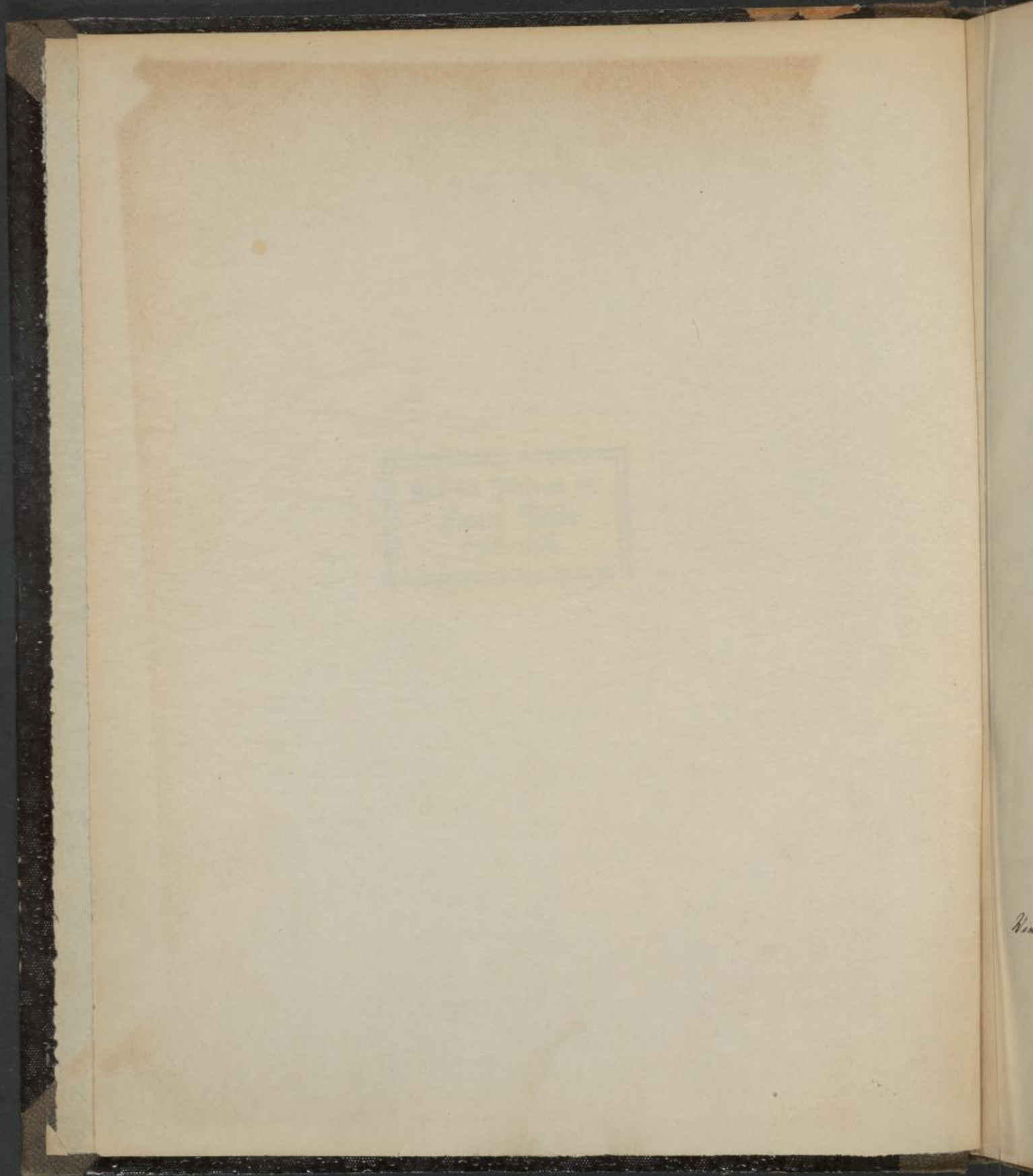


Handschr.

N.F.

708

Aus der Bücherei von
Eugen Netto
(1846—1919)



Handbuch der allgeheinen Functionen

Prof. Weierstraß

MATHEMATISCHES KABINETT
DER UNIVERSITÄT GIESSEN

755

Wintersemester 1886/87

E. Netto

St. of
Van Eyck
Abraham
man, woman
you see a
all right
Abraham
Kinnear
die at
nearly
in fine
light
garden
and
u, v, w
St. of
Kinnear
to
figural
and
and

[illegible]

Sie allezt. St. sind nämlich fünf Anforderungen der gesetz-
gebenden in der Reichst. deren Markmahl notwendig ist
die Gerechtigkeit das Wohl für jedes Org., die Wirk-
lichkeit der Entwicklung in zusammenhängender Reihe, was
ganzem gesetzgeb. Teil des Org., die Fairness und
endlich das Arbeitsvermögen sind. Wollen wir nicht
u, v, w ^{u, v} drei Worte des Org. so leicht greifen
g(u), g(v), g(uv) eine solche Gleichung kann leicht
Nationalgesetz sein in der Org. nicht aufstellen.
Es fragt sich, ob es noch andere St. mit demselben
Gesetz sein kann? Wir wissen in der Org. mit
einem Gesetzgebenden St. können, welche das Wohl
für alle Org. bezieht, wie das bei der Reichst.
ausw. die Gesetz. nicht Nationalgesetz, sondern
national St. sein kann.

Zum besseren Verständniß des Folgenden möge eine
kurze Skizze der hypermetrischen Folgen.

Man stelle zunächst die Folge der Potenzen $a^0, a^1, a^2, \dots$
mit a bezeichnet $a^0, a^1, a^2, \dots = a^n$ wobei $a^{u+v} = a^u a^v$

In der Folge sind die Potenzen der a nach der Größe
steigend angeordnet. Man setze dabei $a^0 = 1$

$$\begin{array}{cccccccc} a^0 & a^1 & a^2 & a^3 & a^4 & a^5 & a^6 & a^7 \\ 1 & a & a^2 & a^3 & a^4 & a^5 & a^6 & a^7 \end{array}$$

Wird nun $a^{u+v} = a^u a^v$ gesetzt, so wird man sich
leicht überzeugen, daß die Folge der Potenzen der a
von a^0 an eine geometrische Folge ist, deren
Quotient a ist. Man setze $a^0 = 1$ in einem beliebigen
Glied der Folge, so wird man sich leicht überzeugen,
daß die Folge der Potenzen der a eine geometrische
Folge ist, deren Quotient a ist.

$$\text{Man ist } a^{u+v} = a^u a^v \text{ für } u+v \text{ für } a^0 = 1$$

- Der Beweis, daß c wirklich eine Potenz von a ist, ist
folgt aus der Binomischen Formel

$$a^n = 1 + \frac{n}{1}c + \frac{n(n-1)}{2!}c^2 + \dots + \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}c^k + \dots + \frac{n(n-1)\dots(n-n+1)}{n!}c^n$$

Daß diese Formel konvergiert, wird man sich leicht selbst
überzeugen können, wenn man $a = e$, $c = 1$ setzt

$$e^n = 1 + \frac{n}{1} + \frac{n^2}{2!} + \dots = \infty$$

Man setze $a^n = e^n$ oder $a = e$

Umgekehrt sollte man sich auch der Reihe nach überzeugen,
daß für die Folge der Potenzen der a gilt, daß
ist nämlich $a^u a^v = a^{u+v}$ in der Folge $a^0, a^1, a^2, \dots$
da die Folge der Potenzen der a eine geometrische
Folge ist, deren Quotient a ist.

Setzt man $a^u = e^u$, so wird man sich leicht überzeugen,
daß die Folge der Potenzen der a eine geometrische
Folge ist, deren Quotient a ist.

Dass $(q^2) = (q^2)^2$; $(q^2)^2 = (q^2)^2 \dots$ stetig und nicht 0 ist.

Das ungeschätzte Gesetz ist das schwierigste. Die ihm entzogenen
meinen in systematischer Fortschritt. ist es vorerst zu erwarten e''
als Gesetz zu Grunde zu legen. Es folgt dann dass
die Reihe für alle vollen n imaginären Potenzen convergirt
dass $q^2 = q^2$, $e^{2i\theta} = e^{2i\theta}$ ist. Es ist $e^{2i\theta} = e^{2i\theta}$
 $= e^{2i(\theta + \theta)} = e^{2i\theta} + e^{2i\theta} + \dots = e^{2i\theta} (1 + 1 + \dots)$ nach dem Euler'schen
Satz ist $e^{2i\theta} = \cos 2\theta + i \sin 2\theta$; $e^{-2i\theta} = \cos 2\theta - i \sin 2\theta$

$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$; $\sin 2\theta = 2 \cos \theta \sin \theta$; fñhlt die Wägel von

$\frac{e^{2i\theta} + e^{-2i\theta}}{2} = \cos 2\theta$ und $\frac{e^{2i\theta} - e^{-2i\theta}}{2i} = \sin 2\theta$

Man wird sich $\frac{\pi}{2} = \theta$ sein; daraus folgt:

mit $e^{i(\frac{\pi}{2} + \theta)} = e^{i\frac{\pi}{2}} e^{i\theta} = (i \cos \theta + i \sin \theta) = i(\cos \theta + i \sin \theta)$

$\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\sin \theta$; $\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = \cos \theta$

also $\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\sin \theta$; $\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = \cos \theta$

fñr $\theta = \frac{\pi}{4}$ gelangt man zu den bekannten Werten
über die Periodicität der Potenzen, so wie auch, dass
2π die Periode der Potenzen ist.

Entwicklung nach $e^{i\theta} = x$, & u als θ von x in $e^{i\theta}$
gezeigt als mit $\ln x$ so ist $e^{i\theta} = x + h$; $e^{i(\theta + h)} = 1 + \frac{h}{x}$

also wenn $\ln(x+h) - \ln(x) = \delta$ so ist $e^{\delta} = 1 + \frac{h}{x}$; $\delta = \frac{h}{x} \frac{1}{e^{\delta} - 1}$

$= \frac{h}{x} \frac{1}{1 + \frac{\delta}{2} + \frac{\delta^2}{6} + \dots}$ und $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln(x)}{h} = \frac{1}{x}$ oder

$\ln(x) = \frac{1}{x}$

Diese Formel ist ganz allgemein. Integriert man über
so nimmt sie die Form

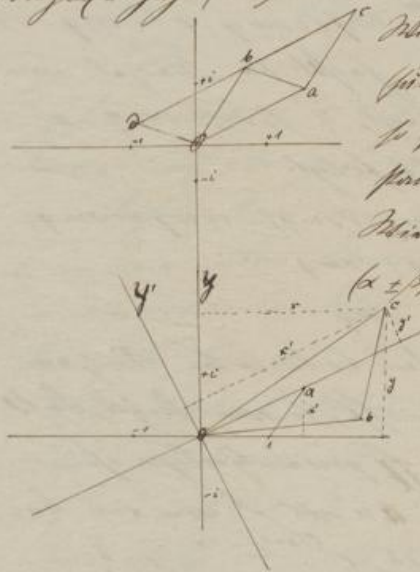
$$\log(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$$

an, die nicht so unersassend zu sein scheint, als das $\frac{1}{x}$.

Summe der Reihe $\ln(x)$ als Summe yamisch mit einer
Reihe ist, u. erspandene für ein mag. Aug. keine Entwicklung
ist. Man sieht sich durch die Formel der Integrationen abstellen.

Die unendliche Reihe
von $x = e^{i\theta}$ ist als $e^{i\theta}$ läng
in θ : $u = \cos \theta + i \sin \theta$ gegeben
Nach der Formel der Potenzen
ist das ist $e^{i\theta}$

Es wird daher möglich sein auf die imaginären oder
komplexen Lösungen der obigen Gleichungen.
Sachen wie auch in einem rechtwinkl. Coordinatensystem,
als Punkt der X , i (dessen Bedeutung nicht auf der Hand
sein mag) als Punkt der Y Achse zu bezeichnen. Der
in Coord. α u. α' fallende Punkt (α, α') so wird durch diesen die
Lösungsgleichung $(\alpha, \alpha') = \alpha + i\alpha'$ repräsentiert.



Will man die beiden $ff. a$ u. b ermitteln
(Substituieren) so muß man setzen $f. c(2)$
so finden, daß derselbe mit b so aus-
penden ist, wie $a(0)$ mit $c(a)$

Man läßt zu setzen $(\alpha, \alpha') / (\beta, \beta')$
 $(\alpha + i\beta, \alpha' + i\beta')$

Die $ff. a$ u. b möglicherweise findet
man $f. c$ finden der mit b so aus-
penden ist, wie a mit 1 . Dann wird
genügt wenn $0a1 \sim 0cb$

Nimmt man nun als X Achse einen
gewissen Coordinatensystem $0a$ und nennt

die Coord. von c in Bezug auf die Achsen x, y ; auf die zugehörige x', y'
so ist

$$x = \lambda x' + \mu y' ; y = \nu x' + \rho y'$$

wo λ, μ, ν, ρ nur von der Richtung von $0a$ abhängen.

Wird nun $(\alpha, \alpha') / (\beta, \beta') = (x, y)$

$$\text{so ist } \frac{x'}{\alpha} = \frac{\beta}{\alpha\beta} ; x' = (\alpha\alpha')/\beta = \alpha\beta$$

$$\frac{y'}{\alpha'} = \frac{\beta'}{\alpha'\beta'} ; y' = (\alpha\alpha')/\beta' = \alpha\beta'$$

Setzt man successiv β und $\beta' = 0$ so ergibt sich

$$\mu = -\frac{\alpha'}{\alpha} , \rho = \frac{\alpha}{\alpha} ; \lambda = \frac{\alpha}{\alpha} , \nu = -\frac{\alpha'}{\alpha}$$

$$\text{und daher } (\alpha, \alpha') / (\beta, \beta') = (\alpha\beta - \alpha'\beta', \alpha\beta' + \alpha'\beta)$$

$$(\alpha + i\beta) / (\beta + i\beta') = (\alpha\beta - \alpha'\beta') + (\alpha\beta' + \alpha'\beta)i$$

mit $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$ beliebige Zahlen bezeichnen. Inwieweit folgt aus
 $i^2 = -1$

Der Begriff der Integration, so wie der gewöhnlichen Aufwärtsgänge
 leicht sich leicht ableiten.

Wenn t eine reelle Gr. in $f(t)$ eine ff. ist, die zwischen t_0 und
 t_1 eindeutig erklärt ist in dem reellen Maßstab, so gilt
 es eine gewisse $f: g(t)$ voraus, daß

$$d. g(t) = f(t) dt$$

Die f nennt man Integral f bei sich

$$g(t) = \int f(t) dt; \quad \int f(t) dt = g(t_1) - g(t_0)$$

Es handelt sich nun um die Darstellung eines Integrals
 zwischen imaginären Grenzen, bei stetiger Änderung
 der W. in f .

Man hat:

$$\int f(z) dz = f_1(\xi - \eta) + f_2(\xi - \eta) + \dots + f_n(\xi - \eta)$$

Es sei nun $z = x + yi$ mit $x = x \cos t = \xi(t)$ $y = x \sin t = \eta(t)$

$$\xi = \xi + \eta i \quad \xi = \rho \cos t = \xi(t) \quad \eta = \rho \sin t = \eta(t)$$

$$\xi_1 = \xi + \eta i \quad \xi_2 = \rho \cos t_2 = \xi(t_2) \quad \eta_2 = \rho \sin t_2 = \eta(t_2)$$

$$z_1 = x_1 + \eta_1 i \quad x_1 = x_1 \cos t_1 = \xi(t_1) \quad y_1 = x_1 \sin t_1 = \eta(t_1)$$

und es wird also dann:

$$f(z_1) = f_1(t_1) + i f_2(t_1)$$

$$f(\xi) = f_1(t) + i f_2(t)$$

$$f(\xi_1) = f_1(t_1) + i f_2(t_1)$$

$$f(z_2) = f_1(t_2) + i f_2(t_2)$$

mit f_1 in f_2 reelle ff. nennt bezeichnen. Dann wird

$$\int_{z_1}^{z_2} f(z) dz = \left\{ \left[f_1(t_2)(\xi - x_1) + f_2(t_2)(\xi_1 - \xi) \right] - \left[f_1(t_1)(\eta - y_1) + f_2(t_1)(\eta_1 - \eta) \right] \right\} \\ + i \left\{ \left[f_1(t_2)(\eta - y_1) + f_2(t_2)(\eta_1 - \eta) \right] - \left[f_1(t_1)(\xi - x_1) + f_2(t_1)(\xi_1 - \xi) \right] \right\}$$

und ganzen $\mathbb{Z}$ fort, in diesem Fall $= f(x)$ ist. Dann fixieren wir uns
 dasjenige einen halben $\mathbb{Z}$ als Ausgangspunkt. So lässt sich zeigen $f(x) = c_0$,
 $g(x) = 0$ in $\mathbb{Z}$ ist, wenn x ein ganzer ist. Das alle $f, g, \dots$ verschwinden
 so ist, wenn x ein ganzer ist, das $f(x)$ in der Linie $f(x)$ ist.

$$f(x) = c_0 + c_1(x-x_0) + c_2(x-x_0)^2 + \dots$$

ausgehend. Dasjenige findet aber nach Wahl mit

$$f_1(x) = c_0(x-x_0) + c_1(x-x_0)^2 + c_2(x-x_0)^3 + \dots$$

so $f_1(x) = f(x)$ oder $f_1(x) = g(x)$ ist, so lässt sich zeigen

$$g(x) = c_0(x-x_0) + c_1(x-x_0)^2 + c_2(x-x_0)^3 + \dots$$

so ist also $g(x)$ von demselben Typus wie $f(x)$.

