^{\text{sec.}}$ est $a = 15^{\text{ped.}}$; estque præterea $n r =$ 180 grad. terrest. $= 180 \times 57060 \times 6^{\text{ped.}}$ porro $1^{\text{sec.}} \times \frac{180.57060.6}{4\sqrt{3.15.850.32}} = 1^{\text{diei}} \times \frac{616248000}{4 \times 302276571}$; hic est valor temporis per M m.

Et tempus per M m' seu tempus unius oscillationis $= 2^{\text{dieb.}} \times \frac{616248000}{4 \times 302276571}$.

Jam si abstrahendo a motu terræ & a vi lunæ, quæratur ventus oriundus ex vi solis perpendiculariter & immobiliter stantis in quem-

quemvis globi locum, evidens eſt, ventum in quovis loco fieri ſemper debere in plano circuli per ſolem & centrum terræ transeuntis, & alternatim in contrarias partes excurrere tempore $= 2^{\text{dieb.}} \times \frac{616248000}{4 \times 302276571}$. Eadem, mutatis mutandis, de luna dici debent.

Nunc vero, ſi componantur inter ſe motus aeris, orti ex rotatione terræ circa ſuum axem, ex vi ſolis, & ex vi lunæ, habebitur in quovis loco directio & velocitas venti pro inſtanti quovis. Nam ſiquidem aeris figura parum mutatur ex actione uniuscujusque harum virium ſeparatim agentium, ſequitur, eundem quam proxime aeris motum eſſe debere, ex his tribus cauſis ſimul agentibus oriundum, qui ex ſeparatis motibus componeretur, * jam vero notandum eſt.

* *Vide art.* 62.

I. Si ſolis & lunæ actio, cum rotatione terræ circa ſuum axem incipere ſupponantur, directionem venti ſemper fore in data linea recta, & alternatim in oppoſitos ſenſus tempore jam definito: contra vero, ſi hæ tres cauſæ eodem momento agere non incipiant, directionem venti continuo variari.

II. Tempus oſcillationum venti ab his cauſis nonpendere, licet ab iisdem cauſis venti vis abſoluta pendeat.

Schol. I.

34. Silentio prætermittendum non eſt, methodum corollarii præcedentis ſatis accuratam fortasſis non eſſe in determinando vento, qui ex terræ rotatione oriri poteſt; ſiquidem ut nimis a vero non aberret hæc methodus, debet eſſe (art. 11) $\frac{\phi r}{6 \varepsilon p}$ quantitas ſatis par-

va; Porro cum ſit $\phi = \frac{p}{289}$, $\varepsilon = 850.\ 32^{\text{ped.}}$ $r =$ $19695539^{\text{ped.}}$ erit $\frac{\phi\, r}{6\, \varepsilon\, p} = \frac{19695539}{6.\ 289.\ 850.\ 32} = \frac{19695539}{46586800}$, quæ quantitas forſan ſatis parva non eſt, ut ſolutio pro ſatis accurata habeatur.

Quod autem attinet ad ventum ex vi ſolis oriundum, locum non habet eadem difficultas, nam vis ϕ, ut patet ex princ. Math. Philoſoph. natur. l. 3, eſt $\frac{3 S r}{d^3}$ (a), exiſtente S maſſa ſolis, d ejus diſtantia a terra, ſeu a terræ centro; at cum vires centrales ſeu centrifugæ ſint inter ſe in ratione compoſita ex radiis directe, & quadrato temporum periodicorum inverſe, erit $\frac{S}{d^2} : \frac{p}{289} :: \frac{d}{(365)^2} : \frac{r}{1}$ unde $\frac{3\, S r}{d 3} = \frac{3\, p}{289.\ (365)^2}$, proinde $\frac{\phi r}{6\, \varepsilon\, p} = \frac{19695539}{2.\ 289\ (365)^2.\ 850.\ 32}$, quæ quantitas ſatis parva eſt; quod attinet ad lunam, ejus vis, juxta Newtonum, vis ſolaris circiter quadrupla eſt; unde etiam $\frac{\phi\, r}{6\, \varepsilon\, p}$ eſt pro luna, ſatis parva quantitas.

Scho-

(a) Hic & in ſequentibus omnino negligitur ea vis, orta ex actione aſtri, quæ agit ſecundum N C, quæque (Princ. Math. l. 3) eſt quam proxime $\frac{S.\ N\, C}{d\ 3}$; quia nempe hæc vis, reſpectu gravitatis p, nulla cenſeri debet, exiſtente N C fere æquali radio C P.

Schol. II.

35. Maxime advertendum, in actionis solaris hypothesi, differentiam inter pondus duarum aeris columnarum a se invicem 90 gradibus distantium, esse (art. 10) $\frac{3Sr}{d3} \times \frac{r}{2} \times \delta$, posita δ pro densitate aeris terræ vicini, proinde hæc differentia $= \frac{3p.\ 19695539}{2.\ 289.\ (365)^2} \times \delta$. at, cum sit densitas mercurii ad densitatem aeris, circum circa ut 850×14 ad I, erit $\frac{3p \times 19695539}{2 \times 289.\ (365)^2} \times \delta$ ad pondus 27 mercurii pollicum, nempe $p \times 850 \times 14 \times \delta \times \frac{27}{12}$, ut $\frac{3 \times 19695539}{2 \times 289.\ (365)^2}$ ad $\frac{27}{12} \times 850 \times 14$. Ergo quæsita differentia æqualis est ponderi unius mercurii pollicis multiplicato per quantitatem $\frac{36 \times 19695539}{2.\ 289.\ (365)^2.\ 850.\ 14}$, h. e. æqualis ponderi $\frac{709039404}{6878200 \times 129985}$ partium pollicis mercurii, quæ quidem quantitas observatione percipi non potest, notandum præterea differentiam inter pondus duarum columnarum a se invicem 90 gradibus distantium, semper esse æqualem huic quantitati $\frac{3Sr^2\delta}{2d3}$, sive aer homogeneus sit, sive ex variis partibus diversæ densitatis compositus, & altitudinis cujuscumque. Quare generatim affirmare possumus, non mirum esse, si actio solis & lunæ nullum in Barometro sensibilem edant effectum.

Scho-

Schol. III.

(*)

36. Clarisſimus Daniel Bernoulli in eximio tractatu de fluxu & refluxu maris, longe aliam affert rationem, cur actio ſolis & lunæ nullum in Barometro ſenſibilem effectum producat. Juxta illuſtris hujus Geometræ calculum, actio unica ſolis, differentiam magis quam 20 linearum in Barometro producere deberet, ſi aer noneſſet fluidum elaſticum, ſed cum aer ſit elaſticus, presſio ejus, juxta celeberrimum authorem, in omnibus terræ locis æqualis eſſe debet. Quare altitudo mercurii in Barometro, ab actione ſolis & lunæ ſenſibiliter mutari non poteſt.

Fig. 3. At I. dubitari forſan poſſet, utrum ab elaſticitate aeris neceſſario ſequatur presſio æqualis in omnes terræ partes, ut enim fluidum elaſticum, cujus partes, exempli cauſa, ſecundum N A trahuntur, in æquilibrio ſubſiſtat, ſufficere videtur ut preſſio in M, v. g. ſit æqualis elaſticitati ejus fluidi particulæ quæ eſt in M. quemadmodum in aere cujus partes ſibi mutuo incumbunt, ſufficit ut reactio ſuperficiei cujus vis ab elaſticitate orta, æqualis ſit ponderi incumbenti; nec neceſſe eſt ut preſſio ad quamlibet altitudinem eadem ſit. II. Etiam ſi concederetur æqualitas preſſionis ab elaſticitate aeris orta, ſaltem videtur poſſe dubitari, utrum in aere cujus partes a vi ſolis continuo diverſe agitantur, preſſio in omnem terræ ſuperficiem unico momento ita diffundi queat, ut ſit ubique æqualis. Quare ſi clariſſimi Geometræ calculos ſequamur, non impoſſibile videtur, ut Barometrum per diem unamquamque, ſenſibilem patiatur variationem.

Sed, ſi alia hypotheſi nixi fuiſſent calculi, forſan ad elaſticitatem aeris confugere opus non fuiſſet; quod ut plenius intelligatur, liceat hic celeberrimi Geometræ analyſin accuratius perpendere.

Claris-

Clariſſimus Dan. Bernoulli, eadem quam fecimus, nititur hypotheſi: ſupponit nempe Cap. IV. art. II. n. IV. terram eſſe globum ſolidum, ex infinitis ſuperficiebus ſphæricis, & *ſolidis* compoſitum, quarum una quæque ſit homogenea, ſed denſitate ab aliis differat; terreſtremque globum eſſe coopertum fluido homogeneo, cujus altitudo reſpectu radii terræ quam minima ſit. Aſſumit itaque nucleum ſphæricum $G b H$ eſſe immutabilem, ſolam vero partem fluidam $G B H b G$ ab actione vis ſolaris mutari; ſolutionem problematis inde deducit, quod fluidum in canalibus $G C$, $B C$, contentum, in æquilibrio eſſe debeat: factis igitur $A C = a$, $C G = c$, $B b = \beta$, $C P$ ſeu $C N = x$, $p o$ ſeu $n m = d x$, denſitate variabili in p aut $m = m$, denſitate uniformi fluidi $G B H b G = \mu$, gravitate in C verſus ſolem $S = g$, vi acceleratrici quam globus exercet in G aut $b = G$, vi eadem pro punctis p & $m = Q$; invenit pondus columnæ $B C$ $= \mu \beta G + \int Q m d x - \int \frac{2 g m x d x}{a} - \int \frac{8 n \mu \beta m x d x}{15 b}$; *Fig. 10.*

pondus vero columnæ $G C = \int Q m d x + \int \frac{g m x d x}{a}$ $+ \int \frac{4 n \mu \beta m x d x}{15 b}$. Unde eruitur $\beta = \int \frac{15 g b m x d x}{5 \mu G a b - \int 4 n \mu a m x d x}$.

Hinc ſequitur quantitatem β, cæteris paribus, ſequi rationem inverſam denſitatis μ fluidi $G B H b G$. Quod quidem analyſi noſtræ præcedenti non parum adverſatur.

Id ut pateat, ſupponamus nullam rationem haberi attractionis partium globi: hac in hypotheſi quantitates $\int - \frac{8 n \beta m \mu x d x}{15 b}$ & $\int \frac{4 n \mu \beta m x d x}{15 b}$ in calculis præcedentibus evaneſcent; erit-

que,

que, posita gravitate in ratione inversa quadrati distantiarum $\beta = \frac{3 \int g m x d x}{\mu G a}$.

Unde videtur, quod si attractionis nulla habeatur ratio, quantitas β, juxta Celeb. Dan. Bernoulli calculum, rationem etiam sequatur inversam quantitatis μ, juxta analysin autem nostram, in art. 2 expo-

Fig. 3. sitam, differentia axium $\frac{\Phi r}{2 p}$ non pendet a densitate fluidi GPED. Unde nam discrimen illud oriri potest? hujus, ni fallor, dari potest causa sequens.

Fig. 10. Supponit clarissimus Dan. Bernoulli partem G b H globi, ut solidam considerari: at hoc posito, æquilibrium non videtur institui debere inter canales totales CG, BG, quorum quidem partes CG, bG, eo quod sint solidæ, inter se æquipollere censendæ sunt, sive idem præcise pondus habeant, sive non. Æquilibrium revera esse debet in sola parte fluida homogenea GBHb; ex hac enim solum figura globi mutari potest. Porro si attractionis nulla ratio habeatur, invenietur ut in art. 2. $B\beta = \frac{\Phi r}{2 p}$; si vero attractionis habeatur ratio, differentia axium erit (art. 28) $\frac{\Phi r}{2 p \left(1 - \frac{3 \delta}{5 \Delta}\right)}$, quæ non sequitur rationem inversam ipsius δ, sed potius eo major est quo major est δ, si $1 > \frac{3 \delta}{5 \Delta}$, eo vero minor, sed negative sumpta, quo minor est δ, si $\frac{3 \delta}{5 \Delta} > 1$.

Jam

Jam vero, ſi pars GbH fluida ſupponatur, tunc aſſumi non poſſunt ſuperficies mn, po, ut circulares, & concentricæ; omnes enim ſuperficies diverſæ denſitatis quibus globus componitur, ſuam mutabunt figuram, proinde differentia axium non erit Bb, ſiquidem erit Cb major quam CG.

Dico autem, I. ſi attractionis nulla ratio habeatur, hanc differentiam eandem fore ac ſi globus eſſet compoſitus ex fluido homogeneo, denſitatis cujuslibet; Etenim ſit GB curva quam fluidum induere debet, in hypotheſi homogeneitatis totalis; ſintque PO, NM, nm, &c. curvæ ad quas preſſio fluidi ſit perpendicularis; evidens eſt Nn fore in æquilibrio cum Mm; unde aucta vel diminuta denſitate fluidi in ſpatio $NMmn$ contenti, non turbabitur æquilibrium; quod cum dici poſſit de fluido in aliis ſpatiis contento, ſequitur, fluidum GBG eandem conſtanter figuram ſervare debere, ſive homogeneum ſit, ſive non, modo attractionis ratio non habeatur.

Ergo differentia axium β non debet pendere a lege denſitatis variarum globi partium, ſaltem ſi ab attractione abſtrahatur, tamen juxta formulam $\beta = \frac{3\int g\,m\,x\,dx}{\mu\,G\,a}$, quam ex Bernoulliana eruimus, pendet β a denſitate variabili μ, videtur ergo de formulæ Bernoullianæ veritate nonnulla dubitatio inſtitui poſſe, ſive globus ſupponatur totus fluidus, ſive partim fluidus, partim ſolidus.

Neceſſarium autem non videtur inquirere, quænam globi figura eſſet, ſi ſupponeretur totus fluidus, ex ſuperficiebus diverſæ denſitatis compoſitus, & præterea haberetur attractionis ratio, hoc quidem in inquirenda terræ figura utile eſſe poteſt, quia nempe ſupponi licet, terram, quæ nunc ex partibus, tum ſolidis, tum fluidis diverſæ denſitatis conſtat, prima in origine conflatam fuiſſe totam ex fluidis diverſæ den-

 ſitatis

ſitatis ſibi invicem incumbentibus, quæ quidem, poſt indutam figuram, quam poſtulabant hydroſtaticæ leges, magna ex parte induratæ ſunt, ſed in ea, quam nunc tractamus, materia, nempe in inquiſitionibus circa ventorum aut æſtus cauſam, ſupponi debet terra, quam proxime ſaltem, in eo ſtatu in quo revera eſt, nempe magna ex parte ſolida, coopertaqua I. fluido homogeneo & attractivo, nempe aqua maris; II. fluido heterogeneo maxime raro, cujus attractionis, utpote inſenſibilis, nulla ratio habeatur.

Ut autem hoc in caſu inveniatur fluidi mixti figura, determinetur I. per art. 28 figura, quam aqua induere debet, quæ quidem, ob inſenſibilem aeris attractionem, eadem cenſenda eſt, ac ſi nullus ſuper incumberet aer: hoc poſito, patet ſuperficiem maris & ſuperficiem ſuperiorem aeris ad libellam componi debere; quare columna verticalis aeris inter hasce duas ſuperficies contenta, ubique ejusdem ponderis eſſe debet, atque adeo ejusdem ubique magnitudinis, unde facile definitur cujusque aeris ſuperficiei figura.

Schol. IV.

37. Cæterum notandum eſt, ventum in ſuperioribus articulis 33 &c. determinatum, flare debere in ea tantum hypotheſi, quod aeris maſſa primum figuram ſphæricam habuerit, quod perfecta ſit partium fluiditas, quod denique Luna & Sol, immoti terræ globo immineant, facile eſt autem conjectari, aut maſſam aeris primum eam figuram fuiſſe habituram, quæ, tribus cauſis ſupra dictis ſimul agentibus, in æquilibrio ſtare poſſet, aut ſaltem, ſi primum ſphærica fuerit, propter partium frictionem & tenacitatem, ad æquilibrii ſtatum brevi perventuram fuiſſe, quemadmodum accidit aquæ in ſyphone oſcillanti.

Quapropter quæ jam dicta ſunt, ad id tantum utilia haberi debent, ut ad ſequentia Lectorem diſponant, quippe quæ plurima ad Theoriam modo exponendam neceſſaria principia contineant.

Ideo,

Ideo, in ſequentibus, in quibus ſolem & lunam reſpectu terræ moveri ſupponemus, abſtrahemus omnino a vento oriundo ex motu terræ circa ſuum axem, qui ventus jam plurimis abhinc ſæculis deſinere debuit, ſi unquam extitit, & præterea, non idem præciſe futurus fuiſſet qui ſupra art. 33. determinatus eſt, propter heterogeneitatem partium aeris, quem, in venti determinatione, hæc usque homogeneum ſuppoſuimus, ſphæroidica autem athmoſpheræ figura ex illa rotatione oriunda, nullam ſenſibilem producet mutationem in directione & velocitate venti, qui, poſita terra ſphærica, ex ſolis & lunæ motu poſthac determinabitur.

Supponemus in ſequentibus I. quieſcere globum terreſtrem, motumque omnem in ſolem ac lunam transferri. Inde enim nulla in aeris motu differentia debet exurgere, niſi forſan ob vim centrifugam, quæ ex motu terræ, tum diurno, tum annuo poteſt oriri: at vis centrifuga, quæ ex motu annuo oritur, cum eadem ſit in omnibus globi terreſtris partibus, nullum in aere motum excitare debet, qui ipſi cum toto globo non ſit communis: vis vero centrifuga ex motu diurno naſcens, id tantum efficit, ut aer paululum ſphæroidicus ſit; nec inde ſenſibile oritur in aeris motu diſcrimen.

II. Ab elaſticitate aeris omnino abſtrahemus, ſaltem quantum efficere poteſt, ut columnæ omnes verticales ejusdem non ſint denſitatis. Patet enim, vim quæ horizontaliter premit particulas columnæ ſub aſtro ſtantis, non maximam eſſe reſpectu vis $\frac{3\,S\,r^2\,\delta}{2\,d^3}$, quæ particulas iſtius columnæ, in caſu æquilibrii premit (art. 35), quæque fere inſenſibilis eſt; proinde vim illam reſpectu ponderis totius aeris eſſe minimam, atque adeo particulas columnæ iſtius, denſitate

 ſua

ſua quam parum differre debere a denſitate partium columnæ, quæ ab hac $90^{\text{grad.}}$ diſtat.

III. Supponemus aſtrum unicum circa terram moveri, ſiquidem, definitis ſeparatim motibus aeris, qui ex actione unius aſtri naſcuntur, facile, per compoſitionem motuum, definietur motus ex quotlibet aſtrorum actione oriundus.

IV. Tandem ſupponemus ſemper r ſeu terræ radium $= 1$ & poſito, z, ſinu anguli u, eſſe $z = \frac{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$

& $\sqrt{1 - zz} = \frac{c^{u\sqrt{-1}} + c^{-u\sqrt{-1}}}{2}$. Quod geometris notum eſt. Unde, facto arcu $PM = u$ erit vis $\frac{3S\,z\sqrt{rr-zz}}{r\,d^3}$ *Fig. 3.*

$$= \frac{3S}{d^3} \times \left(\frac{c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}}{4\sqrt{-1}}\right).$$

Schol. V.

Una ex præcipuis difficultatibus, quæ in inquirendo aeris motu occurrunt, in eo conſiſtit, quod (ſtricte loquendo) particula aeris quælibet eodem modo non moveatur, ac ſi eſſet libera, & tanquam punctum unicum haberetur. Nam cum particulæ aeris, v. g. æquatorem circumdantes, ſint ſibi mutuo contiguæ, ſi partes illæ eadem vi ſollicitatrice urgerentur, motus omnium ac velocitas eadem foret verſus eandem partem; proinde eadem foret velocitas particulæ cujuslibet, ac ſi particula iſta conſideraretur ut punctum uni-

unicum & liberum, ſed partes aeris a viribus diverſis agitantur pro varia earum ab aſtro diſtantia; unde ſi conſiderentur partes illæ ut puncta libera, & quæratur cujusque puncti motus a vi acceleratrice oriundus, velocitas diverſa invenietur pro unoquoque puncto: proinde ut unaquæque aeris particula eandem velocitatem revera habeat, ac in eo caſu quo punctum unicum foret, ſimulque non deſinant fluidi partes eſſe ſibi mutuo contiguæ, debet neceſſario evenire, vel ut fluidum ſubſidat iis in locis ubi eſt maxima velocitas, extollatur vero in iis ubi minima; vel ut fluidum, quatenus compreſſibilitatis capax, in iis locis dilatetur ubi maxima velocitas, comprimatur vero in iis ubi minima, at ex Hyp. vis quæ in aerem horizontaliter agit, tota ad motum particularum aeris impenditur; quare fluidum non poteſt in I. caſu hic ſubſidere, hic deprimi, in II. caſu hic dilatari, hic comprimi, quin columnarum verticalium vis fiat inæqualis; unde novus neceſſario orietur motus in particulis aeris, quo motus earum horizontalis turbabitur ac mutabitur.

Si tamen ſupponatur, quod abſolute licet, fluidum partim ſubſidere ac deprimi, partim dilatari ac comprimi, ita ut differentia inter pondus duarum columnarum vicinarum N M, *v m*, æqualis ſit actioni, qua particula fluidi M *m* intra has columnas contenta, ab elaſticitate ſe expandere conatur, tunc, & in eo unico caſu, motus particulæ cujuscunque idem erit, ac ſi ambientium particularum nulla haberetur ratio. *Fig. 3.*

Præterea, abſtrahendo ab omni elaſticitate, notandum eſt, quod etiamſi columnæ omnes verticales ejusdem non forent ponderis, tamen abſolute fieri poſſet, ut pro tenacitate & adhærentia partium, motus inde in aere nullus oriretur, præſertim ſi aeris altitudo parva foret, quia, cum parva ſit aeris denſitas, minimus tunc foret exceſſus ponderis, proinde minima vis motrix. Liceat ergo nobis eam primo velocitatem inquirere, quam habere deberet aer, si hujus quævis particula, ut punctum unicum ac liberum haberetur, hoc quidem problema eo libentius hic solutum dabo, quod ad sequentia quam plurima faciliorem viam sternat.

Propos. VII[a]. Problema.

39. Quæritur quinam aeris motus esse debeat, suppponendo I. Solem circa terram moveri & in aerem agere. II. Aerem esse fluidum profunditatis quam minimæ, quo terra ambiatur, cujusque partes ab actione solis omnem accipiant motum quem habere possunt, eundem nempe, quem haberent, si ut solitaria puncta haberentur, nec ab aliis partibus ambirentur.

Fig. 12. I. Si punctum A cujus quæritur motus, est in æquatore Q A R, & astrum æquatorem describat motu uniformi, astrumque in P existens, percurrat Pp dum A percurrit A D; fiat AP $= u$, P$p = d\alpha$, A D $= q\,d\alpha$; jam vero cum A D sit maxime parva respectu ipsius Pp, ob maxime parvam actionem solis (art. 35) evidens est posse assumi P$p = du$, & differentiam ipsius $q\,d\alpha$, fore quam proxime $d\,q\,du$. Præterea, si tempus per Pp & AB sit dt, & sit θ (ut in art. 14) tempus quo corpus grave percurrit lineam datam a, ex actione gravitatis p, erit, juxta notum mechanicæ principium, $d\,q\,d\,u = \frac{\pi .\, dt^2 .\, 2a}{p\,\theta^2}$ (a) (existente π vi acceleratrice in A). At (quoniam hic

(a) Æquatio $d\,q\,d\alpha = \frac{\pi .\, 2a .\, dt^2}{p\,\theta^2}$, eo nititur fundamento, quod vires acceleratrices uniformiter agentes, sint inter se in ratione composita ex spatiis directe, & quadratis temporum inverse. Dubitari tamen primo intuitu posset, utrum a scribi non debeat in hac æquatione, loco ipsius $2a$, siquidem a est ex hypoth. spatium, agente gravitate p, tempore θ percursum. Sed notandum, ipsius hic eſt $\pi = \frac{3S}{d^3}\left(\frac{c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}}{4\sqrt{-1}}\right)$; & ſupponi licet ſolem tempore θ perrcurrere ſpatium b in circulo QPR motu ſuo uniformi, unde $Pp : b :: dt : \theta$) æquatio præcedens mutabitur in ſequentem, $dq = \frac{2adu}{pb^2} \times \frac{3S}{d^3} \times \left(\frac{c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}}{4\sqrt{-1}}\right)$

proinde $q = \frac{2a}{pb^2} \times \frac{3S}{d^3}\left(\frac{z^2}{2} \pm \frac{mm}{2}\right)$; exiſtente z ſinu ipſius u & m conſtante qualibet. Vnde ſi $m = o$, aut ſi $zz \pm mm$ ſit ſemper poſitiva quantitas, *movebitur aer ſub æquatore ab ortu in occaſum.*

Vt autem $zz \pm mm$ ſit ſemper poſitiva quantitas, ſignum + debet

ſius infiniteſimi ſpatii A D differentiam 2dam juxta calculi methodum ſumptam, revera duplam eſſe ſui valoris; unde per 2 dividi debet, ut ejus valor verus obtineatur, quod ut illuſtretur, proponatur inquiri ſpatium a corpore gravi tempore t percurſum, manifeſtum eſt ſpatium illud fore $\frac{axt^2}{2\theta^2}$; porro ſit x illud ſpatium: ſi fiat $ddx = \frac{a.\,dt^2}{\theta^2}$, erit $x = \frac{a.\ t^2}{2\theta^2}$, qui valor veri ſub duplus eſt; quare debet fieri $ddx = \frac{2a.\,dt^2}{\theta^2}$; unde eſt ut ſupra $x = \frac{at^2}{\theta^2}$.

Licet quæ hic dicta ſunt, geometris non ſint ignota, tamen ea hic revocare conſultum duxi, ne quis parum advertens exiſtimet, in ſcribendo $2a$ pro a errorem fuiſſe commiſſum.

debet ſemper præfigi ipſi mm, ſi mm haberet ſignum — & foret $mm \gamma 1$, tunc ventus ſub æquatore continuus flaret ab occaſu in ortum.

II. Sit QPR parallelus quivis, α, punctum quodvis, quod (dum P percurrit P p) percurrat $\alpha\beta = \lambda\, d\alpha$ ſeu $\lambda\, d\, u$ in ſenſu meridiani, & $\alpha b = q'\, d\, \alpha$ ſeu $q'\, d\, u$ in directione paralleli; erunt vires ſecundum αb & $\alpha\beta$ ſemper datæ per functionem ipſius variabilis AP $= u$, & diſtantiarum punctorum A & α, tum ab æquatore, tum a parallelo AQR; quæ quidem diſtantiæ, ut conſtantes ſine errore aſſumi poſſunt, dum parallelus QPR deſcribitur, quare erit quam proximè $d\, q' = \frac{3\,S.\, 2\,a\,d\,u}{p\,b^2} \times {}^*\, \varphi\,(u)$ & $d\,\lambda = \frac{3\,S.\, 2\,a\,d\,u\,\Delta\,(u)}{p\,b^2}$, quæ æquationes, ſaltem per quadraturas integrabuntur. Inventa autem velocitate venti ſecundum parallelum & meridianum, facile habebitur hujus velocitas & directio abſoluta.

*per $\varphi\,(u)$ & $\Delta\,(u)$ hic intelligo functiones ex u & conſtantibus compoſitas.

Coroll. 1.

40. Nec magis arduum erit invenire velocitatem puncti α, ſi moveri debeat intra ſeriem quamvis montium parallelorum utlibet poſitorum. Nam actio ſolis in punctum illud erit ſemper determinabilis per functionem ipſius u, & diſtantiæ puncti α, tum ab æquatore, tum a parallelo ſolis, quæ quidem diſtantiæ ut conſtantes haberi poſſunt, tempore unius revolutionis; igitur ſi $q''\,d\,u$ ſit ſpatiolum a puncto α deſcriptum, dum aſtrum percurrit Pp, erit quam proxime $d\,q'' = \frac{3\,S\;2\,a\,d\,u}{p\,b^2 .\, d^3} \times \Gamma\,(u)$.

Coroll. 2.

Coroll. 2.

41. Difficile non foret æquationes invenire, quæ ad definiendum punctorum A & α motum accuratiſſimè conducant; v. g. pro motu puncti A in æquatore, erit $\frac{3\,S}{d^3} \times \left(\frac{c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}}{4\sqrt{-1}} \right)$ $\times \frac{2\,a\,d\alpha^2}{p\,b^2} = d\,q \times d\alpha$ ſeu (propter $P\,p - A\,B = d\,(P\,A)$ h. e. $d\alpha - q\,d\alpha = d\,u$), erit

$$\frac{3\,S \cdot 2\,a\,d\,u}{p\,b^2 \cdot d^3} \times \left(\frac{c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}}{4\sqrt{-1}} \right) = d\,q\,(1 - q),$$ cujus integralis eſt

$$\frac{3\,S.\,a}{p\,b^2\,d^3}\,(z\,z \pm m\,m) = q - \frac{q\,q}{2}.$$

Scholium I.

42. Evidens eſt, quantitates $\varphi\,(u)$, $\Delta\,(u)$, & $\Gamma\,(u)$ (art. 39. n. 2. & 40.) facilè obtineri poſſe, ſi, datis quantitatibus $A\,P = u$, & $\alpha\,A = A$, habeantur anguli $P\,\alpha\,A$, $P\,\alpha\,b$, & arcus $\alpha\,P$. Quæ quidem inveniendi methodum eò libentius hic exponam, quod ex eâ exurget non ſolum nova quodammodo Trigonometria ſphærica, ſed etiam non inutilis futura ad eorum triangulorum ſphæricorum calculum, quorum non omnia latera ſunt arcus circuli maximi.

Sit igitur primò triangulum ſphæricum $\alpha\,R\,N$, rectangulum in N, & ex tribus arcubus circuli maximi compoſitum; fiat angulus $\alpha\,R\,N = R$, angulus $R\,\alpha\,N = \alpha$, angulus $K\,\alpha\,R$, complementum ipſius $\alpha = \alpha'$; $\alpha\,N = x$; $\alpha\,R = X$, $R\,N = V$; ſint $\alpha\,o$, $\alpha\,Z$ tangentes arcuum $\alpha\,N$ $\alpha\,R$; facilè demonſtrabitur eſſe triangulum $\alpha\,Z\,O$ *Fig. 13.*

rectangulum in O; unde, deſcripto arcu R V, ipſi R α infinitè propinquo, erit α I : α V : : α O, α Z, ſeu dX: dx : :

$$\frac{c^{x\sqrt{-1}} - c^{-x\sqrt{-1}}}{c^{x\sqrt{-1}} + c^{-x\sqrt{-1}}} : \frac{c^{X\sqrt{-1}} - c^{-X\sqrt{-1}}}{c^{X\sqrt{-1}} + c^{-X\sqrt{-1}}};$$

proinde $\dfrac{dX\left(c^{X\sqrt{-1}} - c^{-X\sqrt{-1}}\right)}{c^{X\sqrt{-1}} + c^{-X\sqrt{-1}}} = \dfrac{dx\left(c^{x\sqrt{-1}} - c^{-x\sqrt{-1}}\right)}{c^{x\sqrt{-1}} + c^{-x\sqrt{-1}}}$

ſeu $\dfrac{d\left(c^{X\sqrt{-1}} + c^{-X\sqrt{-1}}\right)}{c^{X\sqrt{-1}} + c^{-X\sqrt{-1}}} = \dfrac{d\left(c^{-x\sqrt{-1}} + c^{-x\sqrt{-1}}\right)}{c^{x\sqrt{-1}} + c^{-x\sqrt{-1}}}$;

unde, cum factâ $x = o$ ſit $X = RN = V$, erit $\dfrac{c^{X\sqrt{-1}} + c^{-X\sqrt{-1}}}{2}$

$= \dfrac{c^{x\sqrt{-1}} + c^{-x\sqrt{-1}}}{2} \times \dfrac{c^{V\sqrt{-1}} + c^{V\sqrt{-1}}}{2}$ ------ (Æ).

jam verò, ut habeantur anguli α & R, notandum eſt, fore, aſſumpta x conſtante, $\dfrac{dV}{dX} = \dfrac{1}{\operatorname{coſ} R} = \dfrac{2}{c^{R\sqrt{-1}} + c^{-R\sqrt{-1}}}$ ---- (Æ')

&, aſſumptâ V conſtante, $\dfrac{dx}{dX} = \dfrac{1}{\operatorname{coſ.} \alpha} = \dfrac{2}{c^{\alpha\sqrt{-1}} + c^{-\alpha\sqrt{-1}}}$ ------ (Æ'').

Nunc

Nunc sit $A\alpha = A$, $AP = u$, $\alpha P = u'$, erit, ducto per polum S circulo maximo SPQ, PQ seu $AN = x - A$; $NQ = \frac{AP}{\cos AN} =$

$$\frac{2u}{c^{(x-A)\sqrt{-1}} + c^{-(x-A)\sqrt{-1}}};\ QR = NR - NQ = V - \frac{2u}{c^{(x-A)\sqrt{-1}} + c^{-(x-A)\sqrt{-1}}};$$

tandem $PR = X - u'$.

Porro, cum sit PRQ triangulum sphæricum rectangulum in R, & ex tribus arcubus circuli maximi compositum, erit, ob aequationem (Æ)

$$2\left(c^{PR.\sqrt{-1}} + c^{-PR.\sqrt{-1}}\right) = \left(c^{RQ.\sqrt{-1}} + c^{-RQ.\sqrt{-1}}\right) \times \left(c^{PQ.\sqrt{-1}} + c^{-PQ.\sqrt{-1}}\right) \text{------ Æ}'''$$

qua in æquatione substituendi sunt ipsarum PQ, PR, & RQ valores modo inventi.

Jam vero, cum ex æquatione (Æ''') eruatur valor cosinus anguli R, qui quidem jam datur per æquationem (Æ'), habebitur inde nova æquatio, quam voco (Æ^{IV}), & ex tribus æquationibus Æ, Æ''', Æ^{IV} inter se collatis nascetur unica, quæ tres quantitates u, u', A, continebit, ac præterea quantitatem x seu distantiam loci α a circulo maximo NR.

Schol. II.

43. Cum sit b spatium, quod terra percurrit tempore θ, quo corpus graue percurrit a; si fiat $\theta = \overset{\text{sec.}}{1}$ erit $a = \overset{\text{ped.}}{15}$ $b =$ 15 grad.

$\frac{15}{3600}^{\text{grad. terr.}} = \frac{15.\ 57060.\ 6^{\text{ped.}}}{3600} = \frac{5706}{4} = 1427^{\text{ped.}}$ Quare hoc in caſu velocitas angularis venti, erit ad velocitatem aſtri angularem, ut q ad 1, ſeu (neglecta mm) ut $\frac{3S}{d^3} \times \frac{a}{b^2} zz$ ad 1; hoc eſt, ut $\frac{3}{289.\ (365)\ 2} \times \frac{15}{(1427)\ 2} \times zz$ ad 1. Quare quo tempore terra percurrit ſpatium b, ventus maxima ſua velocitate, percurret ſpatium $\frac{3S}{pd^3} \times \frac{a}{b}$, h. e. tempore unius minuti 2^{i} percurret ſpatium $= \frac{3.\ 15}{289.\ (365)^2\ (1427)}$ pedes; quod eſt omnino inſenſibile. Cum

Muſchenb. de ventis. autem ventus ſub æquatore, ex obſervationibus circiter deſcribat 8 aut 10 pedes tempore unius minuti 2^{i}, ſequitur velocitatem venti realem, maxime abeſſe a velocitate modo definita, quando negligitur quantitas mm, proinde, ut pro ſatis accurata haberi poſſit methodus problematis præſentis, ſupponi debere quantitatem mm poſitivam & unitate multo majorem.

Schol. III.

44. Quo facilius judicari poſſit, utrum ſatis accurata ſit præſens methodus, hic tentabimus perpendere, quænam inter columnarum fluidi longitudinem & pondus differentia eſſe debeat, ſi aeris partes definita art. 39. velocitate moveantur, ut autem proclivior fiat calculus, aſſumemus terram ad planum æquatoris reductam; ſupponemus ε eſſe altitudinem aeris in puncto P cui aſtrum immi-

Fig. 14. net, & $\varepsilon - k$ eſſe altitudinem in A, exiſtente k functione ipſius AP, u; Porrò ſint puncta A & a ſibi invicem infinitè propinqua, percur-

ratque

ratque a ſpatium ad, dum A percurrit AD; erit (facta $Aa = Pp$, & poſita $q = \frac{3S.a}{pb^2d^3} \times [zz \pm mm]$), $ad - AD = \frac{2a.3S zdz.du}{pb^2d^3}$; proinde $Dd = du - \frac{2a.3S zdz.du}{pb^2d^3}$. Quare, cum altitudo columnæ in A, dum aſtrum imminet ipſi P, ſit $\varepsilon - k$, altitudo ejuſdem columnæ in A, dum aſtrum imminet ipſi p, debet eſſe $\frac{Aa \times (\varepsilon - k)}{Dd}$; quia ſcilicet fluidum inſtanti priori in ſpatio AOoa contentum poſteriori inſtanti occupat ſpatium QDdq, ergo erit altitudo columnæ novæ in A $= \varepsilon - k + \frac{2a\varepsilon.3S zdz}{pb^3}$, ſed, veniente P in p, altitudo columnæ in A, quæ erat $\varepsilon - k$, fit $\varepsilon - k - dk$ quam proxime; ergo $dk = -\frac{3S.2a\varepsilon zdz}{pb^2d^3}$, & (quoniam facta $z = o$, debet eſſe $k = o$) $k = \frac{-3S.zza\varepsilon}{pb^2d^3}$. Igitur maxima inter columnarum pondus differentia, erit $\frac{3aS}{pb^2d^3} \times p\delta\varepsilon$. Seu, quoniam $p\delta\varepsilon =$ ponderi 32 aquæ pedum, differentia illa $=$ ponderi $\frac{3.\ 15.\ 32}{(1427)^2.\ 289.\ (365)^2}$ partium aquæ pedis, hæc autem quantitas eſt valde exigua; & præterea in præſente caſu differentiam exprimit inter columnarum pondus, ſive aer ſit homogoneus, ſive heterogenus. Nam 1°, ſi aer ſupponatur homogeneus, erit ſemper denſitas ejus δ in ratione ipſius ε inverſa, quia $p\delta\varepsilon =$ ponderi 32 pedum aquæ, 2°. ſi aer ſit heterogeneus, & compoſitus ex partibus diverſæ denſitatis, quarum denſitates δ, δ', δ'' &c. altitudines vero ε, ε', ε'' &c. invenietur quæſita differentia $=$

$\frac{3 S . a}{p d^3 b^2} \times [p \delta \varepsilon + p \delta' \varepsilon' + p \delta'' \varepsilon'' + \text{\&c.}]$ Porro $p \delta \varepsilon + p \delta' \varepsilon$ $+ p \delta'' \varepsilon'' + \text{\&c.} =$ ponderi 32 aquæ pedum. Ergo &c.

Cum igitur tam exigua ſit vis, quæ impedire poteſt (art. 38.) quominus partes aeris tanquam puncta unica & libera moveantur, ſequitur nimis fortaſſe a vero non aberrare methodum art. 39. pro determinanda venti velocitate, modo (art. 43.) ſupponatur mm poſitiva & unitate multò major, tamen ne huic ſuſpicioni nimis fidatur, & ut omnis exhauriatur problematis difficultas, mox inquiremus velocitatem venti, in hypotheſi quod partes aeris ſibi mutuo noceant, liceat tantum in ſequente articulo circa præſentem caſum pauca adjicere.

Schol. IV.

45. Si globus ſolidus, quem (Hyp.) aeris lamella ſphærica cooperit, in ſphæroidem ſolidam mutaretur, inde nulla eveniret mutatio in aeris motu ſupra definito. Etenim omnia ſphæroidis puncta perpendiculariter ad ſphæroidis ſuperficiem urgeri debent, (quia nempe repræſentat hæc ſphærois terræ ſuperficiem, cui aer contiguus eſt); adeoque aeris particulæ huic ſuperficiei vicinæ, ex attractione ſphæroidis nullam acquirerent novam vim, qua, hinc aut illinc in ſuperficiem ſphæroidis, labendo moveri poſſent, aliter autem foret, ſi ſphærois eſſet fluida, & partes ejus horizontaliter moverentur; tunc enim, præter vim attractionis, quæ particulis ſphæroidis & aeris communis eſt, datur alia vis, nempe vis acceleratrix particularum fluidi. Porro ſi ſit π vis illa acceleratrix, φ attractio horizontalis partium fluidi, gravitasque p verſus centrum decomponatur in duas vires, quarum una, quam voco G, ſit in ſuperficiem fluidi perpendicularis, altera vero, quam voco F,

agat

agat horizontaliter; evidens eſt * partes fluidi à viribus $\phi - F - \pi$, & G ſollicitatas fore in æquilibrio; unde cum vis G ſit (Hyp.) ad ſuperficiem fluidi perpendicularis, erit $\phi - F - \pi = o$, porro particulæ aeris, præter vim $\frac{3S}{d^3}\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$, ſollicitantur etiam ad motum vi $= \phi - F$, ſeu, quod idem eſt (propter $\phi - F - \pi = o$) vi π qua accelerantur fluidi inferioris particulæ, ad motum horizontalem. Vnde 1°. patet vim & velocitatem abſolutam venti, eandem non eſſe in ſphæroidem ſolidam ac in ſphæroidem fluidam, cujus partes moveri ſupponuntur, 2°. velocitatem tamen reſpectivam venti, & partium contiguarum ſuperficiei globi, eandem fere eſſe in utroque caſu, ſiquidem in 2°. caſu vis π, qua augetur aut minuitur vis venti acceleratrix, eadem eſt quæ fluidi motum producit.

* *Vide not. (a) in art. 13.*

Hæc ita ſe habent in hypotheſi, quod vis $\frac{3S}{d^3}\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$ agat tantum in aerem, non in fluidum inferius, cum autem hæc hypotheſis parum ſit naturæ conformis, ſupponatur vim illam in aerem ſimul & in fluidum inferius agere; & invenietur $\frac{3S}{d^3}\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}} + \phi - F - \pi = o$, cum autem tres primi hujus æquationis termini exhibeant vim quæ in aerem agit, ſequitur vim illam fore $= \pi$, nempe aerem eadem vi accelerari qua fluidum contiguum; unde fluidorum amborum velocitas reſpectiva nulla erit.

Inde

Inde facile concludi poteſt, velocitatem venti ſuper mare flantis multum diverſam eſſe debere ab ea, quam, cæteris paribus, in continente haberet; nam ſiquidem aqua maris continuo figuram mutat, non poteſt eſſe ſemper $\varphi - F = o$, proinde vis acceleratrix π venti, ut ita dicam, marini, non poteſt eſſe = vi acceleratrici $\frac{3S}{d^3} \frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$ venti in continente flantis, quod quidem alio modo patebit ex dicendis in art. 84.

Propos. VIII^a. Lemma.

Fig. 15. 46. Detur parallelepipedum rectangulum, cujus baſis ſit rectangulum infinitè parvum ABCD, & cujus altitudo dicatur ε; ſupponamus pervenire, puncta A, B, C, D, in a, b, c, d, ita ut baſis ABCD evadat $abcd$. Quæritur quænam eſſe debeat altitudo parallelepipedi cujus baſis $abcd$, ut parallelepipedum illud æquale ſit dato, cujus baſis ABCD, & altitudo ε.

Sit $\varepsilon - \mu$ altitudo quæſita, μ exiſtente admodum parva reſpectu ε, eritque $(\varepsilon - \mu) \times (AB + ab - AB) \times (AD + ad - AD) = \varepsilon$. AB. AD, unde (neglectis negligendis) $\frac{\mu}{\varepsilon} = \frac{ab - AB}{AB} + \frac{ad - AD}{AD}$. Q. E. Inv.

Propos. IX^a. Problema.

Fig. 16. 47. Sit terra globus ſolidus cujus centrum G: coopertus ſit undique globus fluido homogeneo & non elaſtico, & præterea valde raro, ut attractionis partium fluidi nulla ratio habeatur, moveatur uniformiter circa globi centrum ad diſtantiam d corpus cujus maſſa G; quæritur motus fluidi ex corporis S actione oriundus.

I. Sup-

I.

Supponamus I. corpus S moveri in plano maximi circuli Pp R; & in ſuperficie globi aſſumantur duo puncta A, B, circulo Pp R infinite propinqua, & ex utraque parte æqualiter diſtantia, jam vero, per puncta, A, B, & per punctum P cui corpus S verticaliter imminere ſupponitur, transeant plana circulorum maximorum, PAD, PBC; patet punctorum A & B motum horizontalem oriri ex ea vi corporis S, quæ in puncta A & B horizontaliter agit. Porro cum hujus vis directio ſemper ſit in plano verticali per corpus S transeunte, planumque iſtud parum deviet a plano immoto p P R, ſaltem pro iis locis, quæ ſunt circulo p P R vicina, ſupponemus puncta A & B, inſtanti quolibet, moveri in plano maximi circuli qui transeat per centrum G, & per corpus S; nullamque hic rationem haberi motus, quem corpuscula A & B perpendiculariter ad hoc planum habere poſſent: Quæ quidem hypotheſis, utrum pro ſatis legitima haberi poſſit, inferius ad amuſſim perpendemus. *

* *Vide N VI. artic præf.*

II.

Jam fiat arcus P A, ſeu diſtantia aſtri ab A, $= u$; Pp $= d\alpha$, arculus quem corpus S uno inſtanti percurrit; aſſumatur, quod licet, A D $=$ Pp, ſupponaturque præterea A B $=$ Pp, quod etiam licet. Nunc vero obſervabimus, variationem omnem, quæ tum in partium fluidi velocitate, tum in altitudine occurrit, pendere debere a ſola variabili corporis S diſtantia a Zenith loci, in quo quæritur fluidi motus, proinde ſi lineola Aa a puncto A fluidi deſcribatur, dum venit corpus S a P in p, quæ quidem lineola Aa, reſpectu Pp, admodum parva ſupponitur, & fiat Aa $= q\,d\alpha$, (denotante q functionem incognitam compoſitam ex u & conſtantibus): ſupponi ſine errore poterit $d\alpha = d\,u$, & A$a = q\,d\,u$. Ergo ſi ſit Dd ſpatium a puncto D interea percurſum, erit Dd ---

$Aa = dq\,du$, & $\dfrac{ab - AB}{AB} = \dfrac{bm - BM}{BM} = q\,du \times$ $\dfrac{d\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}$, existente sinu BM ipsius PA seu PB, æquali $\dfrac{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$.

III.

Sit nunc altitudo fluidi in P $= \varepsilon$, & $\varepsilon - \kappa$ altitudo ejus in A, manifestum est (art. 45) veniente corpore S in p, altitudinem $\varepsilon - \kappa$ minuendam esse quantitate $\left(\dfrac{Dd - Aa}{AD} + \dfrac{ab - AB}{AB}\right)$ $\times\, \varepsilon - \kappa$, seu (neglectis negligendis) $\left(\dfrac{Dd - Aa}{AD} + \dfrac{bm - BM}{BM}\right)$ $\times\, \varepsilon$, atqui si supponatur $\kappa = \int \nu\, du$, patet, veniente P in p, & A in a, ita ut sit Aa minima respectu Pp, altitudinem $\varepsilon - \kappa$ fieri quam proxime $= \varepsilon - \kappa - \nu\, du$. Ergo erit $\dfrac{\nu}{\varepsilon} = \dfrac{dq}{du} + q \times$ $\dfrac{d\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}} \ldots\ldots$ (A)

IV.

* *Vide not. (a) in art. 39.*

Supponatur deinde π esse vim acceleratricem particulæ A, seu a, erit * $\pi = \dfrac{d(Aa)\,.\,\theta^2.\,p}{2a.\,dt^2}$ (iisdem nempe retentis denominationibus

nibus ac in artic. 39); & si fiat $b : d\,u :: \theta : d\,t$, h. e. si ponatur corpus S angulum b tempore θ percurrere motu uniformi, erit $\pi =$ $\frac{d\,(A\,a)\,p\,b^2}{2\,a\,d\,u^2} =$ quam proxime $\frac{d\,q}{d\,u} \times \frac{p\,b^2}{2\,a}$, quia scilicet A a est minima respectu P p.

Jam vero evidens est, quod, cum punctum A secundum AD moveatur vi acceleratrice π, secundum AP vero trahetur vi $=$ $\frac{3\,S}{d^3} \frac{\left(c^{2\,u\sqrt{-1}} - c^{-2\,u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$ necesse sit, ut vis $\frac{3\,S\left(c^{2\,u\sqrt{-1}} - c^{-2\,u\sqrt{-1}}\right)}{4\,d^3\sqrt{-1}} + \pi$, si in punctum A sola agat, nullum in puncto isto motum producat *; quare talis esse debet vis $\frac{3\,S\left(c^{2\,u\sqrt{-1}} - c^{-2\,u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}} +$ π, ut cum gravitate p æquilibrium faciat, proinde differentia ponderis columnarum in A & D æqualis esse debet A D $\times$ $\left(\frac{3\,S\left(c^{2\,u\sqrt{-1}} - c^{-2\,u\sqrt{-1}}\right)}{4\,d^3\sqrt{-1}} + \pi\right)$; seu erit

H 2 V =

---

* Vide notam (a) in art. 13, a linea. 2. & observa vim F hujus notæ, hic esse $\frac{3\,S}{4\,d^3\sqrt{-1}} \times \left(c^{2\,u\sqrt{-1}} - c^{-2\,u\sqrt{-1}}\right)$.

$$v = \frac{3S\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4d^3\sqrt{-1}\,.\,p} + \frac{b^2}{2a}$$

$$\times \frac{dq}{du} \ldots\ldots (B)$$

V.

Ex æquationibus A & B, elicitur $\frac{\varepsilon\, dq}{du} +$

$$\frac{\varepsilon q d\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{du.\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)} = \frac{3S\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\,d^3\sqrt{-1}\,.\,p}$$

$+ \frac{dq}{du} \times \frac{b^2}{2a}$, quæ (si supponatur $\frac{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$ $= z$, & $1 - \frac{b^2}{2a\varepsilon} = \lambda$) reducitur ad $\lambda dq + \frac{q\,dz}{z} = \frac{3S\,z\,dz}{\varepsilon p d^3}$, cujus integralis completa est $q z^{\frac{1}{\lambda}} = \frac{3S}{\varepsilon p d^3} \times \frac{z^{\frac{1}{\lambda}+2}}{2\lambda + 1}$. ** Ergo

** Æquatio $q z^{\frac{1}{\lambda}} = \frac{3S}{\varepsilon p d^3} \times \frac{z^{\frac{1}{\lambda}+2}}{2\lambda + 1}$, completa est, & nulla indiget constante, nam si $\frac{1}{\lambda}$ sit positiva quantitas, ut & $\frac{1}{\lambda} + 2$, tunc fit utrum que membrum $= 0$, quando $z = 0$; si vero $z^{\frac{1}{\lambda}}$, aut $z^{\frac{1}{\lambda}+2}$, aut

ambo

Ergo $q = \frac{3\,S}{\varepsilon\, p\, d^3} \times \frac{z^2}{3 - \frac{b^2}{a\varepsilon}}$ & $\int \nu\, d u = \frac{3\,S\, z^2}{2\, p\, d^3} + \frac{b^2}{2\, a\, \varepsilon}$.

$$\frac{3\,S}{p\, d^3} \times \frac{z^2}{3 - \frac{b^2}{a\varepsilon}} = \frac{3\,S\, z^2}{2\, p\, d^3} \times \frac{3\, a\, \varepsilon}{3\, a\, \varepsilon - b^2}.$$

VI.

Hi sunt valores quantitatum k & q in hypothesi quam supra fecimus, nempe puncta A circulo p P R vicina, moveri semper in plano, per centrum terræ G & corpus S transeunte; quod quidem pro satis vero haberi potest propter duas rationes. I. Quod vis quæ punctum A a plano isto deflectere potest, sit infinite parva respectu vis secundum A P, quæ ipsa est minima respectu gravitatis p, unde, modo sit aliquantula in partibus fluidi cohærentia & tenacitas, & ex asperitate superficiei terrestris resistentia nonnulla oriatur, vis hujusce effectus nullus esse debet. II. Hæc vis præterea per unius revolutionis tempus alternatim in contrarias partes agit, adeoque effectus hujus totalis pro nullo haberi potest, & valores quantitatum q & k supra determinati ut harum quantitatum valores medii considerari possunt.

Punctorum vero cæterorum a circulo p P R quantumvis distantium motus supponi potest fieri etiam proxime in circuli maximi plano per corpus S & centrum terræ transeunte, I. quod vis quæ puncta ista ab hoc plano deflectere potest, alternatim in contrarias partes agit. II. Quod fluidi partium tenacitate & cohærentia effici possit, ut

H 3 partes

ambo simul sint infinita, quando $z = o$, erit semper inter duo membra æqualitas nulla addita constante, si fiat $q = \frac{3\,S}{\varepsilon\, p\, d^3} \times \frac{z^2}{2\lambda + 1}$.

partes quæ a circulo pPR diſtant, motum cum partibus circulo pPR vicinis congruum habere debeant.

Quod attinet ad velocitatem iſtorum punctorum, definietur illa propoſitione ſequente, * ſed hic tranſeundo aſſumemus, fluidi tenacitate effici, ut partes omnes a corpore S æqualiter diſtantes, æqualem habeant velocitatem. Licebitne adjicere, ad hanc confirmandam hypotheſin, quod ſuppoſitione non multum abſimili nitantur fere omnia, quæ in eximiis de fluxu acrefluxu maris diſſertationibus expoſuerunt celeberrimi geometræ D D. Euler & Dan. Bernoulli, ſupponunt nempe authores illi clariſſimi, terram fluido coopertam, actione ſolis aut lunæ in ſphæroidem mutari, cujus axis ſit linea jungens centra ſolis aut lunæ, & terræ. Porro cum altitudo partium fluidi a velocitate horizontali pendeat, & altitudo eadem eſſe ſupponatur in locis omnibus, a quorum Zenith corpus S æqualiter diſtat; nonne inde conjectari licet, eandem quoque in iis punctis ſupponi poſſe velocitatem horizontalem?

* *Vide art.* 69.

Præterea ex obſervationibus conſtat ventum ſub æquatore flare ab ortu in occaſum tempore æquinoctiorum; ſimulque in hemiſpherio Boreali paulum a borea participare, in auſtrali vero paulum ab auſtro, & eo magis ab auſtro aut a borea participare, quo ſol magis verſum Boream aut verſus auſtrum promovetur: unde directio venti ſupponi poteſt circumcirca in plano verticali per quod ſol tranſit. Tandem ſi attractionis partium fluidi ratio habeatur, ut habebitur in Problemate ſequenti art. 76, neceſſario ſupponi debet, fluidi figuram eſſe ſphæroidicam; ſecus enim in calculos inextricabiles incideremus.

Muſchenb. de Ventis.

Si corpus S moveatur non in plano circuli maximi, ſed in curva quacunque, videtur etiam, ob rationes jam allatas, ſatis legi-

tіme

time supponi posse puncta quævis fluidi moveri in planis, quæ per centrum terræ & per corpus S transeant.

Cæterum, si cui satis non arrideant hypothesistæ, in art. 65 veras inveniet æquationes, quibus partium fluidi motus exactissime possit determinari; simulque correctiones, quæ ad determinandam venti velocitatem adhiberi possunt.

Coroll. I.

48. Cum sit $A a = q\,d u = \dfrac{3\,S\,z^2\,d u}{\varepsilon p d^3 \left(3 - \dfrac{b^2}{a\varepsilon}\right)}$, patet punctum A (ob quantitatem semper positivam zz) ad easdem semper partes moveri, nempe ad partes contrarias corporis S, ut in figura 16 supposuimus, si sit $3 > \dfrac{b^2}{a\varepsilon}$, contra vero ad easdem partes si sit $3 < \dfrac{b^2}{a\varepsilon}$, supponendo autem aerem esse homogeneum, est $\varepsilon = 850 \times 32^{\text{ped.}}$ (art. 33) $b = 1427^{\text{ped.}}$ (art. 43) & $a = 15^{\text{ped.}}$ quare est $3\,a\,\varepsilon$ $(3.15.850.32) < (1427)^2$ seu b^2. unde aer *moveri deberet ab ortu in occasum versus easdem partes cum sole*, quod quidem, quantum fieri potest, observationibus convenit.

Præterea, patet altitudinem fluidi $\varepsilon - k$ seu $\varepsilon - \dfrac{3S\,z^2.\,3a\varepsilon}{2pd^3\,(3a\varepsilon - b^2)}$ minimam esse in iis locis, quæ corpus S ad horizontem habent, maximam vero in iis, quorum corpus S Zenith occupat, si fuerit $3\,a\varepsilon > b^2$; contra vero, si $3a\varepsilon < b^2$, altitudinem fluidi fore minimam,

corpore

corpore S in linea Zenith exiſtente, maximamque, cum corpus S in horizonte eſt. Denique ſive $3ae >$ vel $< b^2$, liquet fluidi ſuperficiem alternatim per unius diei revolutionem bis elevari & bis ſubſidere; ſed hujus altitudinem nunquam eſſe ipſa e majorem aut minorem.

Schol. IV.

49. Mirum admodum videri poteſt, quod in caſu $3ae < b^2$, fluidum ſub aſtro ſubſidere debeat: tamen re attente perpenſa, quidquid hic paradoxi eſt, fere evaneſcet. Nam ſi fluidi nulla foret inertia, revera ſemper verſus aſtrum elevari deberet: ſed talis eſſe poteſt ejus partium inertia, ut cum verſus aſtrum 1mo. motus inſtanti ſe elevaverit, inſtanti ſequenti non præciſe ſub aſtro, ſed paulo magis verſus ortum ſe elevet, inſtanti 3io. paulo adhuc remotius extolli poterit verſus ortum; & ſic perpetuo, uſque dum ad 90 circiter gradus ab aſtro pervenerit, quo in loco ſupponi poteſt acquiſiviſſe ſtatum permanentem.

Ut fluidum ſub aſtro maxime ſubſidat, debet eo magis elevari quo magis diſtat ab aſtro. Porro ut eo magis elevetur, quo magis ab aſtro diſtat, ſufficit, ut ex duobus punctis in eodem verticali ſibi infinite propinquis, illud quod ab aſtro magis diſtat, moveatur lentius aut velocius, prout motus fiet ad contrarias partes corporis S, aut ad eaſdem, v. g. in fig. 16 ſi ſit $Dd < Aa$, altitudo $e - \kappa$ fluidi augebitur in A, dum venit P in p, quia decreſcente A B D C in $abdc$, altitudo fluidi in eadem ratione augeri debet, unde videtur minui paradoxum, ſiquidem ad id reducitur, quod fluidi velocitas horizontalis ſit eo minor aut major, quo ſol horizonti propior eſt.

Scho-

Schol. II.

50. Nemo autem exiſtimet, hoc paradoxum inde natum eſſe, quod ſuppoſuerimus, puncta omnia fluidi ſemper moveri in plano verticalis circuli per corpus S tranſeuntis. Nam ſi terra & aer ambiens reducti forent ad planum unicum circuli p P R; tunc, nulla facta hypotheſi, invenirentur æquationes ſequentes, deleta tantum quantitate q in æquationibus A & B articuli 47.

$$\frac{v}{\varepsilon} = \frac{dq}{du} \ldots\ldots (C) \;\&\; v = \frac{3S\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{pd^3 .\ 4\sqrt{-1}}$$

$$+ \frac{pb^2\,dq}{2a\,du} \ldots\ldots (D)$$ Unde elicitur $\lambda\, dq = \frac{3S\,z\,dz}{\varepsilon p d^3}$, cujus integralis $q = \frac{3S\,z^2}{\lambda \varepsilon p .\ 2 d^3} \pm K$ (ponendo nempe eſſe $q = K$, quando $z = o$); & $\int v\, du = \frac{3S z^2}{2pd^3} \times \frac{2a\varepsilon}{2a\varepsilon - b^2}$; unde patet, quod ſi $2a\varepsilon < b^2$, fluidum ſub aſtro ſubſidere debeat.

Coroll. 2.

51. Res eſt notatu non indigna, quod in eo caſu, quo terra globus ſupponitur, neceſſario determinati valoris ſit quantitas q, in caſu vero, quo ad planum circulare reductus ſupponitur globus terreſtris, variari poteſt q pro valore quantitatis K. Sit $K = \frac{3S\,mm}{2d^3 .\ \lambda \varepsilon p}$, & erit velocitas fluidi in eaſdem partes atque corpus S, aut in partes contrarias, aut alternatim in eandem & in con-

trarias partes, prout erit $\frac{zz \pm mm}{\lambda}$, aut ſemper negativum, aut ſemper poſitivum, aut alternatim poſitivum & negativum.

Coroll. 3.

52. Hinc generaliter concipere licet, quomodo fieri poſſit, ut ventus ſub æquatore perpetuus flet ab ortu in occaſum, nempe in eadem cum ſole ac luna directione, ſimulque mare bis affluat & defluat per tempus unius revolutionis diurnæ. Nam maſſa aeris, quæ ſub æquatore vaſto oceano imminet, cum undequaque libera ſit, poteſt ut ſphæræ pars conſiderari: contra vero, mare ſub æquatore a terris hinc inde coarctatum, moveri debet fere quaſi in plano circulari. Adde quod littora ſecundum directionem meridiani protenſa neceſſario impediant, ne moveri continuo poſſit, mare verſus eaſdem partes.

Schol. III.

53. Si foret in calculis problematis præſentis $3\,a\,\varepsilon = b^2$, tunc foret A a infinita, adeoque maxima reſpectu P p, proinde ad hunc caſum, problematis præſentis calculi applicari non poſſent. Ut in hoc caſu habeantur æquationes ad motum fluidi pertinentes, obſervandum eſt eſſe $Pp + AB = d\,(PA)$ ſeu $d\alpha + q\,d\alpha = du$; unde facta ſemper $AD = Pp = d\alpha$, erit.

$$\text{I.}\ \frac{dk.(1+q)}{\varepsilon - k} = dq + qd\left(\frac{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}{\varepsilon^{u\sqrt{-1}} - \varepsilon^{-u\sqrt{-1}}}\right) \ldots\ldots (1)$$

II.

II. $$\frac{dk}{du} = \frac{3S\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{4pd^3\sqrt{-1}} + \frac{dq.(1+q).b^2}{2adu} \ldots\ldots (2)$$

Positoque $\frac{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}} = z$, invenietur

$$\frac{3S\,z\,dz}{p\,d^3} + dq\left(\frac{b^2}{2a} - \varepsilon\right) - \frac{\varepsilon q\,dz}{z} = -\frac{\varepsilon\,dq.q}{1+q} - \frac{k\,dq}{1+q} - \frac{q\,b^2\,dq}{2a} - \frac{\varepsilon qq\,dz - \varepsilon kq\,dz}{z(1+q)} \ldots\ldots (3)$$

Cujus æquationis integratio non apparet, nisi sint q & k valde parvæ respectu ipsius ε, quo casu potest supponi 2dum membrum $= o$.

Advertendum tamen æquationem istam nonnihil utilitatis habere, ut, quam proxime libuerit, determinetur fluidi motus, nempe integretur primum illa, neglecto 2do membro, tum denuo integretur positis in 2do membro valoribus ipsarum q & k, in Ima integratione inventis; tum ex novo valore ipsius q, inveniatur per æquationem (2) novus valor ipsius k, qui est accurate $\frac{3Szz}{2pd^3} + \frac{b^2q}{2a} + \frac{b^2qq}{4a}$; deinde substitutis hisce valoribus in 2do membro æquationis (3) eruatur iterum per integrationem novus valor ipsius q, & sic deinceps: hac ratione magis & magis accedetur ad verum quantitatum q & k valorem.

 Coroll.

Coroll. 4.

54. Ut determinetur constans ε, saltem eo in casu, quo k parva est respectu ε, sit ε' altitudo fluidi in statu sphærico, eritque, quod invenire facile est $\varepsilon'. 2nrr = \varepsilon. 2nrr - \frac{3S}{pd^3} \times \frac{2nr^3}{3} \times \frac{3a\varepsilon}{3a\varepsilon - b^2}$ unde est quam proxime $\varepsilon = \varepsilon' + \frac{3S}{pd^3} \times \frac{ar\varepsilon'}{3a\varepsilon - b^2}$.

Schol. IV.

55. Cum sit quantitas k proportionalis quadrato zz sinui arcus P V, sequitur fluidi superficiem fore semper ellipsin, cujus axium differentia (art. 1 & 47) $= \frac{3S}{2pd^3} \times \frac{3a\varepsilon}{3a\varepsilon - b^2}$; ubi notandum est, esse semper $3a\varepsilon > 3a\varepsilon - b^2$, si $3a\varepsilon > b^2$; unde ellipsis versus astrum magis oblongata erit, quam foret, si corpus S quietum foret, quo in casu semiaxium differentia (art. 13) foret $\frac{3S}{2pd^3}$. Si vero $3a\varepsilon < b^2$, compressa versus astrum erit ellipsis, eoque magis vel minus, quo $3a\varepsilon$ respectu $b^2 - 3a\varepsilon$ major vel minor erit.

Tandem si $b = 0$, erit axium differentia $\frac{3S}{2pd^3}$, præcise ut in art. 13 invenitur, qui quidem consensus, ex longe diversis principiis deductus, theoriam hanc nostram non leviter videtur confirmare.

Coroll. 5.

56. Si corpus S ſemper in plano æquatoris P A E moveatur, manifeſtum eſt, eandem ſemper fore illius a polo utroque diſtantiam, nempe 90 graduum, proinde fluidum in polis eandem ſemper altitudinem, eandemque, ſi quæ ſit, velocitatem, conſervare debere; quod quidem ex calculis noſtris aliunde eruitur, ſi quidem nec altitudo nec velocitas variantur, ubi z eſt conſtans, unde noſtra rurſum confirmatur theoria.

Coroll. 6.

57. Si fluidum, in ſtatu ſphærico, diviſum ſupponatur in ſuperficies ſphæricas numero infinitas, manifeſtum eſt, quod, cum ſuperficies extima (art. 55.) in ellipſin mutetur, cujus axium differentia cognoſcitur, ſuperficies quælibet pariter in ellipſin mutabitur, cujus axium differentia proportionalis ſemper erit diſtantiæ hujus ſuperficiei a terreſtris globi ſuperficie, quod eodem ratiocinio fere evincitur ac in art. 18. unde, eodem modo quo in hoc art. 18. habebitur cujusque puncti velocitas & directio abſoluta.

Coroll. 7.

58. Huc usque ſuppoſuimus, terram cum fluido ambiente eodem motu angulari moveri circa ſuum axem: motumque illum ad corpus S transtulimus, at ſi, quacumque de cauſa, non eadem foret velocitas angularis terræ & athmoſpheræ, exceſſusque velocitatis fluidi ſupra velocitatem terræ foret $+ V$; exceſſus ille velocitatis angularis, cum ſigno & in ſenſu contrario ad corpus S transferri deberet, unde mutaretur tantum quantitas conſtans b; reliquis, ut ante, permanentibus.

Propos. X^a. Lemma.

Fig. 17. 59. Sint plana duo ACG, BCG, ad se invicem perpendicularia, & sit angulus ACB rectus, ut & anguli GCB, GCA: ducantur in planis AG, BG rectæ CE, CD, quæ cum AC, BC, constituant angulos infinite parvos ACE, BCD; dico angulum ECD pro recto haberi posse.

Nam $DE^2 = AB^2 + BD^2 - AE^2 = BD^2 - AE^2 + AC^2 + CB^2 = BD^2 - AE^2 + CE^2 - AE^2 + CD^2 - BD^2 = CE^2 + CD^2 - 2AE^2$. Ergo ED^2 differt ab $CE^2 + CD^2$, quantitate tantum infinite parva $\overset{i}{2}$ ordinis $2AE^2$, proinde angulus ECD a recto tantum differt quantitate infinite parva $\overset{i}{2}$. ordinis. Ergo angulus ECD pro recto haberi potest.

Propos. XI^a. Lemma.

Fig. 18. 60. Iisdem positis ac in lemmate præcedente, sollicitetur punctum C a tribus potentiis, quarum una (p) secundum CG agat, reliquæ vero duæ, (π & Π), altera in plano CGD perpendiculariter ad GC, altera in plano GCE perpendiculariter ad GC; per punctum quodvis G lineæ CG ducatur perpendicularis Gε ad planum ECD, & per punctum ε, ubi plano ECD occurrit, ducantur εd, εe, perpendiculares ad CD, CE; dico, si fuerit $p : \pi :: CG : Cd$; & $p : \Pi :: CG : Ce$; vim ortam ex tribus p, π, Π, fore ad planum ECD perpendicularem.

Potentiæ π, Π, quæ ex hypothesi, sunt perpendiculares ad CG, possunt supponi agentes secundum CD, & CE; inde enim error tantum infinite parvus $\overset{i}{2}$. ordinis, aut etiam $\overset{i}{3}$. orietur in determinatione directionis ac valoris potentiæ, ex tribus p, π, Π, nascentis.

Jam

Jam vero, cum ſit (art. 59.) angulus E C D, rectus, & π : Π :: Cd : Ce, vis ex π & Π reſultans erit ſecundum Cε, eritque ad p, ut Cε ad C G. Ergo vis quæ ex hac & ex p oritur, erit ad Gε parallela, h. e. ad planum E C D perpendicularis.

Coroll. 1.

61. Viciſſim ſi ſollicitetur punctum C a potentia quacunque, perpendiculariter ad planum E C D agente, ſupponi ſemper poteſt hanc potentiam oriri ex tribus aliis p, π, Π, quæ ſecundum CG, CD, CE agant, quæque ſint ad invicem, ut CG, Cd, Ce.

Coroll. 2.

(*)

62. Ex principiis quæ in duobus articulis præcedentibus ſunt poſita, reddi ratio poteſt, cur mutationes in globi fluidi figura, ortæ ex viribus ſolis ac lunæ conjunctim agentibus, eædem fere ſint ac ſumma mutationum ex iis viribus ortarum, ſi ſeparatim ſumantur. Sint enim AL, AB, duo arcus infinite parvi, in circulo globi maximo aſſumpti, ſitque angulus planorum L A G, L B G, rectus, jam vero puncta A, B, L, in C, D, E, deſcendant, propter vim aliquam minimam S, in partes globi ſecundum legem quamlibet agentem, & eadem puncta A, B, L, in I, O, K, deſcendant, propter vim aliam minimam L, utlibet in globum agentem; dico, viribus S & L conjunctim agentibus, puncta A, B, L in P, S, R, ventura, ita ut ſit B D + D S = B D + B O; A C + C P = A C + A I; L E + E R = L E + L K. *Fig. 19.*

Nam 1°. cum ſint A C & A P quam minimæ reſpectu A G, vires conjunctæ S, L, in P agere cenſendæ ſunt, ut in C & in I: 2°. ſint p, π, Π, vires quæ in punctum C agunt ſecundum C G, & ſecundum lineas ipſi CG perpendiculares, in planis ABG, ALG;

mani-

manifestum est (siquidem fluidum in C est in æquilibrio) vim ex tribus p, π, Π, resultantem, esse debere perpendicularem ad planum ECD in C ergo erit $p : \pi :: AB : BD - AC$, & $p : \Pi :: AL : LE - AC$ (art. 61.) pariter si sint p, π', Π', tres vires similiter in punctum I agentes, erit $p : \pi' :: AB : AO - AI$; & p; $\Pi' :: AL : LK - AI$. Ergo $p : \pi + \pi' :: AB : BS - AP$, & $p : \Pi + \Pi' :: AL : LR - AP$. Ergo (art. 60.) punctum P urgetur vi quæ est ad planum RPS normalis. Quare punctum P in æquilibrio stare debet.

Quicunque sit virium S, L &c. numerus, vera semper erit propositio præsens, ut attendenti facile patebit. Quare mutatio totalis ex his orta, æquabitur semper summæ mutationum ex separata actione nascentium.

Propos. XII^a. Lemma.

Fig. 20. 63. Detur globus cujus centrum G; P E, P A, duo circuli maximi, A O arcus circuli minimi cujus planum R A O sit ad plana circulorum P A, P E perpendicularis; dico

1°. si fiat P O vel $PA = u$, angulus $APO = A$, $PG = 1$, esse

$$AO = A \times RO = A \times \frac{\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{2\sqrt{-1}}.$$

2°. si supponatur $Pp = d\alpha$, infinite parvus arculus, esse $pA - PA = pN =$

$$\frac{d\alpha\left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{2};$$

& angulum $NAP = \frac{PN}{\text{sin. } PA}$

$$= \frac{PN}{AR} = \frac{Pp \times \text{sin. } A}{AR} = \frac{d\alpha\left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{c^{u\sqrt{-1}} + c^{-u\sqrt{-1}}}.$$

3°. si

3°. Si ducatur perpendicularis AZ ad OR, erit $\frac{AZ}{ZR} =$

$$\frac{c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}}{\sqrt{-1}\left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)}$$, æqualis nempe tangenti anguli A P O; & anguli A p O tangens invenietur $=$

$$\frac{AZ}{ZR + Pp \times RG} = \frac{AZ}{ZR} - \frac{RG \times AZ}{ZR^2} \times Pp = \frac{AZ}{ZR}$$

$$- \frac{RG.\ AZ.\ d\alpha}{ZR^2}$$, unde patet angulum A p O esse $=$ A P O

$$- \frac{RG.\ AZ.\ d\alpha}{ZR^2.\left(1 + \frac{AZ^2}{ZR^2}\right)}$$, seu (propter $AZ^2 + ZR^2 = AR^2$)

esse $ApO = APO - \frac{d\alpha \times \text{fin. } A \times RG}{\text{fin. } u} = APO -$

$$\frac{d\alpha\left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right) \times \left(c^{u\sqrt{-1}} + c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{2\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}$$

4°. Sit Q A α circulus quivis maximus per A transiens, capiatur in hoc circulo A a infinite parva, simulque etiam admodum parva respectu P p & p N, ducanturque perpendiculares, $a\,i$ in P A, & $a\,e$ in arcum O A versus e productum; veniat jam P in p; & manente eadem A a, decrescet linea A i quantitate $=$ A e $\times$ angl. P A N; crescet vero A e, quantitate $=$ A i $\times$ ang. P A N.

Coroll.

64. Cum sit A a admodum parva respectu P p, sequitur, si

transferatur A in a, dum venit P in p, ſupponi ſemper poſſe Ai decreſcere quam proxime quantitate Ae × ang. P A N; creſcere vero Ae, quantitate Ai × angl. P A N.

Propos. XIII$^{a.}$ Problema.

65. Iisdem datis ac in art. 47, invenire motum fluidi, hac non facta hypotheſi, quod fluidum ſemper in verticali per corpus S tranſeunte moveatur.

I.

Sit ε altitudo fluidi in P, $\varepsilon - k$ altitudo hujus in A, exiſtente k admodum parva reſpectu ε; ſupponatur punctum A percurrere Aa dum venit P in p, manifeſtum eſt, punctum illud, inſtanti ſequenti, ſi nihil obſtaret, deſcripturum in circulo A S lineam $a\alpha$ = Aa, adeo ut lineæ Ai, Ae (quæ in a poſitionem mutant) fierent quam proxime (art. 64 & art. 63. n. 2.) Ai − Ae ×

$$\frac{d\alpha \times \left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}, \text{ \& } Ae +$$

$$Ai \times \frac{d\alpha \times \left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}.$$

II.

Jam vero, ut inveniatur puncti A velocitas & directio in inſtanti quolibet, ſufficit ut habeatur pro hoc inſtanti ejus velocitas, tum in plano verticali per corpus S tranſeunte, tum in plano circuli minimi huic plano perpendiculari, quæ quidem ambo plana continuo poſitionem mutant.

Sit

Sit ergo $Ai = q\,d\alpha$; $Ae = \eta\,d\alpha$, manifeſtum eſt ſolutum iri problema, ſi determinentur quantitates q & η. Porro quantitates iſtæ, ut & quantitas k, non poſſunt eſſe niſi functiones ipſarum u & A, quamobrem ponatur.

$$d q = r\,d u + \lambda\,d\,\mathrm{A}.$$
$$d \eta = \gamma\,d u + \epsilon\,d\,\mathrm{A}.$$
$$d k = \varrho\,d u + \sigma\,d\,\mathrm{A}.$$

III.

Perventis jam A in a & P in p, quantitas $\eta\,d\alpha$ fiet quam proxime $d\alpha\,(\eta + \gamma \times p\mathrm{N} + \epsilon \times (\mathrm{A}p\mathrm{O} - \mathrm{APO}) =$ (art. 63. n. 2. & 3) $d\alpha \times \left[\eta + \frac{\gamma\,d\alpha\left(c^{\mathrm{A}\sqrt{-1}} + c^{-\mathrm{A}\sqrt{-1}}\right)}{2} + \epsilon \times \frac{-\,d\alpha\left(c^{\mathrm{A}\sqrt{-1}} - c^{-\mathrm{A}\sqrt{-1}}\right) \times \left(c^{u\sqrt{-1}} + c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{2\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}\right]$ ...... (1)

Si autem nulla vis in punctum A ſecundum Ae ageret, lineola a puncto A deſcripta, dum punctum p deſcribit $\mathrm{P}p' = \mathrm{P}p$, foret (n. I. art. præſ.) $\eta\,d\alpha + \frac{q\,d\alpha\left(c^{\mathrm{A}\sqrt{-1}} - c^{-\mathrm{A}\sqrt{-1}}\right)}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}$ .... (2)

Unde, differentia quantitatum (1) & (2), exprimit ſpatiolum quod percurrit punctum A, ex actione vis acceleratricis qua ſecundum Ae urgetur. Si ergo vis illa dicatur Φ, erit (juxta nomina art. 39

& notam (a) ejusdem art.) differentia quantitatum (1) & (2) multiplicata per $\frac{b^2}{Pp^2}$, ad $2a$, ut φ ad p, quare cum sit $\frac{b^2}{Pp^2} = \frac{b^2}{d\alpha^2}$;

erit $$\varphi = \frac{pb^2}{2ad\alpha^2} \times \left[\frac{\gamma d\alpha^2 \left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{2} \right.$$

$$+ \frac{\beta d\alpha^2 \times \left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right)\left(c^{u\sqrt{-1}} + c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{2\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}$$

$$\left. - \frac{q d\alpha^2 \left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}} \right] \ldots\ldots\ (E)$$

IV.

Si appelletur π vis acceleratrix secundum Ai, eodem præcise ratiocinio invenietur fore

$$\pi = \frac{pb^2}{2ad\alpha^2} \times \left[\frac{r d\alpha^2 \left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{2} - \right.$$

$$\frac{\lambda d\alpha^2 \left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right) \times \left(c^{u\sqrt{-1}} + c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{2\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}$$

$$\left. + \frac{\eta d\alpha^2 \left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}} \right] \ldots\ldots\ (F)$$

Jam

V.

Jam vero, cum punctum A ſollicitetur ſecundum A P, vi $=$ $\frac{3S}{d^3}\left(\frac{c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}}{4\sqrt{-1}}\right)$, & hujus vires acceleratrices ſecundum A e, & A i, ſint φ & π, oportet not. (a) in art. 13) ut vis $\frac{3S}{d^3}\left(\frac{c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{\ }1}}{4\sqrt{-1}}\right) + \pi$ ſecundum A P agens, ſit in æquilibrio cum gravitate p, agente ſecundum A G, & cum vi φ agente ſecundum A O, quo circa vis ex his tribus reſultans debet eſſe ad ſuperficiem fluidi perpendicularis, h. e. perpendicularis ad eam partem ſuperficiei ſuperioris fluidi, cujus iAe cenſenda eſt projectio in ſuperficiem globi ſolidi. Quare (art. 59 & 61) neceſſe eſt I°. ut vis orta ex p, & ex φ ſecundum A O agente, ſit perpendicularis ad eam ſectionem ſuperficiei, cujus A o eſt projectio, & ſit in plano A O R. II°. Ut vis orta ex p, & $\frac{3S\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{d^3 \cdot 4\sqrt{-1}} + \pi$ ſit perpendicularis ad eam ſectionem, cujus P A i eſt projectio, & ſit in plano A P G. Unde naſcentur ſequentes æquationes.

$$\frac{3S\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4d^3\sqrt{-1}} + \pi =$$

$$p\varrho \text{ ------ (G), } \& \ \varphi = \frac{p\sigma dA}{dA\left(\frac{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right)}$$

 ſeu

seu $\Phi = \dfrac{2\, p\, \sigma \sqrt{-1}}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}$ ...... (H)

VI.

Fig. 21. Assumantur nunc quatuor puncta A, B, C, D, sibi mutuo infinite propinqua, quæ sita sint in circulis maximis P A, P B, & in circulis minimis B A, D C, qui istos normaliter secant; & ponatur, quod, dum venit P in p, veniant puncta A, B, C, D, in a, b, c, d; quantitas qua decrescit altitudo fluidi in A, erit (art. 46) $\varepsilon \times \left(\dfrac{\mathrm{C}u - \mathrm{A}i}{A\mathrm{C}} + \dfrac{\mathrm{BO} - Ae}{A\mathrm{B}} + \dfrac{Ai \times d\,(\text{sin. PA})}{(\text{sin. P}A) \times du}\right)$. Porro est $\dfrac{\mathrm{C}u - Ai}{A\mathrm{C}} = \dfrac{r\, d\alpha.\, A\mathrm{C}}{A\mathrm{C}} = r\, d\alpha$; pariter est $\dfrac{\mathrm{BO} - Ae}{A\mathrm{B}}$

$$= \frac{d\alpha \times \beta\; A\mathrm{B}.\; 2\sqrt{-1}}{A\mathrm{B}\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)} = \frac{2\,\beta\, d\alpha \sqrt{-1}}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}$$

Erit igitur

$$\frac{\left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right) \times \dfrac{\varrho\, d\alpha}{\varepsilon} - \dfrac{\sigma\, d\alpha}{\varepsilon}}{2}$$

$$\times \frac{\left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right) \times \left(c^{u\sqrt{-1}} + c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{2\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}$$

$$= r\, d\alpha + \frac{2\,\beta\, d\alpha \sqrt{-1}}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}$$

$+ q\, d\alpha$

$$+\frac{q\,d\alpha \times d\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{du\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)} \cdots\cdots (I)$$

VII.

Hinc elicientur æquationes omnes ad determinandum fluidi motum neceſſariæ, nam ſi in æquationibus G, H, ponantur pro ϕ & π illarum valores ex æquationibus E, F, dati, habebuntur cum æquatione I duæ aliæ æquationes, in quibus non continebuntur niſi incognitæ q, η, k, λ, ϵ &c. cum indeterminatis A & u, & earum differentiis.

Coroll. I.

66. Ex æquationibus præcedentibus id primum concludemus, quod ſi tenacitatis, frictionis, & adhærentiæ partium nulla ratio habeatur, non poſſe ſimul fieri, ut ſolidum, in quod fluidi maſſa mutatur, ſit accurate ſphærois quæ pro axe habeat lineam, corpus S, ac centrum terræ jungentem, & ut motus fluidi fiat ſemper in plano per corpus S & centrum G transeunte. Nam ut figura fluidi ſphæroidalis ſit, debet eſſe $\sigma\, d\, A = o$, quia ſcilicet plana omnia per axem P G transeuntia, ſectiones ex hypotheſi ſimiles & æquales producunt; Unde $\sigma = o$, & ex æquatione (H), $\phi = o$; ergo ea pars motus corpuſculi A, quæ ad verticalem AP perpendicularis eſt, totum ſuum habebit effectum, ſiquidem vis acceleratrix aut retardatrix in eo ſenſu agens nulla omnino erit: proinde neceſſario corporis A motus totus non fiet in verticali plano AP.

Eadem

Eadem propositio sequenti ratiocinio confirmari potest. Supponatur in instanti quovis figuram fluidi esse sphæroidalem, & motum particulæ cujuslibet fluidi, fieri in verticali respondenti: particula igitur A, v. g. describet lineam
Fig. 22. Aa, dum pervenit P in p, & instanti sequenti conatur describere lineam $aa' = Aa$; hoc autem instanti supponatur describere revera lineam $a\alpha$ in plano circuli maximi $p\alpha$, evidens est (siquidem velocitas aa' componitur ex $a\alpha$, & $\alpha a'$) velocitatem $\alpha a'$, debere esse talem (not. (a) in art. 13) ut destruatur; ergo (art. 60. 61) vires acceleratrices repræsentatæ per $o\alpha$, & $a'o$, separatim cum gravitate p debent æquilibrium facere, porro, cum sectio a plano $a'o$ facta sit ex hypothesi circularis, manifestum est vim acceleratricem $a'o$ non posse totam annihilari; unde aliquem necessario motum producet, qui motus idem non erit pro diversis fluidi particulis, siquidem in plano p P E erit nullus, & ex altera parte plani in sensum contrarium dirigetur. Ergo massa fluidi suam, si ita loqui fas est, sphæroidicitatem amittet; & motus particularum A fieri non poterit per duo consecutiva instantia in plano verticali per corpus S transeunte. Ex his sequitur non posse esse simul $\sigma = o$ & $\eta = o$.

Coroll. 2.

67. Si supponatur (fluidi figuram non sphæroidalem assumendo) puncta omnia fluidi moveri in verticali respondente, h. e. si fiat $\eta = o$, ac proinde $\gamma = o$, $\epsilon = o$; inve-

invenietur $q = \frac{-4a\sigma\sqrt{-1}}{b^2\left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right)}$; proinde quantitates r, λ, habebuntur differentiando quantitatem $\frac{-4a\sqrt{-1}\,.\,\sigma}{b^2\left(c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}\right)}$. Substituantur valores quantitatum q, r, λ, hisce operationibus inventi, in æquationibus (F), (I), articuli 65, & inde per calculum eruentur valores quantitatum $\frac{d\sigma}{du}$ & $\frac{d\varsigma}{dA}$ *, in ϱ, σ, A, u; proinde si harum æquationum prima integretur, supponendo tantum u variabilem, tum secunda integretur, supponendo tantum A variabilem, & ponendo pro $\frac{d\sigma}{du}$ ejus valorem $\frac{d\varrho}{dA}$ **, quantitas ϱ talis esse debet, ut valores ambo ipsius σ ex his æquationibus orti, unus idemque valor sint, præterea cum $\varrho\, du$

* Per $\frac{d\sigma}{du}$ & $\frac{d\sigma}{dA}$ intelligo coefficientes quos haberent du & dA in differentiatione ipsius σ. generatim per $\frac{dL}{du}$ & $\frac{dL}{dA}$ in sequentibus intelligam coefficientes quos haberent du & dA in differentiatione quantitatis L, quam suppono esso functionem quamlibet ipsarum A & u.

** Est $\varrho\, du + \sigma\, dA$, ex hyp. differentia ipsius k. Unde (demonstravit Celeberrimus Eulerus to. 7. Com. Petrop.) est $\frac{d\varrho}{dA} = \frac{d\sigma}{du}$.

$\varrho\, d u + \sigma\, d A$ debeat esse differentialis accurata & completa, oportet ut $\frac{d \varrho}{d A} = \frac{d\sigma}{du}$: quare quantitas ϱ huic etiam novæ conditioni debet satisfacere. Quænam autem sit quantitas ϱ quæ hisce conditionibus satisfaciat, aut etiam utrum dari talis possit, fateor me hactenus, seu per temporis, seu per analyseos augustias, definire non potuisse.

Coroll. 3.

68. Si jam fiat $\sigma = o$ (non supponendo $\eta = o$) h. e. si figura fluidi sphæroidalis assumatur, non supponendo totum motum fieri in verticalibus per corpus S transeuntibus, invenientur pariter conditiones hujusce casus, sive possibiles sint, sive non: quod quidem determinare videtur maxime arduum.

Coroll. 4.

69. Ut ex æquationibus problematis præcedentis eliciatur, quantum fieri potest, venti velocitas, quæratur primum velocitas venti in plano verticali, quod per astrum transit, atque, ut ad eam definiendam circum circa perveniatur, tractentur primum in omnibus æquationibus quantitates η, γ, λ, β, σ, ut $= o$, quia scilicet motus fluidi solus in sensu plani verticalis consideratur; eritque (G′) ....

$$\frac{3\,S\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\, d^3 \sqrt{-1}} + \frac{p\, b^2}{2a} \times \frac{dq}{du}$$

$$\frac{\left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{2} = \frac{p.\,dk}{.\,du} \ldots\ldots\ldots$$

$$(\mathrm{I}') \; \frac{\left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{2\,\varepsilon} \times \frac{dk}{du} = \frac{dq}{du} +$$

$$\frac{qd\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{du\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}.$$

Unde, si tractetur A ut constans, & fiat $\frac{2}{c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}}$ $- \frac{b^2}{2\,a\,\varepsilon} \frac{\left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{2} = \lambda$, & $\frac{2}{c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}} = \frac{1}{F}$, erit (integrationem ineundo ut in art. 47) $q = \frac{3\,S}{\varepsilon\, p\, d^3} \times \frac{z^2}{2\,\lambda + \frac{1}{F}} = \frac{3\,S\,z^2}{\varepsilon\, p\, d^3} \times$

$$\frac{\left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{2\left[3 - \frac{b^2}{a\,\varepsilon} \frac{\left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)^2}{4}\right]}$$

& $k = \frac{3\,S\,z\,z}{2\,p\,d^3} + \frac{3\,S\,z^2\,b^2}{2\,p\,a\,\varepsilon\,d^3} \times$

 (AV—1

$$\frac{\left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{4\left[3 - \frac{b^2}{a\varepsilon}\left(\frac{c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}}{4}\right)^2\right]} = \frac{3Szz}{2pd^3} \times$$

$$\frac{3}{\left[3 - \frac{b^2}{a\varepsilon}\left(\frac{c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}}{4}\right)^2\right]}.$$

Coroll. 5.

70. Ex hisce valoribus ipsarum q & k, manifestum est, Io. Si fuerit A infinite parva, quo in casu $\frac{c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}}{2} = 1$, fore $q = \frac{3Szz}{\varepsilon p d^3} \times \frac{1}{3 - \frac{b^2}{a\varepsilon}}$, & $k = \frac{3Szz}{2pd^3} \times \frac{3a\varepsilon}{3a\varepsilon - b^2}$. Quod congruit cum artic. 47. n. V.

2o. Si fuerit $A = 90^{grad}$. h. e. si quæratur velocitas venti, quando astrum est in meridiano, quo in casu $\frac{c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}}{2} = o$, erit $q = o$ & $k = \frac{3Szz}{2pd^3}$: nempe quando astrum est in meridiano, velocitas venti in sensu meridiani nulla esse debet, & aeris altitudo, pro quo-

vis

vis puncto meridiani, eadem eſt quæ foret (art. 2 & 34) ſi aſtrum immotum maneret. Quod quidem, alio ratiocinio, ſatis luculenter confirmari poteſt. Nam cum ſol v. g. aliquo tempore ante & poſt appulſum ad meridianum, altitudinem & diſtantiam ſenſibiliter non mutet, reſpectu locorum in meridiano ſitorum, aer qui meridiano incumbit, tunc per aliquod tempus in eodem fere caſu eſt, ac ſi ſol immotus maneret, proinde eam debet figuram induere, & aliquo tempore conſervare, quam haberet, ſi ſol revera eſſet immotus.

Coroll. 6.

71. Definitis jam, circum circa, quantitatibus q & k, ſubſtituatur pro z ipſius valor $\frac{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$; tum differentientur hæ quantitates, aſſumendo A & u variabiles, & ex differentiatione ipſius k, habebitur quantitas σ, unde per æquationem (H) invenietur Φ; tum ex æquatione (I) invenietur β; quare cum $\beta\, dA + \gamma\, du$, debeat eſſe differentialis completa, facile obtinebitur γ, erit enim (not. ** in art. 67) $\frac{d\gamma}{dA} = \frac{d\beta}{du}$: quare $\gamma = \int \frac{d\beta}{du} \times dA$; proinde reperietur $\eta = \int \gamma\, du + \beta\, dA$ (a): unde habebitur (circum circa)

(a) Poſſet etiam inveniri valor quantitatis η ex æquatione (F) aut valor quantitatis β ex æquatione (E). Cum autem hi valores diverſi ſint ab eo, quem ſuppecirca) velocitas venti in plano, ad verticale per aſtrum transiens perpendiculari.

Ex hoc primo valore ipſius η, determinabuntur valores accuratiores quantitatum q & k, aſſumendo A ut conſtans, quemadmodum in priori operatione; tum ex hisce novis ipſarum q & k valoribus rurſus emerget magis accuratus valor ipſius η, eadem ratione qua primus ipſius η valor ex prioribus q & k determinatus eſt.

Coroll. 7.