Gerade können wir für jeden gegebenen Wert des x
 durch $\mathbb{Z}$ fort, dann nach einem Tag heraus, wenn
 die obige Diskussion zu zeigen, die mit der Fortsetzung
 stehen.

Will man also von x_0 ausgehen, den Wert von $f(x_0)$ in $g(x_0)$
 finden, so springt man in x_0 einen $\mathbb{Z}$ der die f verschwindet
 der Bedingung: dasselbe mit der Linie $f(x)$ für x . Dann erfüllt man

$$f(x_0) = c_0 + c_1(x_0-x_0) + c_2(x_0-x_0)^2 + \dots = c_0'$$

$$g(x_0) = d_0 + c_0(x_0-x_0) + c_1(x_0-x_0)^2 + c_2(x_0-x_0)^3 + \dots = d_0'$$

wenn $g(x_0)$ den Wert d_0' haben soll. Galt man jetzt mit gleicher
 Weise von f, g , so ist, indem man wieder einen $\mathbb{Z}$ springt das die
 a verschwindet in der Bedingung: dasselbe mit der Linie in der
 Richtung x_0 für mit x_0 bezeichnet.

$$f(x_1) = c_0' + c_1(x_1-x_0) + c_2(x_1-x_0)^2 + \dots = c_0''$$

$$g(x_1) = d_0' + c_0(x_1-x_0) + c_1(x_1-x_0)^2 + \dots = d_0''$$

Auf diese Weise können man fortsetzen in der Weise für

$f(x_n)$ in $g(x_n)$ erhalten.

Zugleich ist klar dass man nur ein Tag heraus erfüllt.
 Dann werden g, g als Ableitung f haben und so weiter.

beide für einen gewissen $f: x_0$ denselben Werth annehmen, so
 setze man: $2g(x) - 2g(x) = 2(g(x) - g(x)) = 0$

oder $g(x) - g(x) = \text{const.}$ Aber $g(x_0) - g(x_0) = 0$

daher $g(x) = g(x)$.

Es ist jedoch nicht einmal nöthig daß $f(x)$ stetig sei, wenn
 wir die ungelösten Gleichungen, wie oben für g vorausgesetzt,
 in obigen Bedingungen erfüllen. Denken z. B. in x , die beiden
 Gleichungen $x_0 x$, u. x, x_1 zusammen, so kann man $g(x)$ von x_0 bis
 x_1 , dann von x bis x_1 bestimmen, so kann man $g(x)$ von x_0 bis
 x_1 , dann von x bis x_1 bestimmen, so kann man $g(x)$ von x_0 bis
 selben Werthe beginnt, mit dem sie auch endet. Die volle
 Fortsetzung von x_0 bis x_1 u. x bis x_1 ist dasselbe, daß $g(x)$ stetig ist,
 wie für x , selbst noch nicht. Laßt man x über x_0, x u. x_1 über
 x, x_1 u. über x bis x_1 den $f(x)$, so ist, wenn $g(x) = d$.

$$g(x') - g(x) = c_0(x' - x) + \frac{c_1}{2}(x' - x)^2 + \dots$$

$$g(x_1) - g(x) = c_0(x_1 - x) + \frac{c_1}{2}(x_1 - x)^2 + \dots$$

$$\lim_{x' \rightarrow x} \frac{g(x') - g(x)}{x' - x} = \lim_{x_1 \rightarrow x} \frac{g(x_1) - g(x)}{x_1 - x} = f'(x)$$

Auf diese Abhängigkeit ist also f die Ableitung von g .

Man möge der geometrische Ort der Kurven eine gewisse
 ansehnliche Linie der Fläche sein, so daß, wenn man mit
 der Tangente 2. H. annimmt das eine Theil der als Kurve
 bei u. nöthigsten gegebenen Linie in der anderen Theil
 der Fläche übergeführt werden kann ohne einen der mit
 gegebenen f zu überkreuzen. Gehe mit uns weiter.
 Ist der betrachtete Punkt nicht genau einander aus der Linie
 von f a zu f b über, so daß den f $x, x_1, x_2, \dots$ der einen
 Linie zu f $x_1, x_2, x_3, \dots$ der anderen entsprechen, so kann, da
 $f(x)$ stetig ist, der Unterschied $f(x_1) - f(x_2), f(x_2) - f(x_3), \dots$ immer
 einander klein sein; daher muß $f(x_1) - f(x_2)$, was das Ende
 der nachfolgenden Abstände einander, einander klein.

Nun können aber die verschiedenen Werte von $f(x)$ sein. Es fallen
 Reg: nur ein eine einzige Differentialverhältnisse sein. Dieser
 muß in allen Werten $f'(x) = f'(x)$. Also folgt $g'(x) = g'(x)$.
 Nehmen wir zwei beliebige Linien innerhalb des Punktes
 selbst an b zu verbinden, so ist $\int_a^b f'(x) + \int_b^a f'(x) = \int_a^b f'(x) - \int_a^b f'(x) = 0$
 also $\int_a^b f'(x) = g(b) - g(a)$ wenn man b an x einfließen läßt.
 entsprechend, wenn man, die f in dem betrachteten Punkt der
 $f(x)$ einen gewissen Wert f hat.

Es sieht nicht so aus, so geht es in Allgemeinen für $f(x)$
 inwendig viele Werte, doch muß man sich über die Bedeutung des
 einen im beliebigen Punkte eines Wertes. Alle weiteren zu
 fällt.

Entwickeln wir das Integral von $f(x)$ in der Folge: wenn man eine
 Entwicklung: $\int_a^x f(x)$. Es ist dann: $f(x)$ wenn x ist a ist $f(a)$
 bei $x = f(a)$ ein complex. f ist $a = \int_a^x f(x)$; für $a = f(a)$; $b = f(b)$
 so ist $a = \int_a^b f(x)$; da f und f' stetig sind, so geht es f eine
 f ist f' stetig, f' ist f' stetig. Also ist $a = f'(a) - f'(b)$
 bei $a = f' = 5$, so ist $e^{f'} = 5$ also $f' = \frac{5}{5} = \frac{f'(x)}{f'(x)}$
 so ist also $\frac{dx}{x} = \frac{dx}{5}$; $5 \frac{dx}{5} = x \frac{dx}{5} = 0$; daher $x = 5$.

Daher man für t , t , so wird $x = a$, $a = f(a) = 0$ daher $e^{f'} = 1$
 und $c = \frac{1}{a}$; $s = \frac{x}{a}$; folgt man $t = t_2$ so wird $x = b$ und $e^{f'(t_2)} = \frac{b}{a}$
 $f'(t_2) = \ln(\frac{b}{a})$ also $\int_a^b \frac{dx}{x} = \ln(\frac{b}{a})$

Es ist also klar das x also x , wenn a nach t einfließen ist. Das
 Integral: einen Wertes das Logarithmus gleich. Es fragt sich aber
 ob es zu jedem Werte des Integral: ein ausgedrücktes
 Integral gefunden werden kann.

Bei a ein Wertes von $\ln(\frac{b}{a})$; t ein Wertes die x ist
 gegeben b von 0 nach β geht, so ist x von 0 bis 1 erreicht.
 Bei $e^{\beta t} = x$, $\beta dt = \frac{dx}{x}$; in der: wenn man von 0 bis 1 für

Wenn t Logarithmus

t oder von t bis $\frac{1}{2}$ für x so ist $\int \frac{dx}{x} = \beta$.

Denn wenn diese Austauschungen vorgenommen werden so ist es möglich das $f(x)$ für $x = 0$ unendlich wird und zu Null wird. Dies könnte durch einen kleinen Kreis gezeichnet. Auf der x-Achse kann man folgende Konstruktion machen.

Man zeichne von o eine abgemessene Linie, die oben mit t bezeichnet. Die g der selben für $a + bt$.



Setzen wir nun von a nach b integr. so erhalten wir die Linie dx als $x = a + (b-a)t$. Der Wert g ist der Anfang über in $\int \frac{dx}{x} = \int \frac{(b-a)t}{a + (b-a)t} dt$
 $\frac{d}{dt} \int \frac{(b-a)t}{a + (b-a)t} = \int \frac{(b-a)t}{a + (b-a)t} dt = \int \frac{adt}{(a + t(b-a))} = \int \frac{t}{a + t(b-a)} dt = \frac{1}{b-a} \int \frac{t}{a + t(b-a)} dt = \frac{1}{b-a} \ln(a + t(b-a)) = \frac{1}{b-a} \ln x$
 $\int \frac{(b-a)t}{a + (b-a)t} dt = \ln x + c$

von der Linie g zu verstehen ist $\ln g = 0$

so versteht sich für alle f der Fluss mit Rücksicht der Linie on aus $\int \frac{(b-a)t}{a + (b-a)t} dt$, deren Ableitung durch $\frac{1}{x}$ dargestellt ist



Ausdrücken wir nun den Wert von $L(x)$ mit x , mit on bezeichnet. In der f a ganz willkürlich ist zeichnen wir durch o zwei Linien on und on' , die definieren $L(x)$ für die Fluss mit Rücksicht von on , $L(x)$ für die Fluss mit Rücksicht von on' . Dann setzen L und L' für $x=1$ übereinstimmen

für die ganze Fluss mit Rücksicht von on' dieselbe Ableitung.

Zeichnen wir nun L mit L' in L , je nachdem der Wert von x nach x , für von t oder für der Linie on misst. Nimmt man nun bei x , der f x , so ist $\frac{L(x) - L(x')}{x - x'} = \frac{L(x) - L(x')}{x - x'}$, $\partial L(x) = \partial L(x) = \frac{1}{x} dx$.

Nimmt man on' , misst das + Teile von on so findet man ebenso $\partial L(x) = \frac{1}{x} dx$, also $\partial L(x) - \partial L(x') = 0$, $L(x) - L(x') = \omega(\sin p)$

Setzen $\int \frac{dx}{x} = \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{x} = L(x) - L(x') - L(x) + L(x') = L(x') - L(x) + \omega$
 Sind gegeben x und x' eine beliebige Anzahl von Punkten
 stellt n größer n in gegebenen n in gegebenen Linien so ist

$$\int_a^b \frac{dx}{x} = L(b) - L(a) + \omega(m-n)$$

also ist erst mir noch die ω zu bestimmen.

Dankem wir den Logarithmus. Mag etwa nun a so ist der Restpunkt n ; ein solcher Log. heißt ein gewöhnlicher, der Restpunkt ein willkürlicher Logarithmus. Nennen wir t zum Ausdruckszettel n und a als Log. einen Punkt n von 0 mit t dann ist $\int_a^x \frac{dx}{x} = \omega$.

Nun ist der Restpunkt $x = e^t$ mit t von 0 bis 2π geht $\frac{dx}{x} = i dt$

$$\text{also } \omega = \int_a^x \frac{dx}{x} = \int_0^{2\pi} i dt = 2\pi i$$

Um L zu bestimmen geht man so. Diese Eigenschaften der L in $x = e^t$, für $0x$ bedeutet dann $x = e^t$ mit t der absolute Logarithmus der Punkte $0x$ ist bestimmt t entspricht. Dann ist

$$L(x) = \int_a^x \frac{dx}{x} = \int_a^x \frac{dx}{x} = \int_0^x i dt + \int_x^x \frac{dx}{x}$$

und der x ist bestimmt n und

$$L(x) = it + L(x)$$

$$\text{also allgemein } \int_a^x \frac{dx}{x} = L(x) + it + 2\pi ni$$

geht man nun a noch b zu n Linien so ist

$$\int_a^b \frac{dx}{x} = 2\pi ni$$

so kommt ab also ist die Bestimmung der Anzahl der Punkte an, oder vielmehr ist die Zahl der gewöhnlichen Logarithmen. Der Wert der Logarithmus der Linie ganz unbestimmt lassen man so kommt ab mit n ist die Logarithmus der Linie zum Null: an. Diese heißt „Logarithmus der Linie.“

Setzt man nun x_0 die gewöhnliche Linie x_0 x_1 so ist die Linie: der Logarithmus in Logarithmus $x_0 =$ der gewöhnliche Logarithmus in Logarithmus x_1 + der Anzahl der Logarithmen x_0, x_1 . Die Linie von x_1

wird aber nicht geändert wenn man x_1, x_2, x_3 setzt u. s. w. Man kann also die Linie x_0, x_1 in eine Linie L oder n in eine Linie L umwandeln, mit



Man kommt nun zu einer eigentlichen Untersuchung, nämlich zur Darstellung der Länge, ob es einer der folgenden von uns vorausgesetzten Eigenschaften genügt, die die charakteristischen Eigenschaften der Funktionen erfüllen und welche notwendig ein Differentialsystem erfüllt. Sei Q eine solche F., d.h. wenn

$$Q(u) = x, \quad Q(v) = x, \quad Q(u+v) = x_2,$$

so dann eine algebraische Gln. haben

$$Q(x, x_1, x_2) = 0$$

in der die Lsgen von der Bedg. unabhängig sind.

Nehmen wir die partiellen Ableit. nach u u v

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \cdot \frac{dx}{du} + \frac{\partial Q}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{du} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dv} + \frac{\partial Q}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dv} = 0.$$

Weil aber x_2 eine Lsg. von $u+v$ ist

$$\frac{dx_2}{du} = \frac{dx_2}{dv}$$

u daher

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \cdot \frac{dx}{du} - \frac{\partial Q}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{du} = 0$$

Eliminiert man ferner $\frac{dx}{du}$ u $\frac{dx_1}{du}$ so erhält man

$$F(x, x_1, \frac{dx}{du}, \frac{dx_1}{du}) = 0$$

u wenn man $x, \frac{dx}{du}$ spezielle Werte einsetzt

$$F_*(x, x_1) = 0$$

Aus (2) ergibt sich

$$Q(u+v) = Q(Q(u), Q(v), Q'(u), Q'(v))$$

Man

$$Q(u+v+w) = Q(Q(u), Q(v), Q(w), Q'(u), Q'(v), Q'(w) \dots)$$

Man stellt sich hierbei vornehmlich das Q eine Abh. sein u dass für unendlich gewissere Grenzen richtig sei. Es ist der Fall so ist damit auf die Bestimmung der Abh. aller folgenden Grade gegeben. Dann nach (4) folgt

$$\frac{\partial F}{\partial x} \cdot x' + \frac{\partial F}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{du} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{dx_1}{du} = f(x, \frac{dx}{du})$$

Untersuchung der F. für die in der Addition gegeben ist.
 $Q(x, x_1, x_2) = 0$

Als Beispiel:

$$(1) \quad Q(u) = x \quad Q(v) = x_1 \quad Q(u+v) = x_2$$

$$(2) \quad x_2 = \frac{xv}{1+xx_1} : x_2 + x_1 - x_2 + xx_1 x_2 = 0$$

$$(1+x_1x_2) \frac{\partial x}{\partial u} + (xx_1-1) \frac{\partial x_1}{\partial u} = 0$$

$$(1+xx_2) \frac{\partial x_1}{\partial v} + (xx_1-1) \frac{\partial x}{\partial v} = 0$$

$$(1+x_1x_2) \frac{\partial x}{\partial u} - (1+xx_2) \frac{\partial x_1}{\partial v} = 0 \quad (2')$$

$$x_2 = \frac{\frac{\partial x}{\partial u} - \frac{\partial x_1}{\partial v}}{x \frac{\partial x_1}{\partial v} - x_1 \frac{\partial x}{\partial v}} = \frac{x' - x'_1}{xx'_1 - x_1x'}$$

$$= \frac{x+x_1}{1-xx_1}$$

$$x'(1+x_1^2) = x_1'(1+x^2) \quad (3)$$

$$x' = \frac{a(1+x^2)}{b} \quad (4)$$

$$x_2 = \frac{x' - x'_1}{xx'_1 - x_1x'} \quad (5)$$

(4) Dies findet man dann nicht, weil man in (3) die partiellen Ableit. von $x, \frac{dx}{du}$ (u) gleich 0. machen. Aber sind aber dies die Gln. gen.

(5) Man $x = x^2, x' = 2x$. Dann findet bei (2') die Ableit. von $x_2 = \frac{dx_2}{du}$ ist 0, so kann die Gleichung nicht aufgelöst werden, denn sind aber die Ableit. von x, x_1 gen. für $x, x_1, \frac{dx}{du}, \frac{dx_1}{du}$.

Es ist fraglich, ob man
auf dem Grunde für x_2 zu v.
steht man die sogenannte

Es laidet man x' durch unendlich kleinen Zuwachs von x und
man eine unendlich kleine Veränderung, so ist nicht $f(x, x')$

Zu dem Zweck ist man
zu zeigen, dass:

d. f. $\frac{dx}{du}$ stetig ist: p. v.

Wir sind (1) in Lösung nach x_2 vom ersten Gr. ~~folgt~~

~~Es ist nicht alle $x_2 = P(x, x_1)$ und~~

~~in Lösung nach x_1 , wenn man das x_2 setzt man für~~

$$x = P(x_2, (q-v))$$

nicht in Lösung nach x vom ersten Gr., nur v ist konst. behaupt.
hat ist.

$$\text{Man set also } x_2 = \frac{px+q}{rx+s}$$

$$\text{mit } p = p_0 + p_1 v + p_2 v^2 + \dots$$

$$q = q_0 + q_1 v + q_2 v^2 + \dots$$

$$r = r_0 + r_1 v + r_2 v^2 + \dots$$

$$s = s_0 + s_1 v + s_2 v^2 + \dots$$

Setzt man $v=0$, so wird $x_2 = x$ also

$$x = \frac{p_0 x + q_0}{r_0 x + s_0}$$

so folgt auch $q_0=0, r_0=0, s_0=p_0$ also

mit $P(v)$ eine Potenzreihe von v bezeichnet. Dann ist

$$x_2 - x = \frac{-v p_1 x^2 + v(p_2 p_1 x + p_1^2)}{v p_1 x + (p_0 + v p_2)}$$

bedeutet man durch v nicht ab $= 0$ so erfüllt man

$$(4') \quad \frac{dx}{du} = ax^2 + bx + c$$

eine Gl. mit der man nun die sogenannte Gl. erhalten
kann man erfüllt.

Nehmen wir also an, dass (1) in Lösung nach x_2 vom
ersten Gr. sei, dann wird die Lösbarkeit von

$$\frac{dx}{du} = y \quad \frac{dy}{du} = y_1 \quad \frac{dy_1}{du} = y_2$$

so aufstellen wie mit (3)

$$x_2 = \frac{x+x_1}{1-xx_1}$$

$$x = \frac{x_2+x_1}{1-x_2x_1} \quad \text{mit in}$$

in einem Falle $x_1 = -x$ ist

$$x_2 = \frac{1-x+x_1}{-x_1x+1}$$

$$q_0=0, r_0=0, s_0=p_0 \quad \text{für}$$

$$v=0$$

$$x = \frac{1-x}{1}$$

$$x_2 - x = \frac{x+x_1+x_1x^2-x}{-x_1x+1}$$

$$= \frac{x_1(x^2+1)}{1-xx_1}$$

$$u: f. 19.$$

Es sind gezeigt, dass man
die Gl. zwischen x und x_2 vom
ersten Gr. ist, die
zwischen x und x' die Form
(4') annehmen muss.

$$x_2 = P_1(x, y, x_1, y_1)$$

Differenziert man $\bar{x}$ betrachtet $\bar{y}$ $\bar{x}$ und $\bar{y}$ sind die selben
 Diff. quod. zweigeteilt werden können so ergibt sich

$$y_2 = P_2(x, y, x_1, y_1)$$

Setzt man wieder $v, -v$; $u, u+v$, so wird

$$x = P_1(x_2, y_2, P(v), P(-v))$$

$$y = P_2(x_2, y_2, P(v), P(-v))$$

Nun soll (6) in Lösung mit x übereinstimmen, d. h.

$$x_2 = p \pm q \sqrt{P(x)}$$

Setzt man dies in (6) ein und bezeichnet mit $\bar{P}$ den Rest
 von P , so stellt man sich $\bar{P}$ in y ein, so ist

$$(x_2 - \bar{P}) / (x_2 - \bar{P}) = 0$$

so dass gewisse x und x_2 eine gewisse Gl. befallen. In

$$lx^2 + mx + n = 0$$

sind also l, m, n ganze St. von x, x_1, y_1

Staus ergibt sich wenn man (8) nach x auflöst.

$$lx^2 + mx + n = 0$$

von l, m, n ganze St. von x_1, x, y .

Aus (8) folgt

$$x_2 = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4ln}}{2l}$$

und so ist

$$\begin{cases} l = ax^2 + bx + c \\ m = a_1x^2 + b_1x + c_1 \\ n = a_2x^2 + b_2x + c_2 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{da diese nach } x \text{ quadratisch} \\ \text{sind, sein sie mit } v \text{ av.} \\ \text{quadr.} \end{array} \right\} \quad (10)$$

Nun lassen sich l, m, n nach v auflösen,
 so dass in (9) nur noch die Koeffizienten vorkommen,
 können wir die selben l, m, n zugleich zu
 0 machen werden, vorausgesetzt, es sein können
 also setzen.

$$l = l_0 + l_1 v + l_2 v^2 + \dots$$

$$(11) \quad m = m_0 + m_1 v + m_2 v^2 + \dots$$

$$n = n_0 + n_1 v + n_2 v^2 + \dots$$

wo l_0, m_0, n_0 nicht zugleich Null sein dürfen. Setzt man in (9) $v=0$ so wird

$$x = \frac{-m_0 + \sqrt{m_0^2 - 4l_0 n_0}}{2l_0} = -\frac{m_0}{2l_0} + \sqrt{\frac{m_0^2}{4l_0^2} - \frac{n_0}{l_0}}$$

Wenn man $l_0 = 0$, so müsste auch m_0 & $n_0 = 0$ sein, so dass l_0 nicht $= 0$ sein kann.

Setzt man ferner

$$\sqrt{m^2 - 4ln} = \sqrt{(r_0 + r_1 v + r_2 v^2 + \dots)^2 - 4(l_0 + l_1 v + \dots)(n_0 + n_1 v + \dots)}$$

so lässt sich zeigen dass r_0 & $r_1 = 0$ sein müssen.

Setzt man in (9) $v=0$ & entwickelt m_0, l_0, n_0 nach x so wird

$$x = \frac{-(\alpha_1 x^2 + \beta_1 x + \gamma_1) + \sqrt{(\alpha_1 x^2 + \beta_1 x + \gamma_1)^2 - 4(\alpha_1 x^2 + \beta_1 x + \gamma_1)(\alpha_2 x^2 + \beta_2 x + \gamma_2)}}{2(\alpha_1 x^2 + \beta_1 x + \gamma_1)}$$

Wenn $l_0 = \alpha_1 x^2 + \beta_1 x + \gamma_1$
 $m_0 = \alpha_2 x^2 + \beta_2 x + \gamma_2$
 $n_0 = \alpha_3 x^2 + \beta_3 x + \gamma_3$

weiter setzen man so dass
 $l = (\alpha_1 x^2 + \beta_1 x + \gamma_1) x^2 + (\alpha_2 x^2 + \beta_2 x + \gamma_2) x + (\alpha_3 x^2 + \beta_3 x + \gamma_3)$
 $m = (\alpha_1 x^2 + \beta_1 x + \gamma_1) x^2 + (\alpha_2 x^2 + \beta_2 x + \gamma_2) x + (\alpha_3 x^2 + \beta_3 x + \gamma_3)$
 $n = (\alpha_1 x^2 + \beta_1 x + \gamma_1) x^2 + (\alpha_2 x^2 + \beta_2 x + \gamma_2) x + (\alpha_3 x^2 + \beta_3 x + \gamma_3)$

Nun ist das Zähler Nenner vom zweiten Gr. Grad. Das ist aber dann nur dann wenn $\alpha = 0$. Dann aber wird die Differenz unter der Wurzel beginnend mit $\alpha_1 x^4$ also nach Entwicklung wird der Zähler nur vom ersten Gr. sein; das ist nicht möglich. Also muss $\beta = 0$. Dann aber wird die Differenz beginnend mit $\alpha_1 x^4 + 2\alpha_1 \beta_1 x^3$ also selbstständig von der ersten Potenz nicht dem Zähler. Das ist unmöglich; daher darf die Differenz keinen Einfluss auf den Zähler haben: d.h. r_0 muss $= 0$ sein, d.h. das ist nicht möglich wenn $\alpha = \beta = \alpha_1 = 0$.

Dann folgt weiter weil $n = -lx^2 - mx$

$$(9) \quad (2lx + m)^2 = m^2 - 4ln = r_1 v + r_2 v^2 + \dots$$

so muss also auch $r_1 = 0$ sein. Hieraus ergibt sich

$$x_2 = \frac{-(m_0 + m_1 v + \dots) + v \sqrt{(r_1 + r_2 v + \dots)^2 - 4(l_0 + l_1 v + \dots)(n_0 + n_1 v + \dots)}}{2(l_0 + l_1 v + \dots)}$$

$$x_1 - x = \frac{2(l_1 m_0 - l_0 m_1 / v + \dots) + l_0 v \sqrt{(r_1 + r_2 v + \dots)^2 - 4(l_0 + l_1 v + \dots)(n_0 + n_1 v + \dots)}}{2l_0(l_0 + l_1 v + \dots)}$$

also

$$\lim_{v \rightarrow 0} \frac{x_2 - x}{v} = \frac{dx}{dv} = \frac{p + 4v\sqrt{R}}{2\sqrt{R}} = \frac{q + \sqrt{R}}{2\sqrt{R}}$$

Es ist hierbei x_2 bestimmt wenn 4 von q wegfällt, also wenn wir zu neuen Resultaten gelangen wollen können gewöhnlich leichter finden.

Dies setzen wir in

$$y = P + Q\sqrt{R(x)} \quad (12')$$

$R(x)$ ist von x_2 nur durch einen const. Factor zu setzen. Es ist Q selbst ein bestimmter wenn 4 von q wegfällt. Es ist leicht zu zeigen, dass wenn wir neue x_2 finden wollen, $P = 0$, $Q = \text{const}$ sein muss.

Setzt man in (6), den Werth von y aus (12') ein, so erfüllt man

$$x_2 = H_1(x) + H_2(x)\sqrt{R(x)}$$

Setzt man ferner in (6) den Werth von y , so muss, eifolgt sein dass y gefunden ist ein, so wird

$$x_2 = H_1(x_2) + H_2(x_2)\sqrt{R(x_2)}$$

Man muss $m_2 = 4$ zu bestimmen einen const. willkürlich von v abhängigen Factor mit $R(x)$, analog $m_2 = 4$ zu x_2 mit $R(x_2)$ übereinstimmen. Bei also

$$\sqrt{m_2 - 4}x_2 = \sqrt{R_2}\sqrt{R(x)}; \quad \sqrt{m_2 - 4}x = \sqrt{R}\sqrt{R(x)}$$

so da zeigen wir $\sqrt{R_2}$ ist $\sqrt{R}$ so gewiss, dass

$$\frac{dx_2}{\sqrt{R(x_2)}} = \frac{\sqrt{R_2}}{\sqrt{R}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{R(x)}} = \psi(v) \frac{dx}{\sqrt{R(x)}}$$

also

$$\frac{dx_2}{\sqrt{R(x_2)}} = \psi(v) \frac{dx}{\sqrt{R(x)}}$$

Aus (v) erfüllt man also

$$A_2 + \frac{P_2}{\sqrt{R(x)}} = \psi(v) \left(A + \frac{P}{\sqrt{R(x)}} \right)$$

oder

$$f(u+v) = \psi(v) f(u)$$

Es ist L können wir als eindeutig betrachtet, da



In der Differentialgl. der
neuen x_2 wird auch
verfügt.

Setzt (9') setzen wir dx
 $2Lx + m = \sqrt{R(x)}$ in dx
 $2Lx + m_2 = \sqrt{R_2(x)}$; da
ein, sein P_2 zu P
beziehen ist

$$\frac{dx}{2Lx + m} = - \frac{dx}{2Lx + m_2}$$

$$\text{so ist } \frac{dx_2}{\sqrt{R(x_2)}} = - \frac{\sqrt{R_2}}{R} \cdot \frac{dx}{\sqrt{R(x)}}$$

oder $\sqrt{R_2} = \psi(v)$ von v
abhängen kann.

Die Wurzel muss ein Zeichen haben soll. Ist $\varphi(v)$
 eine reelle Zahl $\neq 0$, dann v , dann $\varphi(v)$ ist ein
 $f(0) = a$ gesetzt wird

$$f(v) = a \varphi(v)$$

oder

$$f(u+v) = \frac{1}{a} f(u) f(v)$$

Dies gibt aber $f(u) = c e^u$ und x wird eine
 reelle Zahl $\neq 0$.

Nun sei $f(v) = c$, dann wird

$$f(u+v) = c f(u)$$

Dann wenn $u+v = \text{const} = t$ und $v = t-u$
 so wird: $f(u) = \text{const}$

oder, wenn

$$Q + \frac{P}{\sqrt{Mx}} = \text{const}$$

so muss $Q = \text{const}$; $P = 0$. In R eine $\mathcal{H}$ vom 4ten Gr. ist.
 Zu denselben Resultaten gelangt man auch folgen.
 In allgemeinen Fällen, die aber etwas mehr
 Aufmerksamkeit erfordern.

$$\text{Es ist } x_2 = x + \frac{x'}{2} v + \frac{x''}{2} v^2 + \dots$$

$$x_2^2 = x^2 + (2xx')v + (x^2x'' + x'^2)v^2 + 2(\frac{x'x''}{2} + \frac{x'x'''}{3})v^3 + \dots$$

Substituiert man diese Werte in die von l, m, n mit
 (8) ein so erfüllt man eine Reihe die
 identisch $= 0$ sein muss, deren Coeff. alle identisch
 $= 0$ sind. Es ist daher, weil die l, m und n von x sind

$$l_0 x^2 + m_0 x + n_0 = 0$$

$$(2l_0 x + m_0) x' + l_1 x^2 + m_1 x + n_1 = 0$$

$$l_0 x^3 + \frac{1}{2}(2l_0 x + m_0) x'' + (2l_1 x + m_1) x' + l_2 x^2 + m_2 x + n_2 = 0$$

Aus der mittl. Gleichung folgt, dass

$$2l_0 x + m_0 = 0$$

weil $\frac{dx}{du}$ eine Wert nimmt $\neq 0$ von x verschieden
 $Q(u)$ mit $Q(u)$ zusammen $Q(u)$ zu $Q(u)$ können. Dasselbe gilt

$$l_0 x^2 + m_0 x + n_0 = 0$$

folglich gilt auch das auf der Gl. $x(2l_0 x + m_0) + m_0 x + 2n_0 = m_0 x + 2n_0 = 0$ sind der
 $2l_0 x + m_0 = 0$ so ist richtig
 $n_0 = -l_0 x^2$

es folgt, dass l_0 nicht 0, m_0 vom ersten Gr., n_0 vom
 zweiten; l_0 vom $\frac{dx}{du}$ ~~abhängt~~. Auf der dritten der
 übrigen Gl wird dann

$$\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \frac{2l_0 x + m_0}{l_0} \frac{dx}{du} + \frac{l_0 x^2 + m_0 x + n_0}{l_0} = 0$$

Auf der übrigen Bestimmung folgt dass die Wurzel
 die man mit dieser Gl aufstellt $\frac{dx}{du}$ sein muss $\frac{dx}{du}$
 sein kann.

Wählt man jetzt in

$$Q(u+a) = Q(u) + Q'(u)a + \frac{Q''(u)}{2!}a^2 + \dots$$

a so dass $Q(a) = 0$ wird was a eine der Wurzeln von
 $R(x) = 0$

ist. Dann wird

$$R(x) = [R'(a) + R''(a)\frac{x-a}{2!} + \dots](x-a)$$

Setzt man dies in

$$x = a + a'u + \frac{a''}{2!}u^2 + \dots; \quad x-a = a'u + \frac{a''}{2!}u^2 + \dots$$

$$\frac{dx}{du} = a' + a''u + \frac{a'''}{2!}u^2 + \dots \quad \sqrt{R(x)} = \sqrt{(c_0 + c_1 u + c_2 u^2 + \dots)(a'u + \frac{a''}{2!}u^2 + \dots)} = u \sqrt{c_0 a' + d_1 u + d_2 u^2 + \dots}$$

$$\text{in } \frac{dx}{du} = Gx + \sqrt{R(x)}$$

ein so muss die Gl identisch erfüllt sein. Wenn man
 aber weiß dass die Wurzel eine ganze Zahl $\sqrt{x-a}$ nicht
 aber gebrochen liefern, also muss $a' = 0$ sein und die
 Wurzel für $x=a$ oder $u=0$ verschwinden. Aber richtig

$\frac{dx}{du}$ verschwindet dann. Dasselbe ist für alle Wurzeln

von $R(x) = 0$ richtig $G'(x) = 0$. $G(x)$ ist aber nur von x vom

ersten Gr. so muss daher auch $R(x)$ vom ersten Gr. und $\frac{dx}{du}$ nur ist man
 nicht $\frac{dx}{du}$

oder $Qx = 0$ sein.