72 Ex præcedentibus patet, velocitatem venti (abſtrahendo a partium tenacitate, & frictione) nullam eſſe, quando aſtrum eſt in meridiano, eſſe vero in æquatore maximam, ac præterea, ſectiones fluidi in plano æquatoris, & in plano meridiani, non eſſe ellipſes ſimiles & æquales. Proinde ut ſupponi poſſit (quemadmodum in art. 47) propter tenacitatem partium eandem eſſe in locis omnibus ab aſtro æquidiſtantibus velocitatem, & fluidum induere figuram ſphæroidicam, nihil aliud fieri poſſe videtur, quam ut velocitas venti, & ſectio fluidi in verticali quovis, aſſumantur æquales velocitati & ſectioni, quæ media eſt inter æquatorem & meridianum, h. e. quæ reſpondet ipſi A = 45°. Erit ergo, facta

($AV-1$

ſuppeditat æquatio (I); ſuſpicio inde naſci poteſt, Problema præſens varias habere ſolutiones; quod quidem ex dicendis in articulo ſequente, non parum confirmabitur.

$$\frac{\left(c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}\right)}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}};\ q = \frac{3\,S\,z^2}{\varepsilon\,p\,d^3}$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{2\left(3 - \frac{b^2}{2a\varepsilon}\right)}}\ \&\ k = \frac{3\,S\,z\,z}{2pd^3} \times \frac{3}{3 - \frac{b^2}{2a\varepsilon}}.$$

Coroll. 8.

73. Si quærantur ipſarum η, q, k, valores in locis prope æquatorem ſitis, h. e. in locis, ubi angulus A eſt infinite parvus, obſervabitur, quantitates η, q, k, eſſe functiones ipſarum u & A, tales, ut ſit $\eta = o$, quando A $= o$, & k & q functiones ſint ipſius u, quare ſi reducantur valores quantitatum η, q, k in ſeriem infinitam, erit, quando A eſt infinite parva quantitas.

$$\eta = V.\ A^{n}.$$
$$q = V'' + V'''.\ A^{b}.$$
$$k = V' + V''.\ A^{\pi}.$$

Deſignantibus V, V'', V''', V', V'', functiones ipſius u; & n, h, π, exponentes poſitivos, differentientur hæ tres quantitates, ut habeantur r, λ, γ, ϱ, σ; & ſubſtituatur pro $\frac{c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}}{2}$ ejus valor fere $= 1$; & pro $\frac{c^{A\sqrt{-1}} - c^{-A\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$, ejus valor qui eſt $=$ A,

quando

quando angulus A eſt infinite parvus: erit que, neglectis terminis omnibus qui negligi poſſunt

$$(a) \ldots\ldots \frac{3S\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4pd^3\sqrt{-1}} + \frac{b^2 dV''}{2a.du} = \frac{dV}{du}.$$

$$(b) \ldots\ldots \left[\frac{b^2 dV}{2adu} - \frac{nb^2}{2a}\frac{\left(c^{u\sqrt{-1}} + c^{-u\sqrt{-1}}\right).2\sqrt{-1}.V}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}\right] \times A^n - \frac{b^2 V'' A\sqrt{-1}}{a\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)} = \frac{\pi A^{\pi-1}.V''.2\sqrt{-1}}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}}$$

$$(c) \ldots\ldots \frac{dV'}{\varepsilon du} = \frac{dV''}{du} + \frac{nV.A^{n-1}.2\sqrt{-1}}{c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}} + \frac{V''d\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}{\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}$$

Notandum eſt, in 2a. æquatione neglectas non fuiſſe quantitates $A^{\pi-1}$ & A^n, quia ſcilicet ſi ſupponeretur $\pi = 2$, & $n = 1$, termi-

termini, quos ingrediuntur hæ quantitates, eſſent homogenei termino $\frac{- b^2 V'' A \sqrt{-1}}{a\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)}$.

Jam vero ſi vis, qua ſol aut aſtrum aliud attrahit particulas fluidi prope æquatorem ſitas, in duas alias reſolvatur, quarum una ſit æquatori parallela; altera perpendicularis, hæc poſterior vis erit infinite parva I*i*. ordinis reſpectu prioris; proinde ſi aliquem producat effectum, videtur effectum producere debere, qui ſit infinite parvus I*i*. ordinis reſpectu effectus quem vis altera producit. Ergo ſupponi poteſt $V.A^n = V.A.$ ſi quantitas η, vel abſolute nulla ſit vel $= V.A^{1+p}$ (denotante p numerum poſitivum qvemvis): tunc termini quos ingreditur V, ut nulli tractari debent, & eo caſu vis quæ in ſenſu meridiani agit, talis erit, ut cum gravitate æquilibrium faciat. Quod quidem eveniet, ſi in æquatione (b) ponatur $\pi = 2$; $2V'' = -\frac{b^2}{2a}V''$; & $V\, a\, c\, \frac{dV}{du} = o$; aut $A^n > A$. Ergo generatim $V.A^n$ debet ſupponi aut $= V.A$ aut $= o$, quando $\pi = 2$.

1*o*. Si ſit $\pi = 2$; $n = 1$, ex æquationibus (a), (c) inter ſe collatis eruatur valor ipſius V in V'' & u, qui deinde in æquatione (b) ſubſtitutus dabit æquationem differentialem 2*i*. ordinis, in qua continebuntur quantitates incognitæ V'' & V''. Unde problematis ſolutio varia erit pro variis valoribus, qui alterutri quantitatum V'' aut V'' aſſignabuntur.

2*o*. Sit Π = 2, $V = o$, & habebuntur pro V'' & V'' iidem valores ac in art. 47. pro quantitatibus q & k, eritque præterea $V'' = \frac{-b^2}{4a} V''$.

3*o*. Determinabuntur eodem modo valores ipſarum V'', V'', &c. pro diverſis hypotheſibus de exponentibus Π ac n &c.

Atque hinc concludi poſſe videtur, Problema de inveniendа velocitate & directione venti, aliquid in ſe indeterminati habere; Id autem omnino paradoxum videri non debet, ſiquidem in aliis hypotheſibus, de quibus jam mentio facta eſt (art. 39. 50.) inventæ ſunt pro velocitate venti expreſſiones, quæ conſtantes indeterminatas contineant, quibusque indicatur, Problema varias habere poſſe ſolutiones.

Cæterum ſtudioſe animadvertendum, in locis prope æquatorem ſitis, angulum A pro infinite parvo haberi non debere per tempus totum unius revolutionis: nam v. g. quando aſtrum eſt in meridiano loci prope æquatorem ſiti, angulus A, qui tunc eſt angulus meridiani cum æquatore, fit = 90^{grad}. Puncta æquatoris ſola ſunt, in quibus ſit exacte A = o, quia A exprimit ſemper angulum verticalis cum æquatore.

Atque

Atque hinc concludi poteſt, in valore ipſius q qui articulo 69. determinatus eſt, quantitatem $\dfrac{c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}}{2}$ ſemper poſitive aſſumi debere, nam in æquatore, ubi eſt $A = o$, eſt neceſſario ſemper $\dfrac{c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}}{2} = 1$. Unde in locis prope æquatorem ſitis, quorum motus idem fere eſſe debet ac motus punctorum æquatoris, debet aſſumi $\dfrac{c^{A\sqrt{-1}} + c^{-A\sqrt{-1}}}{2}$ poſitive. Ergo &c.

Corollarium generale.

74. Si ergo quæratur velocitas ac directio venti, ponendo terreſtrem globum circum ambiri aere homogeneo, raro & non elaſtico, hæc ſequenti modo determinanda eſt.

1*o*. Si adhærentiæ partium & frictionis nulla ratio habeatur, ſolutio alia non videtur poſſe dari, niſi quæ in articulis 69, 71 73, exhibita eſt, æquationes nempe problematis per approximationem reſolvendo. 2*o*. Si habeatur ratio tenacitatis & frictionis, tunc pro locis juxta æquatorem ſitis adhiberi poteſt expreſſio quæ in art. 69. fuit determinata, & omnino negligi poſſe videtur (ob rationes jam multoties allatas) velocitas venti in plano, quod perpendiculare ſit ad planum aſtri verticale: ſi præterea in hac hypotheſi talis ſit partium adhærentia, ut loca omnia ab aſtro æqualiter diſtantia, eadem velocitate gaudeant, utque fluidum formam ſphæ-

 roidi-

roidicam induat, tunc recurrendum ad valores ipsarum q & k, in art. 70. exhibitos.

Fateor me vehementer dubitare, utrum circa velocitatem venti certius aliquid statui possit.

Hæc omnia ita se habent, quando corpus S æquatorem percurrit, si vero non æquatorem, sed parallelum quemvis describat, tunc magis compositæ evadent æquationes, quibus motus fluidi determinatur, & ad art. 42. recurrendum foret, ut haberetur expressio actionis corporis S. Tamen cum directio venti non multum recedere videatur a plano astri verticali, parum quoque, pro præsente casu, mutari debere videtur in solutionibus, quæ jam exhibitæ sunt, nec multum a vero aberratum iri putamus, si parallelus solis, æquatoris loco habeatur, & si A sit semper angulus quem facit verticale cum parallelo, & b sit proportionalis velocitati corporis S in parallelo, quæ quidem est ad velocitatem in æquatore, ut cosinus declinationis ad sinum totum.

Propos. XIV$^{a.}$ Lemma.

Fig. 23. 75. Sit globus solidus P D E, fluido E K k e coopertus, cujus pars V S P E densitatis sit datæ & uniformis, pars vero V S′ k K componatur ex infinitis superficiebus L l, I i, K k, densitate a se invicem differentibus. Sit præterea fluidi hujus mixti altitudo E K, admodum parva respectu radii C E; tendant versus centrum C puncta omnia fluidi vi $= p$, & præterea perpendiculariter ad radium sollicitentur, vi quæ pro diversis a superficie P E distantiis, & densitatibus diversa sit; nempe puncta omnia columnæ homogeneæ N A vi $= \pi$, puncta fluidi in linea infinite parva N o, vi $= \pi'$, &c. sicque continuo usque ad punctum R superficiei extimæ R K, cujus vis

vis sollicitatrix sit π''' &c. quæritur quænam sint conditiones necessariæ, ut fluidum illud in æquilibrio sit?

1o. Liquet vim ex p & π''' resultantem esse debere ad superficiem RK perpendicularem in R, unde est $(Dr - AR) \times p = AD \times \pi'''$. 2o. Si vocetur δ densitas fluidi homogenei $Nn\,DA$, δ' densitas fluidi, immediate huic incumbentis, quæque a δ maxime diversa supponitur; facile apparet vim particulæ Nn secundum Nn (quatenus ad fluidum inferius pertinet) fore $[p \times (NA - Dn) - \pi . AD] \times \delta$; eodemque ratiocinio probari potest, vim ejusdem particulæ Nn secundum Nn (quatenus ad fluidum superius & immediate incumbens pertinet) esse $[p \times [NA - Dn] - \pi' . AD] \times \delta'$. Porro vires illæ debent esse sibi mutuo æquales; (aliter fluida ambo diversarum densitatum δ, δ', quæ sibi mutuo superficie VNS sunt vicina, æquilibrium servare non possent), erit ergo.

$$(\delta p - \delta' p) . (NA - Dn) = (\Pi \delta - \Pi' \delta') . AD.$$

3o. Ex æquilibrii fluidorum legibus, partes fluidi contentæ in canali quovis $Qq\,Nn$, comprehenso a duabus columnis verticalibus NQ, nq, & a particulis superficierum Nn, Qq, sibi mutuo debent æquipollere. Unde pondus columnæ qn, detracto pondere columnæ QN, æquale esse debet vi particulæ Qq secundum Qq, detracta vi particulæ Nn secundum Nn.

Propos. XV^a. Problema.

76. Iisdem positis ac in lemmate præcedenti, quæritur quinam in fluido mixto $EKkP$, oriri debeat motus, ab actione corporis S, in plano circuli maximi circa globum moti.

Eadem hic nitemur hypothesi ac in art. 47. supponemus nempe, unam quamque fluidi particulam semper moveri in plano verticalis circuli per corpus S transeuntis, & sphæroidicam esse fluidi figuram, in articulo autem 57. probavimus, posito fluido E K k P, homogeneo & rarissimo, superficiem fluidi K R k esse ellipsim, & punctorum fluidi in superficie quacunque terræ concentrica sitorum, velocitatem horizontalem esse ut quadratum sinus eorum distantiæ a corpore S: quæ ambo hic etiam probe se calculis accommodare, mox videbitur.

Igitur hic etiam supponemus superficies omnes K k, I i, L l &c quæ puncta ejusdem densitatis conjungunt, esse ellipses inter se diversas, & punctorum unius cujusque superficiei velocitatem proportionalem esse quadrato sinus distantiæ a corpore S.

I.

Sit ergo P S$'$ $= \varepsilon$, S$'$I $= x$, P A $= u$, AN $= \varepsilon - \alpha \frac{\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)^2}{-4}$; spatium a puncto A seu N horizontaliter descriptum (dum corpus S describit Pp $= du$ $= \frac{m\,du\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)^2}{-4}$; spatiolum interea descriptum a puncto N (quatenus pertinet ad fluidum L l S$'$V) $= \frac{\mu\,du\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)^2}{-4}$ (designantibus α, μ, m, constantibus incognitis) : spatium a puncto quocunque Q, horizontaliter percursum eodem tempore, $= \frac{X\,du\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)^2}{-4}$;

desig-

designante X functionem incognitam ipsius x; $NQ = x - \xi \frac{\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)^2}{-4}$, designante pariter ξ functionem incognitam ipsius x: tandem sit D densitas superficiei cujuslibet i Q I, quæ quidem densitas per functionem ipsius x dari debet, saltem quam proxime.

II.

His positis, cum omnia columnæ homogeneæ N A puncta, eandem habeant velocitatem horizontalem secundum A D, erit $\frac{2\alpha\, du}{\varepsilon .\, 4\sqrt{-1}} \times \left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)$

$$= \frac{2\, m\, du \left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$$

$+ m\, du \times \frac{c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}}{4\sqrt{-1}}$; quæ æquatio respondet aequationi (A) articuli 47. Unde exurgit $2\alpha = 3 m \varepsilon$ - - - - (M).

Pariter cum sit $Qo = dx - d\xi \frac{\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)^2}{-4}$, & columnæ infinite parvæ Qo puncta omnia eandem habere debeant velocitatem horizontalem, erit $\frac{2\, d\xi}{dx} = 3\, X$ - - - - - - (N)

III.

III.

Attractio quam exercet in punctum N fluidum $VEPS'$, densitatis δ. est (art. 24) $\frac{4 n \delta.\ 6 a}{3 \cdot 5} \times \frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4 \sqrt{—}}$, quatenus agit perpendiculariter ad C N; attractionis fluidi superioris $VKkS'$ nullam hic rationem habebimus, utpote, quod respectu fluidi $VEPS'$, admodum rarum supponitur.

Vis acceleratrix puncti N, parallela $a d$ A D, quatenus ad fluidum inferius densitatis δ pertinet, erit $\frac{p b^2}{2 a} \times \frac{2 m \left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4 \sqrt{—1}}$: quatenus vero pertinet ad fluidum superius densitatis δ', erit $\frac{p b^2}{2 a} \cdot \frac{2 \mu \left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4 \sqrt{—1}}$. jam vero punctum illud N parallele ad D A sollicitatur vi $= \frac{3 S}{d^3} \frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4 \sqrt{—1}}$, oportet ergo (not. (a) in art. 13) ut punctum N in æquilibrio permaneat, sollicitatum a viribus p, & $\left(\frac{3 S}{d^3} + \frac{4 n \delta.\ 6 a}{3 \cdot 5} + \frac{p b^2 m}{a}\right) \frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4 \sqrt{—1}}$, sibi invicem perpendicularicularibus, ut & ſollicitatum a viribus p, & $\left(\frac{3S}{d^3} + \frac{4n\delta.\;6\alpha}{3.\;5} + \frac{pb^2\mu}{a}\right)\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$

Proinde (art. 75. n. 2) erit $\left(\frac{mb^2p}{a} + \frac{4n\delta.\;6\alpha}{3.\;5} + \frac{3S}{d^3}\right)$ $\times\,\delta - 2p\alpha\delta = \left(\frac{\mu b^2 p}{a} + \frac{4n\delta.\;6\alpha}{3.\;5} + \frac{3S}{d^3}\right)\times\delta' - p.$ $2\alpha\delta'$ ---------- (O).

IV.

Nunc vero exceſſus ponderis QN ſupra qn, eſt $2p$ $\times\,\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}\times\int D\,d\xi$, qui æqualis eſſe debet (art. 75. n. 3) exceſſui ponderis ipſius Nn ſupra Qq, hoc eſt $\left(\frac{\mu b^2 p}{a} + \frac{4n\delta.\;6\alpha}{3.\;5.}\,{}^{*} + \frac{3S}{d^3} - 2p\alpha\right)\delta'$ $\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$ detracta quantitate $\left[\frac{b^2 p \times D}{a} + \frac{4n\delta.\;6\alpha.}{3.\;5}D + \frac{3SD}{d^3} - 2pD(\xi+\alpha)\right]\times$

$(2u\sqrt{-1}$

* Cum ex hypotheſi, R N admodum parva ſit reſpectu C N, ſupponi poteſt attractionem in R, Q, O, &c. eandem eſſe ac in N.

$\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$. Erit ergo

$$2p\int D\,d\xi = \frac{\mu\,\delta'\,p\,b^2}{a} + \frac{4n\,\delta\,\delta'.\,6\alpha}{3.\quad 5.} + \frac{3\,S\,\delta'}{d^3}$$

$$-\,2p\,\alpha\,\delta' - \frac{b^2\,p\,X\,D}{a} - \frac{4n\,D\,\delta.\,6\alpha}{3.\quad 5} - \frac{3\,S\,.\,D}{d^3}$$

$$+\,2p\,D\,(\xi + \alpha) \text{ ------ } (P).$$

V.

Tandem si supponatur, quod facta $x = P\,k$ sit $D = \vartheta$; $X = A$; $\xi = \chi$; erit vis acceleratrix puncti $= \frac{p\,b^2\,\chi}{a}$ $\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$; necesse autem est (art. 75. n. 1) ut punctum R sollicitatum a viribus p, & $\left(\frac{p\,b^2\,\chi}{a} + \frac{3\,S}{d^3} + \frac{4n\,\delta.\,6\alpha}{3.\quad 5.}\right)\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$, sibi invicem normalibus, tendat perpendiculariter ad R r, sive, ut pondus canalis R r, ab hisce viribus nullum sit. Quare erit

$$\frac{b^2\,\vartheta\,p\,A}{a} + \frac{4n\,\delta.\,\vartheta.\,6\alpha}{3.\quad 5.} + \frac{3\,S\,\vartheta}{d^3} - 2p\,\vartheta$$

$$(\chi + \alpha) = o \text{ ------ } (Q).$$

VI.

Ex quinque æquationibus M, N, O, P, Q, deduci potest, suppositis integrationibus & quadraturis, Problematis

tis nostri solutio. Nam si in æquatione P, pro X substituatur ejus valor $\frac{2\,d\,\xi}{d\,x}$, datus per æquationem N, tum differentietur æquatio P, fiatque $\xi + \alpha - \frac{4\,n\,\delta.\,6\,\alpha}{3.\,5.\,2\,p} - \frac{3\,S}{2\,p.\,d^3} = \varrho$; erit $3\,\varrho + \frac{b^2\,d\,\varrho}{a\,d\,x} + \frac{D\,b^2\,d\,d\,\varrho}{a\,d\,D\,d\,x} = o$ ------ (R).

Hac æquatione integrata, quod, saltem in quibusdam casibus, fieri potest, nascentur constantes duæ indeterminatæ, v. g. F, G, ex quibus ipsius ξ valor obtinebitur, qui quidem talis esse debet, ut sit $= o$ quando $x = o$. Unde habebitur una æquatio pro determinanda F, aut G, quarum quantitatum proinde una eliminari potest. Jam vero, cum detur ξ, datur etiam 1*o*. $X = \frac{2\,d\,\xi}{d\,x}$. 2*o*. datur μ, siquidem μ est valor ipsius X quando $x = o$. 3*o*. dantur A & χ, siquidem A & χ sunt valores ipsarum X & ξ, quando $x = P\,k$. Unde si in æquationibus M, O, Q, substituantur pro his quantitatibus earum valores in x & in G vel F, restabunt tantum determinandæ tres incognitæ α, m, & F vel G, quæ ex tribus æquationibus M, O, Q, poterunt definiri.

Coroll. I.

77. Integratio æquationis (R) multum pendet a valore quantitatis D, hoc est a lege densitatum fluidi V K k S. Si v. g. * juxta opinionem communem ponatur $\frac{d\,D}{D} =$

* *Vide art. 80.*

$-\,d\,x$

$-\frac{dx}{g}$, hoc eſt, denſitates eſſe in ratione ponderum comprimentium, æquatio (R) mutabitur in hanc

$$\frac{3a\varrho\,dx^2}{b^2g} + dd\varrho\frac{-d\varrho\,dx}{g} = o.$$

Ut hæc integretur, fiat $\frac{d\varrho}{\varrho} = \frac{p\,dx}{hh}$, ($hh$ eſt conſtans arbitraria) eritque $dx = \dfrac{-hh\,dp}{p^2 - \frac{ph^2}{g} + \frac{3ah^4}{b^2g}}$ ------ (S).

& $\dfrac{d\varrho}{\varrho} = \dfrac{-p\,dp}{p^2 - \frac{ph^2}{g} + \frac{3ah^4}{b^2g}}$ ------- (T).

Integretur hæc utraque æquatio per logarithmos, ut geometris notum eſt; & fiat $M = \dfrac{h^2}{2\sqrt{\left(\frac{h^4}{4gg} - \frac{3ah^4}{b^2g}\right)}}$; $N = -\frac{h^2}{2g} + \sqrt{\left(\frac{h^4}{4gg} - \frac{3ah^4}{b^2g}\right)}$ $T = -\frac{h^2}{2g} - \sqrt{\left(\frac{h^4}{4gg} - \frac{3ah^4}{b^2g}\right)}$; & R = valori ipſius p quando $x = o$, erit $x = M \times \log.$ $\left[\frac{(p+N).\ (R+T)}{(p+T).\ (R+N)}\right]$ .... (T); &

$$\frac{\xi + \alpha\left(1 - \frac{4n\delta}{3.\ 5.\ 2p}\right) - \frac{3S}{d^3}}{\alpha\left(1 - \frac{4n\delta}{3.\ 5.\ 2p}\right) - \frac{3S}{d^3}} = \frac{\sqrt{\left(R^2 - \frac{Rh^2}{g} + \frac{3ah^4}{b^2g}\right)}}{.\sqrt{\left(p^2 - \frac{ph^2}{g} + \frac{3ah^4}{b^2g}\right)}}$$

(p+N)

$$\times \left[\frac{(p+N).(R+T)}{(p+T).(R+N)}\right]^{\frac{M}{2g}} \cdots\cdots (V).$$

Subſtituatur in hac ultima æquatione, pro p, ejus valor in x, ex æquatione T eliciendus; tum aſſumatur 1o. valor ipſius $X = \frac{2\,d\,\xi}{d\,x}$; 2o. valor ipſius μ, ponendo o pro x in valore ipſius X. 3o. valor ipſarum A & χ, ſubſtituendo in valore ipſarum X & ξ, loco x, lineam P k, ſeu, quod eodem fere recidit, altitudinem quam haberet fluidum V K k S′ ſi nullæ in illud vires agerent; tandem hi valores ipſarum μ, X, A & χ in æquationibus M, O, Q, ſubſtituantur, & reſtabunt tres incognitæ ab iis æquationibus eruendæ R, α, m, quibus definitis, obtinebuntur valores ipſarum μ, X, A & χ.

Schol. I.

78. Fieri poteſt 1o, ut ſit $\frac{1}{4g} = \frac{3a}{b^2}$; quo in caſu æquatio (S) eſt abſolute integrabilis, æquatio vero (T) partim eſt integrabilis abſolute, partim per logarithmos. 2o. Ut ſit $\frac{1}{4g} < \frac{3a}{b^2}$, quo in caſu ſunt N & T quantitates imaginariæ, & integratio ad circulares arcus reducitur. Tamen ſolutio præcedens pro generali haberi poteſt, ſive N & T ſint reales ſive non, quia quantitates imaginariæ eliminari ſemper poſſunt. Certum eſt enim quantitatem algebraicam quamlibet,

ut cumqve ex imaginariis conflatam, ſemper ad $A + B\sqrt{-1}$ reduci poſſe, exiſtentibus A & B quantitatibus realibus. Unde ſi quantitas propoſita realis eſſe debeat, neceſſario erit $B = 0$.

(*) Quod ut demonſtretur, notandum 1o. eſſe $\frac{a + b\sqrt{-1}}{g + h\sqrt{-1}} = A + B\sqrt{-1}$; ſiquidem erit $a = gA - hB$, $b = Ah + gB$: Unde $A = \frac{bh + ag}{hh + gg}$; & $B = \frac{bg - ah}{hh + gg}$.

2o. eſſe $(a + b\sqrt{-1})^{g + h\sqrt{-1}} = A + B\sqrt{-1}$: nam factis A & B, ut a, & b, variabilibus, aſſumantur utrinque differentiales logarithmicæ, eritque $(g + h\sqrt{-1}) \times \frac{da + db\sqrt{-1}}{a + b\sqrt{-1}} = \frac{dA + dB\sqrt{-1}}{A + \sqrt{-1}}$ ſeu (n. I. art. præs) $\frac{AdA + BdB}{AA + BB} + \frac{(BdA - AdB)\sqrt{-1}}{AA + BB}$
$$= \frac{gada + gbdb + ahdb - bhda}{aa + bb} + \frac{(hada + hbdb + gbda - gadb) \times \sqrt{-1}}{aa + bb}.$$

Unde $AA + BB = (aa + bb)^g \times c^{-h\int\frac{bda - adb}{aa + bb}}$; & $\int\frac{BdA - AdB}{AA + BB} = h\,\text{Log.}\sqrt{aa + bb} + g\int\frac{bda - adb}{aa + bb}$.

Porro ſunt $\int\frac{bda - adb}{aa + bb}$ & $\int\frac{BdA - AdB}{AA + BB}$, anguli

quorum

quorum tangentes $\frac{a}{b}$ & $\frac{A}{B}$. Unde A & B sunt sinus & cosinus anguli, cujus radius $= \sqrt{(aa+bb)}^{\,g} \times c^{-h\int\frac{bda-adb}{aa+bb}}$; valor vero $= h \,\mathrm{Log.}\, \sqrt{aa+bb} + g\int\frac{bda-adb}{aa+bb}$.

3*o*. Palam est fore $a + b\sqrt{-1} \pm (g + h\sqrt{-1}) = A + B\sqrt{-1}$; & $(a + b\sqrt{-1}) \times (g + h\sqrt{-1}) = A + B\sqrt{-1}$.

4*o*. Ex his tribus propositionibus facile semper erit, quantitatem, utcumque ex imaginariis conflatam, reducere ad $A + B\sqrt{-1}$. Nam procedendo a dextra versus sinistram, quantitates omnes imaginariæ, si plures sint, successive eliminabuntur, una excepta; & reducta erit quantitas ad $A+B\sqrt{-1}$, quæ si realis esse debeat, erit $B = o$.

Schol. II.

(*)

79. Æquatio $\frac{3a\varrho dx^2}{b^2 g} + dd\varrho - \frac{d\varrho dx}{g} = o$, alia methodo integrari potuisset, quam hic obiter proponam, utpote quæ ad incrementum analyseos possit conducere. Sit nempe generatim

$$\varrho + \frac{\varepsilon d\varrho}{dx} + \frac{f dd\varrho}{dx^2} = o \ldots\ldots (1).$$

Supponi

Supponi ſemper poteſt, introducta nova indeterminata, t, æquationem illam oriri ex duabus ſequentibus.

$$d\varrho - t\,dx = 0 \cdots\cdots (2)$$

$$\varrho + \frac{\varepsilon\, d\varrho}{dx} + \frac{f\,dt}{dx} = 0 \cdots\cdots (3)$$

Nam facta $d\varrho = t\,dx$, æquatio (1) in (3) abit.

Jam, multiplicetur harum æquationum 1*a*. (2) per coefficientem indeterminatam v, tum addantur ſimul æquationes (2) & (3); eritque $v\,d\varrho + \varepsilon\, d\varrho + f\,dt - \varrho\, dx - v\,t\,dx = 0$ ſeu $\overline{v + \varepsilon}.\, d\varrho + f\,dt + \overline{\varrho - vt}.\, dx = 0 \cdots\cdots (4)$. Supponatur v talis, ut $\varrho - vt$ ſit in ratione data qualibet ad $\overline{v + \varepsilon}.\ \varrho + ft$, erit $\frac{1}{v + \varepsilon} = - \frac{v}{f}$. Unde habebitur valor ipſius v, & æquatio (4) fiet

$$dx + \frac{(d\varrho - v\,dt)(v + \varepsilon)}{\varrho - vt} = 0.$$

Unde erit $\varrho - vt = X$, denotante X functionem ipſius x, proinde $t = \frac{\varrho - X}{v}$; & æquatio (2) fiet $d\varrho - \frac{\varrho\, dx + X\,dx}{v}$; cujus facilis eſt integratio, qua obtinebitur quæſita ϱ.

Methodus iſta, quam hic per transennam & currens offero, valde utilis eſt in integrandis n quot libet æquationibus differentialibus, ſingula cujusvis gradus, quæ contineant $n + 1$ variabiles x, y, z, u &c. quarum primæ, diffe-

differentia dx aſſumatur conſtans; cæteræ vero u, y, z, &c. & earum differentialia cujusvis gradus ſub forma tantum lineari appareant; nempe, nec ad poteſtatem ullam unitate majorem aut minorem evectæ, nec per ſe invicem aut per x multiplicatæ, ſed tantum per dx, & convenientes potentias multiplicatæ aut diviſæ: nec integrationi nocet, ſi in omnibus his æquationibus ſupponatur eſſe terminus totus conflatus ex x, dx, & conſtantibus.

Schol. III.

(*)

80. Æquatio $\frac{-dx}{g} = \frac{dD}{D}$, quam pro exemplo aſſumpſimus, ad integrationem æquationis (R), ex ea hypotheſi naſcitur, quod partium athmoſpheræ denſitas ſit ponderi incumbenti proportionalis. Nam ſit y altitudo fluidi, a ſuperficie ſuperiore, ad punctum quodvis, denſitasque in hoc puncto $= D$ erit $\int D\,dy$, maſſa fluidi incumbens, & p, hujus pondus; pro aſſumpta $D\,dy$ conſtante, erit dy ut $\frac{1}{D}$, & ut $\frac{1}{p\int D\,dy}$; quare eſt $\int D\,dy$ ut D, ſeu $\frac{dD}{D}$ ut dy, h. e. $\frac{dD}{D} = \frac{-dx}{g}$, quia $-dx = dy$, hæc autem hypotheſis nonnihil in ſe contradictorii continet, quia nempe eſſe deberet altitudo fluidi $= \infty$, & in ſuperiore ſuperficie denſitas $= o$.

Sed notandum eſt, æquationem $\frac{-dx}{g} = \frac{dD}{D}$, locum etiam in alio caſu habere, in quo poteſt eſſe finita altitudo fluidi, & denſitas data in ſuperficie ſuperiore: nempe ſi ſupponatur denſitas partium proportionalis ponderi comprimenti, addito pondere conſtante quovis, tunc enim erit (facto pondere conſtante $= P$), $\frac{1}{D}$ ut $\frac{1}{p\int D dy + P}$; proinde $\frac{dD}{D} = -\frac{dx}{g}$: hæc autem hypotheſis a vero multo minus abhorret, quam altera. Nam particula quæcunque aeris, etiam pondere nullo incumbente, non poteſt non aliquam habere denſitatem, quare denſitas nequit eſſe ita proportionalis ponderi incumbenti, ut, nullo evadente hoc pondere, nulla ſit denſitas.

Schol. IV.

81. Sit generatim $\frac{dD}{D} = X dx$, deſignante X functionem quamlibet ipſius x: æquatio (R) mutabitur in ſequentem, (facta, juxta perinſignis Geometræ D. Euler methodum *, $\varrho = c^{\int k dx}$)

$$\frac{3aXdx}{b^2} + kXdx + dk + kkdx = 0.$$

* *Tom. 3. Com. Petr.*

Caſus autem in quibus hæc æquatio integrabilis eſt, hic percurrere nimis longum foret; præter quam quod caſus illi, ob nonnullas coefficientium æquationes, ſatis limitati ſunt.

Coroll. 2.

82. Cum in figura aeris mutationem quam minimam producat actio ſolis & lunæ, evidens eſt, particulas aeris ab hac actione denſitatem ſenſibiliter non mutare; proinde, licet earum denſitas a pondere ſuperincumbente oriatur, ſitque adeo in eadem particula variabilis; tamen pro conſtante & invariabili haberi poſſe cujuscunque partis denſitatem. Unde ſi ſit x', altitudo unius ſuperficiei internæ aeris, in ſtatu ſphærico, & quæratur, quænam eſſe debeat in problemate præſente hujus altitudo x, ponatur x' pro x in valore ipſius ξ, tum fiat $2\pi rr \int D\, dx' = 2\pi rr. \int D\, dx - \frac{2\pi r^3.}{3} 2 \int D\, d\xi$; eritque $\int D\, dx = \int D\, dx' + \int \frac{D\, d\xi}{3}$. Unde $dx = dx' + \frac{2\, d\xi}{3}$; & $x = x' + \frac{2\, \xi}{3}$.

Scholium V.

83. Huc usque expreſſionem tantum dedimus velocitatis venti, qui prope æquatorem flare ſupponitur. Ut autem inveniatur ejus velocitas in locis ab æquatore diſſitis, P p non poteſt ſupponi $= du$; ſed, tractando A ut conſtantem, facile habebuntur æquationes ad hunc caſum pertinentes, quem admodum in art. 69. quæ quidem hic longius exponere, neceſ-

ſarium non videtur, ſiquidem, cum tractetur A ut conſtans, nulla nova variabilis in calculum introducitur.

Notandum tamen, tales fore valores ipſarum α, m, μ, ξ, X &c. ut fluidum amittere debeat ſuam ſphæroidicitatem, quæ tamen neceſſaria eſt, ut attractio ſupponi poſſit $= \frac{4n\delta}{3} \cdot \frac{6\alpha}{5}$. Quare, quo vero proximior fiat calculus, inſtituatur primum analyſis nulla attractionis ratione habita; tum in quantitate $\frac{4n\delta}{3} \cdot \frac{6\alpha}{5}$ ponatur loco quantitatis α, hujus valor medius, valor nempe, qui angulo $A = 45^o$. reſpondere invenietur, & inſtituatur de novo analyſis. Nihil videtur accuratius permittere tam arduæ, tamque intricatæ quæſtionis difficultas.

Coroll. 3.

84 Caſus omnes complectitur Problema præcedens. Nam ſi, v. g. fluidi inferioris nulla cenſeatur attractio, & nullum ſupponatur fluidum iſtud, tunc æquationes M, O, ut & quantitates m, α, n, in aliis æquationibus deleri debent, & habebitur motus fluidi rari & variabiliter denſi globo terreſtri immediate incumbentis.

Unde facile erit dignoſcere, quodnam ſit diſcrimen inter motum hujus fluidi, dum a terreſtri globo ſeparatur per aliud fluidum, & dum globo terreſtri immediate contiguus eſt.

De quibus ut leve calculi ſpecimen offeramus, ſupponemus globum terreſtrem coopertum eſſe duobus fluidis homogeneis

geneis ſibi invicem incumbentibus, & ejus raritatis, ut attractionis ratio nulla haberi poſſit. Sint δ, & δ' denſitates fluidi ſuperioris, & inferioris. Jam veo ſit ε altitudo fluidi inferioris in P, ε' altitudo fluidi ſuperioris in S, erit $2\alpha = 3m\varepsilon$; $2\chi = 3\mu\varepsilon'$ (ubi notandum eſt, hic eſſe χ conſtantem, quæ reſpondet quantitati ξ articuli 76. Præterea erit

$$\left(\frac{mb^2p}{a} + \frac{3S}{d^3} - 2p\alpha\right)\delta = \left(\frac{\mu b^2 p}{a} + \frac{3S}{d^3} - 2p\alpha\right)\delta'; \ \&$$

$$\frac{b^2\delta' p\mu}{a} + \frac{3S\delta'}{d^3} - 2p\chi\delta' - 2p\alpha\delta' = 0.$$

Unde, facto calculo elicietur

$$m = \frac{\frac{3S}{pd^3}\left(3\varepsilon' - \frac{3\varepsilon'\delta'}{\delta} - \frac{b^2}{a}\right.}{\left(\frac{b^2}{a}\right)\left(\frac{b^2}{a} - 3(\varepsilon+\varepsilon')\right) + g\varepsilon\varepsilon'\left[\frac{\delta-\delta_{\prime}}{\delta}\right]} \quad \& \ \mu = \frac{3m\varepsilon - \frac{3S}{d^3}}{\frac{b^2}{a} - 3\varepsilon'}$$

ſi $\delta = \delta'$, h. e. ſi unicum ſit fluidum cujus altitudo $= \varepsilon + \varepsilon'$, erit $m = \mu = \frac{3S}{pd^3} \times \frac{1}{3(\varepsilon + \varepsilon') - \frac{b^2}{a}}$, quod cum art. 47 congruit, quia hic eſt $\varepsilon + \varepsilon'$ altitudo fluidi.

Schol. VI.

85. Omittere hic non debemus notandum utilisſimum, in hydroſtatica maximi futurum emolumenti.

In articulo 75, cui tota hæc Theoria innititur, diximus fluidum ſuperius cum fluido inferiori conſiſtere in æquilibrio non poſſe, niſi pondus particulæ, cujus vis N n, idem ſit, ſive quatenus ad fluidum inferius, ſive quatenus ad fluidum ſuperius pertinet. Unde eruimus æquationem.

$$[p\,(NA - Dn) - \Pi .\, AD]\,\delta = [p\,(NA - Dn) - \Pi' .\, AD]\,\delta'.$$

Nonne præterea oportet, inquiet forſan aliquis, ut pondus particulæ Nn ſecundum Nn nullum ſit? h. e. ut vis, quæ oritur ex Π' & p, ſit ad ſuperficiem Nn perpendicularis, ut & vis quæ oritur ex Π & p. Quod quidem videtur experientia confirmari; nam fluida diverſæ denſitatis ſibi mutuo incumbentia, ita ſe invicem disponunt, ut ad libellam ſuperficies eorum componantur.

Reſpondeo 1*o*. ideo in experimentis omnibus ſuperficies diverſorum fluidorum ad libellam componi, quod in his vires Π & Π' ſint ſemper eædem, nempe $= o$. Porro cum ſint δ & δ' diverſæ, æquatio ſuperior locum habere non poteſt pro caſu $\Pi = \Pi'$, niſi ſit utrumque membrum $= o$.

2*o*. Invicte demonſtrari poteſt, neceſſe non eſſe ut utrumque æquationis membrum ſit $= o$, quando non eſt $\Pi = \Pi'$. Supponatur enim fluidum $VKkS'$ eſſe homogeneum, & nullum eſſe pondus canalis Nn. Cum oporteat, ut pondus canalis Rr nullum ſit, erunt neceſſario columnæ $RN; rn$, ſibi mutuo æqui ponderantes, proinde æquales inter ſe: & cum hoc dicendum ſit de omnibus aliis columnis, ſequitur, quod, ſi ſupponatur fluidum inferius a corpore S motum, fluidum ſuperius nullum motum habere debeat, niſi quatenus ſuper fluidum inferius verticaliter ſubſidet

ſidet & elevabitur. Quod cum admitti nequeat, patet non ſolum non debere, ſed etiam non poſſe ſupponi $= o$ membrum utrumque æquationis propoſitæ, in ſolutione Problematis artic. 76.

Propos. XVI^a. Problema.

86. Dentur duæ quantitates $\alpha ds + \beta du$ & $\varrho\alpha du + \nu\beta ds + du\Delta u, s, + ds\,\Gamma u, s,$ in quibus ϱ & ν conſtantes datas deſignent, & $\Delta u, s$; $\Gamma u, s,$ functiones quaſcunque datas ipſarum u & s. Supponantur præterea hæ duæ differentiales datæ eſſe differentiales accuratæ & completæ alicujus functionis ipſarum $u\ s$; quæritur methodus pro determinandis quantitatibus α, & β, adeoque duarum differentialium propoſitarum integratio.

Dividantur primum per conſtantem ϱ, termini omnes 2a, differentialis, & eo reducetur problema, ut fiant $\alpha ds + \beta du$, & $\alpha du + \frac{\nu\beta ds}{\varrho} + \frac{du\,\Delta u, s}{\varrho} + \frac{ds\,\Gamma u, s}{\varrho}$, differentiales completæ. Sit $\frac{\nu}{\varrho} = n$, tum diviſa 2a, differentiali per $\sqrt{n}$, ſcribantur ambæ, ut ſequitur

$$\beta\sqrt{n}.\, du + \frac{\alpha ds}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{\alpha du}{\sqrt{n}} + \beta\sqrt{n}.\, ds + \frac{du\,\Delta u, s}{\varrho\sqrt{n}} + \frac{ds\,\Gamma u, s}{\varrho\sqrt{n}}$$

jam vero, ſiquidem completa eſſe debet unaquæque harum

diffe-

differentialium, earum tam ſumma, quam differentia, debet etiam eſſe differentialis completa. Ergo

1^o Si addantur ſibi invicem, fiatque $\alpha + \beta \sqrt{n} = m$ & $\frac{u}{\sqrt{n}} + s = t$, erit $m\,dt + dt\, \psi\, t, s, + ds\, \Pi\, t, s,$ differentialis completa: (intelligo per $\psi, t, s,$ & $\Pi\, t, s,$ functiones ipſarum t & s, quæ naſcuntur ex ſubſtituta $\overline{t - s.} \sqrt{n}$ pro u in $\frac{\Delta, u, s,}{\varrho \sqrt{n}}$ & $\frac{\Gamma\,(u,\, s)}{\varrho \sqrt{n}}$). Jam vero ex Theoremate clarisſimi Euleri (to. 7. Com. Petrop.) eſt $\frac{dm}{ds} + \frac{d\,(\psi\, t,\, s)}{ds} = \frac{d\,\Pi\,(t,\, s)}{dt}$. Ergo, aſſumendo, s, ut, variabilem, t vero ut conſtantem, erit $m = -\psi\, t, s, + \Phi t + \int ds \times \frac{d\,\Pi\, t,\, s}{dt}$ (Φt deſignat functionem ipſius t).

2^o. Si datarum differentialium 2^a. ab altera ſubducatur, ſeu, quod eodem recidit, ſit 2^a. multiplicetur per -1, & fiat ambarum additio, ponaturque $\frac{u}{\sqrt{n}} - s = y$, & $\beta \sqrt{n} - \alpha = \mu$, erit $\mu\, dy + dy\, \Gamma\, y, s, + ds\, \Xi\, y, s,$ differentialis completa, unde $\frac{d\mu}{ds} + \frac{d\,\Gamma\, y,\, s,}{ds} = \frac{d\,\Xi\, y,\, s}{dy}$ & $\mu = -\Gamma\,(y,\, s) + \Sigma y + \int ds\, \frac{d\,\Xi\, y,\, s}{dy}$.

Ex his quantitatum m & μ valoribus eruetur valor quan-

quantitatum α & β, siquidem $\alpha + \beta \sqrt{n} = m$, & $\beta \sqrt{n} - \alpha = \mu$, unde $\alpha = \frac{m - \mu}{2}$ & $\beta = \frac{m + \mu}{2\sqrt{n}}$.

Scholium.

87. Nec vero integrationibus nocere poteſt, ſi quantitas $\sqrt{n}$ ſit imaginaria: nam ex quantitatibus α & β, ſi reales eſſe debeant, eliminari ſemper poterunt imaginariæ quantitates. (art. 78)

Propos. XVII$^{a.}$ Problema.

88. Sint quantitates $\alpha\, ds + \beta\, du$
& $\varrho \alpha du + \gamma \beta ds + m \alpha ds + p \beta du + du \Delta(u, s) + ds \Gamma u, s$, quæ ambæ debeant eſſe differentiales completæ, quæruntur quantitates α & β.

Fiat $ku + \nu s = gy$; $fu + \delta s = ht$ (k, f, ν, δ, g, h ſunt conſtantes indeterminatæ) eritque $u = \frac{g\delta y - h\nu t}{k\delta - \nu f}$; $s = \frac{gfy - hkt}{\nu f - \delta k}$. Subſtituantur hi valores, faciendo prius $\mu = \frac{g\delta}{k\delta - \nu f}$; $\upsilon = \frac{-h\nu}{k\delta - \nu f}$; $\lambda = \frac{\gamma f}{\nu f - \delta k}$; $\Phi = -\frac{hk}{\nu f - \delta k}$; eritque

1a. differentialis. $\left\{ \begin{array}{l} \alpha \lambda\, dy + \alpha \Phi\, dt \\ + \beta \mu\, dy + \beta \upsilon\, dt \end{array} \right.$

$$\left.\begin{array}{l}2a.\text{ diff.}\\ \text{per coef-}\\ \text{ficientem}\\ \text{in deter-}\\ \text{minatum}\\ \eta\ \text{multi-}\\ \text{plicata.}\end{array}\right\}\left|\begin{array}{l}\varrho\alpha\mu\\ +p\beta\mu\\ +\gamma\beta\lambda\\ +m\alpha\lambda\end{array}\right|\times\eta\,dy+\left|\begin{array}{l}\varrho\alpha\nu\\ +p\beta\nu\\ +\gamma\beta\Phi\\ +m\alpha\Phi\end{array}\right|\times\eta\,dt+\eta\,dy\,\Delta y,t+\eta\,dt\,\psi y,t$$

In ſolutione autem problematis immediate præcedentis, ideo perventum eſt ad determinationem quantitatum α & β, quia, factis $\frac{n}{\sqrt{n}} + s = t$, & $\frac{u}{\sqrt{n}} - s'$, additis que ſimul poſt transformationem duabus differentialibus datis, quarum $2a$. fuit multiplicata per $\frac{1}{\sqrt{n}}$ & $\frac{-1}{\sqrt{n}}$ ſucceſſive, transformatæ prodierunt, in quibus unaquæque differentialium dy & dt ſucceſſive a coefficientibus indeterminatis α & β, liberata fuit. Ergo facile patebit, in præſenti caſu obtineri pariter poſſe valores ipſarum α & β, ſi, additis ſimul duabus transformatis modo inventis, ſit $\alpha\lambda + \beta\mu + \varrho\alpha\mu\eta + p\beta\mu\eta + \gamma\beta\lambda\eta + m\alpha\lambda\eta = o$; & (aſſumpto alio valore indeterminatæ η) $\alpha\Phi + \beta\nu + \varrho\alpha\nu\eta + \beta p\nu\eta + \gamma\beta\Phi\eta + m\alpha\Phi\eta = o$. Porro ut harum æquationum prior locum habeat (quicunque ſint ipſarum α & β valores, debet eſſe $\lambda + \varrho\mu\eta + m\lambda\eta = o$, & $\mu + p\mu\eta + \gamma\lambda\eta = o$. Unde $\frac{\lambda}{\mu} = -\frac{\varrho\eta}{1 + m\eta}$

$1+p\eta$

$= \frac{1 + p\eta}{- \gamma \eta}$. Quare inde eruetur valor ipſius η talis, ut ſit $\alpha \lambda + \beta \mu +$ &c. $= o$. Pariter, ut fiat $\alpha \Phi + \beta \nu + \varrho \alpha \nu \eta + p \beta \nu \eta + \gamma \beta \Phi \eta + m \alpha \Phi \eta = o$, debet eſſe $\Phi + \varrho \nu \eta + m \Phi \eta = o$; & $\nu + p\nu\eta + \gamma \Phi \eta = o$. Unde $\frac{\Phi}{\nu} = \frac{- \varrho \eta}{m\eta + 1} = \frac{1 + p\eta}{- \gamma \eta}$. Proinde habebitur eadem æquatio pro invenienda η, ac in 1o. caſu, ſolvatur igitur æquatio $\frac{- \varrho \eta}{m\eta + 1} = \frac{1 + p\eta}{- \gamma \eta}$; quæ duos ſuppeditabit valores ipſius η; multipliceturque differentialis 2a. transformata, primo per unum ex his valoribus, tum per alterum: deinde addatur ſucceſſive cum 1. differentiali, faciendo $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{- \varrho \eta}{1 + m\eta}$ & $\frac{\Phi}{\nu} = \frac{- \varrho \eta}{1 + m\eta}$, & prodibunt duæ differentiales novæ, quæ erunt integratu faciles.