Man kann also das die gesuchte L. wenn sie eine reelle Wurzel hat. Gesucht soll die Gl.

$$(13) \left(\frac{Qx}{Q_0}\right)^2 = A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 + A_4x^4 = R(x)$$

gewinnen muß von A_0 bis A_4 , nicht zu gleich 0 sind. Zuversicht ist es notwendig eine Reihe zu finden die

(14) formal genügt u. notwendig innerhalb gewisser Grenzen ausgedr. sich halten die Reihe nachher oder gegebenen Form sein. so wie man damit die Unmöglichkeit der gesuchten L. nachweisen. Die Reihe kann sein wie man die Entwicklung der Reihe, dann folgt unmittelbar das man für jedes u. entsprechende Reihe besitzt. dann $Q(u) = Q(u)$ ist. Dann ist

$$Q(u+v) = \frac{Q(u)Q(v)}{Q'(u)Q'(v)}$$

u. setzen wir für u, v für $u, v + \delta$ so wird

$$Q(u+\delta) = \frac{Q(u)Q(u+\delta)}{Q'(u)Q'(u+\delta)}$$

ergibt die Reihe man für u so wird für u ; folglich kann $Q(u)$ nach $Q'(u)$ entwickelt werden so ist

$$Q(u+\delta) = \frac{Q(u)Q'(u+\delta)}{Q'(u)Q'(u+\delta)}$$

Das man $\delta=0$ so ist $Q(u) = \frac{Q(u)}{Q'(u)}$

Das man nun in dem obigen Satz für $Q(u+\delta); \delta=0$ u. $u=2u$ so wird

$$Q(2u) = \frac{Q(u)Q'(u)}{Q'(u)Q'(u)}$$

Der Logarithmus hat sich als Funktion der Reihe zu entwickeln. Auf diese Weise kann man beliebig weit fortsetzen. Es ist nur noch nachzuweisen, daß die bei verschiedenen Logarithmen erhaltenen Reihen gleich sind. Man kann

zwei Brüche von denen man weiß daß sie immer
 falls gewisse Grenzen mit der ursprünglichen L. über,
 einstimmen. Man läßt sich $X_1 Y_1 - Y_1 X_1$ in eine versch. Potenz
 u. steigende Reihe entwickeln so daß

$$X_1 Y_1 - Y_1 X_1 = C_0 + C_1 u + C_2 u^2 + \dots$$

Zunächst jener Grenze ist die Summe der Reihe = 0

daß ist muß $X_1 Y_1 - Y_1 X_1 = 0$

Es wird sein, daß die Reihe convergiert, d. h. konvergiert

$\frac{X_1}{X_2}$ u. $\frac{Y_1}{Y_2}$ definiert sind. (2te Forderung)

Daher man also

$$X = a_0 u + a_1 u^2 + a_2 u^3 + \dots + a_n u^n \quad (14)$$

indem wir $Q(u)$ für $u=0$ aufheben lassen. Um die

Reihe zu entwickeln setzen wir $X = \left(\frac{dX}{du}\right)_0 u + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 X}{du^2}\right)_0 u^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{d^3 X}{du^3}\right)_0 u^3 + \dots$

$$\frac{dX}{du} = \frac{1}{2} A_1 + A_2 X + \frac{1}{2} A_3 X^2 + 2 A_4 X^3 \quad (15)$$

Setzt man die bekannten Werte ein (14) für u , u
 ein in (15) so findet man leicht, daß

$$a_1 = \sqrt{A_0} \quad a_2 = \frac{A_1}{4} \quad a_3 = \frac{A_1^2 + 4 A_2 \sqrt{A_0}}{24 \sqrt{A_0}}$$

daß ferner a_n eine ganze L. von A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 ist. Setzt man a_{n+1} ein ganz d. man
 sind $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ also von $\sqrt{A_0}, A_1, A_2, A_3, A_4$. Lagrange A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 zeigen
 man die Lösung der Form von $\frac{dX}{du}$ und $\frac{d^2 X}{du^2}$ a_{n+1} von $\sqrt{A_0}, A_1, A_2, A_3, A_4$

$$F_{\lambda}(x) = F_{\lambda+1}(x) \frac{dx}{du}$$

so läßt sich leicht beweisen daß

$$F_{\lambda+1}(x) = R(x) F_{\lambda}(x) + \frac{1}{2} R'(x) F_{\lambda+1}(x) \quad (16)$$

$$F_{\lambda+1}(x) = F_{\lambda}'(x)$$

Es wird also alles an sein um das allgemeine. Letztlich
 geht die Reihe, die Lösung der Reihe zu
 greifen. Man verfahren also folgendermaßen
 Man setzt für $R(x), \alpha(1+\beta x)^n$ und nimmt α so

so, daß $A_1, A_2, \dots$ u. s. w. Maassen sind also die aufgestellten
in Glindern. Dann ist

$$\frac{dx}{du} = \alpha(1+\beta x)^2$$

$$\alpha du = \frac{dx}{(1+\beta x)^2} \quad \alpha u = \frac{1}{\beta(1+\beta x)} + \frac{1}{\beta}$$

$$1+\beta x = \frac{1}{1-\alpha\beta u}$$

$$x = \frac{1}{\beta}(\alpha\beta u + \alpha^2\beta^2 u^2 + \alpha^3\beta^3 u^3 + \dots)$$

Die Reihe konvergiert, wenn $\alpha\beta u < 1$. Derselbe muß
also auf mit der zu untersuchenden Reihe in Einklang sein.
Nunmehr

$$R'(x) = R_1, \quad R''(x) = R_2, \quad R'''(x) = R_3, \quad R^{(4)}(x) = R_4, \quad \text{so ist}$$

$$(7) \quad F_1 = 1; \quad F_2 = \frac{1}{4} R_1; \quad F_3 = \frac{1}{8} R_2; \quad F_4 = \frac{1}{8} R_1 R_2 + \frac{1}{48} R_1^3$$

$$F_5 = \frac{1}{10} R_1 R_2 + \frac{3}{80} R_1^2 R_2 + \frac{1}{120} R_1^3; \quad F_6 = \frac{1}{20} R_1 R_2^2 + \frac{1}{240} R_1^2 R_2^2 + \frac{1}{120} R_1^3 R_2$$

Setzt man in den Bruchstrichen für $F, x=0$ so warren.
Daher ist die Reihe in x mit aufgestellten Gliedern.

Setzt x für $u=0$ den Werth a setzen, so setzt man

$$(8) \quad x \text{ für } u=0 \text{ den Werth } a = 2 \text{ setzen. Dann setzen wir}$$

$$y = \frac{1}{x} \text{ Dann ist } \left(\frac{dx}{du}\right)^2 = \left(\frac{dy}{du}\right)^2 \frac{1}{y^2} \text{ Wenn man setzt also}$$

derselbe Differ. Gl. zwischen y und u wie zwischen x und u
nur daß die Ordnung der Glieder um 1 die umge-
kehrt ist. Bezeichnet man also mit $\bar{F}$ das, was F
wird, wenn man $A_1, A_2, \dots$ mit $A_2, A_3, \dots$ vertauscht,
so ist

$$(8) \quad \frac{1}{x} = \frac{\bar{F}_1}{2!} u^2 + \frac{\bar{F}_2}{4!} u^4 + \dots + \sqrt{A_2} \left(u + \frac{\bar{F}_2}{2!} u^3 + \dots\right)$$

so in Lösung auf das setzen

$$\sqrt{A_2} = -\left[\frac{dx}{du}\right]_{u=0}$$

so handelt es sich nun darum für $u=0$ d. h. das
Additionsgesetz zu beweisen. Man könnte das
Leichte zu führen, daß man die Formel für $x=0$

$$\text{Wenn set } R_1' = 2R_2$$

$$R_2' = 3R_3$$

$$R_3' = 4R_4$$

$$\text{Dann ist } \frac{F_4}{4!} \text{ z. L.}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{F_2}{2!} R_1 + \frac{1}{4!} \cdot \frac{F_2}{2!} R_1'$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} R_1^2 R_2 + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} R_1^3$$

$$= \frac{3}{24} R_1 R_2 + \frac{1}{24} R_1^3 = \frac{1}{8} R_1 R_2 + \frac{1}{24} R_1^3$$

in der Diff. ihrer Richtigkeit zeigt. Ist man
aber wenig zu dem bisher angegebenen Verfahren
gewohnt.

Zunächst läßt sich zeigen, daß man x der Diff. Gl. (13)
genügt derselben mit x , der Fall ist. Oder allgemein:

Laßt man s in x eine Gl.

$$Ls' + ms + n = 0$$

die man sich von x überzeugt die Form

$$L_1 x' + m_1 x + n_1 = 0$$

erhält, so folgt, wie oben (S. 18)

$$\frac{dx}{2Ls+m} = - \frac{ds}{2L_1 x + m_1} \quad \text{Man set nützlich: } (2ax+b)s^2 + (2a_1x+b_1)s + (2a_2x+b_2) ds$$

Setzt man nun

$$(2Ls+m)^2 = m^2 - 4Ln = K(R_1) \quad \text{und} \quad (2L_1 x + m_1)^2 = m_1^2 - 4L_1 n_1 = K(R_2)$$

so R_1 u. R_2 nicht identisch zu sein brauchen, so kann

man aber das zeigen wenn R_1 u. R_2 verschieden, daß

$$\frac{dx}{\sqrt{R_1(x)}} = \frac{ds}{\sqrt{R_2(s)}}$$

genügt also x der Gl. (12) d. h. ist x eine allg. L. so
müß s . Vollan beide von derselben Art sein, so müß

die 9 L. in (10) u. bezeichnen sein daß R_1 u. R_2 diesel.

ben L. sind. Dies ist aber sehr einzuweisen, der

genügen der L. nur 5 Gl. bezeichnen, die man aufstellt,

wann man die L. in gleichen Zeit von x u. s gleich

setzt. Ist also s eine zweideutige L. zwischen s u.

x , u. man setzt für x eine L. (13) bestimmt allg. L. ein

so ist s ebenfalls eine solche, u. man kann von

der 9. gewöhnliche Platz der L. in Gl. (10) setzen war

einsetzen. Setzt die Gl. zwischen x u. s die Form

$$(px^2 + qx + r)s^2 + (9x^2 + 9x + 9)s + (9x^2 + 9x + 9) = 0$$

$$(ps^2 + qs^2 + r)s^2 + (p_1s^2 + q_1s + r_1)x + (p_2s^2 + q_2s + r_2) = 0$$

Formformation von
Rx, und die neu.
fünften Lagen, wobei
Rx gegeben ist und Rx,
gegeben wird.

1) unit $L = px^2 + p_1x + p_2$

so muß, wenn in $K(2,5)$ die fünfte Zeile verschwinden soll,
 $p^2 - 4pp = 0$ d. h. p ein Quadrat sein. Das heißt $p = 0$
 oder $p = 1$ (wobei $p = 1$ nicht möglich ist). Die Werte

19 (a) $l = (x - x_0)^2$ nur x_0 die aufste. Länge: ist.

Wenn mich in so garwicht werden, dass

$$m - k \quad G(x) = 4/(x - x_0)^2$$

sinan qu'indrolojijon Suctos forba. Man fatya ulfa

$$m = m_0 + m_1(x - x_0) + m_2(x - x_0)^2; \quad R(x) = R_0 + R_1(x - x_0) + R_2(x - x_0)^2.$$

se folgt.

$$J_{m_0}^2 = k R_0^2 \quad ; \quad 2 m_0 m_1 = k R_1$$

(new R_0 fine $R(x_0)$; R_1 fine $R'(x_0)$ the River merges itself.)

$$\frac{M_0}{2 M_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

$\frac{2m_1}{\rho_1} \rho_1 = - \frac{\rho_0}{g} (19.1) m_1 = - \frac{\rho_1}{19}$
 uso g. la grama d'acqua. L'acqua è vari

$$R = \frac{R_0}{g^2}$$

Die Paraden bleibt noch m. belibig, in seiner fahen

(19, d) $m_2 = -\frac{h}{g}$

noch die dritte Lufte. Dann nochmal pfeif

$$L = (x - x_0)^2$$

$$(19) \quad -m = \frac{1}{g} \left(P_0 + \frac{P_1}{2}(x-x_0) + \frac{h}{2}(x-x_0)^2 \right)$$

$$n = \frac{1}{4g} \cdot \left(\left(\frac{P_1}{V} + 2kP_0 - P_0P_1 \right) + (kP_1 - P_0P_2)(x-x_0) + (k^2P_2 - P_0P_3)(x-x_0)^2 \right)$$

Van ip

$$m^2 - 4ln = \frac{R(x_0) R(x)}{g'}$$

Infant

$$S = \frac{-gm + \sqrt{R(x_i)R(x)}}{2(x-x_i)'g} = \frac{-gm + \sqrt{R(x_0)} \cdot \frac{8x}{2x}}{2(x-x_0)'g}$$

Entwickelt man die Kraft aus $(x-x_1)^2, (x-x_2)^2, \dots, (x-x_n)^2$ so ist

$p, q, r; p_0, q_0, r_0; p_1, q_1, r_1$ befinden man die Matrizen von
 $\mathcal{L}_1, \mathcal{M}_1, \mathcal{N}_1$ zu geben ergibt sich:

$$l_2 = s^2 - 4s + \frac{4^2}{9} P_0 P_1$$

$$m_2 = -\frac{9}{4} P_1 s + \frac{4^2}{9} P_0 P_2$$

$$n_2 = -\frac{9}{4} P_2 s + \frac{4^2}{9} (2P_0 P_1 - P_1 P_2 + \frac{1}{4} P_1^2)$$

Desweiter erfüllt man für die ersten Glieder von m_1, n_1 , wenn man P_0 voraussetzt: $49s^3 - (P_1/5h)s^2$
 was man über die Lsg. g. h. so versteht, dass

$$g=1 \quad h = \frac{1}{5} P_1$$

Gleichung erfüllt man die in Klammern stehenden Ausdrücke.

$$\left. \begin{aligned} l_2 &= s^2 - \frac{1}{5} P_1 s + \frac{P_1^2 - 36 P_0 P_1}{36} \\ m_2 &= -\frac{9}{4} P_1 s + \frac{P_1 P_2 - 6 P_0 P_2}{24} \\ n_2 &= -\frac{9}{4} P_2 s + \frac{-8 P_0 P_1 + 3 P_1^2}{48} \end{aligned} \right\} (20)$$

in der Weise zu vermerken schreiben wir

$$P_2(s) = 4s^3 - g_2 s^2 - g_1$$

$$g_2 = P_1 P_2 - \frac{1}{4} P_1 P_2 + \frac{1}{12} P_1^2$$

$$g_1 = \frac{1}{6} P_0 P_1 P_2 + \frac{1}{48} P_1 P_2 P_3 - \frac{1}{16} P_0 P_2^2 - \frac{1}{16} P_1^2 P_2 - \frac{1}{240} P_1^3$$

Die so bestimmten Ausdrücke sind von x_0 unabhängig

$$\text{Denn in } P_1 = \frac{2P_0}{x_0}, P_2 = \frac{1}{2} \frac{2P_1}{x_0}, P_3 = \frac{1}{3} \frac{2P_2}{x_0}, P_4 = \frac{1}{4} \frac{2P_3}{x_0}$$

$$\text{so wird } \frac{2P_1}{x_0} \text{ und } \frac{2P_2}{x_0} = 0.$$

Die für $x = y$ nimmt folgenden Ausdruck an

$$P_2(x) = Ax^4 + 4Bx^3 + 6Cx^2 + 4Dx + A$$

Desweiter wird, weil $P_0^{(0)} = A, P_1^{(0)} = 4B, P_2^{(0)} = 6C, P_3^{(0)} = 4D, P_4^{(0)} = A$ ist, und

$$g_2 = AA - 4B^2 + 3C^2$$

$$g_1 = AC^2 + 2BCD - 4B^2 - 4B^2 - C^3$$

$$s = \frac{1}{2(x-x_0)} \frac{d}{dx} \left(\frac{P_2(x)}{x-x_0} + \frac{P_1(x)}{x-x_0} + \frac{1}{2} \frac{P_0(x)}{(x-x_0)^2} + \frac{1}{6} \frac{P_1(x)}{(x-x_0)^3} \right) = \frac{-m + \sqrt{m^2 - 4A}}{2L}$$

$$\begin{aligned} P_0 x &= Ax^4 + 4Bx^3 + 6Cx^2 + 4Dx + A \\ P_1 x &= 4Ax^3 + 12Bx^2 + 12Cx + 4D \\ P_2 x &= 6Ax^2 + 12Bx + 6C \\ P_3 x &= 4Ax + 4B \\ P_4 x &= A \end{aligned}$$