Notandum, in determinandis valoribus ipſarum $\frac{\lambda}{\mu}$ & $\frac{\Phi}{\nu}$, non debere aſſumi eundem ipſius η valorem, ſed duos valores diverſos. Secus enim foret $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{\Phi}{\nu}$, proinde u eſſet in ratione conſtante ad s. Unde nimis limitaretur problematis ſolutio. In hoc ſolo caſu difficultas naſci poterit,

 in

in quo æquatio $-\frac{\varrho\eta}{m\eta+1} = \frac{1+p\eta}{-\gamma\eta}$, quæ mutatur in

$\left.\begin{matrix}\varrho\gamma \\ -mp\end{matrix}\right\}\eta^2 \begin{matrix}-m\eta \\ -p\eta\end{matrix} - 1 = o$, ad $2um.$ gradum non ascendet, aut etiam ſolutu impoſſibilis erit; quorum $1um$ eveniet, ſi $\varrho\gamma - mp = o$, quo caſu quantitas η unicum habebit valorem: $2um.$ ſi $\varrho\gamma - mp = o$ & $m = -p$; quo caſu eſſet $1 = o$, quod eſt impoſſibile. At

10. Si ſit $\varrho\gamma - mp = o$ fiat $p = \varrho K$, eritque $\gamma = Km$. Unde differentiales datæ erunt

$\alpha ds + \beta du$, & $(\varrho du + mds) \times (\alpha + K\beta) + du\Delta u, s, + ds\Gamma u, s.$

Porro ſi fiat $\varrho u + ms = t$, & $\alpha + K\beta = \mu$; harum differentialium $2a.$ mutabitur in $\mu dt + ds\,\psi t, s, + dt\,\Xi t, s;$ Unde per methodum in artic. 86. expoſitam, facile eruetur valor ipſius μ, h. e. habebitur valor ipſius $\alpha + K\beta$ in t, & s. Jam vero, loco quantitatis $\alpha ds + \beta du$, habebitur $\alpha ds + \frac{\overline{\alpha - \mu}}{K}\left(\frac{dt - mds}{\varrho}\right)$

ſeu $\alpha\left(ds + \frac{dt}{K}\right) - \frac{\mu dt}{K\varrho} + \frac{m\mu ds}{K\varrho}$.
$\frac{-mds.\,\alpha}{\varrho K}$

Porro ſi fiat $s\left(1 - \frac{m}{\varrho K}\right) + \frac{t}{K} = y$, & trans-

for-

formetur hæc differentialis, determinabitur α per quantitatem jam cognitam μ, eodem modo quo quantitas μ jam definita fuit.

2°. Si ſit $p = - m$, & $\varrho \gamma - m p = o$, nihil obſtabit, quo minus adhiberi poſſit methodus modo expoſita pro caſu in quo eſt ſolum $\varrho \gamma - m p = o$. Quare caſus iſte nullam habebit novam difficultatem.

3°. Ultimus eſt caſus, quo æquatio in η duos habet valores æquales, quod eveniet, ſi $-1 = \frac{(m + p)^2}{4(\varrho \gamma - m p)}$. h. e. ſi $4 \varrho \gamma = (m - p)^2$. Per temporis autem reſidui anguſtias non licuit integrationem in hoc caſu determinare, quæ quidem ad ſequentia plane inutilis foret.

De Motu Aeris Intra Montes.

I.

89. Sit primum ſub æquatore ſeries montium parallelorum, qui athmoſphera altiores, totum globum ita circumveniant, ut inter eos non niſi ſatis arcta Zona jaceat, ſitque aer fluidum homogeneum terræ contiguum, manifeſtum eſt, aerem montes inter iſtos contentum, moveri quaſi in plano circulari, quare iisdem retentis nominibus ac in

artic. 50 & 51, prodibit $q = \frac{3\,S}{2\,d^3.\ \lambda\,\varepsilon\,p} \times (zz \pm mm)$ quæ quantitas exprimit partium fluidi velocitatem. Unde hic applicanda ſunt, quæ jam in articulis 51, 52, fuere animadverſa.

II.

Fig. 24. Si moveatur aſtrum in parallelo quovis S G, & interea aer, homogeneus & rarus, moveatur intra ſeriem montium parallelorum, ſub parallelo quovis ſitorum, terramque undequaque circumvenientium, problema eadem methodo ſolvi poſſet ac in n. 1. ſint enim K A k, K S k duo meridiani, R E æquator, conſtans G E = B; actio corporis S in A ſecundum A P, exprimetur per functionem ipſius A P = u, & conſtantium A G (A) & G E (B). Unde erit, retentis iisdem nominibus ac in art. 47. $\frac{v}{\varepsilon} = \frac{d\,q}{d\,u}$; & $p\,v\,d\,u =$

$$\frac{3\,S}{d^3}\frac{\left(c^{2\,S\,A\,\sqrt{-1}} - c^{-2\,S\,A\,\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}} \times \frac{\alpha A}{A\,a}d\,u$$

$+ \frac{d\,q.\ p\,b^2}{2\,a}$; quare $q = \frac{3\,S}{2\,\varepsilon\,p\,d^3} \times \left[(\text{ſin. } S\,A)^2 \pm m\,m \right] \times \frac{1}{1 - \frac{b^2}{2\,a\,\varepsilon}}$; & $\varepsilon - k = \varepsilon - \frac{3\,S\,b^2}{2\,p\,d^3} \times \left[(\text{ſin. } S\,A)^2 - (\text{ſin. } S\,P)^2 \right] \times \frac{2\,a\,\varepsilon}{2\,a\,\varepsilon - b^2}$.

III.

III.

Iisdem positis, si series montium parallelorum, sit secundum meridianum K C G, tum fiat $SG = u$, $AG = A$, & assumendo A variabilem erit $\frac{dk}{\varepsilon.\, du} = \frac{dq}{dA}$; & $\frac{p\, dk}{dA}$ *Fig. 24.*

$= \frac{3 S \Phi (u. A)}{d^3} + \frac{dq}{du}. \frac{b^2 p}{2a}$. Quare si supponatur dk

$= \alpha du + \beta dA$

erit $dq = \frac{\alpha dA}{\varepsilon} + \frac{2a\beta du}{b^2} - \frac{2a du}{b^2} \times \frac{3S}{d^3} \Phi u, A.$

Ergo invenientur α & β per methodum art. 86.

IV.

Nec multum noceret solutionibus præcedentibus, si altitudo montium foret altitudine athmospheræ minor. Nam velocitas particularum aeris superiorum & liberarum, aut eadem esse debet cum velocitate aeris intra montes contenti, aut saltem hanc velocitatem superare, velocitate data & constante: quia nempe partes inferiores aeris liberi, cum sint homogeneæ (hyp) partibus superioribus aeris non liberi, quibus contiguæ sunt, eadem vi sollicitari debent, ut in æquilibrio permaneant; proinde (not. (a) in art. artic. 13) eandem habere debent vim acceleratricem. Ergo eadem fere debet esse solutio, sive montes sint athmosphæra altiores, sive non. Id solum evenire poterit, ut velocitas aeris

supe-

ſuperioris & liberi excedat velocitatem inferioris aeris & non liberi, quantitate conſtante.

V.

Jam ſi ſeries montium parallelorum, quam ſub æquatore jacere ſuppoſuimus, duobus in locis includeretur a duobus montibus a ſe invicem diſtantibus, ita ut usque ad athmosp heræ altitudinem protenderetur ſeries montium, quorum baſis foret R S T Q, (R S ac T Q arcus circulares ſunt); & inquireretur velocitas venti in ſpatio R S T Q oſcillantis; tunc velocitas puncti cujusvis A, non poteſt eſſe, niſi functio ipſarum A Q, & P A. Sit ergo $PA = u$, $AT = s'$, foret *Fig. 35.*

$$\frac{dk}{\varepsilon\, du} = \frac{dq}{ds'} + \frac{dq}{du}; \quad \&$$

$$p\left(\frac{dk}{ds'} + \frac{dk}{du}\right) = \frac{3S}{d^3}\,\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}} + \frac{pb^2 \times dq}{2a\,du}.$$

Unde ſi fiat $dk = \beta\, du + \alpha\, ds'$; erit

$$dq = (\beta + \alpha)\, du.\, \frac{2a}{b^2} + \frac{\beta\, ds'}{\varepsilon} - (\beta + \alpha)\,\frac{2a\, ds'}{b^2} + \frac{3S}{p\, d^3}\,\frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}} \times \left(\frac{2a\, ds'}{b^2} - \frac{2a\, du}{b^2}\right).$$

Unde

Unde per methodum in art. 88 expositam determinabuntur quantitates α & β, valor autem ipsius q inde eruendus talis esse debet, ut sit $q = o$ quando $s' = o$, & quando $s' = TQ$, quicunque sit valor ipsius u. Si huic conditioni satisfieri non possit, assumendo expressionem ipsius q generalissimam, indicium est, non posse exprimi q per functionem ipsarum s' & u; proinde problema, saltem hoc sensu sumptum, esset impossibile.

VI.

Multo difficiliora evadunt problemata præcedentia, saltem quoad æquationum integrationem, si montes paralleli inter se non sint.

Inquiramus primum, quænam esse deberet velocitas venti, in canale inæqualis latitudinis, posito, quod ejus velocitas uniformis foret, si paralleli essent montes.

Eo igitur redit Problema, ut determinetur velocitas amnis, intra alveum latitudine inæqualem fluentis. Quod ut inveniatur, sit $CA = x$, $AB = y$, $= \phi x$ (functionem nempe quamlibet ipsius x) altitudo fluidi in $A = z$, $q\,dt$ spatium Aa, a puncto A, tempore dt percursum; erit- *Fig. 26.*

que $\frac{dz}{zdx} \times q\,dt + \frac{dq}{dx}\,dt + \frac{d\Phi x}{dx} \times \frac{q\,dt}{\Phi x} = 0$, & $-p\,dz$ $= \frac{p\,\theta^2}{dt^2 .\, 2a} \times \frac{dq\,dt}{dx} \times dx \times q\,dt$.

Supponatur canalis latitudo parum inæqualis, erit $z = \varepsilon + \alpha$, $\Phi x = \varepsilon' + \chi$, $q = \mathrm{B} + \delta$, exiſtentibus ε, ε', B, conſtantibus, & α, χ, δ, quantitatibus harum reſpectu minimis. Unde

$$-\frac{d\alpha}{\varepsilon\,dx}.\ \mathrm{B}\,dt = \frac{d\chi}{\varepsilon'\,dx}.\ \mathrm{B}\,dt + \frac{d\delta}{dx}.\ dt$$

& $-p\,d\alpha = \frac{p\,\theta^2}{2\,a\,dt^2} \times \frac{d\delta}{dx} \times dx \times \mathrm{B}\,dt^2$. quare $\frac{\varepsilon\,d\chi}{\varepsilon'}$ $+ \frac{\varepsilon\,d\delta}{\beta} = \frac{\theta^2\,\mathrm{B}\,d\delta}{2a}$; ergo $d\delta = \frac{\varepsilon\,d\chi}{\varepsilon' \left(\frac{\theta^2\,\mathrm{B}}{2a} - \frac{\varepsilon}{\beta}\right)}$. Creſcente igitur χ creſcere poteſt δ, ſi $\theta^2\,\beta^2 > 2\,a\,\varepsilon$. Sit g velocitas fluidi fere uniformis in C, & M ſpatium quod percurrit tempore θ, erit $\frac{\mathrm{M}\,dt}{\theta} = \beta\,dt$; unde $\theta^2\,\beta^2 >$ $2\,a\,\varepsilon$, fiet $\mathrm{M}^2 \gtrless 2\,a\,\varepsilon$.

Erit pariter $d\alpha = -\frac{\theta^2\,\beta}{2a} \times \frac{\varepsilon\,d\chi}{\varepsilon' \left(\frac{\theta^2\,\beta}{2a} - \frac{\varepsilon}{\beta}\right)}$. Unde

patet

patet 1o. quod crescente velocitate decrescat altitudo fluidi. 2o. Quod coarctato alveo, necesse semper non sit, ut fluidum extollatur, imo subsidere debere in casu quo $M^2 < 2 a \varepsilon$.

Jam vero si investigetur velocitas venti, in canale inæquali, ex actione solis oriunda; manifestum est (facta distantia astri a loco quovis $= u$, & via venti per tempus $dt = q\,du$) quantitates q & z non posse esse nisi functiones ipsarum u & x; elicientur autem harum valores e duabus æquationibus, quæ ex principiis supra positis facile inveniri possunt.

Satis autem prope ad veram venti velocitatem perveniri posse arbitror, si quæratur primum in loco dato velocitas venti ab astri actione oriunda, tum, velocitate hac ut constante assumpta, quæratur ea auctio vel diminutio quam pati debet in ea parte canalis coarctati, quæ loco dato respondet.

VII.

Iisdem positis ac in n. 1. præsentis articuli, supponatur, partes omnes in una aeris columna horizontaliter tendere ad motum velocitate, quæ pro diversis columnis diversa sit: supponatur præterea, quamlibet esse aeris figuram, modo a circulari parum differat; denique corpus S antea quietum a dato puncto G proficisci, quæritur poſt elapſum tempus t, ex eo momento quo profectum eſt corpus S, quænam eſſe debeat aeris velocitas & altitudo in quolibet loco.

Fig. 3. Sit M E $= s'$, complementum diſtantiæ loci M ab aſtro, eo momento quo proficiſcitur, p ſpatium a puncto M oſcillando deſcriptum tempore t, α altitudo qua creſcit aut decreſcit tempore t, columna aeris, quæ puncto M imminet; manifeſtum eſt quantitates, α & p non poſſe eſſe niſi functiones ipſarum s' & t.

Sit ergo $$dp = k\,dt + r\,ds'$$
$$d\alpha = v\,dt + g\,ds'$$

&, ſumpta ε pro altitudine columnæ N M in 1o. inſtanti, quæ quidem ut conſtans aſſumi poteſt, ob minimam athmospheræ a figura circulari differentiam, liquet ex præcedentibus, fore $\frac{v\,dt}{\varepsilon} = \frac{dk}{ds}\,dt$. ſeu $v = \frac{\varepsilon\,dk}{ds'}$ vel $\frac{\varepsilon\,dv}{dt}$, proinde $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\varepsilon\,dv}{dt}$ unde $\alpha = \varepsilon\,v + S''$, exiſtente S'' functione ipſius s' indeterminata. Jam vero deſcribente aſtro arcum $\frac{b\,t}{\theta}$ verſus occaſum tempore θ, erit $s - \frac{b\,t}{\theta}$ complementum diſtantiæ loci M ab aſtro, & actio aſtri in locum

M=

$$M = \frac{3S}{d^3} \times \frac{\left(c^{\left(2s' - \frac{2bt}{\theta}\right)\sqrt{-1}} - c^{-\left(2s' - \frac{2bt}{\theta}\right)\sqrt{-1}} \right)}{4\sqrt{-1}};$$

quæ, ſi ab ea detrahatur vis acceleratrix $\frac{p\theta^2}{2a} \times \frac{dk}{dt}$, talis eſſe debet, ut nullum in fluido motum producat, ſeu ut ſit proportionalis ſinui complementi anguli, quem columna in M incumbens facit cum ſuperficie aeris externa. Porro ſi ſit Σ ſinus complementi anguli iſtius in primo motus inſtanti; erit $\Sigma - \frac{d\alpha}{ds'}$ ſinus complementi ejusdem anguli poſt tempus t; Unde $\Sigma - \frac{d\alpha}{ds'} = -\frac{\theta^2 dk}{2adt} +$

$$\frac{3S}{4pd^3\sqrt{-1}} \left(c^{\left(2s' - \frac{2bt}{\theta}\right)\sqrt{-1}} - c^{-\left(2s' - \frac{2bt}{\theta}\right)\sqrt{-1}} \right).$$

Quare ſi fiat

$$dk = v\,dt + \beta\,ds'$$

erit

$$dr = \beta\,dt + \frac{v\theta^2}{2a\varepsilon}\,ds' - \frac{dS''}{\varepsilon} - \frac{\Sigma\,ds'}{\varepsilon} - \frac{ds'}{\varepsilon} \times \frac{3S}{4pd^3\sqrt{-1}}$$

$$\left(c^{\left(2s' - \frac{2bt}{\theta}\right)\sqrt{-1}} - c^{-\left(2s' - \frac{2bt}{\theta}\right)\sqrt{-1}} \right)$$

 Opor-

Oportet ergo, ut hæ differentiales ſint differentiales completæ; quod quidem per art. 86 effici poteſt. Ut autem paulo facilior evadat ſolutio, fiat $\theta^2 = 2\,a\,\varepsilon$, quod licet, eritque $\frac{\theta^2}{2\,a\,\varepsilon} = 1$. Jam ſit $v + \beta = m$, $v - \beta = \mu$, $t + s' = u$, $t - s' = y$, $1 + \frac{b}{\theta} = k$, $1 - \frac{b}{\theta} = h$; eritque $k =$ * $\Phi\,u$

$$+ \Delta\,y + \frac{3\,S}{\varepsilon\,p\,d^3} \times \left(c^{\left(2\,s' - \frac{2\,b\,t}{\theta}\right)\sqrt{-1}} + c^{-\left(2\,s' - \frac{2\,b\,t}{\theta}\right)\sqrt{-1}}\right) \times \left(\frac{1}{2.\ 8\,k} - \frac{1}{2.\ 8\,h}\right)\ \alpha = \varepsilon\,\Phi\,u - \varepsilon\,\Delta\,y + \frac{3\,S}{p\,d^3} \left(c^{2\sqrt{-1}\left(s' - \frac{t\,b}{\theta}\right)} + c^{-2\sqrt{-1}\left(s' - \frac{t\,b}{\theta}\right)}\right) \times \left(\frac{1}{2.\ 8\,k} + \frac{1}{2.\ 8\,h}\right) + \int \Sigma\,d\,s'$$

* ($\Phi\,u$ & $\Delta\,y$ deſignant functiones quasvis ipſarum u & y)

Sit autem $k = G$, quando $t = o$, h. e. ſit G expreſſio velocitatis variabilis, qua fluidi puncta moveri conantur in 1o. inſtanti; oportet ergo, ut facta $t = o$, ſit $G = \Phi\,s'$

$$+ \Delta - s' + \frac{3\,S}{\varepsilon\,p\,d^3}\left(c^{2\,s'\sqrt{-1}} + c^{-2\,s'\sqrt{-1}}\right) \times \left(\frac{1}{2.\ 8\,k} - \frac{1}{2.\ 8\,h}\right).$$

Præ-

Præterea debet esse $\alpha = o$, quando $t = o$; ergo debet esse

$$\phi s' - \Delta - s' + \frac{3\,S}{\varepsilon p d^3} \times \left(\frac{1}{2.\ 8k} + \frac{1}{2.\ 8h}\right) \times \left(c^{2s'\sqrt{-1}} + c^{-2s'\sqrt{-1}}\right) + \int \Sigma\, ds' = o$$

Additis simul hisce æquationibus, erit $G = 2\phi s' + \int \Sigma\, ds + \frac{3\,S}{\varepsilon p d^3} \times \frac{1}{8k}\left(c^{2s'\sqrt{-1}} + c^{-2s'\sqrt{-1}}\right)$:

Unde $\phi s' = \frac{G}{2} - \int \frac{\Sigma\, ds'}{2} - \frac{3\,S}{2\varepsilon p d^3.\ 8k}\left(c^{2s'\sqrt{-1}} + c^{-2s'\sqrt{-1}}\right)$. Quare cum debeat dari G in s', si in 2 o. hujus æquationis membro scribatur $t + s'$ pro s', habebitur $\phi\,(t + s')$.

Pariter subtrahendo ab invicem duas æquationes datas, invenietur $G = 2\Delta - s' - \frac{3\,S}{\varepsilon p d^3} \times \frac{1}{8h}\left(c^{2s'\sqrt{-1}} + c^{-2s'\sqrt{1}}\right) - \int \Sigma\, ds'$. Unde $\Delta - s' = \frac{G}{2} + \frac{3\,S}{\varepsilon p d^3} \times \frac{1}{2.\ 8h}\left(c^{2s'\sqrt{-1}} + c^{-2s'\sqrt{-1}}\right) + \int \frac{\Sigma\, ds'}{2}$. Secundum hujus æquationis membrum est functio ipsius s'. Porro functio quælibet ipsius s', potest

semper

ſemper mutari in functionem ipſius $-s$. Nam functio ipſius s' non poteſt componi niſi ex terminis qui contineant poteſtates ipſius s' eſt autem $a\,s'^{\,n} = a - s'^{\,n}$, quando n eſt numerus par, aut fractio cujus numerator par & $-a \times - s'^{\,n}$, quando n eſt numerus impar, aut fractio cujus numerator impar.

Quare tractetur 2*dum.* æquationis membrum, ut functio ipſius $-s'$ tum pro $-s$ ſubſtituatur $t - s'$, & habebitur valor ipſius $\Delta\,(t - s')$.

Si motui aeris obſtent montes perpendiculariter in meridiani directione erecti, cujus diſtantiæ a puncto E ſint a, a', a'' &c. manifeſtum eſt, valorem ipſius k talem eſſe debere, ut nullus ſit, facta $s' = a$, aut a' aut a'', quicunque ſit valor ipſius t. Hoc autem fieri non poteſt, niſi pro quibusdam valoribus ipſius G; ſecus impoſſibile erit problema. Non mirum ergo, ſi plures occurrere poſſint caſus, in quibus impoſſibile ſit, definire motum aeris oſcillantis in ſpatio, montibus undique intercluſo.

Ex definito ipſius k valore, qui exprimit velocitatem venti pro inſtanti quovis $d\,t$, manifeſtum eſt, velocitatem illam functionem fore, non ſolum ipſius $s' - \frac{b\,t}{\theta}$, diſtantiæ

nempe

nempe loci ab aſtro, ſed præterea ipſius $t + s'$ ac $t - s'$, ſeu, quod idem eſt, ipſius s ac $s - \frac{b\,t}{\theta}$, ſiquidem $t + s'$ $= -\frac{\theta}{b}\left(s' - \frac{b\,t}{\theta}\right) + s'\left(1 + \frac{\theta}{b}\right)$; & $t - s'$ $= -\frac{\theta}{b}\left(s' - \frac{b\,t}{\theta}\right) + s'\left(\frac{\theta}{b} - 1\right)$. Unde velocitas venti erit functio complementi diſtantiæ loci ab aſtro, pro tempore dato, & complementi diſtantiæ loci ab aſtro, tempore quo aſtrum moveri incepit.

Unde patet, velocitatem venti, in præſente caſu, nunquam fere pendere a ſola diſtantia Zenith loci ab aſtro, ut in toto hujus diſſertationis curſu ſuppoſuimus. Notandum tamen, talem ſuppoſitionem jure merito a nobis eſſe factam; 1*o*. quod nulla ſit ratio, cur ab uno puncto potius quam ab altero aſtrum proficiſci concipiatur. 2*o*. Quod aliquis ſit caſus (nempe quando eſt $\Phi s' = o$ & $\Delta - s' = 0$) in quo velocitas k datur per ſolam functionem ipſius s' $- \frac{b\,t}{\theta}$. Id autem evenire debet, quando eſt $\int \Sigma\, d\,s' =$ $- \frac{3\,S}{2\,\varepsilon\,p\,d^3}\left(\frac{1}{8\,h} + \frac{1}{8\,k}\right)\left(c^{2s'\sqrt{-1}} + c^{-2s'\sqrt{-1}}\right)$

$$\& \ G = \frac{3S}{2\varepsilon p d^3} \times \left(\frac{1}{8k} - \frac{1}{8h} \right) \times \left(c^{2s'V-1} + c^{-2s'V-1} \right).$$

Propos. XVIII^a. Problema generale.

90. Determinare pro quovis tempore & loco venti directionem ac velocitatem, in hypothesi, quod terra profundo oceano cooperiatur.

Supponatur 1 *o.* astrum unicum in aerem agere; solvi potest problema, vel ponendo partes aeris sibi mutuo in motibus suis, aut nihil aut parum nocere, quo casu habebitur solutio ex articulis 39 & 45; vel si ponatur partes, aeris sibi mutuo nocere, & directionem venti semper esse in plano verticali astri, quam proxime, habebitur solutio generalis ex articulis 76, 83.

Vel assumpto aere homogeneo, determinabitur pro quovis loco ejus directio & velocitas art. 69, 70, 71, 72. vel tandem possunt considerari separatim duo venti motus, alter in parallelo, alter in meridiano, qui si ex articulo 89. n. II & III. separatim determinentur, deinde ad unum reducantur, satis accurate haberi poterit velocitas ac directio venti pro instanti quovis.

Inven-

Inventa jam velocitate venti ex actione unius aſtri, determinetur eodem modo velocitas ipſius ab actione alterius aſtri oriunda; compoſitisque inter ſe invicem his velocitatibus, exurget motus venti quæſitus.

Schol. I.

91. Inutile prope eſt monere quantitates *b* & *d*, quæ proportionales ſunt velocitati & diſtantiæ Luminarium, non eſſe abſolute invariabiles, licet in toto hujusce operis curſu fuerint pro conſtantibus aſſumptæ: multum autem a vero non aberrabitur, ſi pro quantitatibus illis *d* & *b*, aut aſſumantur earum valores medii, aut pro quovis tempore adhibeantur valores earum actuales, qui quidem ex tabulis ſatis accurate habebuntur.

Schol. II.

92. Nullam hactenus mentionem fecimus de motu aeris ex calore orto, qui quidem, ob incognitam caloris & cauſam & actionem, ad calculum revocari omnino nequit. Tamen, ut hanc quæſtionem non omnino prætermittamus, obſervabimus duo loca quævis verſus ortum & occaſum hinc inde a ſole æqualiter diſtantia æqualem quoque experiri calorem, niſi fortaſſe paululum majorem in eo qui verſus ortum jacet, quod a longiori tempore ſolem videat.

 Quare

Quare vi $\frac{3\,S}{d^3} \frac{\left(c^{2u\sqrt{-1}} - c^{-2u\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}}$, addenda eſt vis, quæ ſit ut functio ipſius u & calorem in duobus locis fere æqualem exprimat. * Pro exceſſu vero caloris hemiſpherii orientalis ſupra occidentale, ſupponi poteſt aerem ab ortu in occaſum moveri velocitate conſtante, ſed omnino indeterminabili; quibus quidem hypotheſibus difficiliores non reddentur calculi problematum præcedentium, ut ex articulo 58 facile conſtabit. Fruſtra, meo quidem judicio, deſudaret, qui accuratiorem de hac quæſtione calculum inire vellet.

Hæc ego de Ventis: dum ventorum ocyor alis
Palantes pellit populos FREDERICUS, & orbi,
Inſignis Lauro, ramum prætendit olivæ.

Die 7. Februarii 1746.

Addi-

---

* V. g. poteſt fieri hæc vis proportionalis ipſi $\frac{\left(c^{u\sqrt{-1}} - c^{-u\sqrt{-1}}\right)^2}{-4}$, quadrato nempe ſinus arcus u; quod quidem ſatis apte congruit cum Phyſices principiis, quibus conſtat calorem ſolarem ſupponi poſſe in ratione quadrati ſinus ejus diſtantiæ a Zenith.

Additamentum ad dissertationem, cui titulus est: Meditationes in generalem ventorum causam, inscriptio hæc: Hæc ego de ventis, dum ventorum &c.

Ad art. 39.

I.

In art. 39 invenimus $q = \frac{3\,S.\,a}{p\,b^2\,d^3}\,(zz \pm mm)$ pro expressione velocitatis venti sub æquatore, dum sol aut astrum aliud æquatorem percurrit; methodumque simul dedimus, qua possit exhiberi velocitas venti in quovis alio loco, dum sol aut luna parallelum quemvis describit. Hanc velocitatem inutile non erit, hic paulo extensius determinare. Sit A P parallelus ab astro descriptus, & quæratur velocitas puncti α in parallelo Q R; fiat A P $= u$, & sit $\frac{n}{1}$ ratio quam habet radius paralleli A P, ad radium paralleli R Q; dico fore (juxta nomina in art. 39 n. 2. imposita) $\lambda = \frac{3\,S.\,an}{p\,b^2\,d^3} \times ([\text{sin}.\,\alpha P]^2 \pm m\,m.)$ *Fig. add. Tab. II.*

Nam debet esse $d\lambda.\,du = \frac{3\,S}{d^3} \times \frac{c^{2\alpha P\sqrt{-1}} - c^{-2\alpha P\sqrt{-1}}}{4\sqrt{-1}}$

$\times$ cos. $R\alpha P \times \frac{2\,a\,du^2}{p\,b^2}$. Porro quæcunque sit æquatio inter α P, A P, A α, invenietur cosinus anguli R α P, assumendo in hac æquatione A P & α P ut variabiles, tum inde eruendo valorem ipsius $\frac{d\,(\alpha\,P)}{d\,(A\,P)}$ & hunc valorem dividendo per $\frac{1}{n}$, seu multiplicando per n. Unde cos. RαP $= \frac{pN}{Pp} \times n = \frac{d(\alpha P)}{du} \times n$.

Ergo $d\lambda = \frac{3S}{d^3} \times \frac{2an}{pb^2} \times \frac{\left(c^{2\alpha P\sqrt{-1}} - c^{-2\alpha P\sqrt{1}}\right)}{4\sqrt{-1}} \times$ $d(\alpha P)$, & $\lambda = \frac{3San}{pb^2 d^3} \times ([\text{sin.}\ \alpha P]^2 \pm m^2)$.

II. Quod autem attinet ad velocitatem venti in ſenſu meridiani αA, ſupponatur, facilitatis ergo, circulum A P eſſe æquatorem; & facta αP $= X$, & αA $= x$ (ut in diſſertationis art. 42) erit vis acceleratrix ſecundum α A $= \frac{3S}{d^3} \times$

$$\frac{c^{2X\sqrt{-1}} - c^{-2X\sqrt{-1}}}{4\sqrt{-1}} \times \frac{dX}{dx} = \frac{3S}{d^3} \times \frac{c^{x\sqrt{-1}} - c^{-x\sqrt{-1}}}{\sqrt{-1}\left(c^{x\sqrt{-1}} + c^{-x\sqrt{-1}}\right)} \times \frac{\left(c^{X\sqrt{-1}} + c^{-X\sqrt{-1}}\right)^2}{2}.$$

Unde patet vim illam acceleratricem, in una eademque hemiſphærii medietate, ſemper verſus easdem partes dirigi: proinde ſi, ut ſupponitur, vis illa effectum ſuum totum produceret, maſſa omnis aeris, agente illa vi, paulatim ad æquatorem accedere deberet, & in plano æquatoris tandem accumulata ſubſiſtere. Videtur autem primo aſpectu, hoc legitime ſupponi non poſſe; ſed materiam fluidi, quatenus in ſenſu meridiani movetur, neceſſario oſcillando moveri, & nunc affluere, nunc defluere. Quare non debet ſupponi vim, quæ ſecundum meri-

dianum

dianum agit, totum suum effectum producere; cæterum facile patet, hanc vim esse nullam quando $x = o$, & quando $x = 90^{grad.}$ proinde tam prope æquatorem, quam versus polos esse quam minimam; unde, modo adsit aliqua in partibus fluidi tenacitas & frictio, & aliqua in superficie terrestri asperitas, nullus ex illa vi effectus orietur, tam prope æquatorem quam versus polos: maximum ergo effectum edet in Zonis temperatis, qui quidem quantum sentio, maximus esse non debebit, quia, si aer prope æquatorem & polos in sensu meridiani non moveatur, aer intermedius, isti contiguus & adhærens, parum moveri debere in hoc sensu videtur. Igitur si juxta art. 39 methodum, determinetur venti velocitas, licebit hunc solum motum considerare, & ad calculum revocare, qui fit in sensu paralleli QαR.

Ad art. 42.

Præter methodum quam in art. 42 dedimus pro invenienda æquatione, inter arcus trianguli sphærici, cujus non omnia latera sunt arcus circuli maximi; potest etiam adhiberi methodus sequens, quæ adhuc facilior videtur. Ducatur corda arcus αP, &, ex punctis α, P, agantur perpendiculares ad planum & ad radium circuli AP per A transeuntem. Fiet triangulum rectangulum, cujus latera, per arcus αP, αA, AP, facile exprimentur; proinde æquatio inter latera hujus trianguli, quæ orietur ex æqualitate quadrati hypothenusæ cum summa quadratorum laterum, dabit æquationem inter αP, αA & AP.

ad art. 84.

IV. In articulo 84 docuimus, quomodo habita ratione attractiotractionis partium, possit obtineri circum circa flüidi motus; ad hanc inquisitionem videtur etiam posse adhiberi methodus sequens. In art. 28 invenimus, stantibus luminaribus, vim Φ augendam esse in ratione 1 ad $1 - \frac{3\delta}{5\Delta}$ quando agitur de attractione partium, tum in expressione hujus motus ponatur $\frac{3S}{d^3} \times \frac{1}{1 - \frac{3\delta}{5\Delta}}$ loco $\frac{3S}{d^3}$. Nihil accuratius exigi posse videtur in tam arduo tamque abstruso problemate.

Ad art. 89. n. II.

V. Ex his quæ art. I. horum additamentorum dicta sunt, corrigi facile potest levis error calculi qui in art. 89 n. II. irrepsit, nempe si fiat $q = \frac{3S \times M}{d^3} \times ([\text{sin.}SA]^2 \pm mm)$ & $k = \frac{3S}{d^3} [(\text{sin.}SA)^2 - (\text{sin.}SP)^2] \times N$. (M & N sunt constantes imognitæ) erit $\frac{dk}{\varepsilon} = n\,dq$; & $p\,dk.\,n = \frac{3S}{d^3} \times \frac{\left(c^{2SA\sqrt{-1}} - c^{-2SA\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}} \times n\,d(SA) + \frac{pb^2}{2a} \times \frac{3S}{d^3} \frac{\left(c^{2SA\sqrt{-1}} - c^{-2SA\sqrt{-1}}\right)}{4\sqrt{-1}} \times d(SA)$. Unde $\frac{N}{\varepsilon} = n M$ & $2pnN = n + \frac{2pb^2M}{2a}$. Ergo habebuntur M & N.

Die 6. Martii 1746.

RECHER-

RECHERCHES
PHYSIQUES
ET
MATEMATIQUES
SUR
LA THEORIE
DES VENTS REGLÉS
SUJET PROPOSÉ
PAR
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
pour 1746.

Non ego ventosæ plebis suffragia venor.
Horat. lib. 1. epist. 19.

AVERTISSEMENT
DE L'AUTEUR

L'AUTEUR de cette piece ayant appris, que l'Academie lui avoit accordé l'honneur de l'ACCESSIT & celui d'être imprimée ſous ſes auſpices, il ſe croit obligé d'avertir le public, qu'il n'a composé cette piece, que pour ſatisfaire aux preſſantes ſollicitations, qu'un de ſes meilleurs amis a bien voulu lui faire, peu de ſemaines avant le terme échû. Cette circonſtance lui ſervira d'excuſe d'avoir traité aſſes ſuperficiellement & avec quelque precipitation une matiere qui merite toute l'application, dont on peut être capable & d'avoir osé préſenter à une Compagnie auſsi Illuſtre & auſsi éclairée un ouvrage si peu fini. L'Auteur prend le ſucces inopiné de ſon eſſay pour une approbation des principes dont il s'eſt ſervi, laquelle pourra bien l'encourager à reprendre un jour cette importante matiére, & à la traiter ſelon toute l'étendue de l'application, que ces principes admettent.

Quoique

§. I.

Quoique les Sciences ayent été portées à un très haut degré de perfection, il faut avouer qu'il y a un grand nombre de choses des plus essentielles, qu'on ignore encore parfaitement, il y a bien apparence que ces choses ne seront jamais entierement approfondies; mais cela ne doit pas nous decourager d'en faire l'objet de nôs recherches, il faut plûtot redoubler ses efforts, non tant pour en penetrer tous les mysteres que pour les ignorer le moins qu'il sera possible. Je mets dans cette classe la theorie des vents, peut être que cette theorie nous seroit moins cachée, si l'on avoit d'abord suivi la route, que l'Illustre Academie Royale des Sciences a prescrite pour cette recherche, en reduisant la question à ses premiers principes & en en retranchant cette infinité de causes secondes, qui coupent le chemin à toute connoissance ulterieure, aussi long tems qu'on les confond avec les causes premieres, qui subsistent toujours & qui pour n'être pas toujours uniformes & permanentes, ne sauroient cependant manquer d'avoir des periodes regulieres.

§. II. Les caufes fecondes confiftent fans doute toutes dans l'irregularité presque infinie de nôtre terre, & les caufes premieres permanentes dans le mouvement de la terre jointe à l'action du foleil & peut être à celle de la lune. Ainfi pour ne m'attacher qu'à ces premieres caufes, je confidererai conformement à l'intention ou plutot fuivant la manuduction de l'Academie, la terre comme toute fluide & homogene jusques dans fon centre. Mais comme avec tout cela il y a encore un grand concours de caufes premieres, je tacherai de les feparer les unes d'avec les autres & même de les fimplifier toutes autant, que la necesfité l'exigera.

§. III. Je ne confidererai donc d'abord que le fimple equateur de la terre avec l'air qui fe trouve dans le plan de l'equateur & le mouvement journalier de la terre. Concevons donc fous l'equateur deux plans d'une etendue indefinie infiniment proches & paralleles à l'equateur & fuppofons que l'air qui fe trouve entre ces deux plans, n'en fouffre aucun frottement ou adhefion, lorsqu'il vient à fe mouvoir autour de l'equateur de la terre. Voyons enfuite fi par le mouvement journalier de l'equateur de la terre, l'air qui fe trouve entre les deux dits plans, en doit prendre quelque mouvement & quel fera à peu prés ce mouvement. Cette queftion eft fans doute la premiere dont il faut partir; elle paroit extremement fimple, cependant elle depend encore d'un grand nombre de circonftances, qu'il eſt impoſſible de determiner entierement & s'il s'agiſſoit ici d'une ſolution exacte, nous ſerions reduits à quitter la partie dés le commencement de nos recherches. Mais comme on peut ſe contenter de ſavoir, ſi l'air entre les deux plans reſtera en repos, & en quel ſens il ſera mû, en cas qu'il doive être mis en mouvement, nous pourrions borner là nôs recherches ſur ce premier point. Cependant nous tacherons encore de determiner en quelque façon le mouvement de l'air en queſtion. Pour cet effet il nous faudra marquer quelques proprietés de l'atmosphere qui environne notre terre.

§. IV. L'air eſt un fluide elaſtique; ſon elaſticité & ſa denſité diminuent à meſure qu'il eſt plus eloigné de la ſurface de la terre. L'air êtant dans toute ſon etendue un fluide elaſtique demande neceſſairement une force contraire, qui l'empeche de s'etendre & qui le retienne dans ſes bornes, il faut donc ou que l'atmosphere de l'air ait une etendue infinie ou ſi elle eſt terminée à une certaine diſtance de la terre, cette atsmosphere ſoit retenue dans ſes limites par un fluide qui l'environne & qui la comprime de tout coté. Le premier membre de notre dilemme eſt manifeſtement abſurde & ainsy il faudra s'en tenir au ſecond. Mais quel peut être ce fluide, qui retient l'atmosphere terreſtre dans ſes bornes, ce ne peut être que l'atmosphere ſolaire, dans la quelle nagent tous les planetes. Si cela eſt, il

faut

faut que l'elaſticité de l'une & l'autre atmosphere ſoit egale dans l'endroit où ces deux atmospheres ſe touchent. Il eſt evident que l'atmosphere de l'air ne peut pas ſuivre avec une liberté entiere le mouvement journalier de la terre là ou elle eſt environnée & touchée immediatement par l'atmosphere ſolaire. Sans cette conſideration, il eſt ſeur que chaque partie de l'air feroit ſa revolution autour de l'axe de la terre en 24 h. de tems. Il eſt même naturel de dire, que l'atmosphere de la terre n'a point de mouvement journalier dans ſes dits limites. Cette cauſe que nous allons developper d'avantage produira neceſſairement ce vent conſtant d'orient en occident, du quel tous les Mariniers tombent d'accord.

§. V. La premiere couche de l'air, qui touche immediatement la ſurface de la mer, fait neceſſairement le tour preciſement en même tems, que la terre, pendant que la derniere couche, qui eſt immediatement environnée de l'atmosphere ſolaire n'a aucun mouvement de revolution autour de la terre. Ainſi le mouvement de revolution doit changer de couche en couche par tous les degrés intermediaires. Mais il eſt difficile de determiner exactement la loix de ces variations, parcequ'on ne connoit pas encore aſsés la force de l'adheſion mutuelle des fluides; ces recherches tiennent infiniment plus à la phyſique qu'aux mathematiques. Separons ce qu'il y a de mathematique

d'avec

d'avec ce qu'il y a de physique & commençons par le mathematique.

(*a*) Comme tout le mouvement eſt reduit à un etat permanent, il faut que chaque couche ſoit autant accelerée par celle qui la touche en bas qu'elle eſt retardée par celle qui la touche en haut.

(*b*) L'Effort que deux couches contigues font l'une ſur l'autre eſt mutuel.

(*c*) Il faut donc que cet effort ſoit le même & conſtant pour toutes les couches. Car ſi l'on conçoit trois couches contigues A, B & C il faut que la couche A exerçant un effort F pour entrainer la couche B, cettte couche B doit exercer le meme effort F pour entrairer la couche C puisque cet effort etant mutuel par la remarque (*b*) & la couche intermediaire B devant être egalement accelerée & retardée par la remarque (*a*) il faut que l'un & l'autre effort ſoit le même.

(*d*) Le dit effort doit être eſtimé non ſeulement par la force de l'adheſion mutuelle de deux couches contigues, mais il faut encore avoir egard à la diſtance des couches depuis l'axe de rotation, puiſque cette diſtance fait une eſpece de levier, ce que l'on verra clairement, dés qu'on enviſage chaque couche comme ſolide. Voilà les conſiderations que nous fourniſſent les mathematiques & il n'eſt plus queſtion que de determiner la force de l'adheſion mutuelle des differentes couches. On pourra faire là deſſus les reflexions ſuivantes.

(α) Les couches different en grandeur & il eſt clair que l'adheſion mutuelle ſera en raiſon des ſurfaces par les quelles deux couhes contigues ſe touchent.

(β) Les couches de l'air different auſſi en denſité; il eſt naturel, que deux couches contigues auront plus d'adheſion lorsque l'air eſt plus denſe; il eſt clair meme que l'adheſion ſera proportionelle, tout le reſte etant egal, au nombre des parties qui ſe touchent dans la ſurface interieure de la couche exterieure & la ſurface exterieure de la couche interieure. Cela êtant la force de l'adheſion ſera à cet egard comme les racines cubiques des quarrés des denſités: car une même ſurface ſera touchée par quatre fois plus de parties d'air ſi l'air eſt huit fois plus denſe.

(γ) La force de l'adheſion doit encore être eſtimée d'autant plus grande, que la viteſſe relative de deux ſurfaces contigues eſt plus grande & je ſuppoſe l'une proportionelle à l'autre, à cauſe que la viteſſe relative etant par exemple deux fois plus grande, le nombre des parties qui doivent etre ſeparées dans un même temps devient auſſi deux fois plus grande. J'avoue cependant que cette raiſon a plus l'air d'une explication phyſique que d'une demonſtration geometrique: cependant pluſieurs experiences hydrauliques m'ont confirmé dans cette conjecture.

Voilà à mon avis, comme on doit eſtimer l'adheſion mutuelle des differentes couches, en obſervant toujours que l'effort ou le *momentum* de l'adheſion doit etre eſtimé par la force de l'adheſion & par la diſtance à l'axe de rotation, comme

comme nous avons remarqué dans la note (d). On pourroit ſoupçonner ici, qu'il faudroit encore faire attention à la compreſſion, avec laquelle une couche eſt preſſée ſur l'autre. Effectivement il faudroit y avoir egard, ſi l'adheſion des fluides etoit ſemblable au frottement des ſolides. Mais toutes les experiences nous demontrent le contraire, & ſemblent indiquer que l'adheſion des fluides n'eſt pas augmentée par une plus grande compreſſion de leurs parties.