Desweiter nach folgender

$$L = (x-x_0)^2$$

$$-m = Ax_0^2 x^2 + 2Bx_0 x(x_0+x) + C(x_0+x)^2 + 2D(x_0+x) + A$$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{2} \left(\frac{P_2(x)}{(x-x_0)^2} + \frac{P_1(x)}{(x-x_0)} + \frac{1}{2} \frac{P_0(x)}{(x-x_0)^2} + \frac{1}{6} \frac{P_1(x)}{(x-x_0)^3} \right) = (B^2 - AC)/(x-x_0)^2 + (AC - AB)/(x-x_0) + \frac{1}{4} (C^2 - 4AB)/(x-x_0)^2 + \frac{1}{6} (C^2 - 4AB)/(x-x_0) + (AB - AC) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{P_1^2}{x_0^2} + 2 \frac{P_0 P_1}{x_0} - P_1 P_2 \right) \end{aligned}$$

$$f(u) = \frac{1}{u^2} + g_2 u^2 + \frac{g_4 u^4}{4 \cdot 5} + \frac{g_6 u^6}{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11} + \frac{g_8 u^8}{16 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11} + \dots \quad (22)$$

Die Lösung findet man, ist nach der Form der Reihe gegeben
 von laibleman durch Differ. von $(\frac{df}{du})^2 = 3p^2(u) - g_2 f(u) - g_3$ und
 $2 \frac{d^2 f}{du^2} = 12p^2(u) - g_2$

Wenn fol dann

$$2 \frac{d^2 p}{du^2} = \frac{228a}{u^4} + 2.12b + 2.34cu^2 + 256du^4, \dots$$

$$= \frac{12a^2}{u^4} + (24ab - g) + 24ac u^2 + (34ad + 12b^2) u^4, \dots$$

Die Lösung ist ferner nicht zu bestimmen
 Man findet aber durch Lösung der
 Diff. von u^2 in der Diff. Gl. nach g gegeben
 Der Übergang von $p(u)$ zu $f(u)$ ist umgekehrt ist gegeben durch $12a^2 + 16ac - g_3$
 oder $c = \frac{g_3}{16a}$

Der Übergang von $p(u)$ zu $f(u)$ ist umgekehrt ist gegeben durch $12a^2 + 16ac - g_3$
 oder $c = \frac{g_3}{16a}$

Die Lösung ist ferner nicht zu bestimmen

$$(a) \quad p(u) = \frac{-m(p(u), p'(u), p''(u), \dots) + p'(u) p''(u)}{2(p(u) - p'(u))^2}$$

Die Lösung ist ferner nicht zu bestimmen

$$(b) \quad p(u) = \frac{-m_2(p(u), p'(u), p''(u), \dots) + p'(u) p''(u)}{2 \cdot L_2(p(u), p'(u), p''(u), \dots)}$$

(23)

$$s = \frac{-m + \sqrt{R(x)}}{2(x-x_0)^2} = \frac{-m(\dots) + p'(u)p''(u)}{2(p(u) - p'(u))^2}$$

$$(c) \quad p'(u) = \left(\frac{\frac{1}{2} R'(x)}{(x-x_0)^2} - \frac{R(x)}{(x-x_0)^3} \right) \sqrt{R(x)} - \left(\frac{\frac{1}{2} R'(x_0)}{(x_0-x)^2} - \frac{R(x_0)}{(x_0-x)^3} \right) \sqrt{R(x)}$$

wobei m als p' gegeben wird.

Die Lösung ist ferner nicht zu bestimmen
 Man findet aber durch Lösung der
 Diff. von u^2 in der Diff. Gl. nach g gegeben
 Der Übergang von $p(u)$ zu $f(u)$ ist umgekehrt ist gegeben durch $12a^2 + 16ac - g_3$
 oder $c = \frac{g_3}{16a}$

$$p(u) = R(p(u), p'(u), p''(u), \dots, A)$$

Die Lösung ist ferner nicht zu bestimmen
 Man findet aber durch Lösung der
 Diff. von u^2 in der Diff. Gl. nach g gegeben
 Der Übergang von $p(u)$ zu $f(u)$ ist umgekehrt ist gegeben durch $12a^2 + 16ac - g_3$
 oder $c = \frac{g_3}{16a}$

$$p(u+v) = R(p(u), p'(u), p''(u), \dots, A)$$

Die Lösung ist ferner nicht zu bestimmen
 Man findet aber durch Lösung der
 Diff. von u^2 in der Diff. Gl. nach g gegeben
 Der Übergang von $p(u)$ zu $f(u)$ ist umgekehrt ist gegeben durch $12a^2 + 16ac - g_3$
 oder $c = \frac{g_3}{16a}$

Die Lösung ist ferner nicht zu bestimmen

$$\left(\frac{dx}{du}\right)^2 = 4Bx^3 + 6Cx^2 + 4Dx + A$$

Die Lösung ist ferner nicht zu bestimmen

$$p(u) = x, \quad p(v) = x, \quad p(u+v) = x_2$$

Die Lösung ist ferner nicht zu bestimmen

$$p(u-v) = x_3$$

(1)

(2)

Die Lösung ist ferner nicht zu bestimmen
 Man findet aber durch Lösung der
 Diff. von u^2 in der Diff. Gl. nach g gegeben
 Der Übergang von $p(u)$ zu $f(u)$ ist umgekehrt ist gegeben durch $12a^2 + 16ac - g_3$
 oder $c = \frac{g_3}{16a}$

Wird x unendlich α für $u=0$, so erfüllt man, da $\frac{1}{x_0} = 0$.

$$g(u) = \frac{R(x_0) + \frac{1}{2}R'(x_0)(x-x_0) + \frac{1}{6}R''(x_0)(x-x_0)^2 + \sqrt{R(x_0)R'(x_0)}}{2(x-x_0)^2}$$

$$= \frac{R(x_0)}{2(x-x_0)^2} + \frac{R'(x_0)}{2(x-x_0)} + \frac{R''(x_0)}{12} + \sqrt{\frac{R(x_0)R'(x_0)}{4(x-x_0)^2}}$$

$$p(u) = Bx + \frac{1}{2}C$$

$$p'(u) = B \frac{dx}{du}$$

$$x_2 = \frac{-m_2 - \frac{dx}{du} \cdot \frac{dx_0}{du} B}{2L_2}$$

wo man sich leicht überzeugt, dass (21) mit Beachtung der Randbedingung ist.

$$-m_2 = B(2Bxx_0/x + 6Cx_0 + 2B'(x+x_0) + A_1) = B \cdot Q(x, x_0)$$

$$L_2 = p'(u) - (2Bx_0 + C)p(u) + Bx_0^2 - DCx_0 + \frac{1}{2}Cx^2 = B \frac{1}{2}(x-x_0)^2$$

$$m_2 = (Bxx_0 - B)^2 - BA_1(x+x_0) - \frac{3}{2}CA_1 = P(x, x_0)$$

$$x_2 = \frac{Q(x, x_0) - \frac{dx}{du} \cdot \frac{dx_0}{du} B}{2B(x-x_0)^2}$$

Der nun

$$m_2 - \frac{1}{2}L_2 = B \left(\frac{dx}{du} \right)' \left(\frac{dx_0}{du} \right)'$$

so ist wenn man die beifolgende x_0 in x setzt.

$$Q'(x, x_0) - \frac{1}{2}(x-x_0)^2 P' = R(x_0)R'(x)$$

$$\left(Q + \frac{dx}{du} \cdot \frac{dx_0}{du} \right) \left(Q' - \frac{dx}{du} \cdot \frac{dx_0}{du} \right) = \frac{1}{2}(x-x_0)^2 P'$$

$$x_2 = \frac{2P(x, x_0)}{(Q(x, x_0) + \frac{dx}{du} \cdot \frac{dx_0}{du})B}$$

also z. B. $g(2u) = \frac{(Bp(u) - B)^2 - 2BA_1p(u) - \frac{3}{2}A_1C}{B \cdot R(p(u))}$ da $Q(x, x_0) = R(x_0) + p$.

Da $g(u)$ eine ganze u^2 $g'(u)$ eine lineare, so ist

$$g(-u) = g(u)$$

$$g'(-u) = -g'(u)$$

also

$$x_3 = \frac{Q(x, x_0) + \frac{dx}{du} \cdot \frac{dx_0}{du}}{2B(x-x_0)^2}$$

$$x_2 + x_3 = \frac{Q(x, x_0)}{B(x-x_0)^2} = -\frac{m_2(x, x_0)}{L_2(x, x_0)}; \quad x_3 - x_2 = -\frac{\frac{dx}{du} \cdot \frac{dx_0}{du}}{B(x-x_0)^2}$$

$$x_2 \cdot x_3 = \frac{P}{B^2(x-x_0)^2} = \frac{n_2(x, x_0)}{L_2^2(x, x_0)}$$

ist also x_2 die eine Wurzel der Gl

$$L_2 x^2 + m_2 x + n_2 = 0$$

so ist die andere x_3 .

Aus (21) folgt ferner

Setzt man $S = \alpha x + \beta$ in (24) ein, so darf $x = \frac{S}{\alpha} - \frac{\beta}{\alpha}$ sein, so erfüllt man die Bedingung -0 so erfüllt man $\frac{dx}{du} = \frac{C}{2B}$, B nimmt dann $\alpha = B$, $\beta = \frac{C}{2}$ an man hat für S die Bedingung an, dass S linear.

$$[2B(x-x_1)^2x_2 - A(x,x_1)]^2 = B(x)A(x_1) = A'(x,x_1) - 2(x-x_1)^2P(x,x_1);$$

$$\text{oder } B'(x-x_1)^2x_2^2 - B A(x,x_1)x_2 + P(x,x_1) = 0$$

Setzt man in der Entwicklung

$$x+x_1+x_2 = t_1; \quad xx_1+x_1x_2+x_2x = t_2; \quad xx_1x_2 = t_3$$

so faßt das Additionsschema

$$B(t_1^2 - t_2, t_3) - 6BCt_3 - 2BBt_2 - BA, t_1 - \frac{3}{2}CA, = 0 \quad (24)$$

$$\text{oder } (Bt_2 - B_1)^2 - (Bt_1 + 6C)(Bt_2 + A_1) + \frac{3}{2}CA_1 - B_1^2 = 0$$

Die Gl ist auf ~~gültig~~ gültig, wenn x_2 durch x_1 ersetzt wird.

Die die L p erfüllt wenn

$$4B = 4, \quad 6C = 0, \quad +B_1 = -g_2, \quad A_1 = -g_3$$

$$p(u \pm v) = \frac{(pu+pv)(2pu+2pv-2g_1) - g_2 \pm pu \cdot pv}{2(pu-pv)^2} \quad "N."$$

$$= \frac{2(pu+pv)(pu+pv) + 2g_1(pu+pv)}{(pu+pv)(2pu+2pv-2g_1) - g_2 \pm pu \cdot pv}$$

$$p(u+v) + p(u-v) = \frac{(pu+pv)(2pu+2pv-2g_1) - g_2}{(pu-pv)^2}; \quad p(u+v) - p(u-v) = \frac{-pu \cdot pv}{(pu-pv)^2} \quad (25)$$

$$p(u+v)p(u-v) = \frac{(pu+pv)(2pu+2pv-2g_1) - g_2}{(pu-pv)^2} \cdot \frac{-pu \cdot pv}{(pu-pv)^2}$$

$$p(-u) = p(u) \quad p(-u) = -p(u)$$

$$p(2u) = \frac{(pu+pu)^2 + 2g_1pu}{2(p^2u - g_1pu - g_1)} \quad "N."$$

Man setzen früher, daß, wenn für eine L eine p(u) der Abh. von u eine innerhalb einer gewissen Gränze convergente Reihenentwicklung existiert, ob dann möglich ist, dieselbe durch eine endliche Anzahl von Operationen als Quotienten zweier ungeraden positiven oder fortgesetzten Reihen darzustellen, die von wahlweiser Lösung gebildet werden können. In dem L öst aus den L öst der Diff Gl zu setzen ange. setzt sind. so fragt sich, ob die L öst man nicht bis in Unendliche weiterentwickeln können, so als fruchtlos sich bemühen die betreffenden Reihen zu finden. Aber man. müßte zu weit abseits liegen, indem er p(u) bestimmt

$$\frac{\partial^2}{\partial u^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial u} \right) = 0$$

$$\sigma(u) = \pi(u) \cdot S(u) \cdot e^{2-\beta u}$$

$\sigma(u)$ lässt sich als bestimmt wachsende Funktion darstellen. Dann
 $\pi(u)$ ist eine ganze F.; $e^{2-\beta u}$ lässt sich als eine Funktion
 darstellen u die Lösung von $S(u)$ hängt nur von σ ab
 $p(u)$ hängt aber von dem Rand r ab, der rein jetzt in unser
 Interesse liegen. Dann ist also

$$p(u) = \frac{\sigma'(u)\sigma'(u) - \sigma(u)\sigma''(u)}{\sigma(u)\sigma'(u)} \quad (25')$$

Auf diese Weise werden unsere Bedingungen gelöst, freilich
 nur in so weit als notwendig ist als wir $\sigma(u)$ und $\psi(u)$ in
 Bild bekommen.

Es ist nicht unmöglich die Anfangsglieder von σ zu kennen.

Nach (24) folgt

$$\sigma u = u e^{-(\frac{1}{2} \frac{u^2}{\sigma^2} + \frac{1}{4} \frac{u^4}{\sigma^4} + \dots)}$$

$$= u - \frac{1}{2} \frac{u^3}{\sigma^2} - \frac{1}{4} \frac{u^5}{\sigma^4} - \frac{1}{8} \frac{u^7}{\sigma^6} - 18 \frac{1}{16} \frac{u^9}{\sigma^8} \quad (26)$$

Es lautet sich nun zu zeigen, ob für $\sigma(u)$ überhaupt das
 Bild. Nach (24) ist. Entwickeln wir zu nach $\psi(u) = \frac{\partial \psi}{\partial u}$
 von also $\psi(u) = -p(u)$. Nun ist

$$p(u+v) - p(u-v) = - \frac{p'u - p'v}{(p'u - p'v)^2}$$

oder, wenn man u integriert wird,

$$- \frac{\sigma'(u+v)}{\sigma(u+v)} + \frac{\sigma'(u-v)}{\sigma(u-v)} = \frac{p'u}{p'u - p'v} + C$$

wo $C = -2 \frac{\sigma'v}{\sigma v}$, da, wenn $u=0$, $\sigma(u) = -\sigma(-u)$ u $\sigma'(u) = \sigma'(-u)$

Es wird daher

$$\frac{\sigma'(u+v)}{\sigma(u+v)} - \frac{\sigma'(u-v)}{\sigma(u-v)} = 2 \frac{\sigma'v}{\sigma v} - \frac{p'u}{p'u - p'v} \quad (27a)$$

Entwickelt man u in v so wird

$$\frac{\sigma'(u+v)}{\sigma(u+v)} + \frac{\sigma'(u-v)}{\sigma(u-v)} = 2 \frac{\sigma'u}{\sigma u} + \frac{p'u}{p'u - p'v} \quad (27b)$$

u man stellt sich die Bild. der symmetrischen Bild. Nach.

für die allg. Lösung 2ten Grades

$$\frac{\sigma'(u+v)}{\sigma(u+v)} = \frac{\sigma'u}{\sigma u} + \frac{\sigma'v}{\sigma v} + \frac{1}{2} \frac{p'u - p'v}{p'u - p'v} \quad (28)$$

Integriert man (29a) nach u so wird

$$\log(u+v) + \log(u-v) = 2\log(u) + \log\left(\frac{p(u)}{p(v)}\right) + C$$

Man erhält folglich

$$(29b) \quad \frac{\sigma(u+v)\sigma(u-v)}{\sigma^2(u)(p(u)-p(v))} = \text{const} = -\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}$$

man kann jetzt setzen $u=0$ folgt. Also

$$(30a) \quad p(u) - p(v) = -\frac{\sigma(u+v)\sigma(u-v)}{\sigma^2(u)\sigma(v)}$$

Es sei p für irgend einen Wert h der Rang betrachtet, so liest sich p durch σ allein ausdrücken. Zugleich liest sich durch diese Formel ein symmetrischer Ausdruck für die in der vorhergehenden Lösung von σ erhalten. Sei $v = u+h$ so ist

$$-(h - \frac{h^3}{3!} + \dots) \sigma(u+h) = \sigma^2(u) \sigma'(u+h) / (p(u) - (p(u) + \frac{p'(u)h}{1!} + \dots))$$

$$(30) \quad \begin{aligned} \sigma'(u) &= \sigma^2(u) p'(u) = \sigma^2(u) \cdot \frac{2}{3} \sigma^3(u) \\ &= \sigma^2(u) \sigma^3(u) - 3\sigma^2(u) \sigma'(u) \sigma^2(u) + 2\sigma(u) \sigma^4(u)^2 \end{aligned}$$

Dies man nun setzt $u; 2u, 4u, \dots$ n. f. v.

Diesem ersten Abschnitt schließen wir eine kurze historische Übersicht folgen.

Lebend, Johann u. Jacob Lamontelli fanden, dass $f(x)$ da wenn $f(x)$ eine von x ist, sich als eine Potenz darstellen lassen, dann Glanz selbst wieder enthält x von x oder Logarithmus x oder irgend welche von ihnen. Erleichterung ist

$$f(x) = R(x, \sqrt[n]{x}) \text{ oder } f(x) = R(x, \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{x^2} \dots)$$

Dies ist sich auf die bekannten zurückführen lassen. Dass man x von $f(x)$ als dem x so dass eine Zurückführung nicht möglich. Wenn bei diesen Darstellungen noch irgend welche in der Formel enthalten sind, so bleiben die Resultate der mit Mangel von einem

wertungsfanden Liden ist. Der selben Art mit
unser Lese ist Euler, indem er das Mittelstuck für die
H. entdeckte, bei denen die Größe unter der Wurzel
3ten oder 4ten Gr. ist. so betrachtete die Linge $y = \sqrt[n]{R(x)}$
oder $R(x) = Ax^2 + Bx^2 + \dots$. Diese Lese nimmt, je nach der
Lage der Wurzel $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ von $R(x)$ in nach dem
Zusatz von A verschiedene Gestalten an.

Sind $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ und n nach ihrer Größe geordnet so fällt
man von ihnen 4 Lese mit der x da sie nicht die selben in
5 Teile zerfällt. Ist $A > 0$ so liegt in dem mittleren Teile eine
geschlossene Lese in den beiden äußeren zwei unendliche
Zerlege. Ist $A < 0$ so liegen in den beiden äußeren zwei
geschlossene Lese.

Sind wir 2 Wurzeln real, so zerfällt man 3 Teile. Ist $A > 0$
so haben die Wurzeln gleiches Zeichen oder ist $A < 0$ so haben die
Wurzeln ungleiches Zeichen, so liegt im mittleren eine ge-
schlossene Lese. Liegen die beiden äußeren Teile ein, so lie-
gen in den beiden äußeren zwei unendliche Zerlege.

Ist keine der Wurzeln real, so sind oberhalb n unterhalb
der x zwei unendliche Zerlege vorhanden, die dieselbe
nicht schneiden.

$\int \frac{dx}{y}$ ist vollständig bestimmt, wenn die Zeichen von y
für das betrachtende Arg, sowie die Richtung der x -Achse,
gegeben von y, z, y , gegeben ist. Euler fand man, dass
wenn $0, 1, 2, \dots$ ist y und, dass die Summe der Lese
 $\int + \int^3 + \int^5 + \dots$

ist $\frac{1}{2}$ ein einziges Bruchstück lassen, dessen
äußere Grenze beliebig n dessen obere eine δ der
inneren ist. Aber y nach mit einer wert δ beliebig

1, 2, und so auch 3, und müssen die beiden Grenzen selbst
auf denselben Lösungswege liegen.

Die betrachteten Abgrenzungen Eulers befinden sich in
den Vorgeordneten seiner Zeit Aufzeichnung, so wie in den acten
metropolitane mit den 60 in Person der vorigen Josephinischen.
Lauterkeit ist, dass Eulers von vornherein beabsichtigt, von
dieser neuen ist werden eine solche Stelle finden sein
in Logen hervorgehoben ist so.

Der Künftige der diese Thematik verbindet müssen wir
Legende. Der Markt hauptsächlich ist hauptsächlich mit
der Natur: der allgemeinen Zeit (Karte) $\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ auf die
Lernen der 3 Gattungen in einem Zusammenhang. Die
Lernen. Die 3 Gattungen sind mehr beabsichtigt durch
die Zeit für einen flüssigen Logen gegeben werden. Der 2te
Teil seiner Arbeit sollte die möglichst allgemeine Lösung
zum Teil, nachher in der Landen ist davon vorzuziehen
verwandte.

Landen sollte nämlich gegeben sein, dass

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{u dx}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-u^2}} \quad \text{für } u = \frac{\alpha \sin x}{1 + \beta \sin^2 x}$$

wenn α und β gegeben bestimmt werden. Die diese Lösung
wird der Methode der konformen Zeit kleiner in einem
so wie die 4 Lösungen bei einer Aufzeichnung von 10
stellen genügen.

Der Landen konnte man die Umwandlungsfähigkeit
da es nur für den einen Teil ist. und auf neue
finden man dass überführt dass

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-u^2}} = \int \frac{u dx}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-u^2}} \quad \text{für } t = \frac{P}{Q}$$

mit P und Q gegeben ist wenn x sind, dann durch gegeben
bestimmt werden so muss nämlich sein

Euler behandelt die Stellen der On.
gezeigt wird. Die 2te ist die 3te. und
den Vorzeichen. Die 3te ist die 4te. und
die 4te ist die 5te. und die 5te ist die 6te.
Die 6te ist die 7te. und die 7te ist die 8te.
Die 8te ist die 9te. und die 9te ist die 10te.

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}}$$

so ist die neue Zeit: in der 2te, von
4te ist die 5te. und die 5te ist die 6te.
so ist die neue Zeit: in der 2te, von

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}}$$

so ist die neue Zeit: in der 2te, von
4te ist die 5te. und die 5te ist die 6te.
so ist die neue Zeit: in der 2te, von
4te ist die 5te. und die 5te ist die 6te.
so ist die neue Zeit: in der 2te, von
4te ist die 5te. und die 5te ist die 6te.

Der Mittel K sind die 2te, 3te, 4te, 5te, 6te, 7te, 8te, 9te, 10te.
Hm K 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2.
in ein einzelnes. Die 2te ist die 3te. und die 3te ist die 4te.
Die 4te ist die 5te. und die 5te ist die 6te. und die 6te ist die 7te.
Die 7te ist die 8te. und die 8te ist die 9te. und die 9te ist die 10te.

Die nun

$$s_1 = \sqrt{p - e_1} = \frac{a}{b}$$

so kann da s_1 ungerade, e_1 nur gerade sein, wenn w aufstellen
 u. muß mit 1 beginnen, u. stellt etwas an sein. Man nun

$$s_1^2 = p(u) - e_1 = \frac{a_1^2(u)}{b_1^2(u)}; \quad s_2^2 = p(u) - e_2 = \frac{a_2^2(u)}{b_2^2(u)}; \quad s_3^2 = p(u) - e_3 = \frac{a_3^2(u)}{b_3^2(u)};$$

so gelten die Identitäten

$$(e_1 - e_2) s_1^2 s_2^2 - s_1^2 s_2^2 = 0; \quad (e_2 - e_3) s_2^2 s_3^2 - s_2^2 s_3^2 = 0; \quad (e_3 - e_1) s_3^2 s_1^2 - s_3^2 s_1^2 = 0$$

$$(e_1 - e_2) s_1^2 + (e_2 - e_3) s_2^2 + (e_3 - e_1) s_3^2 = 0$$

$$(e_1 - e_2) + s_1^2 - s_2^2 = 0; \quad (e_2 - e_3) + s_2^2 - s_3^2 = 0; \quad (e_3 - e_1) + s_3^2 - s_1^2 = 0$$

$$(e_1 - e_2) s_1^2 + (e_2 - e_3) s_2^2 + (e_3 - e_1) s_3^2 = 0$$

Somit ist, da

$$s_1^2 + e_1 = p \quad s_2^2 + e_2 = p \quad s_3^2 + e_3 = p$$

$$\left(\frac{dx}{du}\right)^2 = (s_1^2 + e_1 - e_2) / (s_1^2 + e_1 - e_3) = s_2^2 s_3^2$$

bleibt man also zwei weitere Faktoren noch bei $u=0$ laßt sich

so ist

$$\frac{dx}{du} = s_1 s_2 \quad \frac{dx}{du} = s_2 s_3 \quad \frac{dx}{du} = s_3 s_1$$

Nun sind α, β, γ die Zahlen 1, 2, 3 in beliebiger Ordnung genommen,
 und

$$x = \frac{a}{b}, \quad y = \frac{a}{b}, \quad z = \frac{a}{b}$$

sind ferner $e_1 - e_2 = e_2 - e_3$ also auch $e_1 - e_3 = 0$ auf

$$3e_1 = e_2 + e_3 \quad u/1$$

so ist dann

$$y^2 = 1 - e_2 x^2, \quad z^2 = 1 - e_3 x^2$$

$$e_{23} = e_2 y^2 - e_3 z^2$$

$$x^2 = \frac{1}{p(u - e_1)}; \quad 2x \frac{dx}{du} = -\frac{p'(u - e_1)}{(p(u - e_1))^2}$$

$$\left(\frac{dx}{du}\right)^2 = \frac{(p(u - e_1) - p(u - e_2))}{(p(u - e_1))^2} = \frac{a_1^2}{b_1^2} \cdot \frac{a_2^2}{b_2^2} \cdot \frac{a_3^2}{b_3^2} = \frac{a_1^2}{b_1^2} \cdot \frac{a_2^2}{b_2^2} = y^2 z^2$$

$$\frac{dx}{du} = yz; \quad \frac{dy}{du} = -e_2 xz; \quad \frac{dz}{du} = -e_3 xy$$

u. man findet ferner

Dies läßt sich transformieren.
 findet man so

$$s_1 = +k\lambda$$

$$s_2 = -ik\mu$$

$$s_3 = +iv$$

mit λ, μ, v, k die Lagersfunktionen
 von in Briot et Bouquet.
 Lou III find.

$$\begin{aligned} \left(\frac{g_x}{g_u}\right)^2 &= (1 - e_{xy} x^2) / (1 - e_{xx} x^2) & \frac{g_x}{g_u} &= 1 \text{ für } u=0 \\ \left(\frac{g_y}{g_u}\right)^2 &= (1 - y^2) / (e_{xy} + e_{yy} y^2) & \frac{g_y}{g_u} &= 1 \text{ " " " " } \\ \left(\frac{g_z}{g_u}\right)^2 &= (1 - z^2) / (e_{xz} + e_{zz} z^2) & \frac{g_z}{g_u} &= 1 \text{ " " " " } \end{aligned}$$

Sind die Wurzeln so geordnet, daß $e_2 > e_3 > e_1$, so mischen
 $e_2 - e_1 = e_{xy} = 1$ und $e_3 - e_1 = k^2$ so wird

$$x = \sin am u = \frac{e_1}{e_2} = \sqrt{\frac{e_1(e_2-1)}{e_2(e_2-1)}} = \frac{e_1}{e_2}$$

$$y = \cos am u = \frac{e_2}{e_3} = \sqrt{\frac{e_2(e_3-1)}{e_3(e_3-1)}} = \frac{e_2}{e_3}$$

$$z = \Delta am u = \frac{e_3}{e_1} = \sqrt{\frac{e_3(e_1-1)}{e_1(e_1-1)}} = \frac{e_3}{e_1}$$

Umgekehrt sind die 3 Wurzeln vollständig durch k bestimmt.

$$3e_2 = 2 - k^2; \quad 3e_3 = -1 + 2k^2; \quad 3e_1 = -1 - k^2$$

Man kann die beschriebenen Additionsformeln benutzen, so

$$p(u) = p; \quad p(v) = p; \quad p(u+v) = p$$

oder nach (23)

$$p_2 = \frac{2p(p+p) - \frac{1}{2}g_1(p+p) - g_2 - p^2 p'}{4(p-p)^2}$$

$$p_2 - e_1 = \frac{2p(p+p) - \frac{1}{2}g_1(p+p) - g_2 - p^2 p' - \frac{1}{2}g_1(p+p) + 2pp e_1}{4(p-p)^2}$$

oder wenn

$$e_2 + e_3 + e_1 = 0 \quad e_2 g_3 + e_3 g_1 + e_1 g_2 = -\frac{g_1^2}{4} \quad e_2 g_1 g_3 = \frac{g_2^2}{4}$$

so wird

$$\begin{aligned} p(p+p) - \frac{1}{2}g_1(p+p) - g_2 - e_1(p+p)^2 + 2e_1 p p' &= (p-e_1)(p-e_2)(p-e_3) + (p-e_1)(p-e_2)(p-e_3) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{p-e_1}{p-e_1} p'^2 + \frac{p-e_2}{p-e_2} p'^2 \right) \\ p_2 - e_1 &= \frac{\left(\frac{p-e_1}{p-e_1} p' - \frac{p-e_2}{p-e_2} p' \right)^2}{4(p-p)^2} \end{aligned}$$

Nach dem obigen Lemma $\tilde{u}$ wird

$$\frac{\partial \eta u}{\partial u} = \eta u \eta u \quad \frac{\partial \eta u}{\partial u} = -e_{xy} \eta u \eta u, \quad \frac{\partial \eta u}{\partial u} = -e_{zz} \eta u \eta u$$

$$\eta^2 u + e_{xy} \eta u = 1 \quad \eta^2 u + e_{zz} \eta u = 1 \quad e_{xy} \eta u - e_{zz} \eta u = e_{xy}$$

$$\eta^2 u = \frac{1}{p-e_1} \quad -2\eta u \eta u = \frac{p'}{(p-e_1)^2}$$

$$p' = -\frac{2\eta u \eta u}{\eta^2 u} \quad \frac{\partial \eta u}{\partial u}$$

so ergibt sich nach dem Lemma für $p_2 - e_1$ $\tilde{u}$ wird einfach

$$\eta^2 u = \frac{p-e_2}{p-e_1} \quad \eta^2 u = \frac{p-e_3}{p-e_1}$$

Die gesamte in der letzten Formel.

$$\sin(u \pm v) = \frac{\sin u \cos v \pm \cos u \sin v}{\sin u \cos v \pm \cos u \sin v}$$

$$\cos(u \pm v) = \frac{\cos u \cos v \mp \sin u \sin v}{\cos u \cos v \mp \sin u \sin v}$$

$$\tan(u \pm v) = \frac{\sin u \cos v \pm \cos u \sin v}{\cos u \cos v \mp \sin u \sin v}$$

Nun folgt leicht

$$\sin u \cdot \sin v = (1 - \sin^2 u)(1 - \cos^2 v) = 1 - (\cos^2 u + \sin^2 v) + \cos^2 u \sin^2 v$$

und daher

$$\sin u / (\sin v \cos v - 1) - \sin v / (\sin u \cos u - 1) = \cos^2 u \sin^2 v - \cos^2 v \sin^2 u$$

$$(\sin u \cos v \sin v \cos u \sin v - \sin v \cos u \sin u \cos v)$$

$$= (\sin^2 u - \sin^2 v) / (1 - \cos^2 u \sin^2 v)$$

Es folgt

$$\sin(u \pm v) = \frac{\sin u \cos v \pm \cos u \sin v}{1 - \cos^2 u \sin^2 v} = \frac{\sin u \sin v \pm \cos u \cos v}{1 - \cos^2 u \sin^2 v}$$

$$\cos(u \pm v) = \frac{\cos u \cos v - \sin u \sin v}{1 - \cos^2 u \sin^2 v}$$

$$\tan(u \pm v) = \frac{\sin u \cos v \pm \cos u \sin v}{\cos u \cos v \mp \sin u \sin v}$$

Wenn $\cos^2 u = 0$, also $\sin u = 1$ so kommt man zu den bekannten

Werten.

Um die übrigen Werte zu erhalten, so ist das Mittel leicht. Man setze $u = 0$ in der Formel für $\sin(u \pm v)$ und erhält $\sin v = \sin v$ und $\cos v = \cos v$ und $\tan v = \tan v$.

Es ist also leicht zu sehen, dass die Formeln für $\sin(u \pm v)$ und $\cos(u \pm v)$ und $\tan(u \pm v)$ für $u = 0$ und $v = 0$ gelten. Man setze $u = 0$ in der Formel für $\sin(u \pm v)$ und erhält $\sin v = \sin v$ und $\cos v = \cos v$ und $\tan v = \tan v$. Man setze $v = 0$ in der Formel für $\sin(u \pm v)$ und erhält $\sin u = \sin u$ und $\cos u = \cos u$ und $\tan u = \tan u$. Man setze $u = 0$ und $v = 0$ in der Formel für $\sin(u \pm v)$ und erhält $\sin 0 = 0$ und $\cos 0 = 1$ und $\tan 0 = 0$.