§. VI. Soit à preſent (fig. 1) A le centre de la terre, B B ſon equateur; & que les autres cercles ſoyent dans le plan de l'equateur; ſuppoſons que l'air s'etende jusqu'en FF & que dans ſes limites FF il n'ait plus aucun mouvement journalier autour du point A. Soit enſuite $AB = r$; $AF = R$; $AC = x$; $Cd = de = dx$ en prenant dx pour conſtante: la denſité de l'air en $B = D$; la denſité de l'air en $C = \delta$: la viteſſe de l'air en $B = C$; la viteſſe en $C = v$; Je conçois ici, que tout l'air compris entre C C & dd acheve ſa revolution tout à fait dans le même tems, tout comme ſi c'etoit un anneau ſolide, de même que l'air compris entre dd & ee; de là il ſuit que la viteſſe de l'air en d pris dans la ſurface exterieure de la couche interieure eſt $= v + \frac{dx}{x} v$ & que la viteſſe de l'air en d pris dans la ſurface interieure de la couche exterieure eſt $= v + dv$; ainſi la viteſſe relative des deux ſurfaces contigues en dd ſera $= \frac{dx}{x} v - dv$; Nous aurons donc en vertu des notes (α), (β) & (γ) l'adhéſion des deux anneaux d'air $= \frac{x}{r} \times \left(\frac{\delta}{D}\right)^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{dx}{x} v - dv\right)$ & le *momentum* de cette adhéſion $= \frac{x}{r} \times \left(\frac{\delta}{D}\right)^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{dx}{x} v - dv\right) \times x$, lequel *momentum* devant être par la note (c) par tout le meme, je le poſerai $= N\,dx$, en prenant pour N une conſtante convenable. Nous aurons donc cette equation $\left(\frac{\delta}{D}\right)^{\frac{2}{3}} \times (v\,dx - x\,dv) = \frac{N\,r\,dx}{x}$, ou bien $- \frac{vdx + xdv}{xx} = - \frac{N\,r\,dx}{x^3} \times \left(\frac{D}{\delta}\right)^{\frac{2}{3}}$, ou enfin $v = - N\,r\,x \int \frac{dx}{x^3} \times \left(\frac{D}{\delta}\right)^{\frac{2}{3}}$.

§. VII. On voit de cette équation, que la determination des differentes viteſſes de l'air depend des variations des denſités de l'air. Diſons donc quelques mots ſur ces variations. On ſuppoſe ordinairement, que les hauteurs croiſſant en proportion arithmetique, les elaſticités & les denſités de l'air decroiſſent en proportion geometrique: Mais cette theorie ne convient nullement aux obſervations qu'on a faites ſur les descentes du mercure dans le barometre transporté ſur des differentes hauteurs. J'alleguerai donc une autre formule pour les differentes elaſticités de l'air, qui ſatisfait avec une exactitude mervellieuſe aux dites obſervations.

Soit

Soit l'elasticité de l'air prés la surface de la mer $= E$; soit s le nombre de pieds de Paris, qui marquent l'elevation d'un endroit quelconque par dessus la surface de la mer & on aura fort à peu près l'elasticité de l'air pour cette elevation $= \frac{22000}{22000 + s} E$. Mais les densités n'observent pas la meme loi, parceque la chaleur n'est pas uniforme dans toute l'atmosphere; toutes les raisons bien pesées, il me semble que la variation des densités doit être plus grande que ne marque la formule $\frac{22000}{22000 + s} D$ & plus petite que ne marque $\left(\frac{22000}{22000 + s}\right)^2 D$. Je supposerai donc $\delta = \left(\frac{22000}{22000 + s}\right)^{\frac{3}{2}} D$ & on peut le faire avec d'autant moins de peine qu'il ne s'agit pas ici d'une exactitude entiere. Reprenons à present notre question principale.

§. VIII. Nous donnerons ci dessous toutes les mesures en pieds de Paris & avec cette precaution il faudra mettre $x - r$ pour s, de sorte que nous aurons $\frac{\delta}{D} = \left(\frac{22000}{22000 + x - r}\right)^{\frac{3}{2}}$, ou bien $\left(\frac{D}{\delta}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{22000 + x - r}{22000}$ & par consequent $v = -Nrx\int \frac{22000 + x - r}{22000\, x^3} dx$

Prenant à present l'integrale de la quantité qui ſe trouve aprés le ſigne ſommatoire en ajoutant une conſtante M, nous aurons $v = - MNrx + \frac{22000\, N r -}{44000\, x}$.
Quant aux conſtantes M & N, il faut les determiner par ces deux conditions, ſavoir que v eſt $= o$ en faiſant $x = R$ & que v eſt $= C$ en faiſant $x = r$; De cette façon on trouve $M = \frac{22000 - r + 2R}{44000\, RR}$ & $N = \frac{44000\, RR}{22000\, rr + r^3 - 2rrR + 22000\, RR + rRR} C$, & l'equation finale ſera (en mettant $a = 22000$) $v = \frac{- arxx + rrxx - 2rRxx}{(- arr + r^3 - 2rrR} \frac{+ arRR - rrRR + 2rRRx}{+ aRR + rRR)\, x} C$.

§. IX. Après avoir determiné la viteſſe abſolue de l'air dans le plan de l'equateur pour telle hauteur qu'on voudra, nôtre deſſein demande qu'on en tire la viteſſe du vent de l'orient en occident. Il eſt clair, que cette viteſſe eſt $= \frac{x}{r} C - v$: car ſi toute la maſſe de l'air faiſait ſa revolution en même tems, on ne ſentiroit point de vent & en ce cas la viteſſe abſolue de l'air feroit $= \frac{x}{r} C$; ainſi tout point, qui fait le tour dans 24 heures de tems, doit ſentir une

une viteſſe relative de l'air, qui eſt $= \frac{x}{r} C - v$. On aura donc la viteſſe abſolue du vent en ſubſtituant pour v ſa valeur trouvée & de cette maniere on la trouvera $= \frac{r RR (x - r)^2 + a RR (xx - rr)}{(- a rr + r^3 - 2 rr R + a RR + r RR) r x} C$. Voilà donc nôtre queſtion entierement reſolue.

§. X. Il nous reſte à examiner, quel ſentiment on doit porter ſur la hauteur de l'atmosphere, que nous avons indiquée par $R - r$.

On pourroit douter ſi peut être cette hauteur ne s'etend pas au delà la lune, qui fait une partie du ſyſteme de la terre. Mais cela n'eſt pas probable & je ſuis ſeur que la lune ſe trouveroit beaucoup plus près du plan de l'equateur de la terre, ſi cela etoit, de meme que tous les planetes qui nagent dans l'atmosphere ſolaire ſe trouvent presque entierement reunis dans le plan de l'equateur ſolaire. Auſſi cette hypotheſe rendroit elle ce vent oriental dont il eſt queſtion entierement imperceptible: ce vent ſeroit même encore inſenſible, ſi la hauteur de l'atmosphere etoit comparable au raion de la terre. Je trouve que pour que le vent oriental puiſſe être ſenſible, il faut que la hauteur de l'atmosphere puiſſe etre comparée à la hauteur a, qui eſt de 22000 pieds de Paris, & tous les Phenomenes aëriens m'ont mis depuis long tems dans ce ſentiment, qui ſera maintenant comme demontré par cette theorie.

§. XI.

§. XI. Cette confideration nous met en etat de fimplifier d'avantage & de rendre plus claire & plus nette nôtre formule pour la viteffe du vent oriental fous l'equateur à une hauteur donnée je fuppoferai donc la hauteur de l'atmosphere $R - r = b$ & $x - r = s$, de forte que s marquera une hauteur quelconque depuis la furface de la mer & je traiterai les hauteurs a, b & s comme infenfibles par raport aux quantités r, R & x. Dans ces fuppofitions on trouve la viteffe du vent oriental $= \frac{ss + 2as}{bb + 2ab}C$.

§. XII. Il paroit de toute cette theorie, que plûs on s'eleve par deffus la furface de la mer, plus le vent oriental doit augmenter, & cela en raifon egale, pour les petites hauteurs, & qu'immediatement à la furface de la mer, le vent doit être entierement nul. Comme la viteffe C fait environ 1600 pieds dans une feconde, il s'en fuit qu'a chaque vingtaine de pieds qu'on s'eleve, le vent gagne la viteffe d'un pied par feconde en fuppofant $b = a$, de forte qu'a la hauteur de 100 pieds, il fera 5 pieds dans une feconde. Si l'on vouloit fuppofer la hauteur de l'atmosphere encore plus petite, la force du vent oriental en feroit augmentée. On pourroit auffi faire d'autres hypothefes pour les variations des denfités de l'air par raport aux differentes hauteurs, qui donneroient la viteffe du vent oriental plus grande, mais fi l'on veut demeurer dans les bornes de la vraisemblance & des connoiffances phyfiques, que l'on a là deffus, je doute fi on en pourroit augmenter la force

du

du vent au delà du double. Cependant ces nombres augmentés autant que la theorie permet de le faire suffiſent pour en expliquer tout ce que nous liſons dans les relations de navigation, je trouve tout bien conté qu'avec ce ſeul vent un bon voilier pourroit faire le tour de la terre dans deux années de tems.

§. XIII. Il me ſemble, que tout ce que je viens de dire en conſequence de nôtre theorie, ne peut manquer de lui donner quelque poids. Il n'y a dans ces ſortes de recherches ordinairement point de milieu, lors qu'elles n'ont aucune liaiſon avec la nature; ou les reſultats ſeront exceſſivement grands ou exceſſivement petits; au lieu d'un certain nombre de pieds nous n'aurions ſurement pas manqué de trouver ou des lieues ou de petites parties de ligne, ſi nous etions entierement eloignès des vrais principes.

§. XIV. Aprés avoir expliqué le vent qui doit provenir ſous l'equateur du mouvement journalier de la terre, j'ai encore examiné ce qui doit ſe paſſer ſous les autres paralleles & j'ai trouvé, quoiqu'à la verité par un raiſonnement assés vague, que la viteſſe du vent doit diminuer vers les poles à peu près en raiſon quarrée des coſinus des latitudes.

§. XV. Je ne ferai plus qu'une ſeule remarque ſur ce ſujet, c'eſt que ce vent naturellement uniforme & conſtant, ſe change facilement en vent uniformement inegal ou alternativement plus fort & plus foible par des intervalles egaux. Ceux qui ont etudié la phyſique mechanique auront remarqué, combien la nature ſe plait à produire des mouvemens d'oscillation ou de balancement, ce que je pourrois eclaircir par une infinité d'exemples; Auſſi eſt ce par le principe d'Oeconomie, que la nature agit ainſi; le moindre obſtacle rallentit le mouvement & y cauſeroit une perte de force vive, qui s'employe plutot à entretenir un mouvement de balancement, qu'à etre anneantie dans le ſiſteme. C'eſt ainſi, que ſe produiſent peu à peu les lames de la mer dont la premiere cauſe n'eſt dabord qu'un roulement des eaux à la ſurface de la mer. Le ſifflement & le murmure, que les vents font même en pleine mer, ne ſont formés que par les balancements & les mouvemens alternatifs de compresſion & de dilatation, qui ſont dans l'air agité par le vent & qui produiſent un ſon plus ou moins aigu ſuivant que les ondes de l'air ſont plus ou moins ſerrées; il ſe peut donc de même que cette maſſe d'air, qui ſe meut autour de la terre, ait en même tems un mouvement de compresſion & de dilatation alternativement, lequel ſe joignant au vent oriental, l'augmentera & le diminuera alternativement: Si toute cette maſſe ne formoit qu'un ſimple balancement, n'ayant qu'un ſeul ventre de compreſſion, l'intervalle d'un balancement à l'autre ſeroit d'environ 36 heures; ſi les balancemens etoient doubles, triples &c. en ſuppoſant qu'il y ait deux, trois ventres de compreſſion, cet intervalle deviendroit

droit deux ou trois fois plus petit. Je me contenterai d'avoir simplement indiqué ces remarques à faire, d'autant qu'un plus grand detail me detourneroit trop de nôtre sujet principal. Je passe donc au second article, où je me propose d'examiner l'effet que le soleil doit faire sur l'atmosphere par sa chaleur.

§. XVI. Tout le monde sait que l'air est rarefiê par la chaleur & condensé par le froid, d'où il suit que l'air doit etre plus condensè pendant la nuit qu'il fait plus froid que pendant le jour qu'il fait plus chaud; mais cette condensation & rarefaction de l'air ne sauroient se faire sans mouvement & il est question d'examiner quel doit être ce mouvement & quelle sera la nature du vent qui en sera formé. Il conviendra encore ici de commencer ces recherches par les hypotheses les plus simples. Je supposerai donc d'abord que l'ecliptique est dans le plan de l'equateur & qu'il ne s'agit que de determiner le mouvement de l'air autour de l'equateur en concevant encore deux plans, qui coupent la communication de cet air avec le reste de l'atmosphere, tels que nous les avons decrits au §. III.

§. XVII. Cette question ne laisse pas d'etre encore assés vague, quoique fort simplifiée; elle depend de plusieurs positions physiques, que l'on ne sauroit determiner assés au juste; il faut donc se former des hypotheses physiques qui paroitront les plus naturelles. Voici comme on pourra envisager la chose. Soit (fig. 2) *a* le centre de la terre; C D son equateur; je decris du même centre *a* un autre cercle A B, avec un petit cercle *b c*, dont je determinerai le rayon ci-dessous, & enfin du centre *b* je decris le cercle A E. Aprés cette construction & ayant tiré une ligne quelconque a G, je supposerai que les densités de l'air dans differents points de l'equateur soyent pour un moment proportionelles à l'intervalle L G, de sorte que A C marque la moindre densité, D E la plus grande & enfin L G une densité moyenne quelconque. De cette maniere le point A repondra au Zenith & le point E au Nadir, quoique l'un & l'autre corrigé, puisqu'on remarque que la plus grande chaleur n'est que quelque tems aprés midi & le plus grand froid quelque tems après minuit: Mais cette correction ne pouvant changer en rien la nature de nôtre question principale, nous n'y ferons d'abord aucune attention. Cela etant ainsi voici les premieres consequences qui en resultent.

§. XVIII. Comme ce n'est que la chaleur du soleil qui est la cause des differentes densités de l'air, on voit bien que tout le sisteme doit faire le tour dans 24 heures de tems autour du centre *a*: le point A dans le cercle A B, le point C dans le cercle C B & le point *b* dans le petit cercle *b c*, pendant que le centre *a* demeure toujours au meme point.

§. XIX. Comme les quantités d'air sous un volume egal sont proportionelles aux densités, on pourra concevoir toute l'atmosphere comprise entre le cercle C D & le cercle

cle A E comme homogene, uniforme & d'une denſité egale, mais s'elevant à differentes hauteurs exprimées dans chaque point L par la hauteur L G, puisque de cette façon la quantité d'air qui repond à un point quelconque L eſt la meme.

§. XX. Si l'on ſuppoſe la denſité de l'air au point C $= D$ & au point $D = D + \delta$, il faudra faire $A C = D B = D$ & on aura $B E = \delta$ & parceque $A b = E b$, on aura le petit rayon $a b = \frac{1}{2} B E = \frac{1}{2} \delta$. On pourra remarquer auſſi en paſſant que la petite hauteur F G eſt proportionelle au ſinus verſe de l'angle A a G & delà on pourra facilement calculer par des ſuites, quelle eſt la quantité d'air compris dans l'espace A G F A.

§. XXI. Je viens à la queſtion principale; ſuppoſons donc que le ſoleil ſoit venu de A en A′; il faudra faire la meme conſtruction par raport au point A′, que nous avons decrite au §. XVII. par raport au point A. Pour eviter la confuſion des cercles, je ne conſidererai que le cercle exterieur A N E M, qui prend la place (fig. 3) A′ N′ E′ M′. Il eſt evident que par ce changement une partie d'air doit aller du coté occidental vers le coté oriental & que cette partie d'air eſt preciſement egale à celle que contient le petit menisque A N E N′ A. Après cette remarque il eſt queſtion premierement, de determiner la grandeur du menisque. A N E N′ A & en ſecond lieu par quel mouvement la dite quantité d'air ſera ainſi deplacée.

 Quant

Quant à la premiere queſtion on la reſoudra de cette façon. Soit $a\,A = r$; le petit arc $A\,A' = \alpha$ & qu'on tire le petit arc $b\,b'$, qui ſera $\frac{\delta}{2\,r}\,\alpha$, parceque $a\,b$ eſt $= \frac{1}{2}\,\delta$. Si enſuite on multiplie ce petit arc $b\,b'$ par le diametre A E, il eſt facile à voir que le produit ſera egal à la capacité cherchée du menisque A N E N' A & comme A a peut être censé $= a\,E$, nous aurons $A\,E = 2\,r$ & par conſequent la capacité du dit menisque $= \delta\,\alpha$, qui marque la quantité d'air qui eſt chassé vers le coté A M E pour remplir le menisque opposé A M E M' A, qui eſt egal au premier.

Voyons maintenant par quel mouvement ce deplacement d'air doit ſe faire. Il eſt clair d'abord après avoir partagé les demi cercles A N E & A M E egalement aux points N & M, que le demi menisque A N N' A ſe vuidera ſuivant le cours N A M & l'autre demi-menisque E N N' E ſuivant le cours N E M; d'où l'on voit deja que la viteſſe de l'air ſera nulle aux points N & M & qu'elle ſera la plus grande aux points A & E. Mais pour determiner exactement ce mouvement, il me ſemble qu'on doit enviſager la queſtion de la maniere qui ſuit.

On concevra un canal (fig. 4) M A N Q C P, qui repreſentera l'eſpace que l'air occupe dans la ſeconde figure indiqué par les memes lettres. Ainſi la largeur de ce canal eſt $= D$ & la longueur egale au demi - equateur de la terre que j'appellerai l; Ce canal eſt rempli d'air qui eſt d'abord d'abord dans un equilibre parfait & c'eſt le cas où le ſoleil repond au point A dans la ſeconde & dans la troiſieme figure. Mais après que le ſoleil a parcouru l'arc A A′ dans les dites figures, cet equilibre ne ſe trouve plus dans l'air renfermé dans le canal, parceque l'air en ſera plus echauffé dans la partie A N Q C & le ſera moins dans l'autre moitié A M P C; ainſi pour retablir l'equilibre, il faut qu'une partie d'air ſoit chassé de la partie A N Q C en l'autre A M P C; mais chaque couche d'air, telle que *a b d c* parcourra un eſpace different, qui marquera la viteſſe de l'air au meme endroit; tirons à preſent dans la quatrieme figure la ligne M′ A *e* N′ telle que prenant la diſtance N *c* egale à l'arc N *c* dans la troiſieme figure, on ait par tout *c e* dans la 4*e*. figure = *c e* dans la troiſieme figure, en ſuppoſant celle ci tirée perpendiculairement entre les deux arcs. Si l'on conſidere avec attention nôtre queſtion, on verra qu'elle ſe reduit à celleci.

Ayant un canal M N Q P rempli d'air, dont l'elaſticité ou la denſité eſt par tout proportionelle à la ligne *a e*, trouver le mouvement de chaque couche d'air *a b d c*, qu'elle aura fait aprés que tout l'air aura repris ſa denſité uniforme. Pour reſoudre ce probleme on n'a qu'a faire en ſorte que par tout l'eſpace N′ *e a* Q ſoit = à l'eſpace N *r p* Q & alors la couche *a b d c* aura pris la place *p q s r* & l'intervalle *b q* ou *a p* marquera le mouvement cherché de la couche *a b d c*. Mais cette egalité entre les eſpaces N′ *e a* Q & N *r p* Q

donne

donne auſſi $N'ecN = crpa$, il ne s'agit donc plus que d'examiner analytiquement ces eſpaces. Si dans la troiſieme figure on tire la droite M N & que du point e on y tire perpendiculairement la droite eP, on aura l'eſpace $N'ecN = N'N \times eP$. Soit le ſinus total $= 1$; le ſinus de l'arc $Ne = s$; on aura $eP = rs$, & $N'N = b'b = \frac{\delta}{2r}\alpha$ & par conſequent l'eſpace $N'ecN = \frac{1}{2}s \times \delta\alpha$: quant à l'autre eſpace $crpa$ dans la quatrieme figure, il eſt $= cr \times ca = cr \times NQ = cr \times D$: Nous avons donc $\frac{1}{2}s \times \delta\alpha = cr \times D$ & par conſequent.

$$cr = \tfrac{1}{2}s \times \frac{\delta}{D} \times \alpha.$$

Il ſuit de cette équation, que l'air parcourt un eſpace $\frac{1}{2}s \times \frac{\delta}{D}\alpha$ pendant que le ſoleil parcourt dans l'equateur le petit arc $AA' = \alpha$: ainſi la viteſſe de l'air eſt à la viteſſe d'un point pris dans l'equateur, comme $\frac{1}{2}s \times \frac{\delta}{D} \times \alpha$ eſt à α ou comme $\frac{s\delta}{2D}$ eſt à l'unité & voilà le reſultat de tout ce raiſonnement aſſés prolixe & embaraſſé. Je m'en vais maintenant indiquer les conſequences qui en decoulent.

§. XXII. Il faut premierement examiner comment on doit determiner le raport de D à δ. On ſait par des obſervaſervations phyſiques, que la denſité de l'air dans la plus grande chaleur de l'eté eſt à la denſité de l'air dans le plus grand froid de l'hyver à peu près comme 5 à 6. On peut auſſi ſuppoſer que la plus grande variation du jour à la nuit ne fait que la douzieme partie de celle de l'eté à l'hyver & comme ſous l'équateur les variations ſont peut être moins ſenſibles que dans un autre climat, je crois qu'on peut ſuppoſer à peu près $\delta = \frac{1}{80} D$. Dans cette ſuppoſition la viteſſe de l'air eſt à la viteſſe d'un point de l'equateur qui eſt duë au mouvement journalier comme $\frac{s}{160}$ eſt à l'unité. Si la derniere viteſſe parcourt 1600 pieds dans une ſeconde, la viteſſe du vent ſera telle, qu'il parcourra dans une ſeconde de tems autant de pieds qu'il y a d'unités dans $10\,s$, en entendant par s le ſinus de l'arc horaire, depuis l'heure qu'il fait jusqu'à 6 heures.

§. XXIII. On voit donc qu'à midi il doit reſulter de cette cauſe un vent occidental à faire environ dix pieds dans une ſeconde; que ce vent ſe rallentira enſuite peu à peu & qu'il ſe calmera entierement à 6 heures du ſoir; après cela il prendra une direction contraire & il commencera à ſouffler de l'Eſt à l'oueſt & ſe renforcera jusqu'à minuit & delà il diminuera, en gardant ſa direction, jusqu'a 6 heures du matin; après quoi il redeviendra oriental & augmentera jusqu'à midi, qu'il ſera derechef 10 pieds dans une ſeconde. Mais tout cela demande encore une correction, parceque le plus grand chaud & le plus grand froid ne ſe font pas à midi & à minuit mais environ deux heures après; ainſi il faudra ajouter deux heures à l'heure du jour pour avoir la vraie heure.

§. XXIV. Nous avons ſupposé dans nôtre exemple le rapport de δ à D comme 1 à 80, & je ſuis perſuadé que près la ſurface de la terre la difference des denſités de l'air du jour à la nuit fait au moins la huitantieme partie de la denſité totale; mais il ſe peut que cette difference eſt beaucoup plus petite à une certaine hauteur depuis la ſurface de la mer; ſi cela étoit, ce vent variable, que nous avons decrit, pourroit être plus foible, que nous ne l'avons marqué, mais toujours dans une proportion egale; quoiqu'il en ſoit, j'ajouterai ici la table des variations du vent qui doivent reſulter des differentes chaleurs de l'atmosphere pendant la revolution du ſoleil, en obſervant la correction de deux heures marquée ci deſſus.

l'heure

	l'heure du jour	vitesse du vent
	2	10, 0 *occ.*
	3	9, 6 *occ.*
	4	8, 6 *occ.*
	5	7, 0 *occ.*
après midi	6	5, 0 *occ.*
	7	2, 5 *occ.*
	8	0
	9	2, 5 *or.*
	10	5, 0 *or.*
	11	7, 0 *or.*
	12	8, 6 *or.*
	1	9, 6 *or.*
	2	10, 0 *or.*
	3	9, 6 *or.*
	4	8, 6 *or.*
	5	7, 0 *or.*
après minuit	6	5, 0 *or.*
	7	2, 5 *or.*
	8	0
	9	2, 5 *occ.*
	10	5, 0 *occ.*
	11	7, 0 *occ.*
	12	8, 6 *occ.*
après midi	1	9, 6 *occ.*
	2	10, 0 *occ.*

§. XXV. Quoique les proprietés que nous avons indiquées pour ces vents que le soleil produit en echauffant succesivement les parties de l'atmosphere, n'ayent été trouvées que pour l'equateur & dans l'hypothese que le soleil se trouve constamment dans le plan de l'equateur, il y a cependant apparence, que si toute la terre etoit fluide, on sentiroit sous chaque parallele un vent semblable à peu près à celui que nous venons de determiner, c'est à dire un petit vent oriental, qui commence à souffler depuis 8 heures du matin, qui se renforce jusqu'à 2 heures après midi & qui baisse ensuite jusqu'à cesser entierement environ les 8 heures du soir, après quoi il commencera à s'elever peu à peu un vent d'ouest, qui observera les memes loix : mais les vitesses repondantes de ce vent seront à peu près en raison des cosinus des latitudes dans les differens paralleles. Je ne crois pas non plus que les petites declinaisons du soleil puissent empecher cet effet ; elles pourront pourtant changer les vitesses de ces vents. Du reste il n'est pas possible de determiner precisement tous ces changemens, non faute de geometrie, mais faute de connoissance suffisante de plusieurs faits de physique, qu'il n'est meme pas possible de connoitre par des observations.

§. XXVI. On peut encore remarquer ici, que la chaleur du soleil ne dilate pas seulement l'air par sa chaleur, mais qu'elle engendre encore une espece de nouvel air en augmentant l'evaporation des eaux. Ces vapeurs se condensent ensuite quand la chaleur vient à diminuer & retombent enfin sur la surface de la terre. Comme la masse de la terre demeure toujours la meme & que la chaleur est plus grande vers l'equateur, que vers les poles, il est naturel que vers l'equateur il sort plus de vapeurs qu'il n'y en rentre & qu'il ar-

rive

rive le contraire vers les poles. Delà la ſource des rivieres, qui coulent conſtamment: il faut auſſi tirer delà la cauſe des ſaiſons ſeches & humides dans la Zone torride, qui ſe ſuivent & qui ſont produites par l'eloignement & l'approche ſuccesſif du ſoleil. Si la terre etoit toute fluide & que le ſoleil demeurat conſtamment dans l'equateur; il faudroit qu'il y eut dans la mer de petits courants conſtants du nord & du ſud vers l'equateur & au contraire un vent conſtant de Nord dans la bande du Sud & de Sud dans la bande du Nord. J'ai formé là deſſus des calculs fondés ſur des experiences qu'on a faites ſur la quantité des evaporations ſous differens degrés de chaleur & j'ai trouvé que cette cauſe peut produire des vents assés forts, ſi l'on ſuppoſe, que ce n'eſt pas toute la maſſe d'air qui ſoit miſe en mouvement, mais ſeulement les couches les plus proches de la ſurface de la mer jusqu'à une certaine hauteur, comme par exemple de 1000 pieds. L'incertitude des hypotheſes, qui doivent faire la baſe de ces calculs, ne me permet pas d'expoſer ici ces calculs. Il ſeroit à ſouhaiter que nous eusſions des obſervations plus exactes, que nous n'avons ſur la direction & ſur tout ſur la force des vents reglés, pour pouvoir accommoder les hypotheſes incertaines à ces obſervations, d'où nous pourrions tirer enſuite des lumieres nouvelles dictées par la ſeule theorie. Ce n'eſt certainement, que cette inegalité d'evaporation alternativement plus grande ſur terre & ſur mer de la nuit au jour, qui eſt la cauſe des vents reglés, qu'on appelle vents de terre & vents de mer. On peut rendre raiſon ausſi par nos principes de pluſieurs autres vents reglés particuliers, que les mariniers ont obſervés, je n'en fais point mention pour ne point paſſer les bornes du ſujet prescrit, qui veut qu'on conſidere toute la terre fluide.

§. XXVII. Si j'ai dit que les vapeurs attirées par le ſoleil chaſſent l'air directement vers les poles, cela ſuppoſe que tous les endroits ſous l'equateur ſont egalement echauffés comme ſi la terre tournoit avec une rapidité infinie; mais cela n'etant pas, il faut dire que le mouvement de l'air dans la direction des meridiens eſt melé avec un mouvement balançant, pareil à celui que nous avons expliqué au §. XXIII. & qui ſe fait dans la direction de l'equateur ou parallele à l'equateur, puisque les vapeurs attirées par le ſoleil ſe repandent de tous cotés, où ils trouvent moins de reſiſtance.

§. XXVIII. Venons enfin aux changemens annuels de la declinaiſon du ſoleil & examinons quel effet ils doivent faire ſur l'atmoſphere, les Mariniers ont obſervé des vents reglés qui ſoufflent ſous une direction contraire de ſix en ſix mois. Ces vents ne ſauroient provenir ſans doute, que du mouvement annuel du ſoleil & de ſon obliquité à l'équateur. Je crois pourtant que l'inegalité de la terre doit avoir beaucoup de part a ces vents & que tout comme le flux & reflux de la mer eſt dans quelques endroits dix ou vingt fois plus grand, qu'il ne ſeroit ſi toute la terre etoit fluide, le vent produit par le mouvement annuel oblique du ſoleil peut etre de meme conſiderablement augmenté dans quelques endroits par la difformité de la terre. Il ne faut donc pas ſe laiſſer prevenir contre nos theories par la conſideration de quelques vents particuliers quoique reglés, ce que j'ai crù devoir faire remarquer tant par raport à ce que j'ai deja dit que par raport à ce qui me reſte à dire. J'ai crù d'abord, que le ſoleil chaſſant de ſix en ſix mois une grande quantité d'air d'un hemiſphere à l'autre, il en devoit provenir un vent conſiderable de ſix en ſix mois, du Sud au Nord & du Nord au Sud. Cependant le calcul aſſés facile, m'a fait voir qu'en outrant toutes les hypotheſes qui peuvent donner plus de force à ces vents, ils n'en deviennent pas tant ſoit peu conſiderables. Voici donc mon raiſonnement.

§. XXIX.

§. XXIX. Notre hemisphere ſeptentrional eſt plus chargé d'air pendant le fort de l'hyver qu'il n'eſt durant les plus grandes chaleurs de l'eté. Suppoſons que la plus grande quantité d'air ſoit à la plus petite comme 5 à 4. C'eſt la plus grande inegalité qu'on puiſſe ſuppoſer. Ainſi diviſant toute l'atmosphere de l'air en neuf parties, il faudra dire que quatre parties reſtent toujours dans l'un & l'autre hemisphere & que la neufvieme partie va & vient alternativement d'un hemisphere à l'autre, & qu'il employe 6 mois de tems pour chaque paſſage : ſuppoſons d'abord que le paſſage ſe faſſe avec une viteſſe uniforme; or il y a 94608000 ſecondes dans 6 mois & ainſi dans une ſeconde de tems il paſſe ſous l'equateur la $\frac{1}{851472000}$ partie de toute l'atmosphere d'air : Si l'on ſuppoſe le rayon de la terre $= r$, la circonference de l'equateur $= C$, toute la ſurface de la terre ſera $= 2rC$, qui ſera proportionelle à toute l'atmosphere de l'air en ſuppoſant même que l'air n'eſt pas plus denſe ſous les poles que ſous l'equateur, ce qui doit encore faire la viteſſe du vent en queſtion plus grande qu'elle n'eſt. Prenant la 851472000e partie de $2rC$, on aura $\frac{rC}{425736000}$, d'où il ſuit que l'air qui paſſe ſous l'equateur fait dans une ſeconde de tems la 425736000e partie du rayon de la terre, qui ſuivant la meſure de M Caſſini tient

19695539

19695539 pieds, ce qui fait moins qu'un demi-pieds par feconde. Si l'on veut faire attention à l'inegalité des viteffes avec lesquelles ces paffages de l'air fous l'equateur fe font, la plus grande viteffe pourra devenir environ deux fois plus grande que la viteffe moyenne marquée. Ainfi ce vent ne fera jamais plus qu'un pied par feconde, meme fous l'equateur, où il doit etre plus grand, qu'à tout autre parallele.

§. XXX. Cet exemple moins dependant que les precedens de ces hypothefes, que la phyfique ne fauroit determiner fort au jufte, nous apprend encore, combien les vents feroient foibles, fi toute la terre etoit fluide & uniforme. Il feroit auffi facile de donner plufieurs proprietés fur les variations de ces vents, s'ils ne pouvoient etre presqu' entierement negligés, je me contenterai donc de ce que j'en ai dit. Je remarquerai feulement encore que les vapeurs, qui fortent des eaux de la mer plus copieufement & qui y retombent en moindre quantité en eté qu'en hyver etant fans doute transportées fous la forme d'air dans l'autre hemisphere, doivent augmenter ces vents. Cependant cette caufe ne pourra felon mon eftime les renforcer au delà du double.

§. XXXI. Enfin j'ai voulu auffi examiner, quel effet la lune pourroit faire fur l'atmosphere de la terre: Car comme les deux luminaires, le foleil & la lune, & fur tout celleci font un effet fenfible fur les eaux de la mer, il y a à prefumer, que l'atmosphere doit fe reffentir auffi en quelque façon de leur action. Cependant après un examen fort exact de cette matiere, que j'ai deja traittée autre fois avec toute l'application dont j'etois capable, j'ai trouvé que la lune ne

pourroit

pourroit faire aucun effet tant soit peu sensible sur l'atmosphere sans une certaine consideration assés nouvelle. Cette consideration est à la verité très essentielle & doit etre faite absolument, mais elle est d'une nature à n'admettre que des mesures assés incertaines & cette raison m'auroit empeché d'entrer dans aucun detail là dessus, si l'Academie n'avoit nommé expressement dans son programme cette cause. Il ne m'est donc pas parmis de me disposer de ces recherches.

§. XXXII. Pour bien traiter cette matiere, il faudroit un livre entier, assés long & fort penible. On me permettra donc d'indiquer simpliment, ce qu'on peut demontrer par la pure geometrie, & ce qu'on trouve pour la plûpart demontré dans les pieces sur le flux & reflux de la mer, qui ont partagé le prix de l'Academie Royale des Sciences de Paris de 1740, qui ont eté imprimées à Paris l'année suivante & trois desquelles ont eté inserées ensuite dans la derniere edition des Principes de M. Newton faite à Geneve, dans lesquelles on trouvera demontré tout ce que j'avancerai.

§. XXXIII. Soit (fig. 5) *g b h d* l'équateur de la terre, naturellement parfaitement rond & que le soleil se trouvant dans l'equateur reponde au point *b*, on demontre que l'équateur doit quitter sa figure ronde par l'action du soleil & prendre la figure G B H D, de sorte que les eaux s'eleveront aux points *b* & *d* jusqu'en B & D & se baisseront aux points *h* & *g* jusqu'en H & G. On peut calculer parfaitement les petites elevations *b* B, *d* D & les petites descentes *h* H, *g* G pour differentes hypotheses qu'on peut former ſur la loi des denſités des couches de la terre vers le centre. Si toute la terre eſt ſuppoſée homogene & nommement de la meme denſité que l'eau qui l'environne, on trouve B C — H C ou B *b* + H *h* d'un pied, onze pouces & un quart, qui eſt la meſure de l'action du ſoleil.

§. XXXIV. Connoiſſant l'action du ſoleil exactement, on a recherché, quelle proportion elle devoit avoir avec celle de la lune, qu'on ne peut pas determiner par les principes de l'aſtronomie; Mr. Newton s'eſt ſervi de quelques obſervations ſur le flux & reflux de la mer pour en deduire cette proportion, qu'il a eſtimée enſuite comme 1 à 4. Mais il me paroit qu'il n'a pas bien choiſi ſes obſervations & qu'il auroit mieux fait de fonder ſes calculs ſur des obſervations beaucoup plus convenables à ce deſſein, & qui donnent cette proportion dans l'etat moyen comme 2 à 5 & j'ai remarqué que cette proportion ſe verifie de tout coté. Je donnerai donc en nombres entiers deux pieds à l'action moyenne du ſoleil & cinq pieds à celle de la lune.

§. XXXV. Dans les ſyzygies il faut ajouter ces deux actions & en prendre la difference dans les quadratures, de ſorte que l'action entiere des deux luminaires eſt de 7 pieds dans les ſyzygies & de 3 pieds dans les quadratures.

§. XXXVI. Les meſures que nous avons aſſignées aux actions des deux luminaires doivent être reſtreintes à une certaine condition, qui eſt que les eaux ayent tout le tems qu'il leur faut pour ſe mettre entierement à l'equilibre. Mais il paroit que le mouvement journalier de la terre n'accorde pas aux eaux tout ce temps; puiſqu'à chaque moment les eaux doivent changer leur poſition d'equilibre & que leur inertie ne leur permettra pas de s'y mettre aſſés promtement.

Il

Il eſt meme naturel, que ſi la terre tournoit avec une viteſſe infinie l'equateur conſerveroit conſtamment ſa rondeur parfaite malgré l'action du ſoleil & de la lune. Il s'enſuit que l'équateur ne change pas tout à fait ſa figure autant que l'equilibre determiné ci-deſſus pour l'état du repos le demande. Mais ce ſeroit un probleme trop embrouillé, ſi on entreprenoit d'aſſigner aux hauteurs *b* B & *b* H les juſtes valeurs, qui leur reſteront; Mais on pourra ſuppoſer avec quelque apparence de verité, qu'il y manquera le quart ou le tiers des hauteurs entieres. Sans cette diminution il n'eſt pas poſſible que la lune faſſe le moindre effet ſur l'atmosphere, comme nous allons voir.

§. XXXVII. Conſiderons à preſent l'equateur de la terre *g b b d* etre environné encore d'un fluide jusqu'a une petite hauteur commune *a* qui ſoit inſenſible par raport au rayon de la terre. Le calcul m'a enſeigné, que la peripherie de ce fluide ſera parfaitement ſemblable à la figure de l'equateur changé G B H D, pourvû que ce changement ſoit total & qu'il n'ait rien perdu par la raiſon exposée au §. XXXVI; Si donc la hauteur de ce fluide eſt fort petite, chaque colonne verticale gardera ſa hauteur *a* & ainſi ſi ce fluide repreſente l'air, cet air ne pourra avoir d'autre mouvement, que celui de ſuivre le mouvement de l'eau, qui le ſoutient, en ſorte que chaque colonne d'air monte & descende alternativement de ſix en ſix heures, de la quantité B b + H b, qui meme dans les Syzygies n'eſt que de 7 pieds & ſans doute qu'un tel balancement ne peut etre apperçu en aucune façon, l'idée de l'elaſticité de l'air ne change pas ce raiſonnement.

§. XXXVIII. Voici à preſent une propoſition aſſés paradoxe: c'eſt que ſi la terre etoit ſolide de ſorte que l'equateur *g b b d* ne peut changer ſa figure, le fluide qui environne l'equateur peut ſouffrir de très grands changemens, & cela en raiſon de la denſité du fluide à celle de l'eau. Ainſi en ſuppoſant l'eau 800 fois plus denſe que le fluide en queſtion, la quantité B *b* + H *b* rapportée à la peripherie du fluide en deviendroit 800 fois plus grande, c'eſt à dire, = 5600 pieds dans les ſyzygies & 2400 pieds dans les quadratures.

Par conſequent la colonne verticale du fluide en *b* pourra differer de la colonne verticale en *b* de 5600 pieds, ce qui peut bien faire la cinquieme partie de la hauteur moyenne entiere de ſes colonnes pour les ſyzygies & environ la douzieme partie pour les quadratures.

§. XXXIX. Si on fait maintenant attention au §. XXXVI. on voit facilement que la raiſon qui y eſt expoſée empeche en partie l'equateur de la terre *g b b d* de prendre tout à fait la figure d'equilibre G B H D & ſi nous conſiderons outre cela, que la ſurface de la terre n'eſt pas entierement fluide, nous pourrons facilement ſuppoſer, que l'equateur *g b b d* ne prend que les deux tiers de ſes changemens entiers & qu'un tiers de changement lui eſt oté par les deux dites raiſons. Dans cette ſuppoſition l'inegalité des colonnes du fluide en *b* & en *b* peut encore aller jusqu'à la quinzieme partie de la hauteur moyenne entiere de ces colonnes dans les ſyzygies & jusqu'à la trente cinquieme partie dans les quadratures.

§. XL. Quoiqu'on enviſage le fluide qui environne la terre comme elaſtique, ce que nous venons de dire, n'en ſouffre aucun changement; car il faudra toujours, que la quantité de matiere pour chaque colonne d'air ſuive la même proportion, qu'il y auroit entre les hauteurs des colonnes dans un fluide non l'elaſtique, car pour ne point confondre les differentes cauſes des vents, nous ſuppoſons ici l'air egalement echauffé dans toute ſon etendue.

§. XLI. Si donc *gbbd* (fig. 6.) marque l'equateur de la terre, dont le centre eſt en C, & qu'on faſſe autour du meme centre l'ellipſe presque circulaire BADE, dont le grand axe eſt AE & le petit axe B D.

Si

Si nous ſuppoſons les deux luminaires dans les ſyzygies repondre au point A, nous pourrons conſiderer les deux plus hautes colońnes d'air aux points b & d repreſentées par b A & d E & les deux moins hautes en h & g par h D & g B; & puis tirant un rayon quelconque C F, la hauteur de la colonne en f ſera repreſentée par f F. Faiſant enſuite $Bg = Dh = D$; $Ab = Ed = D + \delta$; le ſinus total $= 1$; le ſinus de l'angle F C D $= s$, on trouvera à cauſe de l'ellipticité infiniment petite, $Ff = D + ss\delta$.

§. XLII. Voyons à preſent ce que le mouvement journalier de la terre peut faire; au lieu du mouvement de la terre dans le ſens $g\,b\,d\,h$ nous ſuppoſerons qu'elle eſt en repos & que les deux luminaires tournent en ſens contraire. Concevons donc qu'un moment après les luminaires repondent au point b' & tirons par le centre C & le point b' la droite $A'\,E'$ parfaitement egale à la droite A E. Cette $A'E'$ deviendra le grand axe de la meme ellipſe, qui par conſequent fera le mouvement angulaire $A\,C\,A'$ & il s'agit ici de determiner pluſieurs changemens produits par le dit mouvement de l'ellipſe A B E D autour du centre C.

§. XLIII. Soit donc (fig. 7.) A M D M E M B M A l'ellipſe ſur le grand axe A E & enſuite $A'M'D'M'E'M'B'M'A'$ la meme ellipſe ſur le grand axe $A'\,E'$. On voit qu'il ſe forme par là entre les angles ACD & ECB de nouveaux eſpaces $A\,M\,D\,M'\,A$ & $E\,M\,B\,M'\,E$ en dehors & deux eſpaces egaux & ſemblables en dedans entre les angles ACB

& E C D : il faut donc que les deux es paces en dehors s'empliſſent d'air & que les deux autres en dedans s'en des'empliſſent. Mais c'eſt encore une queſtion par quel mouvement ce transport d'air doit ſe faire. Je dis donc qu'on n'a qu'a partager en deux egalement les quatre angles droits aux points M & on voit aiſement que l'air doit demeurer en repos dans les quatre points M : que de p vers q il doit couler autant d'air que contient le petit eſpace M A M′ repondant à l'arc $p\,b$, & autant d'air de r vers q, de r vers s & enfin de p vers s : que les viteſſes ſeront les plus grandes en A, D, E & B ; que ces viteſſes ſeront occidentales en A & E & orientales en D & B.

§. XLIV. Après avoir determiné ces proprietés, il ne nous reſte plus qu'a chercher les viteſſes abſolues : je ne determinerai ces viteſſes que pour les points cardinaux A, D, E ou B.

On trouve geometriquement l'eſpace $MAM' = \frac{1}{2}\,\delta \times AA'$ (remarqués que nous ſuppoſons comme ci-deſſus la difference des hauteurs $A\,b$ & $D\,h = \delta$) Par conſequent la quantité d'air, qui paſſe par $A\,b$, eſt $= \frac{1}{2}\,\delta \times AA'$. Si nous ſuppoſons donc que l'air ſe meut avec une viteſſe egale dans chaque point de la ligne $A\,b$, qui eſt egale à $D + \delta$ ou ſimplement $= D$ en negligeant la partie δ, il s'enſuit que la viteſſe de l'air en A ou b eſt à la viteſſe d'un point de l'equateur, comme δ eſt à 2 D. Voici à preſent les proprietés du flux & reflux d'air, pareil à celui de la mer, causé par l'action de la lune & du ſoleil.

§. XLV.

§. XLV. Faiſons pour les ſyzygies conformement au §. XXXIX. $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{15}$ & ſuppoſons qu'un point de l'equateur faſſe 1600 pieds dans une ſeconde; il ſe fera ſous l'equateur à midi un vent d'Eſt à faire $53\frac{1}{3}$ pieds dans une ſeconde; ce vent s'affoiblira en ſuite peu à peu & ceſſera trois heures lunaires après; le vent viendra enſuite d'Oueſt, qui ſe renforcera peu à peu ſpendant trois autres heures lunaires, au bout deſquelles il ſera parvenu à ſon plus haut point; après cela il diminuera par des degrés ſemblables pendant trois autres heures lunaires en gardant cependant ſa direction d'Oueſt; alors il ceſſera encore de ſouffler & ainſi de ſuite.

§. XLVI. Dans les quadratures, le flux & reflux de l'air ſe fera à peu près par les memes loix, mais la plus grande viteſſe de l'air ne ſera plus que d'environ 23 pieds dans une ſeconde.

§. XLVII. Je n'entreprendrai pas d'examiner tout ce qui doit arriver dans les differentes lunaiſons, & pendant les differentes declinaiſons de la lune & du ſoleil & enfin ſur d'autres paralleles de la terre: On pourra s'eclaircir aſſés ſur ces queſtions en liſant les traités ſur le flux & reflux de la mer cités ci-deſſus.

§. XLIII. Avant que de finir cette matiere, je prierai encore le Lecteur de remarquer que le mouvement de l'air peut etre pour pluſieurs raiſons beaucoup moins vite près la ſurface de la terre & etre d'autant plus grand à une certaine hauteur depuis cette ſurface. Pluſieurs autres raiſons peuvent encore diminuer le mouvement de l'air dans toute ſon etendue. Mais ce qui me ſurprend eſt qu'on n'a pas encore remarqué aucun mouvement dans le barometre, qui reponde à ces variations; car les hauteurs du barometre devroient auſſi varier de ſix en ſix heures lunaires, ſi ce n'eſt peut etre, que l'inertie & la compreſſibilité de l'air peuvent

vent l'empecher d'exercer assés tôt toute sa pression sur la base. Car si on conçoit (fig. 8) sur la base A B la colonne verticale d'air A B D C & que la base A B soutienne par là un poids P. Si l'on s'imagine ensuite un couvercle coulant C D, que l'on surcharge d'un petit poids *p*, il est sûr que la base A B ne soutiendra pas d'abord tout le poids P + *p* & meme que dans les premiers instans, elle soutiendra simplement le poids P, & comme le mouvement journalier fait changer continuellement le petit poids *p*, l'inertie de l'air renfermé dans le cylindre pourra prevenir & empecher l'effet du changement des poids sur la base H B, qui de cette façon soutiendra une pression sensiblement toujours egale à la pression moyenne.

§. XLIX. Si on combine enfin toutes les causes dont j'ai parlé & dont j'ai marqué les effets, on en pourra deduire l'effet final & total pour toutes les circonstances où l'on se trouvera, & quoique l'hypothese prescrite par l'Academie sur l'entiere fluidité de la terre ne soit pas conforme à la verité, je suis pourtant persuadé que nos principes ne laisseront pas de repandre de nouvelles lumieres sur les vents reglés tels qu'ils sont en effet.

Voilà donc mes reflections sur la question proposée par l'Academie. Je suis faché que mes autres occupations & le terme prescrit ne m'ayent pas permis d'exposer mes pensèes avec plus de detail & plus d'ordre; mais je tâcherai de suppleer à ce defaut par des additions suffisantes, si le hazard portoit que mes coucurrens eussent fait encore plus mal.

Versuch
einer
Bestimmung
Der
Gesetze der Winde
Wenn die Erde überall mit einem tiefen Meere bedeckt wäre.

Das I. Capitel.

Von dem Winde, und dessen Ursachen überhaupt.

§. 1.

Der Wind ist eine schnelle Bewegung der Luft. Ich nenne ihn, mit dem Seneca, eine schnelle Bewegung der Luft, weil sonst auch die Lüftgen, (auræ) mit unter die Winde würden zu zählen seyn; welches doch, nach dem allgemeinen Begriffe des Windes, nicht Statt findet. Aus eben der Ursache mag ihn Halley (*) den Strom, oder Fluß der Luft (the Stream or Current of Air) genennet haben. Was etwan noch an meiner Erklärung erinnert werden könnte, ist, bey meinem gegenwärtigen Vorhaben, nicht in Betrachtung zu ziehen.

§. 2. Die vornehmsten allgemeinen Eigenschaften des Windes, welche man aus der beständigen Erfahrung hat, sind, daß er bald kalte, bald warme, bald nasse, bald trockne Luft mit sich bringt; daß er bald heftig, bald schwach, bald aus dieser, bald aus jener Weltgegend, wehet, und daß er, wenn er nicht ein Wirbelwind, oder eine dergleichen besondere Art von Sturmwinde ist, allezeit einen Bogen eines Circuli maximi in der Atmo-

(*) Philosophical Transactions, Num. 183. p. 153.

sphäre, über der Fläche der Erde beschreibt, dessen verlängerte Schenkel folglich auf dem Horizonte perpendicular stehen.

§. 3. Der Grund dieser Bewegung der Luft, oder des Windes, muß entweder in, oder ausser der sich bewegenden Luft seyn. In ihr selbst kann er nicht anzutreffen seyn, weil alsdenn keine Ursache vorhanden wäre, warum sie sich nicht überall und allezeit, und zwar mit gleicher Geschwindigkeit, und aus einerley Gegend, bewegte? Ueber dieses so würde man der Luft einen organischen Bau ihrer Theile zueignen müssen, wenn man den Grund ihrer Bewegung in ihr selbst finden wollte; welches aber von keinem Naturforscher würde zugegeben werden.

§. 4. Es ist zwar wahr, die Elasticität ist, als die nächste Ursache des Windes, zu betrachten, wie aus dem Folgenden erhellen wird, und die Elasticität ist eine Eigenschaft, welche sich in der Luft befindet: allein, die elastische Kraft eines Körpers kann, vermöge ihres Wesens, nicht eher wirken, als bis der Körper, durch eine Kraft von aussen, in den Stand gesetzt wird, daß sie an ihm wirken kann. Folglich muß eine äusserliche Kraft die Elasticität der Luft rege machen; und diese ist es eigentlich, welche den Wind verursachet.

§. 5. Da also der eigentliche Grund des Windes nicht in, sondern ausser der Luft ist: so muß er entweder in, oder ausser unserer Erdkugel, oder zugleich in und ausser derselben befindlich seyn. Wenn man den Wind, nach oben angeführten Erfahrungen, und allen Umständen, betrachtet, wie er auf unsrer gegenwärtigen Erdkugel ist, so fällt gleich in die Augen, daß das letzte statt findet.

§. 6. Nichts ist klärer, als daß die verschiedene Aufsteigung verschiedener Dünste an verschiedenen Orten eine Hauptursache des Windes ist, wie wir ihn auf unsrer gegenwärtigen Erdkugel wahrnehmen. Denn durch dieselben wechselt die Dünne und Dichtigkeit, die Feuchtigkeit und die Trockenheit der Luft sehr oft, stark und unordentlich ab; folglich nimmt auch die Elasticität derselben bald hier, bald dort, bald zu, bald ab. Und daher müssen nothwendig viele und vielerley Winde entstehen.

§. 7. Diese angezeigte Ursache des Windes können wir der Sonne und der Erde zugleich zuschreiben. Einige haben eine auf der Erde allein beruhende Ursache der Winde ihrer Umdrehung um ihre Axe zugeschrieben. Aus dieser haben sie die Ursache des allgemeinen Windes, welcher zwischen den Wendezirkeln auf der offenen See von Osten stets wehet, bestimmen wollen. Sie haben gesagt, weil die Luft leichter, als die Erde, und flüßig sey, so könne sie der Erde in ihrem Umschwunge nicht folgen, sondern müsse zurück bleiben; welches denn diesen Wind verursache. Allein ich kann dieser Meynung nicht beypflichten; weil ihr einige Beobachtungen des Windes bey dem Aequator, auf der offenen See, nach Halleys Zeugnisse, (*) widersprechen; theils, weil die Luft, da sie in allen Theilen gegen den Mittelpunct der Erde schwer ist, mit ihr einen gleichen Grad der Geschwindigkeit erlangt, und folglich nicht zurück bleibt, und keinen Wind verursachet. Man könnte zwar sagen, daß, weil das Wasser im Meere beständig von Morgen gegen Abend zuliefe, und dieses ohne Zweifel von dem Umschwunge der Erde herkäme, dieses Zurückweichen von Morgen gegen Abend um desto mehr bey der Luft durch den Umschwung der Erde müsse verursachet werden: aber auch bey dem Wasser des Meeres ist der Umschwung der Erde eine falsche Ursache der Bewegung desselben von Morgen gegen Abend. Sie wird durch den allgemeinen Ostwind zwischen den Wendezirkeln am natürlichsten erkläret; von diesem aber bin ich eben im Begriffe, die wahre Ursache anzuzeigen.

§. 8. Diese ist hauptsächlich, wo nicht gar allein, die Wärme der Sonne. Vielleicht thut auch die anziehende Kraft der Sonne und des Monds das ihre dabey. Weil aber diese Ursachen auf unsrer Erdkugel auch alsdann statt finden würden, wenn sie überall mit einem tiefen Meere bedeckt wäre, so will ich sie im folgenden Capitel erwegen, welches besonders dazu bestimmet ist.

Das II. Capitel.

Von denjenigen Ursachen des Windes ins besondere, welche bloß auf einer Wasserkugel statt finden.

§. 9.

Die Hauptursachen des Windes, von welchen ich in diesem Capitel handeln will, werden auf unsrer gegenwärtigen Erdkugel, durch die verschiedene Aufsteigung der Dünste, und andere Ursachen, so sehr gestöret, und in ihren Wirkungen verwirret, daß man kaum hin und wieder einige Spuren davon antrift. Hieran ist nichts Schuld, als die verschiedene Beschaffenheit des Erdbodens. Wenn nun gar kein Erdboden, sondern alles mit einem tie-

(*) Am angeführten Orte.

fen Meere bedeckt wäre: so würden die allgemeinen und Hauptursachen des Windes allein wirken, und durch nichts gestöret werden. Diese Wirkungen, wie sie an sich selbst sind, gehörig zu betrachten, muß ich die Erde von unsrer ganzen Erdkugel wegnehmen, und nichts, als überall ein tiefes Meer, auf ihr lassen. In diesem Zustande werde ich unsre Erdkugel im folgenden allezeit betrachten, und sie daher, um der Kürze willen, allemal eine **Wasserkugel** nennen.

§. 10. Auf einer Wasserkugel also wird die Sonne, durch ihre Wärme, überall nothwendig Wind verursachen müssen. Denn durch ihre Wärme dehnet sie die Luft, welche unter ihr ist, aus; folglich muß die umstehende dichtere, wegen ihrer stärkern Elasticität, dahin dringen, wo der wenigste Widerstand ist. Dieses geschieht durch eine Bewegung; und eben diese Bewegung ist der Wind. Diese nächste Ursache, nemlich die Verdünnung der Luft, geben, nebst andern verständigen Naturforschern, Varenius (*) und Halley (**) an. Andere schreiben die stärkere Elasticität und die daraus erfolgende Bewegung der Luft nicht der um die erwärmte Luft umstehenden Luft zu, sondern der erwärmten Luft selbst, und sagen, diese würde, durch die Erwärmung, elastischer, als die umstehende, dränge also weiter fort, und verursache den Wind. Obgleich beyde Meynungen auf eins hinaus laufen, und bey beyden die Erwärmung der Sonne zum Grunde gesetzt wird, so scheint mir doch die Erklärung von der Verdünnung der Luft richtiger zu seyn; weil bey einer so starken Ausdehnung oder Verdünnung derselben, ihre Elasticität auch allzusehr abnehmen muß, und ihre Trockenheit die Dünne unmöglich an Kraft überwiegen kan. Ein andres wäre es, wenn die erwärmte und getrocknete Luft eben so dicht bliebe, als die übrige. Denn da würde bloß die vermehrte Elasticität dieser erwärmten Luft den Wind verursachen.

§. 11. Nun

(*) Præcipua & generalis causa venti est ipse sol, qui igneo suo iubare aërem rarefacit & attenuat, inprimis illum, in quem perpendiculares radios mittit, siue supra quem hæret. Aër enim rarefactus multo maiorem locum postulat. Inde fit, vt aër a sole impulsus, alium vicinum aërem magno impetu protrudat, cumque sol ab oriente in occidentem circumrotetur, præcipuus ab eo aëris impulsus fiet versus occidentem. *Geographia general. Lib. I. Cap. XX. Prop. 10.*

(**) J say, -- that the Presence of the Sun continually shifting to the Westwards, that Part, towards which the Air tends, by Reason of the Rarefaction made by his greatest Meridian Heat, is with him curried Westward, an consequently the Tendency of the whole Body of the lower Air is that way a. f. *A. a. D.*

§. 11. Nun fragt sichs, wo wird die durch die Sonnenwärme erregte Luft sich hin bewegen? Wenn man sich die Sonne in dem von ihr erwärmten und verdünnten Theile der Luft, als stillstehend, vorstellet: so muß die rings umstehende dichtere und elastischere Luft überall gleich stark andringen, und der Wind kann also nach keiner Gegend insbesondere wehen, sondern die dichtere Luft muß entweder an die verdünnte immer wechselsweise anfahren und wieder zurück gestossen werden, oder sie muß ihren Weg, wenn sie kann, in die Höhe nehmen. Da aber die Sonne sich stets fort bewegt, und unsern Erdboden täglich, von Morgen gegen Abend zu, einmal umläuft; so ist leicht zu begreifen, daß die andringende Luft der Sonne nachfolgen und vom Morgen gegen Abend sich bewegen muß. Denn man stelle sich vor, O K W sey der Zirkel, in welchem sich die Sonne, in Tag und Nacht, um die Erde E F G bewegt. O sey Morgen, W Abend, B C D die Atmosphäre der Erde. Wenn die Sonne z. E. in K steht, so verdünnet sie die Luft in und bey o. Folglich dringt die neben umstehende Luft von allen Seiten gegen o. Die Sonne aber verändert stets ihre Stelle, und rückt den Augenblick, da die Luft von allen Seiten gegen o andringt, z. E. in Z. Alsdenn ist die Luft in und bey n am meisten verdünnet, und also schon mehr, als die in o: also muß die in o in n dringen. Die Sonne setzt in eben dem Augenblicke ihren Weg weiter, vom Morgen gegen Abend zu, fort, und kömmt in H, allwo sie die Luft in m am meisten verdünnet, und also macht, daß sich nun die Luft weiter, aus n in m, bewegen muß. Und so geht es immer fort, von O bis in W, d. i. von Morgen bis zu Abend, um die ganze Erde herum. Also siehet man, daß der Wind auf einer Wasserkugel stets vom Morgen gegen Abend wehen muß, in so fern er nemlich durch die Wärme der Sonne verursachet wird. *Fig. 1.*

§. 12. Aus dieser allgemeinen Ursache des Windes sucht Varenius (*) durch Umschweife die Ursache zu erklären, warum der Bogen, den die Bahn des Windes beschreibt, allezeit ein Stück eines Circuli maximi ist, welcher auf dem Horizonte perpendicular stehet. Seine Erklärung scheint mir theils unrichtig, theils zu weit her gesucht zu seyn. Ich stelle mir die Sache folgender maßen am natürlichsten vor. Es sey W S O N der Horizont, W Abend, S Mittag, O Morgen, N Mitternacht, und Z der Punct der Erdfläche unter dem Zenith, wo ich stehe, und den Wind empfinde. Kehre ich nun daselbst das Gesicht gegen O, oder Morgen, und der Wind bläst mich gerade von da her an: so ist gewiß, daß er in gerader Linie fort- *Fig. 2.*

(*) Geogr. gen. L. I. Cap. XX. Prop. 11.

fortstreicht, und gegen W zu bläst. Der Bogen, den dieser Wind in der Atmosphäre beschreibt, sey z. E. o Z w. Wenn ich dessen Schenkel aus o und w bis in den Horizont in O und W verlängere: so ist klar, daß dieser verlängerte Bogen W Z O ein halber Circulus maximus ist, und auf dem Horizont W S O N perpendicular steht. Beydes folgt daraus, daß Z der Mittelpunct des Zirkels W S O N ist. Eben so würde es seyn, wenn ich das Gesicht nach N kehrte, und n Z s der Bogen der Windbahn wäre. Dieser würde verlängert den halben Circulum maximum N Z S geben, welcher ebenfalls auf dem Horizonte W S O N perpendicular stehen würde. Der Wind mag also kommen, woher er will, so muß seine Bahn in der Atmosphäre einen Bogen eines Circuli maximi beschreiben, welcher auf dem Horizonte perpendicular steht.

§. 13. Aus der angezeigten allgemeinen Ursache des Windes erhellet, daß eine jede Kraft, welche einen merklichen Theil der Luft in der Atmosphäre dünner machen kann, als die umherstehende ist, Wind verursachen muß. In der Sonne ist, ausser der Erwärmung, noch eine Kraft, welche die Luft unter ihr verdünnen kann, nemlich die anziehende Kraft. Da Newton fest gesetzt hat, daß, wie alle himmlische Körper gegen einander, als auch die Erde (*) gegen die Sonne, schwer ist, oder von der Sonne angezogen wird, so muß auch die Luft, welche die Erde umgiebt, gegen die Sonne schwer seyn, oder von der Sonne angezogen werden. Weil nun die Luft ein flüßiger Körper ist, und also ihre Theile nicht so zusammen hängen, wie die Theile der Erde: so muß die Luft an der Oberfläche der Atmosphäre, unter der Sonne etwas heraus treten, und also ein Theil derselben einen grössern Raum einnehmen, als vorher, d. i. verdünnet werden. Daher muß auch, wenn diese Verdünnung merklich genug ist, ein beständiger Wind, auf die vorige Weise, daraus entstehen, welcher gleichfalls mit der Sonne, d. i. vom Morgen gegen Abend, gehet.

§. 14. Weit merklicher muß die anziehende Kraft des Monds die Luft verdünnen. Diese ist es eben, welche Ebbe und Fluth auf dem Meere verursachet. Sie muß auch in gehörigem Verhältnisse, auf der Ober-Fläche der Atmosphäre, mit der Luft, eine Ebbe und Fluth machen, und da, wo die Fluth ist, d. i. gerade unter dem Monde, und diesem Orte gegen über, auf der Unterfläche der Erde, die Luft in der Atmosphäre verdünnen, und also einen beständigen Wind, welcher, wie der Mond in seinem täglichen Umlaufe, von Morgen gegen Abend gehet, hervorbringen.

§. 15. Es

(*) Princip. Phil. nat. math. Lib. III. Prop. 1 - 7.

§. 15. Es ist nun nichts mehr übrig, was vielleicht einen Wind in unsrer Atmosphäre verursachen könnte, als die übrigen Planeten ausser dem Monde, die Fixsterne und die Cometen. Alle diese himmlischen Körper können ihn durch nichts, als durch ihre anziehende Kraft, verursachen. Allein theils sind sie alle zu weit von uns entfernet, und theils auch zu klein zu einer merklichen Veränderung in unsrer Luft durch ihre anziehende Kraft. Dieses einzige könnte seyn, daß irgend einmahl ein uns sehr nahe kommender Komet hierinne was merkliches thäte. Allein, da dieses eine blosse Möglichkeit und was ausserordentliches ist: so kann man die Wirkung der Kometen unter die Ursachen des gegenwärtigen Windes nicht zählen.

Das III. Capitel.

Von den Ursachen der verschiedenen Stärke und Gegend des Windes auf einer Wasserkugel, in so fern derselbe von der Wärme der Sonne verursachet wird.

§. 16.

In dem vorhergehenden Capitel habe ich nur gezeigt, aus was für Ursachen der Wind auf einer Wasserkugel wehen muß. Die Erfahrung lehret aber auf unsrer Erdkugel, daß der Wind nicht stets mit einerley Geschwindigkeit oder Stärke, auch nicht stets aus einerley Gegend, wehet. Auch auf einer Wasserkugel finden diese Verschiedenheiten statt. Mein Vorhaben ist itzo, die Ursachen derselben anzuzeigen. In gegenwärtigem Capitel will ich von der verschiedenen Stärke und Gegend des Windes auf einer Wasserkugel handeln, nur, in so fern derselbe durch die Wärme der Sonne verursachet wird.

§. 17. Wenn die wirkende Kraft stärker, oder schwächer ist, so ist auch die Wirkung stärker, oder schwächer: und der Wind muß desto stärker wehen, je stärker die Erwärmung der Sonne ist, und desto schwächer, je schwächer die Erwärmung der Sonne ist. Die Stärke des Windes auf einer Wasserkugel, welcher von der Sonnenwärme verursachet wird, muß also, nach den Zeiten und Oertern, sehr unterschieden seyn. In Ansehung der

der Zeiten muß sie nach den verschiedenen Jahrszeiten unterschieden, und überhaupt im Sommer grösser, und im Winter kleiner seyn. Denn es ist bekannt, daß an einem jeden Orte alsdenn Sommer ist, wenn die Sonne daselbst ihre gröste Mittagshöhe erreichet, und alsdenn die gröste Wärme ist, wenn die Sonne am höchsten steht. Alsdenn aber wird die Luft an einem Orte am meisten verdünnet, und folglich der stärkste Wind verursachet, wenn es daselbst am wärmsten ist. Wenn demnach die Sonne zu Mittage an einem Orte ihre niedrigste Höhe erreichet, so wehet daselbst der Wind am schwächsten. Und hierauf steigt seine Stärke immer mit der vermehrten Höhe der Sonne, bis diese am höchsten stehet, worauf sie wieder bis dahin abnimmt, da sie am niedrigsten stehet.

§. 18. Itzo habe ich die Erwärmung der Sonne in einerley Orte, und zu verschiedenen Zeiten, betrachtet. Nun will ich ihre Verschiedenheit in einerley Zeiten und verschiedenen Oertern erwegen. Da die Sonne desto mehr erwärmet, je höher sie stehet, und alsdenn am höchsten stehet, wenn sie zumittage senkrecht, oder im Zenith, ist: so muß daselbst, wo die Sonne perpendicular stehet, wenn sie im Mittagszirkel ist, die Luft am allermeisten verdünnet und der stärkste Wind verursachet werden. Hingegen wo der Zirkel, in welchem sie sich täglich um die Erde herum bewegt, mit dem Horizont parallel gehet, und sie also gar keine Höhe hat, da muß die durch ihre Wärme verursachte Verdünnung und Bewegung der Luft am allerschwächsten und fast gar unmerklich seyn. Je näher also z. E. zu der Zeit, wenn Tag und Nacht gleich sind, ein Ort dem Aequator ist, desto stärker muß der Wind daselst wehen; und ie näher er einem von den beyden Polen ist, desto schwächer muß der Wind daselbst wehen. Und überhaubt weht der Wind desto stärker, je näher der Parallelzirkel des Orts, wo er wehet, demjenigen Parallelzirkel ist, über welchem die Sonne zu der Zeit senkrecht stehet, und er wehet desto schwächer, je weiter der Parallelzirkel des Orts, wo er wehet, von demjenigen Parallelzirkel, über welchem die Sonne senkrecht stehet, entfernet ist. Alles dieses geschieht deswegen, weil die Wärme der Sonne desto schwächer, oder stärker ist, je kleiner, oder grösser der Winkel ist, welchen die Sonnenstrahlen zumittage mit dem Horizont machen.

§. 19. Ich komme nun auf die verschiedenen Gegenden des Windes. Auf einer Wasserkugel und in so fern itzo bloß die Wärme der Sonne als die Ursache des Windes betrachtet wird, lassen sich die verschiedenen Gegenden, aus welchen er wehen muß, leicht bestimmen. Weil sich die Sonne vom Morgen gegen Abend bewegt, so muß überhaupt der Wind allezeit und überall vom Morgen gegen Abend wehen. Dieses ist aber so einzuschränken, daß man

man unter **Morgen** hier den ganzen halben Zirkel des Horizonts, welcher von dem Mitternachtspuncte desselben, durch den Morgenpunct, bis zum Mittagspuncte, geht, und unter **Abend** den übrigen westlichen halben Zirkel desselben verstehet. Von jenem nach diesem zu muß der Wind überall und allezeit auf einer Wasserkugel wehen. Er würde überall gerade von Morgen her, oder von dem östlichen Aequinoctialpuncte gegen den westlichen wehen, wenn der Ort der meisten Verdünnung der Luft überall in demjenigen Circulo maximo läge, welcher durch die Aequinoctialpuncte und das Zenith geht. Dieses aber ist nur auf dem Aequator also. An allen Oertern aber, welche eine Breite haben, ist der Ort der meisten Verdünnung desjenigen Theils der Luft, über welchem die Sonne stehet, neben diesem Circulo maximo, etwas gegen den Aequator zu. (*) Denn an einem jeden Orte ausserhalb dem Aequator wird die Luft gegen den Aequator zu, wärmer, und folglich dünner, als die, welche weiter gegen die Pole zu ist; und zwar deswegen, weil unter dem Aequator, unter allen Oertern auf der Erde, die gröste Hitze des Jahres am grösten und die daselbst befindliche Luft stets sehr warm und dünne ist, welche denn folglich allezeit mehr verdünnet wird, als die weiter gegen die Pole. Wird nun an den Oertern, welche eine merkliche Breite haben, nicht die Luft gerade gegen Abend zu, sondern seitwärts, gegen den Aequator, entweder gegen südwest, oder gegen nordwest zu, nachdem nemlich die Breite südlich, oder nördlich ist, verdünnet: so muß sich auch die durch die Verdünnung bewegte Luft nicht gerade gegen Abend, sondern etwas gegen den Aequator zu, bewegen; und zwar gegen südwest zu, wenn die Breite nördlich, und gegen nordwest zu, wenn die Breite südlich ist. Folglich muß der Wind, welcher ordentlich gerade von Morgen gegen Abend wehen sollte, auf der nördlichen Halbkugel etwas gegen Norden, und auf der südlichen etwas gegen Süden abweichen. Daß dieses wirklich an dem sey, bestätigen die Erfahrungen der Schiffenden auch auf der gegenwärtigen Erdkugel, auf der offnen See, zwischen den Wendezirkeln. Halley (**) und Varenius (***) haben uns unter andern hiervon genaue

 Nach-

(*) There is a great Conformity betwixt the Winds of this Sea (*Mare pacificum*) and those of the Atlantick and Aethiopick; that is tosay, that to the Nordwards of the Aequator the predominent Wind is between the E. and N.E. and to the Soudwards thereof, there is a constant steady Gale between the E. ad S. E. and that on both Sides the Line with so much constancy, that they scarce ever need, to attend the Sails, and so much Strength, that it is rare, to fail of Crossing this vast Ocean in ten Weecks time, which is about 130 Miles *per diem. Halley*, a. a. O.

(**) A. a. O.

(***) *Geogr. gen. L. I. Cap. XXI. Prop. 1. 2.*

Nachrichten hinterlassen. Zur Erläuterung habe ich ein Stück von der Charte der beständigen Winde, welche Halley seiner Abhandlung von den Winden in den Philos. Trans. 1686. Sept. N. 183. beygefüget, abgezeichnet. Tab. II. Das spitze Ende der Strichelchen zeigt auf die Gegend, woher die Winde wehen, und das dicke, wohin sie wehen. An einigen Abweichungen von der gehörigen Gegend, welche an einigen Orten wahrzunehmen sind, sind die nahen Insuln und Ufer schuld. Man findet die ganze Charte auch in den Actis Erud. 1687. p. 509.

Das IV. Capitel.

Von den Ursachen der verschiedenen Stärke und Gegend des Windes auf einer Wasserkugel, in so fern derselbe von der anziehenden Kraft des Monds und der Sonne herrühret.

§. 20.

Cartesius (*) hält den Mond für die einzige Ursache des allgemeinen Windes zwischen den Wendezirkeln; und wenn seine Meynung richtig wäre: so würde er auch die Hauptursache des Windes auf einer Wasserkugel überhaupt seyn. Er hält ihn auch für die wirkende Ursache der Bewegung des Meeres vom Morgen gegen Abend, und erkläret sowohl diese, als den Wind, durch den Druck des Monds auf die Luft; eben so, wie er die Ebbe und Fluth aus dem Drucke des Monds erkläret. Allein zu geschweigen, daß diese und andre Meynungen desselben, worauf er gegenwärtige gründet, längst gründlich genug widerlegt sind, und also meine Widerlegung überflüßig seyn würde, so will ich nur dieses anmerken, daß aus seiner Erklärung fließt, daß der allgemeine Wind auf der offenen See zwischen den Wendezirkeln zu der Zeit, wenn der Mond des Nachts über dem Horizonte ist, weit stärker wehen müßte, als am Tage. Dieser Folge aber ist die beständige Erfahrung zuwider, welche lehret, daß ohne Unterschied der Mondsviertel, der Wind in der Nacht allezeit schwächer wehet, als am Tage. Halleys und Dampiers Zeug-

(*) Princip. Philos. Part. I. §. 53.

Zeugnisse, welche dieses auf ihren Reisen selbst erfahren haben, können, statt aller, gelten.

§. 21. Wenn der Mond zu dem allgemeinen Winde auf unsrer Erdkugel, oder überhaupt zu dem Winde auf einer Wasserkugel etwas beytragen kann: so geschieht es durch nichts, als durch seine anziehende Kraft, oder durch die Schwere der Erde gegen denselben. Wie dieses geschieht, habe ich schon einigermaßen gezeigt. Itzo muß ich nur erwegen, wie aus dieser seiner Wirkung Veränderungen in der Stärke und Gegend des Windes auf einer Wasserkugel erfolgen können. Je stärker seine anziehende Kraft wirket, desto stärker muß der Wind seyn, welchen er verursachet. Da nun die Wirkung (auch bey der anziehenden Kraft) nach der Perpendicularlinie die stärkste, diejenige aber, welche unter dem spitzesten Winkel geschieht, die schwächste ist: so wird hieraus eben so, wie bey der Wärme der Sonne, die verschiedene Schwäche und Stärke des Windes, in so fern er von der anziehenden Kraft des Monds herrühret, können bestimmet werden. Nemlich je grösser seine Höhe ist, desto stärkern Wind verursacht er, und je kleiner seine Höhe ist, desto schwächern Wind verursachet er. Diese Stärke und Schwäche des Windes wird ebenfalls, wie jene von der Wärme der Sonne, den Zeiten und den Oertern nach unterschieden seyn; und alle Mondenmonate wird an jedem Orte, von ihm der stärkste und schwächste Wind, den er verursachen kann, gewirket werden.

§. 22. Die Gegenden des Windes auf einer Wasserkugel, in so fern derselbe durch die anziehende Kraft des Monds entstehet, müssen ebenfalls, nach der verschiedenen Lage der Oerter, verschieden seyn; und da die Neigung seiner Bahn gegen die Ecliptick so groß nicht ist, daß sie hier einen sonderlichen Unterschied verursachen könnte: so werden die Gegenden des durch die anziehende Kraft des Monds verursachten Windes in verschiedener Breite, wenigstens beynahe, eben diejenigen seyn, welche es, bey eben dieser Breite, in Ansehung der Sonnenwärme sind.

§. 23. Die anziehende Kraft der Sonne, wofern sie einigen Wind zu verursachen im Stande ist, muß, auf eben die Art, wie der Mond, eine verschiedene Stärke und Gegend desselben, bey verschiedenen Hohen und Breiten, verursachen; welches beydes von dem, was bey dem Monde vorkam, in Ansehung der Behältnisse, gar nicht unterschieden ist.

Das V. Capitel.

Bestimmung der Stärke oder Geschwindigkeit des Windes, auf jeden gegebenen Ort, und auf jede gegebene Zeit; in so fern derselbe von der Wärme der Sonne herrühret.

§. 24.

Im dritten Capitel habe ich gezeigt, warum der Wind auf einer Wasserkugel zu verschienen Zeiten, und an verschiedenen Oertern, von verschiedener Stärke, oder Geschwindigkeit seyn muß. Itzo will ich die Verhältnisse und Grössen derer wirkenden Ursachen, welche diese Wirkungen hervorbringen, untersuchen, und daraus die Grössen und Verhältnisse der Wirkungen selbst bestimmen; und zwar nur in Absicht auf die Erwärmung der Luft durch die Sonne. Dieses zu bewerkstelligen, muß ich folgende Betrachtungen anstellen.

§. 25. Es ist bekannt, daß die Wärme der Sonne desto stärker ist, je grösser der Winkel ist, unter welchem die Sonnenstralen auffallen, und daß sie also, wenn sie perpendicular auffallen, am stärksten, und wenn sie horizontal gehen, am schwächsten ist. Man giebt zwo Ursachen hievon an; 1) weil, da die Sonnenstralen, als nach geraden Linien bewegte Körper, betrachtet werden können, die Wirkung eines bewegten Körpers desto heftiger ist, je grösser der Winkel ist, unter welchem der Stoß geschieht, indem er bey dem perpendicularen Stosse mit seiner ganzen Kraft, und hernach, je kleiner der Winkel wird, mit einem desto kleinern Theile seiner Kraft wirket; welches ich hier aus der Mechanick, als erwiesen, voraussetze. 2) Weil desto mehr Stralen auf gleich grossen Raum wirken, je näher der Auffallungswinkel (angulus incidentiæ) dem Perpendicul kömmt; indem sie, in diesem Falle, desto enger beysamen sind. Einige setzen noch die dritte Ursache hinzu, welche darinnen besteht, daß die Stralen desto weniger gehindert würden, je grösser der Auffallungswinkel sey; weil sie nahe am Horizonte mehr Dünste anträfen. Weil aber diese in der niedern Luft sind, so wird aus dem folgenden erhellen, daß diese Ursache bey meinem Vorhaben nicht

nicht in Betrachtung zu ziehen nöthig ist, wenn sie auch sonst von einiger Wichtigkeit wäre.

§. 26. **Die Wirkungen der Sonnenstralen, in so fern sie auf dem Stosse beruhen, verhalten sich, wie die Sinus der Auffallungswinkel.** Es sey H R eine Linie auf dem Plano, auf welches die Sonnenstralen auffallen. Z A R sey ein Quadrant von der Weltsphäre. Wenn die Sonne in B steht: so ist der Auffallungswinkel der Sonnenstralen B H R; wenn sie in A steht; so ist dieser Winkel A H R. Die Bewegung der Sonnenstralen, welche als gleichförmig zu betrachten ist, geschieht also im erstern Falle in der Line B H, und im letztern in der Linie A H. Weil es schiefe Bewegungen sind, so kann die wirkende Kraft dieser Bewegungen in zwo zusammen gesetzte Kräfte aufgelöset werden, welche im erstern Falle die Linien B E und B D, und im letztern Falle die Linien A F und A C sind, und die aufgelößten Geschwindigkeiten vorstellen. Die Geschwindigkeiten in B H und A H sind aber einander nicht gleich. Denn da die Wirkung aus B in H nach der Richtung und Grösse der Seite B D, welche auf dem Plano des Auffallens perpendicular steht, geschicht: so stellt B D die Stärke des Stosses aus B in H vor. Aus gleichen Ursachen stellt A C die Stärke des Stosses aus A in H vor. Diese Linien, welche die Stärke des Stosses in H aus einem jeden Puncte des Bogens Z A R, aus welchem die Bewegungen nach H, weil es Radii von einerley Zirkel sind, vorstellen, werden desto grösser, je näher sie dem Perpendicul kommen, und desto kleiner, je weiter sie von ihm abweichen; und in eben der Verhältniß ist der Stoß in H desto stärker, je näher der Punct, aus welchem er kömmt, bey Z ist, wo der Perpendicul herab fällt, und im Gegentheile. Die Stärke des Stosses in H, oder die Wirkungen der Sonnenstrahlen in H, verhalten sich also, wie die Linien B D und A C welche von den Puncten in welchen die Bewegung in dem Bogen Z A R nach H anfängt, auf H R perpendicular fallen; d. i. wie die Sinus der Auffallungswinkel; w. z. e. w. *Fig. 3.*

§. 27. **Die Wirkungen der Sonnenstralen, in so fern sie auf der Menge der Stralen beruhen, verhalten sich, wie die Sinus der Auffallungswinkel.** Es sey Z r R ein Quadrant der Weltsphäre; H R das Planum, wo die Stralen auffallen. Wenn die Stralen unter dem *Fig. 4.*

Winkel

Winkel ZHR auffallen, so werden in dem Raume HR eine gewisse Menge Stralen Raum haben. Bey eben diesem Neigungswinkel der Sonnenstralen auf das Planum HR, stelle man sich ein ander Planum Hr vor, mit welchem die auffallende Stralen einen andern Winkel ZHr machen, welcher kleiner ist, als der Winkel ZHR. Es ist klar, daß auf dem Plano Hr weniger Stralen Raum haben, als auf dem Plano HR, so viel nemlich, als ihrer auf dem Stück HS des Plani HR Raum hatten. Die in SR auf dem Plano HR sind also über diejenigen, die auf Hr Raum haben. Die Linie HR stellt also die Menge der Stralen in HR, und die Linie HS die Menge der Stralen in Hr vor; daß sich also die Menge der Stralen in HR zu der Menge der Stralen in Hr verhält, wie die Linie HR zu der Linie HS. ZH ist der Sinus des Auffallungswinkels ZHR, und Zſ der Sinus des Auffallungswinkels ZHr. Weil HR und HZ Radii von einerley Zirkel sind, so ist HZ = HR. Ferner, weil qr und Zſ Sinus von einerley Winkel ZHr, in einerley Zirkel zZR, sind, so ist qr = Zſ. Aber qr, weil es zwischen Parallellinien mit HS parallel ist, ist = HS: also ist auch Zſ = HS. Vorhin war HZ = HR. Da nun auch war die Menge der Stralen, und folglich die dadurch verursachte Wirkung derselben in HR zu der Menge und Wirkung der Stralen in Hr, wie HR zu HS: so ist dieselbe auch wie HZ zu Zſ, die wie die Sinus ZH und Zſ der Auffallungswinkel ZHR und ZHr; w. z. e. w.

§. 28. **Die verschiedene Wirkung der Sonnenstralen, oder die durch sie verursachte verschiedene Wärme, verhält sich, wie die Sinus der Auffallungswinkel.** Denn die grössere oder geringere Kraft der Sonnenstralen beruhet theils auf der mehr geraden, oder mehr schiefen Richtung, oder auf der grössern, oder kleinern Menge derselben auf gleich grossem Raum. (§. 25.) Da nun die so sowohl durch dieses, als durch jenes, verursachte verschiedene Stärke derselben sich verhielt, wie die Sinus der Auffallungswinkel: (§. 26. und 27.) so verhält sich auch die verschiedene Wirkung derselben überhaupt, weil sie auf diese beyden Stücke ankömmt, oder die durch dieselben verursachte Wärme, wie die Sinus der Auffallungswinkel; w. z. e. w.

§. 29. Da

Tafel der Sonnenhöhen, auf jede gegebene Zeit und auf jeden gegebenen Ort.

Nordpol.										Grade der Polhöhen.										Südpol.
Zeichen u. Grade.	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	Zeichen u. Grade.
	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	
♈ 0 ♍ 30	90 0	85 0	80 0	75 0	70 0	65 0	60 0	55 0	50 0	45 0	40 0	35 0	30 0	25 0	20 0	15 0	10 0	5 0	0 0	♎ 0 ♓ 30
♈ 5 ♍ 25	88 0	87 0	82 0	77 0	72 0	67 0	62 0	57 0	52 0	47 0	42 0	37 0	32 0	27 0	22 0	17 0	12 0	7 0	2 0	♎ 5 ♓ 25
♈ 10 ♍ 20	86 2	88 58	83 58	78 58	73 58	68 58	63 58	58 58	53 58	48 58	43 58	38 58	33 58	28 58	23 58	18 58	13 58	8 58	3 58	♎ 10 ♓ 20
♈ 15 ♍ 15	84 5	89 5	85 55	80 55	75 55	70 55	65 55	60 55	55 55	50 55	45 55	40 55	35 55	30 55	25 55	20 55	15 55	10 55	5 55	♎ 15 ♓ 15
♈ 20 ♍ 10	82 10	87 10	87 50	82 50	77 50	72 50	67 50	62 50	57 50	52 50	47 50	42 50	37 50	32 50	27 50	22 50	17 50	12 50	7 50	♎ 20 ♓ 10
♈ 25 ♍ 5	80 18	85 18	89 42	84 42	79 42	74 42	69 42	64 42	59 42	54 42	49 42	44 42	39 42	34 42	29 42	24 42	19 42	14 42	9 42	♎ 25 ♓ 5
♈ 30 ♍ 0	78 30	83 30	88 30	86 30	81 30	76 30	71 30	66 30	61 30	56 30	51 30	46 30	41 30	36 30	31 30	26 30	21 30	16 30	11 30	♎ 30 ♓ 0
♉ 5 ♌ 25	76 47	81 47	86 47	88 13	83 13	78 13	73 13	68 13	63 13	58 13	53 13	48 13	43 13	38 13	33 13	28 13	23 13	18 13	13 13	♏ 5 ♒ 25
♉ 10 ♌ 20	75 9	80 9	85 9	89 51	84 51	79 51	74 51	69 51	64 51	59 51	54 51	49 51	44 51	39 57	34 51	29 51	24 51	19 51	14 51	♏ 10 ♒ 20
♉ 15 ♌ 15	73 37	78 37	83 37	88 37	86 23	81 23	76 23	71 23	66 23	61 23	56 23	51 23	46 23	41 23	36 23	31 23	26 23	21 23	16 23	♏ 15 ♒ 15
♉ 20 ♌ 10	72 13	77 13	82 13	87 13	87 47	82 47	77 47	72 47	67 47	62 47	57 47	52 47	47 47	42 47	37 47	32 47	27 47	22 47	17 47	♏ 20 ♒ 10
♉ 25 ♌ 5	70 56	75 56	80 56	85 56	89 4	84 4	79 4	74 4	69 4	64 4	59 4	54 4	49 4	44 4	39 4	34 4	29 4	24 4	19 4	♏ 25 ♒ 5
♉ 30 ♌ 0	69 48	74 48	79 48	84 48	89 48	85 12	80 12	75 12	70 12	65 12	60 12	55 12	50 12	45 12	40 12	35 12	30 12	25 12	20 12	♏ 30 ♒ 0
♊ 5 ♋ 25	68 49	73 49	78 49	83 49	88 49	86 11	81 11	76 11	71 11	66 11	61 11	56 11	51 11	46 11	41 11	36 11	31 11	26 11	21 11	♐ 5 ♑ 25
♊ 10 ♋ 20	68 0	73 0	78 0	83 0	88 0	87 0	82 0	77 0	72 0	67 0	62 0	57 0	52 0	47 0	42 0	37 0	32 0	27 0	22 0	♐ 10 ♑ 20
♊ 15 ♋ 15	67 21	72 21	77 21	82 21	87 21	87 39	82 39	77 39	72 39	67 39	62 39	57 39	52 39	47 39	42 39	37 39	32 39	27 39	22 39	♐ 15 ♑ 15
♊ 20 ♋ 10	66 53	71 53	76 53	81 53	86 53	88 7	83 7	78 7	73 7	68 7	63 7	58 7	53 7	48 7	43 7	38 7	33 7	27 7	23 7	♐ 20 ♑ 10
♊ 25 ♋ 5	66 36	71 36	76 36	81 36	86 36	88 24	83 24	78 24	73 24	68 24	63 24	58 24	53 24	48 24	43 24	38 24	33 24	27 24	23 24	♐ 25 ♑ 5
♊ 30 ♋ 0	66 30	71 30	76 30	81 30	86 30	88 30	83 30	78 30	73 30	68 30	63 30	58 30	53 30	48 30	43 30	38 30	33 30	27 30	23 30	♐ 30 ♑ 0

Das Uebrige von der vorhergehenden Tafel.

Nordpol.										Grade der Polhöhen.										Südpol.
Zeichen u. Grade.	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	Zeichen u. Grade.
	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	
♎ 0 ♓ 30	90 0	85 0	80 0	75 0	70 0	65 0	60 0	55 0	50 0	45 0	40 0	35 0	30 0	25 0	20 0	15 0	10 0	5 0	0 0	♈ 0 ♍ 30
♎ 5 ♓ 25	88 0	83 0	78 0	73 0	68 0	63 0	58 0	53 0	48 0	43 0	38 0	33 0	28 0	23 0	18 0	13 0	8 0	3 0		♈ 5 ♍ 25
♎ 10 ♓ 20	86 2	81 2	76 2	71 2	66 2	61 2	56 2	51 2	46 2	41 2	38 2	31 2	28 2	21 2	18 2	11 2	8 2	1 2		♈ 10 ♍ 20
♎ 15 ♓ 15	84 5	79 5	74 5	69 5	64 5	59 5	54 5	49 5	44 5	39 5	34 5	29 5	24 5	19 5	14 5	9 5	4 5			♈ 15 ♍ 15
♎ 20 ♓ 10	82 10	77 10	72 10	67 10	62 10	57 10	52 10	47 10	42 10	37 10	32 10	27 10	22 10	17 10	12 10	7 10	2 10			♈ 20 ♍ 10
♎ 25 ♓ 5	80 18	75 18	70 18	65 18	60 18	55 18	50 18	45 18	40 18	35 18	30 18	25 18	20 18	15 18	10 18	5 18	0 18			♈ 25 ♍ 5
♎ 30 ♓ 0	78 30	73 30	68 30	63 30	58 30	53 30	48 30	43 30	38 30	33 30	28 30	23 30	18 30	13 30	8 30	3 30				♈ 30 ♍ 0
♏ 5 ♒ 25	76 47	71 47	66 47	61 47	56 47	51 47	46 47	41 47	36 47	31 47	26 47	21 47	16 47	11 47	6 47	1 47				♉ 5 ♌ 25
♏ 10 ♒ 20	75 9	70 9	65 9	60 9	55 9	50 9	45 9	40 9	35 9	30 9	25 9	20 9	15 9	10 9	5 9	0 9				♉ 10 ♌ 20
♏ 15 ♒ 15	73 37	68 37	63 37	58 37	53 37	48 37	43 37	38 37	33 37	28 37	23 37	18 37	13 37	8 37	3 37					♉ 15 ♌ 15
♏ 20 ♒ 10	72 13	67 13	62 13	57 13	52 13	47 13	42 13	37 13	32 13	27 13	22 13	17 13	12 13	7 13	2 13					♉ 20 ♌ 10
♏ 25 ♒ 5	70 56	65 56	60 56	55 56	50 56	45 56	40 56	35 56	30 56	25 56	20 56	15 56	10 56	5 56	0 56					♉ 25 ♌ 5
♏ 30 ♒ 0	69 48	64 48	59 48	54 48	49 48	44 48	39 48	34 48	29 48	24 48	19 48	14 48	9 48	4 48						♉ 30 ♌ 0
♐ 5 ♑ 25	68 49	63 49	58 49	53 49	48 49	43 49	38 49	33 49	28 49	23 49	18 49	13 49	8 49	3 49						♊ 5 ♋ 25
♐ 10 ♑ 20	68 0	63 0	58 0	53 0	48 0	43 0	38 0	33 0	28 0	23 0	18 0	13 0	8 0	3 0						♊ 10 ♋ 20
♐ 15 ♑ 15	67 21	62 21	57 21	52 21	47 21	42 21	37 21	32 21	27 21	22 21	17 21	12 21	7 21	2 21						♊ 15 ♋ 15
♐ 20 ♑ 10	66 53	61 53	56 53	51 53	46 53	41 53	36 53	31 53	26 53	21 53	16 53	11 53	6 53	1 53						♊ 20 ♋ 10
♐ 25 ♑ 5	66 36	61 36	56 36	50 36	46 36	41 36	36 36	31 36	26 36	21 36	16 36	11 36	6 36	1 36						♊ 25 ♋ 5
♐ 30 ♑ 0	66 30	61 30	56 30	51 30	46 30	41 30	36 30	31 30	36 30	21 30	16 30	11 30	6 30	1 30						♊ 30 ♋ 0

§. 29. Da durch die Wärme der Sonne, die Luft verdünnet wird, und ich diese Verdünnung derselben durch die Wärme der Sonne hier bloß betrachte: so wird die Luft um desto mehr verdünnet werden, je grösser die Wärme der Sonne ist, und desto weniger, je geringer diese Wärme ist. Kurz, die Verdünnung wird sich verhalten, wie die Wärme. Die Elasticität der um die verdünnte Luft herum befindlichen Luft wirkt aber auch desto stärker, oder schwächer, je grösser, oder geringer die Verdünnung der von ihr eingeschlossenen Luft ist. Da nun diese Wirkung der Luft, die schnelle Bewegung derselben nichts anders ist, als der Wind: so muß die Stärke, oder Geschwindigkeit des Windes der Verdünnung der Luft, folglich auch der Wärme derselben, und also auch dem Sinui des Auffallungswinkels der Sonnenstralen proportional seyn.