1. Integral der Funktion

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}; x \text{ ist}$$

und die 2. Integral der Funktion

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}; x \text{ ist}$$

so ergibt sich ein Integral der

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}; x \text{ ist}$$

so ergibt sich ein Integral der

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}; x \text{ ist}$$

unendlich viel unendlich kleinen Theile, ja noch da, fast der
Theile. Unter diesen werden immer noch der eigentl.
Wert der L. ist. Die Summe einer beliebigem Anzahl

$$\int_{x,y}^{\xi,\eta} F(x,y) dx + \dots + \int_{x,y}^{\xi,\eta} F(x,y) dy$$

ist dann gleich der Summe von ρ L. derselben L., deren
untere Grenzen bel. deren obere alle ξ in gegebenen
Größen sind. ρ hängt dabei nicht von F sondern nur von
 ρ ab. ρ kann für denselben ρ , ρ unendlich kleinen L. von
unverm. Jed. Fina. unendlich kleinen L., so werden zu den
 ρ L. noch alle ξ in L. derselben, in diesen L. ist
die L. L. der G. ist. Die oberen Grenzen, der
unteren die x , in denselben der ρ L. sind. Die L. sind
G. der G. deren L. ist ξ in gegebenen Größen
sind. Ist $\rho = 1$ so erfüllt man die allg. ξ $\xi = 2$ so
kann man nicht L. von der L. ξ von y werden
oder oben G. ist. $\rho = 1$ $\rho = 2$.

Obel. Die L. der G. ist ξ unendlich kleinen L. ist.

$$D_{\xi} = F(\xi, \eta) / 2 \xi + \dots + F(\xi, \eta) / 2 \xi$$

$$D_{\eta} = F(\xi, \eta) / 2 \eta + \dots + F(\xi, \eta) / 2 \eta$$

totale Differential, wenn $\xi = \eta$ der G.

$$F(\xi, \eta) = 0; F(\xi, \eta) = 0 \dots F(\xi, \eta) = 0$$

ganzen, so sind die ξ L. sind ein ξ L. der G.
deren L. sind ein ξ L. der G. sind. Die L. sind
die L. sind ein ξ L. der G. sind. Die L. sind
ein ξ L. der G. sind. Die L. sind ein ξ L. der G. sind.

Die L. sind ein ξ L. der G. sind. Die L. sind ein ξ L. der G. sind.

als Summe fort, dann darf er jedoch den weiteren Schritt fest, das Liniendiagramm zu einem O. Punkt führen.

Summenkanten sind nun, das Geraden, sein so oft als sehr einfacher als Legendre zu den wichtigsten Eigenschaften in der Theorie der elliptischen Funktionen zu den erhaltenen Fortsetzung.

Um die Eigenschaften dieses Punktes geben wir als Voraussetzung, das die folgenden die Eigenschaften der Summenkanten.

Die Gl. der Summenkanten erfüllt man nun einfach, wenn man sie als rechteckiges Lot der gleichseitigen Figur betrachtet.

$$(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2$$

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= r^2 & x^2 + y^2 &= r^2 \\ x^2 &= \frac{r^2 + r^4}{2} & y^2 &= \frac{r^2 - r^4}{2} \\ x dx &= \frac{r^2 + r^4}{2} dr & y dy &= \frac{r^2 - r^4}{2} dr \\ x^2 dx^2 &= \left\{ \frac{r^2}{4} + r^2(1-r^2) \right\} dr^2 & y^2 dy^2 &= \left\{ \frac{r^2}{4} - r^2(1-r^2) \right\} dr^2 \\ du^2 &= \frac{dr^2}{1-r^2} & \left(\frac{dr}{du} \right)^2 &= 1-r^2 \end{aligned}$$

also ist die Bedingung, dass alle die Logarithmen. Nach dem

$$r^2 = \frac{1}{4}$$

man möge die p für u=0 dann unendlich wird es erfüllt man

$$\left(\frac{du}{dr} \right)^2 = 4p^3 - 4p = 4(p+1)p(p-1)$$

$$c_1 = 1, c_2 = 0, c_3 = -1$$

Für y=2, x=1, p=3 p wird

$$r^2 = \frac{1}{p} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \frac{du}{du} = \frac{1}{3} \frac{1}{du} \left(\frac{du}{du} \right)^2 = \left(1 - \frac{1}{3} \frac{du}{du} \right) / \left(1 - \frac{1}{3} \frac{du}{du} \right) = 1 - \frac{1}{3} \frac{du}{du}$$

$$du^2 = 1 - \frac{1}{3} \frac{du}{du}; \quad du^2 = 1 + \frac{1}{3} \frac{du}{du}$$

$$x = \frac{r}{\sqrt{2}} \sqrt{1+r^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{du}{du} = \frac{du}{du} \frac{du}{du}; \quad y = \frac{r}{\sqrt{2}} \sqrt{1-r^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{du}{du} = \frac{du}{du} \frac{du}{du}$$

Die Bedingung für die Summenkanten.

$$f(u,v) = \frac{2(pu+pv-1)(pu+pv) - p^2u^2}{2(pu-pv)^2} = \frac{2(pu+pv-1)^2}{2(pu+pv)(pu+pv-1) + p^2u^2}$$

Setzt man $f(ui) = -q$ so ist $f'(ui) = iq'$ also $q'^2 = 4q^3 - 3q$ in der
 $q = \infty$ für $u = 0$ so ist $q = pu$; also

$$f(ui) = -pu \quad f'(ui) = i(pu)$$

$$f(u+vi) = \frac{-2(pu+vi)(pu-vi) - i(pu+vi)^2}{2(pu+vi)^2}$$

Es muss ist p geradzahlig zu sein, wenn $\omega = \frac{1}{2}$ das Konjugat,

$$f(u+2\omega) = pu$$

Dieses wir nun 2ω in 5 Teile zu teilen, d. h.

$$f\left(\frac{2\omega}{5}\right) = f\left(\frac{2\omega}{(2\omega)^2-1}\right) = f\left(\frac{2\omega-2\omega}{2\omega} - \frac{2\omega}{2\omega}\right) = f(2\omega - \alpha\beta) = f(\alpha\beta)$$

Aber es ist

$$f(\alpha\beta) = f\left(\frac{2+2i}{2+i}\right) = f(2\omega) = \infty$$

also folgt aus der obigen Formel für $f(u+vi)$

$$f(\alpha) = -p\alpha = f(\beta) = \frac{(p^2+1)^2}{4p^2-4p} \quad [4p^2-4p = -\frac{(p^2+1)^2}{p}]$$

$$5p^2 - 2p^2 + 1 = 0$$

$$p^2 = \frac{1 \pm 2i}{5} = \frac{1}{1 \pm 2i}$$

Man setze man

$$p^2\beta = \frac{1 \pm 2i}{5} = \frac{1}{1 \pm 2i}$$

Daher

$$f(\alpha) = \pm \sqrt{\frac{1 \pm 2i}{5}} = \pm \sqrt{\frac{1}{1 \pm 2i}}$$

$$f(\beta) = \pm \sqrt{\frac{1 \pm 2i}{5}} = \pm \sqrt{\frac{1}{1 \pm 2i}}$$

Nun ist

$$(p^2)^2 = 4p^2 - 4p = -\frac{(p^2+1)^2}{p}$$

$$(p^2 p^2)^2 = \frac{(p^2+1)^2 (p^2+1)^2}{p^2 p^2}$$

$$= \frac{2 \pm 2i}{1 \pm 2i} \cdot \frac{2 \pm 2i}{1 \pm 2i} \cdot \frac{1}{15} = \frac{64}{25} \sqrt{5} = \left(\frac{8}{5} \sqrt{5}\right)^2$$

$$p^2 + p^2\beta = \frac{2}{5}, \quad (p^2 + p^2\beta)^2 = \frac{2}{5} + \frac{2}{5}, \quad (p^2 - p^2\beta)^2 = \frac{2}{5} - \frac{2}{5}$$

$$f\left(\frac{2\omega}{5}\right) = \frac{2\sqrt{\frac{1}{5}} - 1\sqrt{\frac{2}{5} + \frac{2}{5}} - \frac{2}{5}\sqrt{5}}{2\left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5}\right)} = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{1 \pm 2i}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{1 \pm 2i}$$

$$r = \frac{\sqrt{8i-4} + \sqrt{8i+4}}{1 \pm 2i}$$

Dies sind alle fünf verschiedenen Quadratwurzeln von
 5 und die 5. Teilung der Lammithese zu haben solligen.

Sei es nun für $x = x_0$ der Wert von $(x_0 - a)$ so daß

$$(x_0 - a) = (p) + ti + 2\pi ni$$

so ist auch

$$(x_0 - a)^m = e^{m(p+ti+2\pi ni)}; (x_0 - a)^m = (x_0 - a)^m e^{m(2\pi ni)}$$

folgt. Verändert sich x von x_0 bis x , so ist r die Differenz der

Werte so hat man

$$(x_0 - a)^m = e^{m(p+ti+2\pi ni)}$$

Setzt x , mit x_0 zusammen, so sieht man daß der Ausdruck = dem
Ausdrucke gleichmäßig mit $e^{2\pi m ni}$. Ist also

$$\psi(x) = (x - a_1)^{m_1} (x - a_2)^{m_2} \dots (x - a_n)^{m_n}$$

so bezeichnet ψ , den Ausdruck von ψ mit gegebenem x , so
wenn $x_1, x_2, \dots, x_r$ die Differenzen für die r verschiedenen Wurzeln $a_1, a_2, \dots$

$$\psi_1(x) = \psi(x) e^{2\pi m_1 x_1 i + 2\pi m_2 x_2 i + \dots + 2\pi m_r x_r i}$$

Ist $m_1 = m_2 = \dots = m_r = \frac{1}{2}$ so wird

$$\psi_1(x) = \psi(x) e^{\pi i \sum x_r} = \psi(x) (-1)^{\sum x_r}$$

so daß es sich für x nur um ja/neinverhältnisse handelt. Ist also

$$\psi(x) = \sqrt{R(x)} = \sqrt{(x - a_1)^2 (x - a_2)^2 (x - a_3)^2 (x - a_4)^2}$$

so ist $\sqrt{R}$ einfach oder nicht bestimmt, je nach x . Wenn man

a_1, a_2, a_3, a_4 so gewandelt daß sie in einer Folge der
Größen nach einander folgen in der von a_1 der größte
ist. Ziehen wir dann a_1, a_2, a_3, a_4 in der Folge a_1, a_2, a_3, a_4
so ist x immer $\pm \infty$. Diese gegebenen Linien für x .
Dann wird erst der Ausdruck

$$\begin{array}{cccc} a_1 \text{ bis } a_2 & a_1 \text{ bis } a_3 & a_1 \text{ bis } a_4 & a_1 \text{ bis } -\infty \\ \psi(x) = -\bar{\psi}(x) & \psi(x) = +\bar{\psi}(x) & \psi(x) = -\bar{\psi}(x) & \psi(x) = +\bar{\psi}(x) \end{array}$$

Wird $\bar{\psi}$ vom zweiten ψ so nicht a_1 nach $-\infty$. Wenn jetzt
also, daß, wenn man die Veränderlichkeit von x auf ge-
wisse Weise beschränkt $\bar{\psi}$ als eindeutig & definiert werden
kann. Es ist daher möglich, daß der Wert von x nach
 x_1 niemals den Werten a_1, a_2 in a_3, a_4 zusammenfaßt,

in die Gerade bestimmt, die parallel x verlaufen kann. Diese
Lösung liefert sich jedoch nicht

$$\int \frac{dx}{y} \cdot \text{Pot}(x, y)$$

auszuweisen, wenn die Lösung nicht eindeutig für $\text{Pot}(x, y)$ auf
die bei log. gezeigte Weise mitgegriffen werden.

Die oben gezeigte Darstellung ist so lange gültig
als x nicht zu x_0 liegt als der Nullstelle der Fkt. A . Ist
also $x - x_0 = t$, so ist $y = y_0(1 + P(t))$ nur das Zeichen wenig
von dem von y_0 abhängt. Will x_0 mit einem der Fkt. A zu
vereinfallen, so setze man:

$$P(x) = A(x-a_1)(a_2-a_1)(a_3-a_2) \dots x(1+\frac{x-a_1}{a_1-a_2})/(1+\frac{x-a_2}{a_1-a_2}) \dots$$

$$y = \sqrt{A(x-a_1)P(a_1)} \left(1 + \frac{x-a_1}{a_1-a_2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{x-a_2}{a_1-a_2}\right)^{\frac{1}{2}} \dots$$

oder für $x-a_1 = \frac{t^2}{A(a_1)}$

$$y = t(1 + P(t^2))$$

Diese Darstellung ist immerhalb das in a_1 bis zu dem Nullstelle
der A entsprechenden Punkte vollkommen allgemein, da für
jeden zweideutigen Zusammenhang das t , + oder - y angegeben
kann.

Es lassen sich aber noch Untersuchungen von einem der
früheren Darstellungen von y geben, wenn $[x]$ der
reelle Teil der Lösung der A ist. Es sei nämlich zu Nullstelle $P(x)$ von
Grade $2n$; dann ist

$$P(x) = A x^{2n} (1 - \frac{a_1}{x}) / (1 - \frac{a_2}{x}) \dots$$

$$y = \sqrt{A} \cdot x^n (1 - \frac{a_1}{x})^{\frac{1}{2}} (1 - \frac{a_2}{x})^{\frac{1}{2}} \dots$$

also für $x = \frac{t}{t}$

$$y = \sqrt{A} \cdot t^{-n} (1 + P(t))$$

in diesen Fällen ist y eine eindeutige Funktion t von t .
Zeigen wir von dem der Größe $\sqrt{A}$ abhängt
dieses Zeichen der für mitgegriffenen Darstellung

$$\xi = c_1 t^{\frac{1}{2}} + c_2 t^{\frac{3}{2}} + \dots \quad \text{wo } c_1 \geq 0$$

so findet man umgekehrt

$$t = d_1 \left(\frac{\xi}{c_1}\right)^{\frac{2}{3}} + d_2 \left(\frac{\xi}{c_1}\right)^{\frac{4}{3}} + d_3 \left(\frac{\xi}{c_1}\right)^{\frac{6}{3}} + \dots$$

In nun die 1te Regel eine 2te wichtige Lsg. so werden zu jedem Werth ξ , 2 Werthe t 2. Grades 2 Werthe x, y sich ergeben. Die Lsg. $\xi = P(x, y)$ setzt dann man Grade 2.

Da es sich umformen läßt, daß 1 von den Werth der ξ ab unabhängig ist. so soll man diejenigen von ξ abhängig Lsg. gefunden werden welche von möglichst niedrigen Grade ist. Dazu müssen wir die Werthe für die die gewisse ξ , nach $P(x, y)$ setzen soll, 2 wird. In Gang ist das, daß wir eine L. unmittelbar welche für gegeben Werth $x, y, \dots, x_n, y_n$, 2 von der ersten Ordnung ist 2. dann die Bedingungen erfüllen lassen 2. nichtverfügen ist; das wir werden wir ausführen, 2. möglichst klein 2. machen. Offenbar wird das leicht durch

$$\frac{1}{2} \frac{y^2 + y_n^2}{x^2 + x_n^2}$$

setzen für $x=0$ nur für $x=x_n, y=y_n$, 2 2. dann von der ersten Ordnung. Das Ergebnis

$$\frac{1}{2} \frac{y^2 + y_n^2}{x^2 + x_n^2} + \frac{1}{2} \frac{y^2 + y_n^2}{x^2 + x_n^2} + \dots + \frac{1}{2} \frac{y^2 + y_n^2}{x^2 + x_n^2}$$

wird sich sehr nur läng einer L. von $P(x, y)$ 2. unter. finden können, die nur in Unendlichen 2. wird. Lsg. L. für

$$\frac{P(x, y)}{Q(x, y)}$$

In mög. P, Q 2. L. keinen gemeinsamen Factor setzen. Ist nun $x=a$ eine Wurzel des Nenners, so muß $P(a)=0$ 2. $Q(a)=0$ sein das ist sicher wegen der Linearität von Q erfüllt; dann sollten wir

P, Q, L einen gemeinsamen Teiler, folglich ist L eine Konstante.
 Eine gewisse gewisse Menge der $c_1, \dots, c_r$ ist es nun möglich genau
 abgegrenzt mit der gefügten L identisch zu machen. Wenn soll dies der
 Fall sein, so muß $\frac{P(x,y)}{L(x,y)}$ richtig für $x = \infty$, endlich bleiben. In
 diesem Falle muß $P = C \cdot L^2 = 0$ sein, so daß

$$K(x,y) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda=1}^r (c_{\lambda} \frac{y+y_{\lambda}}{x-x_{\lambda}}) + c_i$$

soll nun K für $x = \infty$ endlich bleiben, so muß

$$\sum_{\lambda=1}^r c_{\lambda} \frac{y+y_{\lambda}}{x-x_{\lambda}} = \sum_{\lambda=1}^r c_{\lambda} \frac{y}{x-x_{\lambda}} + \sum_{\lambda=1}^r c_{\lambda} \frac{y_{\lambda}}{x-x_{\lambda}}$$

oder auf eine der zweiten Teil endlich bleiben. Dieser ist aber

$$\sum_{\lambda=1}^r c_{\lambda} \frac{y_{\lambda}}{x-x_{\lambda}} = y \sum_{\lambda=1}^r \frac{c_{\lambda}}{x-x_{\lambda}} - y \frac{G(x)}{\pi(x)}$$

π ist vom Grade r , y vom Grade $\frac{r}{2}$; für G vom Grade r so
 muß $v + \frac{r}{2} - r \leq 0$ oder $v \leq r - \frac{r}{2}$

$$\text{Ist } r = 2p+2 \text{ so ist } v \leq r - (p+1)$$

$$r = 2p+1 \quad v \leq r - (p+1) + \frac{1}{2} \leq r - (p+1)$$

so ist also $r = p+1$ die kleinste mögliche Kraft für r . Dies
 ergibt den Satz. Ist $y^2 = K(x)$ ein K vom Grade $2p+1$ oder
 $2p+2$, so ist $r = p+1$ die geringste Anzahl von Wurzeln für
 die ein $K(x,y)$, L werden kann.