§. 30. Nun ist es leicht, das Verhältniß der Stärke des Windes auf einer Wasserkugel, in so fern er auf der Wärme der Sonne beruhet, auf einen jeden gegebenen Ort, und auf jede gegebene Zeit, zu finden. Denn der Auffallungswinkel ist allezeit und überall bekannt, weil die Höhe der Sonne allezeit und überall bekannt ist. Es ist nichts weiter nöthig, als den Sinum des durch die Sonnenhöhe bestimmten Winkels in den Tabb. Sinuum aufzusuchen, und ihn mit dem Sinu eines andern Auffallungswinkels zu vergleichen, und zu sagen: **Wie sich verhält der Sinus des einen Auffallungswinkels zu dem Sinu des andern Auffallungswinkels, so verhält sich die Stärke des durch die Sonnenwärme verursachten Windes, an dem einen Orte, und zu der einen Zeit, zu der Stärke des durch die Sonnenwärme verursachten Windes, an dem andern Orte, und zu der andern Zeit.** Dieses Verhältniß zu bestimmen, will ich folgende Tabelle hersetzen, wo ich die Höhe der Sonne, oder den Auffallungswinkel, auf jede Polhöhe, d. i. auf jeden gegebenen Ort, und auf jeden Ort der Sonne in der Ecliptick, d. i. auf jede gegebene Zeit, berechnet habe. Die Zeit und den Raum zu ersparen, habe ich die Rechnungen nur von 5 zu 5 Graden gemacht. Die übrigen sind aus diesen leicht zu finden. *Vide Tab.*

§. 31. Will man nun z. E. wissen, wie sich die Stärke des Windes an einem Orte, dessen Polhöhe 85° ist, und zu einer Zeit, da die Sonne, in Ansehung der nordlichen Halbkugel, in 0° ♎, oder in 30° ♓, und, in Ansehung der südlichen Halbkugel, in 0° ♈, oder in 30° ♍ steht, zu der Stärke des Windes an einem Orte, dessen Polhöhe 20° ist, und zu einer Zeit, da die Sonne, in Ansehung der nordlichen Halbkugel, in 0° ♈, oder in 30° ♍, und, in Ansehung der südlichen Halbkugel, in 0° ♎, oder in 30° ♓ steht, verhält: so muß man erstlich die zu diesen beyden Oertern und Zeiten gehörige Sonnenhöhe, welche in dem erstern Falle, nach der Tafel, 5°, und im letztern 70° ist, und in den Tabb. Sinuum die zu diesen beyden Höhen, oder Auffallungswinkeln gehörigen Sinus suchen Der Sinus des Winkels von 5° ist 871557; der Sinus des Winkels von 7° ist 9396926. Es sey die Stärke des Windes an dem erstern Orte und zu der erstern Zeit = a, und die Stärke des Windes an dem letztern Orte und zu der letztern Zeit = b. Also wird seyn a: b = 871557: 9366926 = sin. ang. 5°: sin. ang. 70°. Es ist aber

log. sin. ang. 70° = 9, 9729858, und
log. sin. ang. 5° = 8, 9402960; dieser von jenem
abgezogen giebt den log. = 1, 0326898

der Zahl 10, 78, welche der Exponent des Verhältnisses der beyden Sinuum, und also auch des Verhältnisses a: b, ist, und anzeigt, wie viel mal b, d. i. der Wind an dem letztern Orte und zu der letztern Zeit, grösser ist, als a, d. i. der Wind an dem erstern Orte und zu der ersten Zeit.

§. 32. Aber da die relative Grösse niemals die absolute Grösse entdeckt, wenn man nicht eine gewisse Einheit zum Maaße derselben annimmt, so weiß man auch hier nicht, wie groß eigentlich der Wind an einem von den beyden Orten, und zu einer von den beyden Zeiten, ist, wenn man nicht einen gewissen Grad des Windes, als eine Einheit, annimmt, womit man die Grösse der Stärke, oder Geschwindigkeit desselben ausmißt. Aber wo soll man hier anfangen, zu zählen? Wie groß wird der Wind seyn, dessen Stärke man Eins nennen könnte, und welche allgemein bekannt ist? Dieses ist in der That schwer, wo nicht gar unmöglich, genau auszumachen. Es ist mit dem Winde nicht anders, als wie mit der Kälte und Wärme. Die Wärme z. E. hat ihre gewissen Grade, ihre Verhältnisse werden bestimmt, und sie wird auf diese Art gemessen. Und doch ist zur Zeit noch niemals ausgemacht worden, welcher Grad der Wärme Eins ist. Die Thermometer haben die Sache nicht ausgemacht. Das eine zeigt zu eben der Zeit 20 Grade, wenn das andere 60 zeigt, und man kann also durch sie nichts, als die Verhältnisse der verschiedenen Wärme, bestimmen, d. i. anzeigen, um wie viel mal die eine Wärme grösser, oder geringer ist, als die andere. Man ist aber auch damit zu frieden, weil man die Grössen der

Wärme

Wärme auf diese Art meistentheils hinlänglich genug anzeigen kann. So kann man sich auch an der Bestimmung der Stärke der Winde durch Verhältnisse begnügen. Wen man z. E. sagt, der heutige Wind verhält sich zu dem gestrigen wie 1 zu 2, d. i. es war gestern noch ein mal so windig, als es heute ist: so kann sich ein jeder einen ziemlich klaren Begriff von dem gestrigen Winde machen; denn die Einheit, oder das Maaß ist, indem dieses gesagt wird, bekannt, weil die unmittelbare gegenwärtige Empfindung dieselbe anzeigt. Nun ist es zwar an dem, daß unter allen Fällen, wovon hier die Rede ist, nemlich auf einer Wasserkugel, keine Grösse des Windes durch die Empfindung bekannt wird, weil diese Wasserkugel nicht vorhanden ist: aber zu geschweigen, daß den Schiffenden auf dem Ocean zwischen den Wendezirkeln allerdings einige Stärken oder Geschwindigkeiten des Windes auf einer Wasserkugel (es ist aber an einer einzigen bekannten Stärke genug) bekannt sind, so macht eben dieses, da wir die Winde nur auf einer Wasserkugel betrachten, daß wir mit Bestimmung der Verhältnisse zufrieden seyn können; weil daraus alle die Folgen hergeleitet werden können, warum wir die Stärke des Windes auf einer Wasserkugel untersuchen.

§. 33. Damit man aber doch etwas habe, womit man die verschiedene Stärke der Winde, ohne die Umschweife mit Benennung der Verhältnisse nöthig zu haben, benennen, und sich, durch Hülfe kleiner Zalen, einen hinlänglichen Begriff von derselben machen könne, so will ich einen gewissen Grad derselben wirklich als das Maaß der übrigen, oder als die Einheit, festsetzen. Zu einer bequemen Einheit werden hauptsächlich folgende 3 Eigenschaften erfordert; 1) Daß sie, in Ansehung der größten durch sie auszumessenden Grössen, nicht zu klein sey. Denn ausserdem würde man sie allzu viel mal zusammen setzen müssen, und allzu weitläuftige und beschwerliche Rechnungen verursachen, um durch sie die grösten zu ihr gehörigen Grössen auszumessen, auszudrücken und zu berechnen. So nimmt man z. E. aus dieser Ursache, zu einer Million Geldes nicht einen Pfennig, sondern einen Thaler, zur Einheit an. 2) Daß sie, in Ansehung der kleinsten durch sie auszumessenden Grössen, nicht zu groß sey; weil sonst öfters sehr grosse und unkenntliche Brüche herauskommen würden; welche allemal das Zählen und Rechnen weitläuftig und schwer machen. Daher kömmt es, daß man eine Linie nicht, als $\frac{1}{1000}$ einer Ruthe, sondern, als $\frac{1}{10}$ eines Zolls, betrachtet, und hier den Zoll, als eine kleinere Grösse, für die Einheit annimmt, und nicht die Ruthe, als eine weit grössere Grösse. 3) Daß sie bekannt

kannt sey, oder bekannt seyn könne. Denn ausser dem kan man sich keinen deutlichen Begriff von der absoluten Grösse eines Dinges machen. Wenn man also z. E. für die Vorstellungskraft der Seelen überhaupt die Vorstellungskraft der Seele eines Polypus zur Einheit annähme, so würde man, wenn man auch wissen könnte, um wie viel die Vorstellungskraft jeder Seele grösser ist, als die Vorstellungskraft einer Polypusseele, dennoch nicht wissen, welches denn die absolute Grosse der Vorstellungskraft einer jeden Seele ist; weil man nicht wüßte, welches die absolute Grösse der Vorstellungskraft der Polypusseele wäre. Aus diesem Grunde ist die Bestimmung der Verhältnisse der Wollust, wovon der bekannte Engländer, Craig, einen Versuch gemacht hat, von wenig Nutzen; weil er, aus Mangel einer Einheit, die absolute Grösse der Wollust nicht hat bestimmen können. Hingegen wenn die Einheit bekannt ist, wenn man von ihrer absoluten Grösse einen klaren Begriff hat, so kann man durch sie, und durch die Verhältnisse, von allen Dingen, deren Einheit sie ist, die absolute Grösse bestimmen. So weiß ein jeder, was eine Stunde ist. Wenn nun diese die Einheit von einer Zeit ist, welche einen astronomischen Tag ausmacht, und man sagt jemanden, daß ein astronomischer Tag sich zu einer Stunde verhalte, wie 24 zu 1, so weiß er nicht nur, daß ein astronomischer Tag aus 24 Stunden bestehet, sondern es ist ihm auch hieraus sogleich die absolute Grösse, eines astronomischen Tages bekannt. Wenn ferner einem, welchem nur das londner Maaß bekannt ist, gesagt würde, die Länge eines Weges, welche in Rußland ein Werst genennet wird, verhalte sich zu einem Faden, wie 500 zu 1, so würde zwar, in Ansehung seiner vorjetzo, die Einheit, nemlich der Faden, unbekannt seyn, und er würde also keinen Begriff von der absoluten Grösse eines Werstes haben: aber diese Einheit kann ihm doch bekannt seyn; wenn er nemlich entweder einen Maaßstab, welcher einen Faden lang ist, zu sehen bekömmt, oder wenn man ihm das Verhältniß dieser Einheit zu einer ihm bekannten Einheit sagt. Dieses letztere würde geschehen, wenn man ihm sagte, daß ein Faden aus 3 Arschinen bestünde, und eine Arschine einem londner Fuß gleich sey.

§. 34. Nach diesen Regeln will ich die Einheit der Stärke der Winde auf einer Wasserkugel, welche ich annehmen werde, (in so fern die Winde von der Wärme der Sonne verursachet werden) prüfen. Diese Einheit mag die Stärke desjenigen Windes seyn, welcher bey einer Sonnenhöhe von 1° entstehet. Denn 1) wird sie, in Ansehung der grösten durch sie auszumessenden Grössen, nicht zu klein seyn, weil diese noch nicht bis auf 60 steigen werden, wie aus dem folgenden erhellen wird. Nun lassen sich aber Grössen, welche die Zahlen von 1 bis 60 ausdrücken, noch wohl miteinander

der vergleichen; zumal wenn man stuffenweise geht. Ueberdieses so ist zu gegenwärtiger Absicht ein so klarer Begriff von den verschiedenen Grössen der Stärke der Winde nicht nöthig, als man unmittelbar durch die Empfindung erlangen kan. Grösser habe ich die Einheit deswegen nicht annehmen wollen, damit der Grade nicht zu wenig würden, als wodurch zu viele Brüche in den Berechnungen wären verursachet worden. 2) Hoffe ich auch nicht, daß diese Einheit, in Ansehung der kleinsten durch sie auszumessenden Grössen, zu groß seyn wird. Denn der Winde, deren Stärke unter die Stärke des Windes bey dem Winkel von 1° ist, sind gegen die, welche über die Stärke desselben sind, um sehr viel mal weniger, und weil sie auch sehr schwach sind, so verdienen die wenigen vorkommenden Brüche kaum in Betrachtung gezogen zu werden. Ich habe sie also nicht nöthig gehabt kleiner anzugeben; welches ich auch deswegen nicht thun können, weil sonst der Grade der Winde zu viel geworden wären, und diese die Berechnungen weitläuftig und schwer, und die Ausdrückungen der Grade der Winde allzu dunkel gemacht hätten. 3) Der letzten Eigenschaft habe ich, aus angezeigten Ursachen, unmöglich gehörig Genüge thun können. Doch glaube ich, daß sich von diesem Grade des Windes, welchen ich zur Einheit angenommen habe, noch unter allen am ersten, ein ziemlich deutlicher Begriff machen läßt. Denn man kann diesen Wind, als den nach der völligen Windstille unmittelbar folgenden empfindbaren Wind, betrachten. Denn bey einer Sonnenhöhe von 0° ist eine völlige Windstille. Die Höhe von 1° aber ist von der Höhe von 0° überaus wenig unterschieden, so, daß eine Bewegung der Luft, welche bey einer geringern Sonnenhöhe verursachet wird, wol kaum so stark seyn kann, daß sie ein Wind genennet werden könnte. (§. 1.) Man kann sich also diesen Wind, welcher meine Einheit ist, als die sanftesten Lüftgen in heissen Sommertagen, bey völliger Windstille, vorstellen; und er ist nur darinnen von diesen unterschieden, daß er im Ganzen, und nacheinander, fortstreicht; welches ihn eben zum Winde macht. Doch erinnere ich, daß man sich diesen sich bewegenden Strom von Luft so sanft, als möglich, vorstellen muß. Hat man diesen Begriff richtig genug gefasset, so wird man leicht urtheilen können, was für ein Wind noch einmal so stark ist, und so stuffenweise weiter. Vielleicht könnte man auch, durch eine Art eines durch Kunst bewegten Anemometers, diese Begriffe noch klärer machen; wobey ich mich aber nicht aufhalten kann.

§. 35. Wenn nun also die Stärke oder Geschwindigkeit des Windes, welchen die Sonnenstralen bey einem Auffallungswinkel von 1° verursachet, 1 ist: so werden sich, da eine absolute Grösse gegeben ist, die übrigen

gen absoluten Grössen alle bestimmen lassen. Wenn man z. E. die Stärke des Windes, bey einem Auffallungswinkel von 45°, welche ich x nennen will, wissen will, so darf man nur sagen: Sin. ang. 1°: sin. ang. 45° = 1 : x: so ist $\frac{\text{sin. ang. } 45°}{\text{sin. ang. } 1°} = x$.

Nun ist

log. sin. ang. 45° = 9, 8494850, und

log. sin. 1° = 8, 2418553; dieser von jenem

abgezogen, giebt den log. = 1, 6076297 des Quotienten 40, 52 der beyden ineinander dividirten Sinuum, und also ist x = 40, 52. Auf diese Art kann eine Tafel für alle Sonnenhöhen berechnet werden. Mit folgender, wo sie nur von 5 zu 5 Graden berechnet sind, habe ich den Anfang gemacht.

Grade der Auffallungswinkel.	Stärke des Windes.	Grade der Auffallungswinkel.	Stärke des Windes.
0	0	45	40, 52
1	1	50	43, 89
5	4, 994	55	46, 94
10	9, 950	60	49, 62
15	14, 83	65	51, 93
20	19, 60	70	53, 84
25	24, 22	75	55, 34
30	28, 65	80	56, 42
35	32, 89	85	57, 08
40	36, 83	90	57, 30

Bey der hier durch Zahlen ausgedrückten verschiedenen Stärke des Windes machen die anhängenden Zehn- Hundert- und Tausendtheilchen einige Schwierigkeit, wenn man sich einen Begriff von der Grösse derselben machen, und sie mit der Stärke, deren Grösse 1 ist, vergleichen will. Wenn man die Grössen der verschiedenen Stärke des Windes genau haben will,

will, so kann man dieser Schwierigkeit nicht überhoben seyn. Will man es aber nicht so genau nehmen: (wie denn auch allerdings eine allzu grosse Richtigkeit hier nicht nöthig ist) so kann man an statt der angehängten Decimalbrüche, zu der ganzen Zahl, wozu sie gehören, ein Ganzes hinzusetzen, wenn die Decimalbrüche über ½ betragen, oder sie gar weglassen, wenn sie unter ½ sind, oder endlich, wenn sie gerade ½ ausmachen, sie, nach Gefallen, schlechthin wegstreichen, oder an ihre Statt, ein Ganzes zu der ganzen Zahl hinzusetzen. Auf diese Art wird man die Stärke der Winde durch lauter ganze Zahlen ausgedrückt haben, und die Tafel wird so aussehen.

Grade der Auffallungswinkel.	Stärke des Windes.	Grade der Auffallungswinkel.	Stärke des Windes.
0	0	45	40
1	1	50	44
5	5	55	47
10	10	60	50
15	15	65	52
20	20	70	54
25	24	75	55
30	29	80	56
35	33	85	57
40	37	90	57

§. 36. Da die Höhe der Sonne allezeit von ihrer Mittagshöhe zu verstehen ist, so sind auch alle diese Bestimmungen nur von dem Mittage zu verstehen. Der Wind ist also zumittage allezeit am stärksten; welches auch auf der gegenwärtigen Erdkugel die Erfahrung lehret; besonders auf der offenen See. (*) Je weiter nun die Sonne von dem Mittagszirkel über dem

(*) The Levant Breezes are briskest about Noon. *Lister in the Phil. Transf. N. 156, p. 494.*

dem Horizonte entfernet ist, desto schwächer ist der Wind gegen den, der zumittage wehet. Zu Mitternacht wird er also am schwächsten, und bey dem Aufgange und Untergange stärker, als um Mitternacht, und schwächer als zumittage, und beyde einander gleich seyn. Doch hierbey ist zu merken, 1) daß zwar des Nachts, nach der Theorie, eigentlich gar kein Wind wehen sollte, die Wärme des Tages aber doch mit dem Untergange der Sonne nicht gleich verschwindet, und also auch die Wirkung derselben, nemlich der Wind, immer noch etwas zurück bleibt: es wäre denn daß etwan in sehr langen Nächten um Mitternacht eine wirkliche Windstille erfolgte. 2) Daß, obgleich der Morgen- und Abendwind, nach der Theorie, einander gleich seyn sollten, dennoch der Abendwind den Morgenwind übertrift, weil vor dem Abend die Luft einen ganzen Tag lang erwärmet worden, vor dem Morgen aber dieses gar nicht geschehen. Man sieht leicht, daß sich die Verhältnisse der von dem Mittagswinde unterschiedenen Winde, welche einen astronomischen Tag über wehen, gar wohl bestimmen liessen, wenn es der Mühe werth wäre. Wenn man die Stärke des Mittagswindes weiß, so kann man damit eben sowol zu frieden seyn, als man die Höhen der Sonne in der Astronomie nur auf den Mittag bestimmt, wenn man sagen will, wie hoch die Sonne diesen, oder jenen Tag steht.

Das VI. Capitel.

Bestimmung der Stärke oder Geschwindigkeit des Windes auf jeden gegebenen Ort, und auf jede gegebene Zeit; in so fern derselbe von der anziehenden Kraft des Monds herrühret.

§. 37.

Newtons Erklärung der Ebbe und Fluth (*) ist so beschaffen, daß die anziehende Kraft des Monds in Ansehung der Erde, oder die Schwere der der Erde gegen den Mond, nicht nur machen muß, daß das Wasser unter dem

(*) *Princ. Phil. n. m. L. III. Prop. 24.* It. *Halley in the Philos. Trans. N. 226. p. 445.*

dem Monde, und an demselben unter dem Horizonte entgegen gesetzten Orte, aufschwillt, sondern daß dieses auch unter gleichen Bedingungen ebenfalls mit der Luft geschiehet; wie ich schon oben (§. 14.) gezeiget habe. Die Wirkung ist einerley: nur die Grösse derselben ist unterschieden. Ich will diese gegenwärtig aus dem Verhältnisse derselben bestimmen.

§. 38. Wenn der Mond vertical im Mittagszirkel, d. i. im Zenith, steht, so erhöhet er das Wasser auf der Erde gerade unter sich 12 pariser Schuh; wie solches Newton (*) bestimmet. Die Schwere (grauitas specifica) der Luft verhält sich zur Schwere (grauitas specifica) des Wassers, wie 1 zu 800. (**) Da nun die Massen der Schwere proportional sind: so verhält sich die Masse der Luft zu der Masse des Wassers auch wie 1 zu 800. Nun aber ist auch die Schwere der Planeten gegen einander ihrer Masse proportional, (***) und die Körper von leichterer Art eben desselben Planeten werden auch (wegen ihrer geringern Masse) gegen einen jeden andern Planeten leichter seyn, als die Körper von schwerer Art. Die Schwere der Luft gegen den Mond verhält sich also zu der Schwere des Wassers gegen den Mond, wie 1 zu 800. Da nun die Aufschwellung des Wassers unter dem Monde von der Schwere des Wassers gegen den Mond herrühret, und die Aufschwellung der Luft unter demselben desgleichen: so müssen die Höhen dieser Aufschwellungen auch in obiger Verhältniß, nemlich 1: 800, seyn. Die Höhe des Wassers ist also 800 mal so groß, als die Höhe der Luft. Die Höhe des aufgeschwollenen Wassers war 12 pariser Schuh. Die Höhe der aufgeschwollenen Luft wird also $\frac{1}{800}$ von 12 pariser Schuhen seyn. Wenn man 12 pariser Schuh in 12 Theile, oder in einzelne Schuh, und zugleich in 800 Theile eintheilet: so kommen

(*) *Princ. Phil. n. m. L. III. Prop. 37, Cor. 1.*

(**) It has been s'hown by undoubted Experiments, that the specifick Gravity of the Air, near the Earth's Surface, to that, of Water, wasonce, as 1 to 840, again as 1 to 852, and a 3d Time, in a very large Vessel, holding ten Gallous, as 1 to 860: allwhich, considering the Difficulty of the Experiment, agree will enough the Mercury standing at all those Times, about 29 Jnches $\frac{3}{4}$; but by Reason 'twas Summer Weather, and consequently the Air rarefied, when all these were try'd, we may, whitout sensible Error, say in round Numbers, that the Barometer standing at 30 Jnches, and in a mean State ot Heat and Cold, the specifick Gravity of the Air to Water is as 1 to 800. *Halley, in the Phil. Trans. N. 181. p, 104.*

(***) *Newt. Princ. Ph. n. m. L. III. Prop. 6. 7.*

kommen auf $\frac{1}{12}$ von 12 Schuhen, d. i. auf einen Schuh, 66⅔ Acht hundert Theilgen. Auf den zwölften Theil eines Schuhes, d. i. auf einen Zoll gehen also noch etwas mehr, als 5 solche Acht hundert Theilgen. Ich will aber setzen, es gingen ihrer gerade 5 auf ein Zoll. Also ist die Höhe der aufgeschwollenen Luft $\frac{1}{5}$ Zoll, oder ungefehr $2\frac{2}{5}$ Linien, pariser Maaß.

§. 39. Ob nun gleich, durch diese Erhöhung die Luft wirklich verdünnet wird, so ist es doch nicht glaublich, daß diese Verdünnung etwas anders einiger maßen merkliches zur Hervorbringung des Windes beytragen sollte. Diese Erhöhung von $2\frac{2}{5}$ Lin. ist noch dazu unter allen die größte. Die Höhen weiter gegen die Entfernung von 90° zu nehmen also immer ab, und verschwinden gänzlich noch weit vor dem 90sten Grade. Denn man stelle sich einen Zirkel vor, dessen Halbmesser 861 deutsche Meilen beträgt, so wird dieser ungefehr den Umkreiß der Atmosphäre vorstellen. (Denn ich rechne die Höhe der Atmosphäre nur auf ungefehr eine teutsche Meile). Man addire zu dem Halbmesser $2\frac{2}{5}$ pariser Linien, als die Höhe der aufgeschwollenen Luft: so wird die Summe die grosse, und der Halbmesser allein die kleine halbe Axe derjenigen Ellipse seyn, in welche der Zirkel, den die Atmosphäre vorstellet, durch das Aufschwellen der Luft, ist verwandelt worden. Es fällt aber gleich in die Augen, daß ein Radius, oder Halbmesser von 861 deutschen Meilen, und einer von 861 deutschen Meilen + $2\frac{2}{5}$ paris. Linien, so viel als Halbmesser von einerley Grösse sind, und daß also durch die Aufschwellung der Luft durch die anziehende Kraft des Monds die Figur der Atmosphäre gantz unmerklich verändert, und auch bey ihrer größten Verdünnung durch diese Kraft gantz unmerklich verdünnet wird. Es ist also, auch in Ansehung der Luft, klar, was Newton (*) sagt, daß nemlich die anziehende Kraft des Monds, ausser der Ebbe und Fluth, in dem Wasser gar keine merkliche Wirkung hervor bringe. Ich hätte also dieses Capitel füglich weglassen können: damit ich aber nichts versäumet zu haben scheine, was nur einigermaßen zu meinem Zwecke nöthig seyn könnte, so habe ich doch etwas davon sagen wollen. Ich will nun die Methode der Bestimmung selbst, doch kurz und nur allgemein, angeben.

§. 40. Hier kömmt wieder alles auf die Höhe des Monds, und auf die Breite der Oerter an. Nun ist beydes allezeit bekannt. Es können also Tafeln auf die Höhen des Monds, für eine jede Polhöhe, und für einen jeden

(*) In æstu solo marino hæc vis (*Lunæ ad mare movendum*) sensibilem edit effectum. *Princ. Ph. nat. math. L. III. Prop. 37. Cor. 1.*

jeden Ort des Monds, berechnet werden. Aus diesen wird man auf jeden gegebenen Ort, und auf jede gegebene Zeit, die Höhe der aufgeschwollenen Luft, folglich auch die Verdünnung derselben, und also auch die Stärke des dadurch verursachten Windes, bestimmen können. Es sey A B C D ein Circulus maximus auf der Oberfläche der Atmosphäre; T sey die Erde, L der Mond, welcher über dem Puncte Z auf der Erdfläche vertical steht, und also macht, daß die Luft unter ihm, in und um D, bis gegen A und C, wie auch gegen über, bey und um B, bis gegen A und C, aufschwillt. Die dadurch hervorgebrachte Ellipse sey A F C E. In dieser stellen die zwischen dem Bogen A e E der Ellipse A F C E, und dem Bogen A d D des Zirkels A B C D enthaltene und verlängert durch den Mittelpunct T des Zirkels A B C D durchgehende Linien D E und d e die verschiedene Stärke des durch die anziehende Kraft des Monds verursachten Windes vor. Die anziehende Kraft des Monds auf verschiedenen Puncten des Bogens A D ist um so viel kleiner, je mehr der Winkel zunimmt, den die Linie T L, welche durch den Mittelpunct der Erde und des Monds geht, mit dem Radio T d des Zirkels A B C D macht, welcher durch den Punct d des Orts geht, welcher mit dem in Z in Vergleichung gestellet wird. Die Linien E D und e d verhalten sich also, ohne merklichen Irrthum, umgekehrt die Winkel, welche sie, bis in den Mittelpunct der Erde T verlängert, einschliessen. Also verhält sich auch die verschiedene Stärke des Windes in einem jeden Viertelsbogen, wenigstens beynahe umgekehrt, wie die Winkel, welche der durch den Mittelpunct des Monds verlängert gehende Radius der Erdkugel mit dem Radio macht, welcher durch den Verticalpunct der Erdfläche geht. Wenn man z. E. wissen will, wie sich die durch die anziehende Kraft des Monds verursachte Stärke des Windes in ζ zu der in Z verhält: so bestimmt man folgender maaßen dieses Verhältniß gar leicht. Die erstere Stärke des Windes sey $= x$ und die andere $= y$. Der Winkel $\zeta T Z$ sey $= b$, und der Winkel $Z T Z = a$. Folglich ist $x : y = a : b$. Will man die absoluten Grössen wissen, so muß man so gut, als es möglich, eine Einheit bestimmen. Wenn also z. E. die Stärke des Windes bey einem Winkel von 860° die Einheit wäre, und dieser Winkel wäre $= m$: so würde seyn $b : m = 1 : x$; folglich $\frac{m}{b} = x$. *Fig. 5.*

Das VII. Capitel.

Bestimmung der Gegenden des Windes auf einer Wasserkugel, auf jeden gegebenen Ort, und auf jede gegebene Zeit, in so fern derselbe von der Wärme der Sonne herrühret.

§. 41.

Daß der Wind auf einer Wasserkugel von seiner ordentlichen Bahn abweicht, und warum dieses geschieht, habe ich schon (§. 19.) gezeigt. Er wehet nemlich zwar überall, überhaupt zu reden, vom Morgen gegen Abend: aber er weicht an allen Oertern, welche eine Breite haben, gegen den Aequator zu, ab. Die Grösse dieser Abweichung mißt der Winkel, welchen die Linie, nach deren Richtung die Abweichung geht, mit dem Bogen des Circuli maximi, in welchem der Wind eigentlich fortgehen sollte, bey dem Verticalpuncte macht. Wenn man also die Grösse dieses Winkels weiß, so weiß man auch die Grösse der Abweichung, und folglich auch die Gegend des Windes. Denn die bis in den östlichen halben Zirkel des Horizonts verlängerte Abweichungslinie schneidet in demselben den Grad des Horizonts ab, aus welchem der Wind wehet. Zu Findung dieses Winkels ist nöthig 1) die Bestimmung der Kraft, welche die Abweichung verursachet, 2) die Bestimmung der Wirkung dieser Kraft. Ich werde beydes, den Grund und die Erfahrung, zu Hülfe nehmen; weil zu richtiger Bestimmung sowol der Verhältnisse, als auch der Grössen, beydes nöthig ist.

§. 42. An statt aller Erfahrungen sollen mir die Nachrichten zu meiner Absicht dienen, welche uns Varenius und Halley von den beständigen Winden zwischen den Wendezirkeln gegeben haben. (*) Ich glaube, daß wir hiervon keine so zuverläßige Nachrichten haben, als diese. Beyde berichten, daß die beständigen Winde, welche unter und bey der Linie auf der offenen See, gerade von Osten wehen, auf beyden Seiten der Linie allmählig von der östlichen Gegend abweichen, und je grösser die Breite wird, sich desto mehr, bey nordlicher Breite gegen Norden, und bey südlicher Breite gegen Süden, wenden. Auf dem ganzen Ocean, nemlich so wohl auf dem atlantischen, als auch indianischen und dem stillen Meere, gehen die Grenzen der beständigen

(*) An den angeführten Orten.

ständigen Winde bis auf eine Breite von 28 bis 32 Graden, und also noch 5 bis 9 Grade über die Wendezirkel hinaus. Von 4. 8 bis 10 Grade der Breite an, bis an die Grentzen des beständigen Windes, zwischen Ost und Nordost, oder Südost. Da nun bey der grösten Breite der Wind am meisten von Osten abweicht, so ist der Nordostwind und Südostwind eigentlich für die Breite zu setzen, wo die beständigen Winde aufhören. Halley und Varenius, sonderlich der letztere, setzen den Südost- und Nordostwind zuweilen statt aller von Osten gegen Süden und Norden abweichenden Winde. Diese Unrichtigkeit bey der besondern Benennung der Winde hinderte ihrem Vorhaben nichts. Genug, sie haben sich, bey der allgemeinen Anzeige, schon erkläret, wie ihre Worte zu verstehen sind; wornach ich mich auch richte.

§. 43. Ich glaube, Ursache zu haben, den eigentlichen Ort, wo der beständige Wind aus Nordost und Südost wehet, noch weiter hinaus, als auf 32 Grade der Breite, zu setzen. Denn man könnte nur alsdenn sagen, daß gerade daselbst der Nordost- oder Südostwind wehen müsse, wenn von demselben Grade der Breite das feste Land noch sehr weit entfernet, und also die Erde, in Ansehung dieser Breite, als ganz ohne Insuln, oder festes Land betrachtet werden könnte. Alsdenn würde man, wenn man etliche Grade weiter schiffte, und den allgemeinen beständigen Wind bald drauf nordlicher, oder südlicher befände, wissen, daß z. E. der 32ste Grad die Breite für den Nordost- und Südostwind wäre. Aber so ist es in keinem Falle auf gegenwärtiger Erdkugel beschaffen. Wenn also z. E. Varenius sagt, daß der Nordostwind, als ein allgemeiner beständiger Wind, auf dem atlantischen Meere, zwischen Africa und America, bis auf die nordliche Breite von 30. Graden wehe, so folgt nicht, daß, wenn die Erde eine Wasserkugel wäre, der Nordostwind ebenfalls nur auf den 30. Grad fallen würde. In gegenwärtigem Falle sind die vielen azorischen Insuln, ja selbst die africanischen und spanischen Küsten, nicht allzuweit entfernet, welche dem beständigen Winde seine Grenzen setzen; daß man also nicht sehen kann, ob nur gerade bey dem 30. Grade der Nordostwind wehet. Es ist aber gar nicht wahrscheinlich, daß der beständige Wind allezeit in der Breite gerade aus der Gegend wirklich wehen muß, in welcher er auf unsrer gegenwärtigen Erdkugel eben daher wehet. Daß man die Breite für den Nordost- und Südostwind weiter hinaus setzen müsse, als auf 32 Grad, erhellet auch daraus, daß, wie Halley berichtet, auf dem indianischen Meere, zwischen Madagascar und Neuholland, bis zur Breite von 30 Graden, der beständige Wind nicht aus Südost, sondern aus Südost gen Osten, wehet. Also wird noch eine grössere Breite erfordert, wenn er aus Südost wehen soll. Wegen dieser Betrachtung, und weil die Luft nahe gegen die Wendezirkel zu immer noch sehr warm ist, und also eine ziemliche Breite zu einem sehr merklichen Abweichungswinkel erfordert wird, glaube ich nicht zu viel zu setzen, wenn ich für die Breite von 40° den Nordost- und Südostwind bestimme. Der Fehler kann höchstens nicht über ein paar Grade betragen, wofern ich auch einen begehe. Bey Bestimmung der Gegenden der Winde aber fragt man nicht sowohl nach Graden, d. i. nach dreyhundert und sechzig Theilchen des Horizonts, als eines Zirkels, sondern nur nach zwey und dreyßig, höchstens vier und sechzig Theilchen.

§. 44. Da nunmehr ein Abweichungswinkel bekannt ist, so können sie alle bekannt werden, wenn man nur das Verhältniß derselben in verschiedenen Breiten weiß. Man kann aber dieses ohne merlichen Irrthum, dem Verhältnisse der Breiten selbst gleich setzen. Denn die Erfahrung lehret auf der offenen See, zwischen den Wendezirkeln, daß der Abweichungswinkel immer mehr und mehr abnimmt, je mehr die Breite abnimmt; und so im Gegentheile. Bey Erwegung der abneigenden Kräfte und des Widerstandes derselben in verschiedenen Breiten habe ich befunden, daß sich die Abweichungswinkel verhalten, wie die Sinus der Auffallungswinkel der Sonnenstralen, wenn gesetzt wird, daß die Sonne stets im Aequator sey. Man kann auch, wie ich unten zeigen werde, bey Bestimmung der Gegenden der Winde, wirklich dieses annehmen. Also würden die Verhältnisse der Sinuum der Auffallungswinkel den Verhältnissen der Abweichungswinkel wirklich gleich seyn; welches auch mit der Erfahrung übereinstimmet. Denn nahe bey dem Sinu toto, oder Radio, sind die Sinus so wenig von einander unterschieden, daß sie für gleich groß angenommen werden können. Die Abweichungen des Windes nahe bey der Linie, auf der ofnen See, sind aber, nach allen Nachrichten, auch ganz unmerklich unterschieden. Denn obgleich nur unter der Linie der Wind gerade von Osten nach Westen wehen sollte, so weht er doch, bis auf eine Breite, von 4, 6, 8 bis 10 Graden, auf beyden Seiten der Linie eben daher. Doch es wird erhellen, daß auch die Winkel der Abweichungen nahe bey dem Aequator sehr klein werden, und die Abweichung des Windes von Osten unmerklich wachen. Und überhaupt wird man sehen, daß das Verhältniß der Breite genug ist, die Verhältnisse der Abweichungswinkel zu bestimmen.

Fig. 6. §. 45. Es sey demnach AE ein Stück von dem Aequator; ABED der Horizont, auf den Punct C im Aequator auf dem Stück desselben AE gerechnet. In einem jeden Puncte von AE, z. E. in C weht der Wind aus A, d. i. aus Osten. Nun sey a e ein Stück von einem andern Circulo maximo, dessen größte Neigung gegen den Aequator der Bogen C c mißt. Es sey aber BD ein Stück von dem Meridian der Puncte C und c, und

c sey

c sey von C 40° entfernet. Es stellt also c eine Breite von 40° vor. Bey einer südlichen Breite, dergleichen hier ist, von 40° weht der Wind auf einer Wasserkugel aus Südost. (§. 43.) Die südostliche Gegend aber ist zwischen Ost und Süd mitten inne. Ost und Süd sind 90° von einander entfernet; folglich ist Südost von jeglichem, also auch von Osten, 45° entfernet. Die Bahn des Windes aus Südost S c macht also mit dem Bogen a c des Stücks von dem Circulo maximo a e einen Winkel von 45°. Da die Verticalwinkel einander gleich sind, so ist der Winkel a c S = dem Winkel e c O. Weil der Wind in c, nach seiner Richtung S c, in gerader Linie gegen O fortwehet, so ist e c O der Abweichungswinkel von dem geraden Wege aus Osten in dem Stück des Circuli maximi a e; und dieser Winkel ist dem Winkel a c S gleich, davon der eine Schenkel c a gerade nach Osten, und der andere gerade nach Südost gehet. Ein Abweichungswinkel von 45° giebt also eine Abweichung des Windes von Osten gegen Süden von 45° d. i. Südost. Eben so ist es, bey gehöriger Veränderung, bey nordlicher Breite. Ich kehre es also nun um, und sage überhaupt, bey einer Breite von 40° ist der Abweichungswinkel 45°, und der Wind kömmt auf einer Wasserkugel, bey einer Breite von 40° aus Südost, oder Nordost, nachdem die Breite südlich, oder nördlich ist.

§. 46. Ich habe angenommen, daß sich die Abweichungswinkel verhalten, wie die Breiten der Oerter. Daß ich hierdurch keinen merklichen Fehler begehe, dieses zeigt theils die Erfahrung auf der offnen See, theils ist es daraus klar, daß mit Verminderung der Breite der Ueberschuß der Verdünnung der Luft gegen den Aequator zu immer ab- und mit Vermehrung derselben immer zunimmt; und beydes um desto mehr, je grösser, oder kleiner die Verminderung der Breite ist; wenigstens ist dieses Verhältniß so richtig, als es, in gegenwärtigem Falle, nöthig ist. Da nun der Abweichungswinkel bey einer gewissen Breite gegeben ist, so sind auch alle übrigen zu finden. Es sey eine gegebene Breite = m, und die andere = n. Der gegebene Abweichungswinkel sey = a, und gehöre für m, und der gesuchte Abweichungswinkel sey = x: so ist $m : n = a : x$; folglich $\frac{na}{m} = x$. Als z. E. in gegenwärtigem Falle sey $m = 40$, $n = 5$ und $a = 45$; so ist $40 : 5 = 45 : x$; folglich $x = \frac{5 \times 45}{40} = 5\frac{5}{8}$. Auf diese Art können die Gegenden der Winde für alle Grade der Breite bestimmet werden. Folgende Tafel enthält diese Bestimmungen von 5 zu 5 Graden.

Grade

Grade der Breite.	Gegend des Windes in Graden von Osten an.	Grade der Breite.	Gegend des Windes in Graden von Osten an.
0	0° 0′	50	56° 15′
5	5 35		
10	11 15	55	62 35
15	16 49	60	67 30
20	22 30	65	73 7
25	28 7	70	78 45
30	33 45	75	84 21
35	39 21	80	90 *
40	45 0	85	——
45	51 35	90	——

Wenn die Breite nördlich ist, so sind auch diese Grade von Osten gegen Norden, und wenn sie südlich sind, so sind sie von Osten gegen Süden zu zählen. Die Namen der aus und bey diesen Gegenden herblasenden Winde selbst zu wissen, darf man nur in folgender Tafel sehen, welcher Wind auf die gezeigten Grade fällt.

Namen der Winde.	Entfernung derselben von Osten.	Namen der Winde.
O	0° 0′	O
OgS	11 15	OgN
OSO	22 30	ONO
SOgO	33 45	NOgO
SO	45 0	NO
SOgS	56 15	NOgN
SSO	67 30	NNO
SgO	78 45	NgO
S	90 0	N

Folgende

Folgende Tafel zeigt nunmehro die Namen der Winde, wie sie auf die zu ihnen gehörigen Breiten fallen.

Grade der Breite.	Namen der Winde.	
	Bey nordlicher Breite.	Bey südlicher Breite.
0	O	O
10	O g N	O g S
20	O N O	O S O
30	N O g O	S O g O
40	N O	S O
50	N O g N	S O g S
60	N N O	S S O
70	N g O	S g O

Auf die Breite von 80° fällt schon N oder S, welches anzeigt, daß daselbst, und also bis zu 90°, keine fernere Abweichung ist. Uebrigens sieht man, wie wohl es mit der Erfahrung auf der offnen See übereinstimmt, daß der Wind erst gegen den 10ten Grad der Breite etwas nach N oder S zu abzuweichen anfängt, und nicht nur unter der Linie, sondern 6 bis 8 Grad auf beyden Seiten derselben nordlich ist.

§. 47. Diese Bestimmungen sind abermahls nur eigentlich, wie leicht zu erachten, für den Mittag. Die Erfahrung auf der offnen See lehret aber nicht, daß die Gegenden des Windes ausser der Mittagsstunde merklich unterschieden wären. Und sie können auch nicht unterschieden seyn. Denn z. E. bey dem Aufgange der Sonne hat nicht nur der Ort von einer gewissen Breite, welchem die Sonne aufgeht, dickere Luft, als zu Mittage; sondern auch alle Oerter gerade gegen die Linie hin, bis zu derselben, haben in eben der Proportion auch dichtere Luft, wenn die Sonne aufgeht, als wenn sie im Mittagszirkel über dem Horizonte ist. Da nun bloß das verschiedene Verhältniß der Verdünnung der Luft den Abweichungswinkel verändern kann, dieses aber früh, zu Mittage, Abends und in der Nacht, einerley bleibt, so kann keine Veränderung der Gegenden des Windes in verschiedenen Stunden des Tages vorgehen.

Das VIII. Capitel.

Bestimmung der Gegenden des Windes auf einer Wasserkugel, auf jeden gegebenen Ort und auf jede gegebene Zeit, in so fern derselbe von der anziehenden Kraft des Monds herrühret.

§. 48.

Da ich, wie ich schon (Cap. VI.) gezeigt habe, ohne merklichen Fehler den Einfluß des Monds in die Bewegung der Luft gar nicht in Betrachtung zu ziehen nöthig hätte, so könnte ich auch dieses Capitels überhoben seyn. Weil ich aber einmal die durch die anziehende Kraft des Monds verursachte Stärke des Windes zu bestimmen für dienlich erachtet habe, so muß ich nun auch die Bestimung der Gegenden, in Ansehung dieser Kraft, nicht vergessen. Es wird mir aber erlaubt seyn, die Sache nicht nach aller Schärfe, wie sie hier möglich ist, zu untersuchen, sondern den leichtesten und kürzesten Weg zu erwählen.

§. 49. Der Wind, in so fern er von der Wärme der Sonne herrühret, weicht von seiner eigentlichen Bahn von Osten nach Westen deswegen ab, weil entweder gegen Norden, oder gegen Süden die Luft dünner ist. Wenn also diese verschiedene Dünnigkeit der Luft auch bey der anziehenden Kraft des Monds statt findet: so wird der Wind auch, in Ansehung derselben, von seiner ordentlichen Bahn von Osten gegen Westen abweichen müssen. Und sie findet auch allerdings statt; welches aus der erwiesenen verschiedenen Stärke des durch sie verursachten Windes für sich klar ist. Die grössere Verdünnung wird allezeit gegen die Linie T L, welche den Mittelpunct der Erde und des Monds verbindet, seyn; und da die Verdünnungen den Geschwindigkeiten des Windes, diese aber den Winkeln, welche die Linien T z, T ζ, mit der Linie T L bey T machen, (§. 40.) proportional sind: so werden auf diesen Winkeln die Abweichungswinkel proportional seyn; weil die abneigende Kraft in verschiedenen Entfernungen von dem Perpendicul T L aus dem Monde L auf die Erde T der Verdünnung der Luft in eben diesen Entfernungen, proportional ist. Nun ist zwar die Luft daneben allemal, nach Proportion, auch nicht dünner, als die weiter gegen T L: Die gegen die Verdünnung gegen A und C sehr grosse Verdünnung in und bey T L aber macht, daß die Luft

Fig. 5.

an jedem Orte gegen A und C zu als nicht nach Proportion verdünnet angesehen werden kann. Also werden sich, so richtig als es hier möglich, wenigstens nöthig ist, die Abweichungen der Windbahn verhalten, wie die besagten Winkel bey T. Es sey also der Winkel bey T für die eine Entfernung von dem Perpendicul T L aus dem Monde L $=$ a, der andere für eine andere Entfernung $=$ b; die Abweichung an jenem Orte sey $=$ x, an diesem $=$ y: so ist a: b $=$ x: y; also $\frac{bx}{a} = y$, und $\frac{ay}{b} = x$.

§. 50. Wenn nun x, oder y bekannt sind: so ist auch der Abweichungswinkel bekannt; und wenn dieser bekannt ist: so ist auch die Gegend des Windes bekannt. (§. 41, 46.) Es kann aber x oder y nicht anders, als durch die Erfahrung bekannt werden. Aber wo sind hier die Erfahrungen herzunehmen, da Sonne und Mond zugleich in die Luft wirken und Wind verursachen, und man also nicht weiß, welche Veränderungen dem Monde allein zugeschrieben werden können. Ich weiß kein Mittel, hierinne gehörige Beobachtungen anzustellen, als etwan folgendes. Man müßte auf der offenen See, zur Zeit des vollen Monds, in einer Breite, welche etliche Grade, z. E. 10, grösser wäre, als die Declination des Monds auf eben derselben Seite des Aequators, und bey der grösten Declination der Sonne auf der andern Seite desselben, wenn bald nach dem Untergange der Sonne gar kein Wind zu spüren wäre, um Mitternacht auf den Wind, welcher alsdenn dem Monde zuzuschreiben seyn würde, Acht haben, und genau bemerken, aus welcher Gegend er käme. Hierdurch würde man den Abweichungswinkel finden, (§. 41, 46.) und also x oder y bestimmen. Wenn auf diese Art z. E. gefunden würde, x $=$ m; so würde seyn a: b $=$ m: y: folglich $\frac{bm}{a} = y$. Da nun y dem Winkel, den die Gegend des Windes zu der gegebenen Zeit, und an dem gegebenen Orte, mit Osten macht, gleich ist: so ist hierdurch auch die Gegend des Windes gefunden. Und zwar ist in diesem Falle allemal eine doppelte Abweichung nemlich auf der Oberfläche der Wasserkugel, und auf der Unterfläche derselben. Die Abweichung auf der Oberfläche ist bey nordlicher Declination des Monds nordlich, und bey südlicher südlich; und so auf der Unterfläche der Wasserkugel. Aber wo und wenn wird eine solche Windstille erfolgen? und woher wird man gewiß versichert seyn, daß der Wind um Mitternacht allein von der anziehenden Kraft des Monds herrühret? Doch wenn auch diese Windstille irgendwo auf der ofnen See einmal bald nach der Sonnen Untergang erfolgte, so bin ich versichert, daß es um

Mitternacht, wenn die Sonne im Mittagszirkel unter, und der Mond in demselben über dem Horizonte ist, noch eben so stille seyn wird; weil die anziehende Kraft des Monds viel zu schwach ist, als daß sie einen merklichen Wind sollte erregen können. Also würde eine solche Erfahrung, wenn man es sonst nicht wüßte, lehren, daß der Mond keinen Wind in unserer Atmosphäre verursachen kann.

Das IX. Capitel.

Von einigen Einwürfen wider die vorhergehende Theorie.

§. 51.

In diesem Capitel will ich auf diejenigen Zweifel wider meine Theorie antworten, welche ich theils in den Schriften anderer gefunden habe, und welche mir theils selbst beygefallen sind. Ich will diese Zweifel in 4 Classen eintheilen. Sie betreffen nemlich entweder 1) die von mir angegebenen Ursachen des Windes auf einer Wasserkugel, oder 2) meine Bestimmungen der Stärke der Winde auf einer Wasserkugel, oder 3) meine Bestimmungen der Gegenden der Winde auf einer Wasserkugel, oder endlich 4) beyderley Bestimmungen zugleich. Ich will eine Classe nach der andern vornehmen.

§. 52. Ich habe zu mehrerer Bestätigung der angegebenen Hauptursache der Winde auf einer Wasserkugel, die beständigen allgemeinen Winde zwischen den Wendezirkeln, auf der offnen See, angeführt. Wenn die Ursache dieser Winde etwas anders, als die Erwärmung der Sonne, wäre: so würde meine Theorie einen grossen Stoß bekommen. Ich habe schon oben einige falsch vorgegebene Ursachen dieser Winde widerlegt. Jetzo will ich noch zweener Engländer ihre Meynungen hierüber untersuchen. Lister (*) schreibt die Ursache des allgemeinen beständigen Windes zwischen den Wendezirkeln einer Pflanze zu, welche Sargossa, oder Lenticula marina, genennet wird. Diese Pflanze wächst sehr häufig auf dem Ocean zwischen der nordlichen Breite von 36. bis zum 18. Grade. Die Ausdünstungen dieser Pflanze, sagt er, welche stets von einerley Gegend kommen, und weil es einerley Pflanze ist, gleichförmig sind, machen, daß sich die Luft stets gleichförmig bewegt u. s. w. Aber diese Ursache, wenn sie auch wahr ist, gilt nur von der nördlichen Breite. Was

(*) Phil. Transf. N. 156. p. 494.

Was macht aber den beständigen allgemeinen Wind in südlicher Breite? Wächst die Lenticula marina überall auf der offnen See, um die ganze Erdkugel herum? Ferner, wenn es auch gewiß wäre, daß die Ausdünstungen von einerley Pflanzen allemal ihren Weg nach einerley Gegend nähmen: woher weiß Herr Lister, daß die Lenticula marina ihre Dünste eben von Morgen gegen Abend ausschickt? Doch die Meynung des Herrn Listers wird ohne Zweifel jedem an sich so unwahrscheinlich vorkommen, daß sie keiner weitläuftigen Widerlegung bedarf.

§. 53. Gordon, ein anderer Engländer, erkläret (*) die beständigen Winde bey der Linie zugleich durch die Wärme der Sonne, und durch die Umdrehung der Erde. Er glaubet mit Recht, daß die Umdrehung der Erde allein keinen geringen Grad der Geschwindigkeit der Atmosphäre, und also auch nicht die allgemeinen beständigen Winde zwischen den Wendezirkeln verursachet; und zwar wegen der Schwere aller Theile der Atmosphäre gegen den Mittelpunct der Erde. Er glaubt aber, daß, weil 1 wegen der grossen Sonnenhitze unter der Linie, die Luft daselbst sehr verdünnet, und die Elasticität sehr vermehret werde, die Schwere derselben viel geringer seyn müsse, als die Schwere der Luft zu beyden Seiten. Folglich könne sie der Erde in ihrer Umdrehung nicht folgen, und dadurch würden die allgemeinen beständigen Winde zwischen den Wendezirkeln verursachet. Daß aber dieser Wind zu beyden Seiten der Linie von Osten etwas abweichet, dieses schreibt er der verschiedenen Declination der Sonne zu, wodurch es geschähe, daß die am meisten verdünnte Luft bald auf dieser, bald auf jener Seite des Aequators wäre, und also, wenn die Sonne in den nordlichen Zeichen wäre, die südliche Luft herüber druckte, und wenn sie in den südlichen wäre, die nordliche Luft herüber drucke, und also im erstern Falle der Wind gegen Süden, und im letztern gegen Norden, abweiche. Aber dieser Gordonischen Erklärung ist die Erfahrung zu wider. Halley und und Lister haben erfahren, (**) daß das Queckfilber seine Höhe im Barometer bey der Linie nicht verändert; und daß also keine Veränderung der Schwere der Luft daselbst ist, welche doch

 Gor-

(*) Philos. Trans. N. 17.

(**) Jt is observed of the Barometer, that the Quicksilver is not affected with the Weather, or very rarely, let that be either cloudy, rainy, windy, or serene, in *St. Helena*, or the *Barbadoes*, and therefore probably not within the the Tropicks, unless in a violent Storm or Hurricane. The first is affirmed by Mr. *Halley*, who wept a Glass near two Months in the Jsland of *St. Helena*, and the other of *Barbadoes* stands upon the credit of our Registerr. *Lister in the Philos. Trans. N. 165. p. 970.*

Gordon, zu Unterstützung seiner Meynung, behauptet. Dieses hat ihm schon damals Molyneux (*) geantwortet. Auch hierinne widerspricht ihm, nach Halleys und Varenius sichern Nachrichten, die Erfahrung, daß zwischen den Wendezirkeln auf der offnen See allezeit und überall der Wind nach Norden abweichen soll, wenn die Sonne in den südlichen Zeichen ist, und umgekehrt. Denn, nach einstimmigem Berichte der glaubwürdigsten Seetagebücher, richtet sich die Abweichung des beständigen Windes auf der offnen See zwischen den Wendezirkeln blos nach der Breite der Oerter. Ist diese südlich, so ist auch die Abweichung südlich, und umgekehrt. Gordons Erklärung kann also nicht statt finden, da ihr die Erfahrung so offenbar widerspricht. Doch will ich dieses dabey noch anmerken, daß, wenn auch Gordons Erklärung richtig wäre, doch meine Theorie im Hauptwerke unverändert dabey bestehen könnte. Denn es käme doch nur auf das Verhältniß der verschiedenen Stärke der Sonnenstrahlen an, weil Gordon die verminderte Schwere der Luft allezeit und überall gleich groß setzt. Eben dieses ist von der Meynung derjenigen zu sagen, welche die beständigen Winde zwischen den Wendezirkeln unmittelbar durch den Umschwung der Erde erklären; weil der Wind, der dadurch verursachet würde, überall und allezeit dem Winde proportional wäre, den die Wärme der Sonne verursachet.

§. 54. Im vierten Capitel habe ich gesagt, daß auch die anziehende Kraft der Sonne Wind verursachen müsse; und dennoch habe ich im folgenden dieser Wind erregenden Kraft gar nicht wieder erwehnet. Ich habe dieses mit Bedacht und Grunde unterlassen. Denn obleich die anziehende Kraft der Sonne in das Wasser eine merkliche Wirkung thun und die durch anziehende Kraft des Monds verursachte Ebbe und Fluth in ihrer Ordnung stören kann, und dieses also, auch in Ansehung der Luft, eigentlich erfolgen sollte: so macht doch die sehr unmerkliche Wirkung des Monds in die Luft, daß die noch weit geringere Wirkung der anziehenden Kraft der Sonne in dieselbe, noch viel weniger, als jene, zu betrachten ist. Die Schwere der Erde gegen die Sonne, oder die anziehende Kraft der Sonne in Ansehung der Erde, ist, wegen des sehr geringen Verhältnisses des scheinbaren Durchmessers der Erde gegen das Quadrat der Entfernung der Sonne von der Erde sehr geringe. Daher findet Newton (**), daß das Meer durch die anziehende Kraft der Sonne nur 1′ 11″ erhöhet wird. Ich will setzen, diese Höhe wäre 2 volle Schuh. Die Luft wird durch die anziehende Kraft des Monds

(*) *Phil. Transf. N. 177. p. 1237.*
(**) *Princ. Phil. nat. math. L. III. Prop. 36. Cor.*

Monds 2'' 3''' (§. 38) und das Wasser 12' erhaben. Es sey nun die Erhöhung der Luft durch die anziehende Kraft der Sonne = x: so wird seyn 12': 2'' 3''' = 2'; x; folglich $x = \frac{2'' \, 3''' \times 2'}{12'} = 4\frac{1}{2}'''$. Sollte es also nicht vergebens seyn, die Stärke und Gegend eines Windes zu bestimmen, welcher alsdenn am stärksten ist, wenn die Luft um 4½ Linie, höher ist?

§. 55. Es scheint, als ob bey der Bestimmung der Stärke des Windes aus der Wirkung der Sonnenstralen nöthig gewesen wäre, das Perihelium und Aphelium in Betrachtung zu ziehen. Allein auch dieses hoffe ich ohne Fehler übergangen zu haben, weil die gröste und kleinste Entfernung der Sonne von der Erde, in Ansehung der Entfernung überhaupt, so sehr eben nicht unterschieden sind, daß sie eine merkliche Veränderung in der Erwärmung und Verdünnung der Luft sollten verursachen können. Denn wenn, nach dem Caßini, die größte Entfernung der Sonne von der Erde 22374, und die kleinste 21626 halbe Erddurchmesser ist: so ist der Unterschied nur 748. Die Erfahrung lehret auch nicht, daß die Sonne, wenn sie erdnah ist, nach Proportion merklich wärmer scheint. Bey uns z. E. ist sie im Winter erdnah: aber es ist deswegen dennoch im Winter so kalt, als es nur seyn könnte, wenn die Sonne auch alsdenn eben so weit von uns wäre, als im Sommer. Und gesetzt auch, daß die verschiedene Entfernung der Sonne wirklich in gegenwärtigem Falle merklich wäre, so würde die Veränderung in der Stärke des Windes alle Oerter der Erde, nach Proportion, zugleich betreffen. An einem jeden Orte würde das Aphelium die Stärke des Windes um eben so viel vermindern, als an dem andern. Denn die Sonne ist allen Oertern zugleich erdnah, oder erdfern. Die absolute verminderte Stärke des Windes würde sich hernach bestimmen lassen, wenn man sie mit der vorhergegangenen unverminderten absoluten Stärke desselben jedes Orts und jeder Zeit vergliche. Doch wenn ja die Eccentricität der Erdbahn etwas merkliches austrägt, so ist es genug, zu sagen, daß an einem jeden Orte der Wind alsdenn, wenn die Sonne erdnah ist, etwas weniges stärker, und wenn sie erdfern ist, etwas weniges schwächer wehet, als es die bestimmte Proportion angiebt. Noch viel weniger ist, in Ansehung des Monds das Perigäum und Apogäum in Betrachtung zu ziehen; wie von sich selbst in die Augen fällt.

§. 56. Auch die Stralenbrechung kann keine merkliche Veränderung in der Stärke des durch die Sonnenwärme verursachten Windes, verursachen.

chen. Die Sonne wird zwar dadurch etwas erhoben, der Auffallungswinkel vergrössert und also auch die Sonnenwärme vermehret: aber diese vermehrte Höhe ist in den meisten Mittagshöhen der Sonne, (auf welche ich allein die Winde bestimmet habe) so geringe, daß sie von ihrer wahren Höhe nicht merklich abweicht. Nach dem de la Hire ist die Horizontalrefraction, als die gröste, nur 26′ 35″, und schon bey der Höhe von 51° ist sie gar nur 1′. Diese wenigen Minuten, oder Secunden sind zwar in der Astronomie genau in Betrachtung zu ziehen: aber bey Bestimmung der Stärke der Winde können sie, ohne merklichen Irrthum, aus der Acht gelassen werden. Wer aber dennoch alle mögliche Schärfe beobachten will, der darf nur die oben beygefügten Tafeln der Sonnenhöhen nach de la Hires Tafel der Refraction corrigiren; welches ich, Zeit, und unnöthige Mühe zu ersparen, unterlassen habe.

§. 57. Da die Sonnenstralen fast die einzige Ursache des Windes auf einer Wasserkugel sind, so muß dadurch eine Veränderung des Windes entstehen, wenn die Auffallung der Sonnenstralen auf einem Theile der Erde gehindert wird. Dergleichen Fall ereignet sich bey Sonnenfinsternissen. Allein die meisten Sonnenfinsternisse sind nur partial; und die Erfahrung bey grossen Sonnenfinsternissen hat gelehret, daß kein merklicher Abgang an Wärme und Licht zu spüren ist, wenn die Finsterniß nicht über 9 Zoll groß ist. Aber auch so grosse Finsternisse, die über 9 Zoll sind, sind etwas seltner, und totale Sonnenfinsternisse, welche die Veränderung erst recht merklich machen können, erfolgen kaum alle Jahrhundert einmal. Für so seltne Begebenheiten, die höchstens nur alle 10 Jahre einmal vorgehen, wird man allemal aus der gegebenen Zeit, Grösse und Währung der Sonnenfinsterniß die dabey und darauf zu erwartende vermehrte und verminderte Stärke des Windes, auf jeden gegebenen Ort, und auf jede gegebene Zeit, hinlänglich bestimmen können.

§. 58. Ich habe bey Bestimmung der Gegenden des Windes, in so fern er von der Wärme der Sonne herrühret, bloß auf die Breite der Oerter, und gar nicht auf die Declination der Sonne, gesehen. Ich muß mich deswegen rechtfertigen. Daß ich die Declination der Sonne nicht in Betrachtung gezogen, dazu hat mich zuerst die richtige Erfahrung gebracht, welche, wie Varenius und Halley berichten, auf der offnen See, zwischen den Wendezirkeln, lehret, daß die Vermehrung und Verminderung der Abweichung des beständigen allgemeinen Windes von Osten sich bloß nach der Breite der Oerter, und gar nicht nach der Declination der Sonne, richten. Die Ur-

sache

sache hiervon ist auch leicht zu errathen. Man kann überhaupt sagen, daß unter der Linie die gröste Hitze ist. Denn daselbst ist nicht nur die Sonne des Jahres 2 mal vertical, so, wie an allen Oertern zwischen den Wendezirkeln, sondern sie ist auch stets so nahe dabey, oder vielmehr, sie weicht daselbst das ganze Jahr durch so wenig von der Verticalhöhe ab, daß man sie beynahe das ganze Jahr für vertical ansehen kann. Denn ihre gröste Abweichung ist nur $22\frac{1}{2}$ Grad. Da über dieses sich die Sonnenwärme verhält, wie die Sinus der Auffallungswinkel, diese Sinus aber, wenn sie dem Radio so nahe kommen, wie hier, sehr wenig von einander und von dem Radio oder Perpendicul selbst, unterschieden sind, so kann man, an und für sich betrachtet, die Sonnenhitze unter der Linie und nahe dabey, stets gleich groß annehmen. In Erwegung des grossen Grades der Wärme aber, welchen eine lange und beständig starke Erwärmung verursachet, muß man diese Wärme unter der Linie für alle Zeiten grösser ansetzen, als sie, in blosser Betrachtung des verticalen Standes der Sonne eigentlich seyn sollte. Daher wird sie allemal grösser seyn, als die übrige zwischen den Wendezirkeln. Folglich wird allezeit und überall der Wind ausser der Linie gegen die Linie zu abweichen müssen. Ich will indessen nicht leugnen, daß die Declination der Sonne einige kleine Veränderungen in den bestimmten Gegenden machen könne. Aber sie müssen doch in der That sehr klein seyn, und können daher gar wohl für gar keine Veränderungen angesehen werden; indem es in Bestimmung der Gegenden der Winde nicht auf Grade und Minuten ankömmt. Und dieses lehret, wie gesagt, die Erfahrung sehr deutlich.

§. 59. An den Unordnungen, welche in den Geschwigkeiten und Gegenden der Winde auf unsrer gegenwärtigen Erdkugel herrschen, sind größten Theils die vielen Dünste schuld, welche aus den verschiedenen Theilen der Erde aufsteigen. Wenn aber die Erde überall mit einem tiefen Meere umgeben wäre, so würden überall nur einerley Dünste aufsteigen, und daher gar keine Abweichungen der Winde von ihren allgemeinen Gesetzen verursachet werden. Denn es sey D A G der Auffallungswinkel der Sonnenstralen an dem einem Orte der Wasserkugel, E A G ein anderer solcher Winkel an einem andern Orte: so ist D E der Sinus des erstern, und F G der Sinus des letztern Winkels. Da das Aufsteigen der Dünste durch die Wärme der Sonne verursachet wird, so ist die Menge der aufsteigenden Dünste aus der Wasserkugel der Wärme der Sonne proportional. Die Wärme der Sonne aber ist den Sinibus der Auffallungswinkel proportional: also ist auch die Menge der Dünste den Sinibus der Auffallungswinkel proportional. *Fig. 7.*

Die Menge der Dünste bey dem Auffallungswinkel DAG sey $=$ a, und die Menge der Dünste bey dem Auffallungswinkel FAG sey $=$ b; so ist a: b $=$ sin. ang. DAG: sin. ang. FAG $=$ DE: FH. Die den Wind erregende Kraft ist also allemal um desto grösser, oder kleiner, je grösser, oder kleiner der Sinus des Auffallungswinkels, zu jeder gegebenen Zeit, und an jedem gegebenen Orte, oder die Menge der Dünste, ist. Die Proportion der Stärke und der Abweichungswinkel des Windes wird also durch die Dünste auf einer Wasserkugel gar nicht verändert, und es ist also zu Bestimmung der Gesetze der Winde einerley, ob diese Dünste da sind, oder nicht.

Das X. Capitel.

Bestimmung der Stärke und Gegend des Windes auf einer Wasserkugel, auf jeden gegebenen Ort, und auf jede gegebene Zeit, überhaupt.

§. 60.

Wenn gegenwärtig die anziehende Kraft des Monds auf keinerley Weise in Betrachtung gezogen zu werden verdienet: so ist auch die vorhabende allgemeine Bestimmung nicht nöthig. Doch möglichster Richtigkeit wegen will ich nicht abbrechen, was ich einmal angefangen habe. Vielleicht möchten auch einige dem Monde eine grössere Kraft in Verdünnung der Luft zuschreiben wollen, als ich ihm beygeleget habe, wenn sie erwegen, daß er an manchen Orten das Meer auf 35′ erhöhet; welches aber Newton aus zufälligen Ursachen erkläret. Diesem, und vielleicht auch andern Bedenken zu begegnen, will ich noch etwas von der allgemeinen Bestimmung beybringen.

§. 61. Wenn also nicht die Sonne allein die Luft verdünnet, sondern auch der Mond: so wird man die Grösse der von beyden ins besondere verursachten Verdünnungen bestimmen, und beyde hernach zusammen setzen müssen, um die ganze Verdünnung, und folglich auch die ganze Stärke des Windes, hieraus zu bekommen. Aber um wie viel verdünnet die Wärme der Sonne bey jedem Auffallungswinkel die Luft? und um wie viel verdünnet ſie der Mond durch ſeine anziehende Kraft bey jeder Höhe? Das letztere wird, aus der Theorie, leicht zu beſtimmen ſeyn: das erſtere aber iſt mehrern Schwierigkeiten unterworfen. Ich habe von der bey einem gewiſſen gegebenen Auffallungswinkel bemerkten Erhöhung des Queckſilbers in einem Thermometer, durch Hülfe des Verhältniſſes der Dichtigkeit des Queckſilbers zur Dichtigkeit der Luft, auf das Verhältniß der durch die Wärme der Sonne, unter eben dieſem Auffallungswinkel verurſachten Erhöhung der Luft zu dieſer Erhöhung des Queckſilbers, geſchloſſen. Dabey ſetze ich voraus, daß die Luft durch einerley Wärme ſich um eben ſo viel mal mehr ausdehnet, als das Queckſilber, um wie viel mal ſie leichter iſt, und weniger Maſſe hat, als das Queckſilber. Ich ſehe nicht, warum dieſes Verhältniß nicht wenigſtens beynahe richtig ſeyn ſollte; die Cohäſionskraft der Theilgen des Queckſilbers und der Luft müßte denn in beyden merklich unterſchieden ſeyn. Wir wiſſen aber, daß ſie in beyden ſehr geringe iſt; welches zum Theil bey beyden aus der Erfahrung, zum Theil bey dem Queckſilber aus der runden Figur und groſſen Menge der Theilchen erhellet.

§. 62. Dieſes zum voraus geſetzt, habe ich die Ausdehnung der Luft durch die Wärme der Sonne auf folgende Art zu beſtimmen mich bemühet. Ein Mercurialthermometer, welches ich durch die 8te Figur, in ſeiner wirklichen Gröſſe und Verhältniß der Theile vorſtelle, und in der ganzen Länge 12'' hat, beſteht aus dem Cylinder A B, deſſen Höhe 11'' 5' (alles rheinländiſch Maaß) beträgt, und aus einer Kugel F G H J, deren Durchmeſſer F H, die Dicke des Glaſſes ungerechnet, 7''' hält. Die Eintheilungsgrade fangen ſich gerade in der Mitten in C an, und gehen von da aufwärts bis etwas unter A, und niederwärts bis etwas über B, und beyde Scalen ſind in 50 Grade eingetheilet. Die innwendige hohle Weite des Cylinders, oder der Durchmeſſer des Queckſilbercylinders A B beträgt *Fig. 8.*

$\frac{3'''}{10}$. An dieſem Thermometer war in den Sommermonaten des Jahres 1743, nemlich im Junius, Julius und Auguſt, die kleinſte Höhe des Queckſilbers 2 Grad über C in D, und die gröſte 2 Grad über 50, über C, in E. Auf einer Waſſerkugel würde der Mercurius im Thermometer, bey einerley Höhe der Sonne, d. i. zu einerley Zeit im Jahre, in einerley Breite des Orts, allemal gleich hoch ſtehen. Dieſe beſtändige Höhe aus den Höhen des Queckſilbers in gegenwärtigem Thermometer auf gegenwärtiger Erdkugel zu bestimmen, dazu ist der natürlichste Weg, das man das Mittel zwischen diesen beyden Höhen annimmt. Diese mitlere Höhe wäre 26 Grad über C. Und so hoch hat es auch denselben Sommer, bey hitzigen Tagen, etliche mal, gestanden. Allein diese Höhen sind nur von der erwärmten Luft, und nicht von der unmittelbaren Wirkung der Sonnenstralen in das Quecksilber, welcher Fall hier betrachtet werden muß, verursachet worden. Als aber das Thermometer den 7. August unmittelbar an die Sonne gestellet wurde, stieg das Quecksilber bis 45 Grad. Doch weil diese Höhe von der mittlern Höhe gar zu sehr abweicht, so ist zu glauben, daß die damaligen warmen Dünste die Höhe so groß haben machen helfen. Ich will also 40 Grad für diejenige Höhe annehmen, welche durch die blosse Sonnenwärme bey einer Sonnenhöhe des 7. Augusts, und für die Breite von 51° 20′, verursachet worden, und also auch auf einer Wasserkugel, bey gleicher Breite und Sonnenhöhe, statt finden würde.

§. 63. Wenn gar keine Wärme in das Thermometer wirkt, so fällt das Quecksilber ganz herunter in die Kugel. Denn ob es gleich bey der grösten Kälte, wie sie bey uns seyn kann, noch auf 10 Grad über der Kugel stehen bleibt, so ist doch alsdenn unsre Luft noch lange nicht von aller Wärme leer, und in einem von dem kalten Erdstrichen würde es immer noch tiefer fallen, und anzeigen, daß noch Wärme bey uns gewesen wäre. Ich nehme also nicht ohne Grund an, daß das Quecksilber ganz in die Kugel fällt, wenn keine Wärme in das Thermometer wirkt. Also muß allemal die durch die Sonnenwärme vermehrte Höhe des Quecksilbers von der Kugel F G H J an, wo sich der Cylinder A B, bey B anfängt, gerechnet werden. Diese Kugel aber hat 7‴ im Durchmesser. Sie ist also einem Cylinder gleich, dessen Grundfläche ihrer Grundfläche, und dessen Höhe zweyen Dritteln ihres Durchmessers gleich ist, d. i. dessen Grundfläche 3740 Quadrat zehn Theilgen einer Linie und dessen Höhe 47 zehn Theilgen einer Linie gleich ist. Der Innhalt des ganzen Cylinders ist 175780 Cubic zehn Theilgen einer Linie. Dieser mit der Grundfläche des Cylinders A B = 7 Quadrat zehn Theilgen einer Linie dividiret, giebt 25111‴, die Höhe eines Cylinders, welcher mit dem Cylinder A B einerley Grundfläche hat und mit dem Cylinder, welcher der Kugel F G H J gleich ist, d. i. dieser Kugel selbst, von einerley Grösse, oder Innhalte ist. Also ist das Quecksilber in der Kugel F G H J in einen Cylinder verwandelt worden, welcher mit dem Cylinder A B einerley Grundfläche hat. Dieses Cylinders Höhe beträgt 24′ 9″, oder 2° 4′ 9″. Der Cylinder K B, welcher, weil er bis 40 Grad reicht,

reicht, die vermehrte Höhe des Quecksilbers ist, beträgt an Höhe 7'' 3'''. Diese Höhe zu der Höhe des vorhergehenden Cylinders addiret giebt 25' 6'' 3'''. Der Unterschied der Höhen beyder Cylinder verhält sich also zu dem Cylinder bey unvermehrter Höhe, wie 73 zu 2566, oder beynahe wie 3 zu 105, und der erstere steckt in dem letztern 35 mal; oder der Mercurialcylinder ist um $\frac{1}{35}$ seines Innhalts vergrössert worden.

§. 64. Halley (*) bestimmt das Verhältniß der Schwere des Quecksilbers zu der Schwere der Luft wie 10800 zu 1; und folgert daraus, daß die Atmosphäre, wenn sie überall gleich dicht wäre, etwas weniges über 5 englische Meilen, d. i. $1\frac{1}{4}$ deutsche Meile hoch seyn würde. Nun will ich einen Cylinder von Quecksilber in eine Breite von 51° 20' setzen, in welcher nemlich obiger Cylinder zur gemeldeten Höhe durch die Sonnenwärme gestiegen. Dieser Cylinder soll zum Durchmesser 1 deutsche Meile, und zur Höhe die Höhe der Atmosphäre, d. i. $1\frac{1}{4}$ deutsche Meile haben. Ich will setzen, daß die Sonnenwärme in eben so viel Theile dieses grossen Quecksilbernen Cylinders wirkt, als in dem vorigen. So wird also (§. 61.) ein eben so grosser Luftcylinder, durch eben dieselbe Sonnenwärme 10800 mal so viel ausgedehnet, oder verdünnet worden, als er; folglich $\frac{10800}{35}$ mal, d. i. er muß 309 mal vergrössert werden, in die Höhe, und in die Weite vornehmlich, zusammen genommen. Die Grösse der Verdünnung der Luft durch die Wärme der Sonne ist überall und allezeit gegeben, (§. 30.) desgleichen auch die Verdünnung der Luft durch die anziehende Kraft des Monds. (§. 40.) Man darf also nur die letztere zu der erstern addiren, wenn man die ganze Verdünnung haben will. Da nun die Stärke des Windes der Verdünnung der Luft proportional ist: so hat man zugleich die Verhältnisse der ganzen Geschwindigkeiten der Winde. Will man die absoluten Grössen in oben festgesetzten (§. 34.) Einheiten wissen: so darf man nur se-

 hen,

(*) By the like Trials (es ist die Fortsetzung vom vorigen bey dem 38. §.) the Weight of the Mercury to Water, is as $13\frac{1}{2}$ to 1, or verynear it; so that the Weight of Mercury to Air is as 10800 to 1, and a Cylinder of Air of 10800 Jnches, or 900 Feet, is equal to an Jnch of Mercury; and were the Air of an equal Denfity, like Water, the whole Atmosphere would be no more, than 5, 1 Miles high, and in the Ascent of every 900 Feet the Barometer would sink an Jnch. *Halley Phil. Trans.* a. a. O.

hen, unter welchem Auffallungswinkel die Summe der beyden Verdünnungen dem Innhalte des durch die Sonnenwärme allein verdünnten Luftcylinders am nächsten kömmt. Die dabey anzustellenden Berechnungen werden mich aber sattsam rechtfertigen, daß ich mir die Mühe derselben erspahret habe. Ich gestehe ganz gern, daß bey dieser meiner allgemeinen Bestimmung vielleicht noch allerley Correctionen angebracht werden könnten. Ich würde auch denselben weiter nachdenken, wenn ich nicht überzeugt wäre, daß auch die gröste Genauigkeit dennoch, in diesem Falle, der Mühe so wenig werth seyn würde, als wenn man ausrechnen wollte, ob nicht an statt der letzten Null von den drey und sechzigen, welche nach einer 1 die Zahl der bekannten arithmetischen Sandkörner ausdrücken, eine Eins stehen sollte?

§. 65. Das vorhergehende betrift nur die allgemeine Bestimmung der Stärke, oder Geschwindigkeit des Windes auf einer Wasserkugel. Nun sollte ich ebenfalls die Gegenden des Windes überhaupt bestimmen. Allein ich sage, dieses habe ich schon gethan. Wenn gleich die Wärme der Sonne und die anziehende Kraft des Monds den Wind zugleich verursachen, so kann doch nur durch die verschiedene Wärme der Sonne der Wind von seiner ordentlichen Bahn abgelenket werden. Denn ob ich gleich, (§. 51.) auch in Ansehung der anziehenden Kraft des Monds, verschiedene Gegenden gesetzet habe, so können doch diese nur statt finden, wenn die anziehende Kraft des Monds den Wind allein verursachet. Denn die abneigende Kraft war bey dem Monde so schwach, daß sie auch eine nach Proportion sehr schwache wirkende Kraft überhaupt voraus setzte, als hier die anziehende Kraft des Monds war. Da aber in der That die sehr viel mal grössere Kraft der Sonnenwärme allezeit und überall mit jener Kraft verbunden ist: so vermag die abneigende Kraft in Ansehung des Monds ganz und gar nichts, wie aus der Theorie deutlich erhellet. Folglich sind zugleich im VII. Capitel die verschiedenen Gegenden des Windes auf einer Wasserkugel, eben so, als wie Geschwindigkeiten derselben, (V. Cap.) auf jede gegebene Zeit, und auf jeden gegebenen Ort, schon überhaupt bestimmet worden.

Anhang.

Anhang.

Von der Anwendung der vorhergehenden Theorie auf die Gesetze der Winde auf unsrer gegenwärtigen Erdkugel.

Es wird zwar wohl, allem Ansehen nach, keine Zeit kommen, in welcher man die Gesetze der Winde auf unsrer Erdkugel, so, wie sie wirklich ist, mit vieler Richtigkeit wird bestimmen können: doch ist nicht zu leugnen, daß eine richtige Theorie von den Gesetzen der Winde auf einer Wasserkugel in diesem Stücke vieles entdecken kann. Und ich kann, aus einer Erfahrung von vielen Jahren, versichern, daß die Winde so gar ohne Ordnung nicht sind, als man es sich insgemein einbildet. Mitten in ihrer größten Verwirrung verrathen sie oft gewisse allgemeine Regeln, nach welchen sie sich richten müssen. Ich habe daher auch oft das Vergnügen, meine Wind- und Wetterprophezeyungen (welche aber nicht auf den Fuß der Calender gesetzt sind) eintreffen zu sehen, und einige Uebereinstimmung der Ordnung der gegenwärtigen Winde mit den Ordnungen der Winde auf einer Wasserkugel zu entdecken.

Gesetzt, meine Theorie wäre von einiger Richtigkeit: so würde man aus derselben verschiedene Schlüsse auf den Zustand der gewärtigen Bewegungen der Luft machen können. Diesen Bemühungen müßte eine emsige und lange Erfahrung die Hand biethen. Es müßten geschickte Beobachter an sehr vielen und verschiedenen Oertern der Erde viele Jahre durch die Winde, und zugleich das Wetter, bemerken, und die beobachtete Ordnung derselben müßte hernach mit den Gesetzen der Winde auf einer Wasserkugel verglichen werden. Dergleichen besondere Nachricht giebt Gordon (*) von Malabar, Coromantel,

(*) *Philos. Trans. N. 17.*

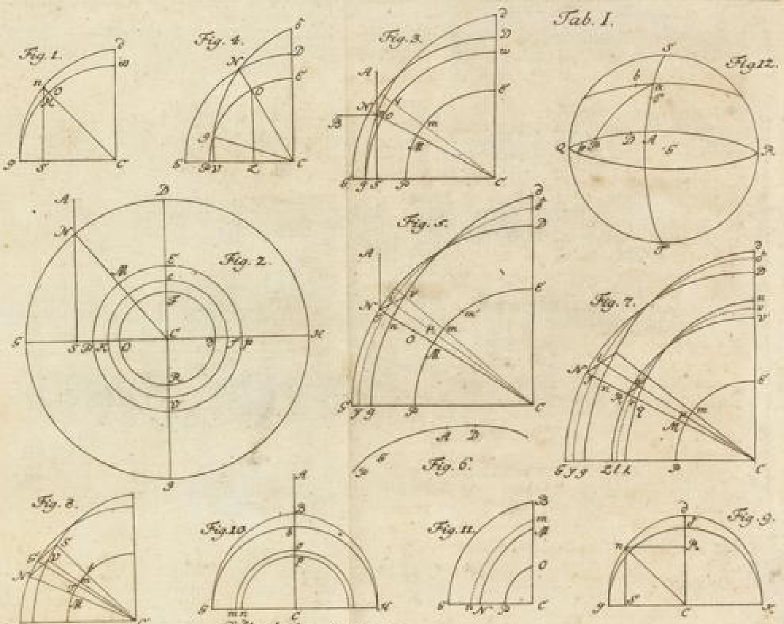
mantel, Jamaica, und Peru; worinne man auf das deutlichste bemerket, wie sehr, unter andern, die Berge die Ordnung der Winde stören. Hernach müßte man die Ursachen der Abweichungen von diesen Gesetzen, in Ansehung aller Zeiten und Oerter, untersuchen. Hier würde nun nöthig seyn, genaue Charten von den merklichsten Erhöhungen der Erdkugel zu machen, die Natur des Erdreichs, so wohl auf der Fläche, als als auch innwendig, zu untersuchen, und zu sehen, ob es steinigt, wässericht, erdig, sandig, schweflicht, salpetrisch, oder dergleichen, wäre. Auch die Natur der verschiedenen Pflanzen, welche sich an verschiedenen Orten am häufigsten befinden, ja auch die hauptsächlichsten Handthierungen der Menschen an jedem Orte müßten bekannt gemacht und untersuchet werden. Durch diese und dergleichen Bemühungen würde man entdecken, was für verschiedene Dünste an verschiedene Orten aufsteigen, wie sehr an jedem Orte die allgemeine wirkende Kraft der Winde vermehret, oder vermindert, oder verändert wird, und wie sehr also die Veränderungen des Windes auf der Erdkugel von den Veränderungen desselben auf einer Wasserkugel unterschieden sind. Würde man nun endlich hierdurch eine ziemliche Kenntniß der gegenwärtigen Winde erlangen: so würde es leicht seyn, die vornehmsten Veränderungen des Wetters vorher zu bestimmen; als welche fast einzig und allein auf die Winde ankommen. Aber was für erstaunliche Mühe, Kosten und Zeit wird es nicht erfordern, ehe man zu diesem nützlichsten Zweck von der Welt gelangen wird!

Rerum natura sacra sua non simul tradit.

Seneca.

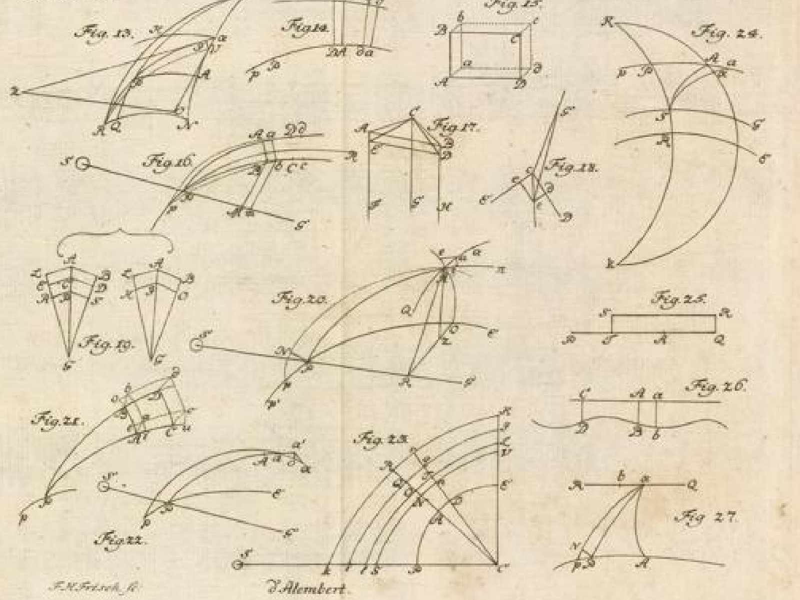
Berlin, gedruckt bey J. G. Michaelis, Königl. privil. Buchdr.

Tab. I.



d'Alembert. Frisch sc.

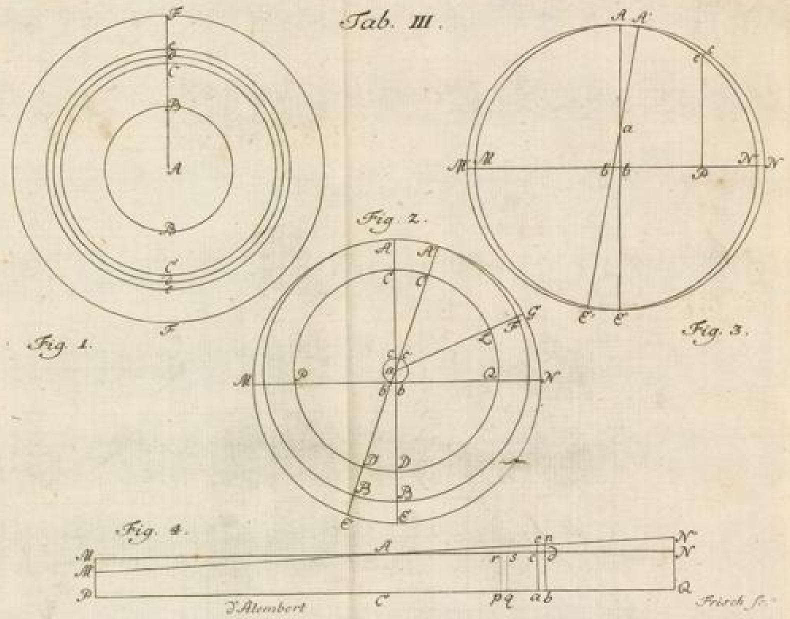
Tab. II.



F.H.Frisch sc.

d'Alembert.

Tab. III.



d'Alembert

Frisch sc.

Tab. IV.

Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

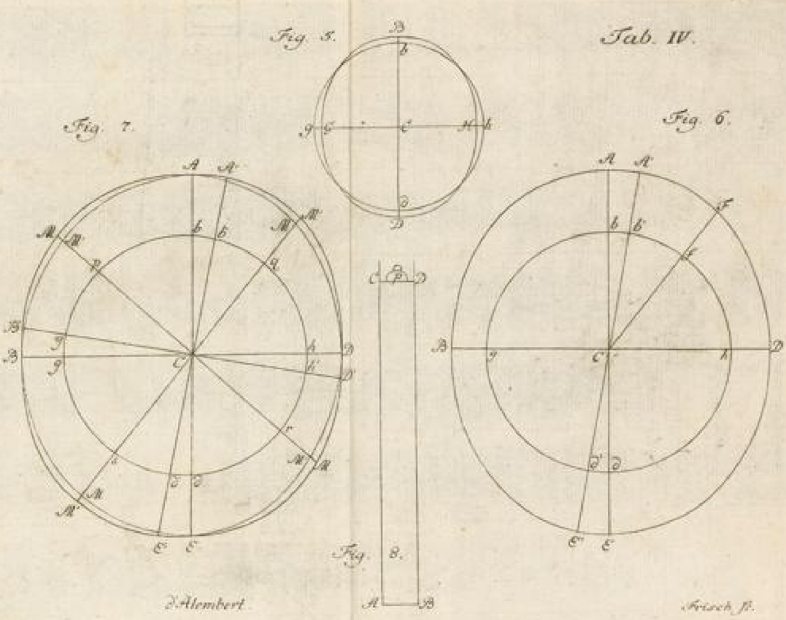
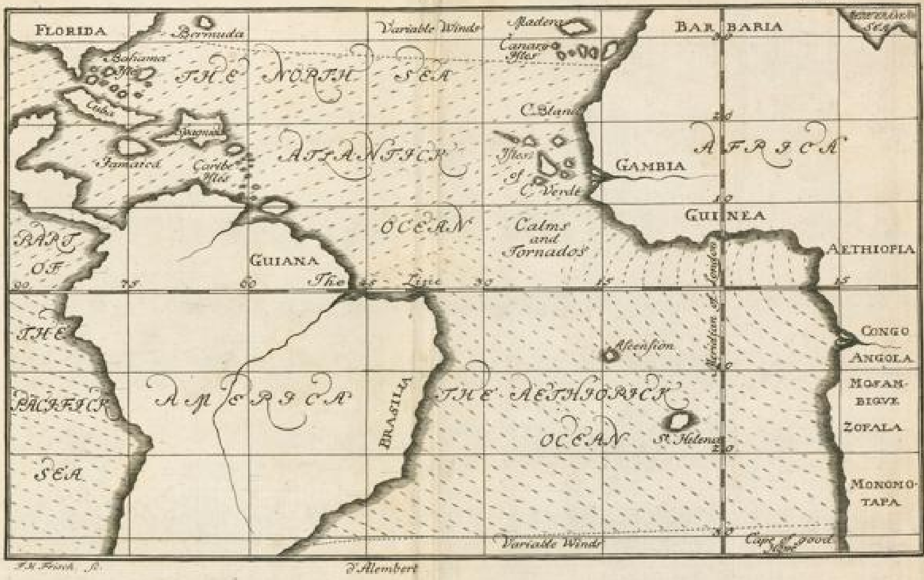


Fig. 8.

d'Alembert. Frisch sc.

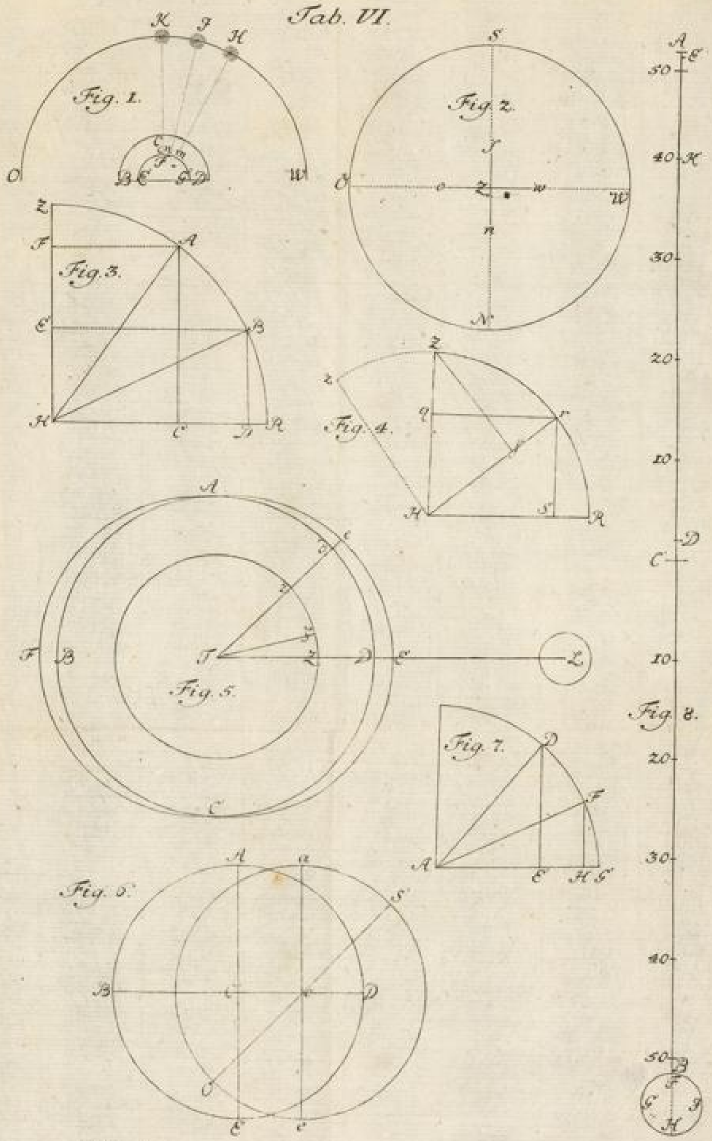
Tab. V.



F.H. Frisch sc.

d'Alembert

Tab. VI.



d'Alembert. F.H. Frisch sc.

K. A.

EFLEXION

URL

VENTS

61.