Nehmen wir nun wirklich $r = p+1$ an. In diesem Fall
 ist $v = 0$. Wir können daher setzen

$$K(x,y) = y_0 + \frac{1}{2} \sum_{\lambda=1}^{p+1} c_{\lambda} \frac{y+y_{\lambda}}{(x-x_{\lambda}) \pi(x)}$$

Dies einfache Lörre erfüllt also eine L Konstante. L ist
 können dazu benutzt werden um K für einen vorgegebenen
 Kraft $= 0$ zu machen.

$$\text{Nehmen wir } r = p+1 \text{ so sei } G(x) = h_1 x^{p-1} + h_2 x^{p-2} + \dots$$

Wenn erfüllt man

$$K(x,y) = y_0 + \frac{1}{2} \sum_{\lambda=1}^{p+1} \frac{G(x)(y+y_{\lambda})}{\pi(x)(x-x_{\lambda})}$$

Sie sind $p+1$ Konstanten, so daß man K für v vorgegeben
 kann

$$= \int \frac{R'(x)}{4y'(x'-x)y} dx' + \int \frac{1+\frac{y'}{y}}{2(x'-x)^2} dx' + \int \frac{y+b}{2(x-a)^2} \frac{dx'}{y'} + \int \frac{R'(x)}{2(x-a)} \frac{dx'}{y'}$$

$$= \int \frac{R'(x)}{4y'(x'-x)y} dx' + \int \frac{y+\frac{y'}{y}}{2y'(x'-x)^2} dx' + \omega \frac{\partial(y+b)}{\partial(x-a)}$$

für vorauszusetzende Umformung bezeichnen wir nun:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{1+\frac{y'}{y}}{x'-x} \right) = \frac{1}{2} \frac{y+\frac{y'}{y}}{y'(x'-x)^2} + \frac{R'(x)}{4y y'(x'-x)}$$

so wird also

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{1+\frac{y'}{y}}{x'-x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{1+\frac{y'}{y}}{x-x'} \right) = \frac{R'(x) - R'(x')}{2y y'(x'-x)^2} + \frac{R'(x) + R'(x')}{4y y'(x'-x)}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{y+\frac{y'}{y}}{y y'(x'-x)^2} (R(x) - R(x') + (x-x') (R'(x) + R'(x')))$$

$$= \frac{1}{2y y'(x'-x)} (A(x^2-x^2-x^2-x^2) + 4B(x^2-x^2-x^2) + 6C(x^2-x^2) + 4B')$$

$$= \frac{1}{2y y'(x'-x)} (-A(x^2-x^2-x^2-x^2) + 2B(x^2-x^2-x^2))$$

$$= -\frac{1}{2y y'} (Ax^2 - Ax'^2 + 2Bx^2 - 2Bx')$$

Wenn für den Bruchteil $\frac{1}{2}$ stellt x' gefasst ist in der

$$R(x) = Ax^2 + 4Bx^2 + 6Cx^2 + 4Bx + C'$$

Man stellt daher

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{1+\frac{y'}{y}}{x'-x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{1+\frac{y'}{y}}{x'-x} \right) = -\frac{1}{2y y'} (Ax^2 + 2Bx - Ax'^2 - 2Bx')$$

Setzt man nun auf x' Länge jener gegebenen Linien so

erfolgt das zweite Glied der letzten Reihe, so dass

$$\int \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{1+\frac{y'}{y}}{x'-x} \right) dx' = -\int \frac{Ax^2 + 2Bx}{2y y'} dx' + \int \frac{Ax'^2 + 2Bx'}{2y y'} dx'$$

Nunmehr wird

$$\int \frac{Ax'^2 + 2Bx'}{y'} dx' = -2\eta$$

so wird

$$\int \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{1+\frac{y'}{y}}{x'-x} \right) dx' = -\frac{2\eta}{y} - \int \frac{Ax^2 + 2Bx}{y y'} dx'$$

$$= -\frac{2\eta}{y} - 2\omega \left(\frac{Ax^2 + Bx}{y} \right)$$

so dass

$$\frac{\partial}{\partial x} \lg E(xy) = -\frac{2\eta}{y} - 2\omega \frac{Ax^2 + Bx}{y} + \omega \frac{\partial}{\partial x} \frac{y+b}{x-a} \quad (R)$$

Wir setzen nun einen zweiten Teil. May, welche stellt das

$a_2 \approx a$, die $\int a_2 \approx a$, angesetzt, & nehmen die aufzunehmenden Größen η', ω', ξ' so dass

$$\frac{\partial}{\partial x} \lg E(xy) = -2\eta' - 2\omega' \frac{+Ax^2+Bx}{y} + \omega' \frac{\partial}{\partial x} \frac{y+b}{x-a} \quad (C')$$

Nach diesen beiden Formeln ergibt sich

$$\omega' \frac{\partial}{\partial x} \lg E(xy) - \omega \frac{\partial}{\partial x} \lg E(xy) = -2(\eta\omega' - \omega\eta')$$

$$\eta' \frac{\partial}{\partial x} \lg E(xy) - \eta \frac{\partial}{\partial x} \lg E(xy) = 2(\eta\omega' - \omega\eta') \left(\frac{+Ax^2+Bx}{y} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{y+b}{x-a} \right)$$

oder

$$\frac{dx}{y} = \frac{\omega d \lg E' - \omega' d \lg E}{2(\eta\omega' - \eta'\omega)} - \frac{+Ax^2+Bx}{y} = \frac{\eta d \lg E' - \eta' d \lg E}{2(\eta\omega' - \eta'\omega)} - d \left(\frac{y+b}{x-a} \right)$$

Zwischen den Größen $\omega, \omega', \eta, \eta'$ findet eine feste mechanische Relation statt. Setzen wir nämlich $\frac{\partial}{\partial x} \lg E(xy)$ auf einem Wege welcher mit M keinen Zusammenhang besitzt, so dass die $\int$ auf dem ganzen Wege stetig ist, so wird

$$\lg E(x, y) - \lg E(x, y) = \int \left\{ -2\eta - 2\omega \frac{+Ax^2+Bx}{y} + \omega' \frac{\partial}{\partial x} \frac{y+b}{x-a} \right\} dx$$

Setzt man x, y mit x, y so zusammenfallen so wird das Int. ein geschlossenes sein & im obigen Falle = 0. Fällt aber jene Leitungsray des Kesselschaltens in M wird M zum Int. Wege gewandelt so möge N der Liniendg. sein & die Int. in der Richtung des Pfeils rückwärts werden. Dann kann in M kein Liniendg. stattfinden. Dann wenn man mit einem bestimmt bestimmten Punkte von y rückwärts zu dem $\int$ zurückkehrt, so wird das Maß von y daselbst sein wenn man ein Grunde August aus $\int$ immer wieder fest, d. h. wenn die Apparate. rückt die Regel gerade ist; ist sie rückwärts so wird mit $y, -y$. Das kann so festgestellt werden, dass man $a_2 \approx a$, dass $a_0 \approx a$, die $\int$ in gerade verbindet & festsetzt dass y das $\int$ zwischen ändern soll, wenn die Linie geschlossen werden. Sonst ist M kein Liniendg. Setzen wir nun, so wird das Int. gleich null = 0 & die rest.





Teile erfüllt den Wunsch $\eta\omega' - \eta\omega$. Um den Wunsch der linken
Teile zu erfüllen, wenn der Luf. f. einem gasförmigen rüßt, beschleunigen
wir den von a_2 zu a_1 , gasförmigen Mangel den zu rüßt gegeben, deren
ist für den zweiten, $\lg E(xy)$ überall definiert mit Bedingungen der f. N.
zu $\lg$ folgt sich auf die Weise $\lg E(xy) - \lg E'(xy)$ nimmt. Man hat nun
den Mangel von 0.43 um so findet man den Wunsch = 2.71, so daß

$$\eta\omega' - \eta\omega = \frac{1}{2} \pi i.$$

Man geht jetzt zur Darstellung von $E(xy)$ über.

$$\lg E(xy) = \frac{1}{2} \int \frac{\partial x'}{x' - x} \cdot \frac{1}{y'} \int \frac{\partial x'}{(x' - x)/y'} = p + qy.$$

p ist entweder 0 oder πi , q ist endlich, folglich

$$E(xy) = e^p \cdot e^{qy} = P \cdot Qy$$

$$P = e^{\frac{1}{2} \pi i} e^{\frac{1}{2} \pi i} = P, \quad Q = e^{\frac{1}{2} \pi i} e^{\frac{1}{2} \pi i} = Q$$

Die P und Q sind für jeden Wunsch der q anwendbar. Man merke sich
noch, daß von $x = a$ abwärts, mit der die Luf. von anfangen
sind. Auf

$$\frac{\partial}{\partial x} \lg E(xy) = - \frac{1}{2} \pi - 2\omega \left(\frac{1}{2} Ax^2 + Bx \right) = \frac{1}{2} \lg(P \cdot Qy)$$

folgt die Gleichung der ant. und invert. Teile

$$\frac{\partial P}{\partial x} = - Q(2\eta + 2\omega \left(\frac{1}{2} Ax^2 + Bx \right))$$

$$Q \frac{\partial P}{\partial x} + P \frac{\partial Q}{\partial x} = - P(2\eta + 2\omega \left(\frac{1}{2} Ax^2 + Bx \right))$$

Manut man nun für einen Wunsch von x die zugehörigen Punkte
von P und Q , so sind die Luf. mit diesen leicht zu bestimmen.

Für $x = a_1$ zu $x = a_2$, wissen wir, daß $P = 1$, da beide auf demselben
der Luf. Linie R liegen, für $x = a_1$ zu $x = a_2$, dagegen wird $P = -1$.

Für $x = a_1$, erfüllen wir mit der vorigen Gl. der $R = 0$.

$$Q(a_1) = - \frac{4}{\pi} \left(\eta + \omega \left(\frac{1}{2} A a_1^2 + B a_1 \right) \right)$$

ist erfüllt für $x = a_2, a_3, a_4$. Für $E'(xy)$ erfüllt man: $P'_2 = -1, P'_3 =$

$P'_4 = 1, P'_5 = +1$, weil a_1 zu a_2 innerhalb, a_2 zu a_3 außerhalb

Let. Maget liegen. Saus wird, wenn man

$$P = 1 + c_1(x-a_1) + c_2(x-a_1)^2 + \dots$$

$$Q = c_0 + c_1(x-a_1) + c_2(x-a_1)^2$$

$$- 2\eta - 2\omega(\frac{1}{2}A_1^2 + B_1\eta) = \alpha + \beta(x-a_1) + \gamma(x-a_1)^2$$

folgt, ferner

$$R(x) = r_1(x-a_1) + r_2(x-a_1)^2 + r_3(x-a_1)^3 + r_4(x-a_1)^4$$

$$\frac{1}{2}R'(x) = \frac{1}{2}r_1 + r_2(x-a_1) + \frac{3}{2}r_3(x-a_1)^2 + 2r_4(x-a_1)^3$$

nach der obigen Formeln:

$$(v+1)c_{v+1} = \alpha c_v + \beta c_{v-1} + \gamma c_{v-2}$$

$$vr_1c_v + (v-1)r_2c_{v-1} + (v-2)r_3c_{v-2} + (v-3)r_4c_{v-3} + \frac{1}{2}r_1c_v + \frac{1}{2}r_2c_{v-1} + \frac{3}{2}r_3c_{v-2} + 2r_4c_{v-3} \\ = \alpha c_v + \beta c_{v-1} + \gamma c_{v-2}$$

Es bemerken ist, daß $c_v = 0$ wenn v eine positive Zahl ist. Die Coeff. c

und c sind also verbunden mit den η, ω, A, B gesammungsfähig.

Stück Mächt. diese Maß Pa. Qy mit $e^{\frac{1}{2}\pi i}$ erfüllt wenn $E(xy)$.

Die obigen Formeln gestalten sich nun folgendermaßen:

$$\int \frac{dx}{x} = \frac{\omega}{\pi i} \lg E(xy) - \frac{\omega'}{\pi i} \lg E(xy) + 2m\omega + 2m'\omega'$$

$$\int \frac{dx}{x} = \frac{\eta}{\pi i} \lg E(xy) - \frac{\eta'}{\pi i} \lg E(xy) + 2n\eta + 2n'\eta'$$

wobei m, m', n, n' beliebige ganze Zahlen sind, welche mit der Wahlbarkeit

keit der $\lg$ bei passenden Werten der Argumente aufspringen. In die

den Formeln ist der Ausdruck für die Logarithmen der Einheit der allg.

gegeben.

Man untersuchen nun das Verhältniß der Zahlen von η zu den

eingeleiten durch die Wurzeln von $R(x)$ bestimmten Intervallen.

Es möge bemerkt werden, daß bei der Definition von η

Stück Let. Aufmerksamkeitsfähigkeit ist. Wie z. B. die Formel

$$\int \frac{dx}{x} = \frac{1}{2} \lg x^2 \text{ unrichtig; } \int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{i} \lg(1-2x+2(1-x^2)) \text{ richtig.}$$

Die Abzählung der Größen nach geraden, seien a_1, a_2, a_3, a_4
 Dann betrachten wir die Intervalle

$$x = +\infty \dots a_1 \quad a_1 \dots a_2 \quad a_2 \dots a_3 \quad a_3 \dots a_4 \quad a_4 \dots -\infty$$

Es ist $y = \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} - \frac{a_3}{x^3} + \frac{a_4}{x^4} - \dots$
 Wenn ist $\int_{a_1}^{a_2} \frac{dx}{y}$ positiv, da $(a_2 - a_1)^2 y$ neg. sind. Um die Sub. zu be-
 stimmen, wenden wir die allgemeine Formel an. so ist

$$\int \frac{dx}{y} = \frac{a_1}{\pi i} \lg E(xy) - \frac{a_2}{\pi i} \lg E(xy)$$

$$\text{in } \lg E(xy) = \int_0^{xy} \frac{y y' dx'}{x^2 x' y'} + \frac{a_1}{2} \frac{y'^2}{y^2 - a_1}$$

so wird

$$\int_{a_1}^{a_2} \frac{dx}{y} = \frac{a_1}{\pi i} \int_{a_1}^{a_2} \frac{y y' dx'}{x^2 x' y'} - \frac{a_2}{\pi i} \int_{a_1}^{a_2} \frac{y y' dx'}{x^2 x' y'} + 2\pi\omega + 2\pi\omega'$$

$$\int_{a_1}^{a_2} \frac{dx}{y} = \frac{a_1}{\pi i} \left(\int_{a_1}^{a_2} \frac{dx'}{x'(x'-a_1)} - \int_{a_1}^{a_2} \frac{dx'}{x'(x'-a_2)} \right) - \frac{a_2}{\pi i} \left(\int_{a_1}^{a_2} \frac{dx'}{x'(x'-a_1)} - \int_{a_1}^{a_2} \frac{dx'}{x'(x'-a_2)} \right) + 2\pi\omega + 2\pi\omega'$$

so ist also

$$\int_{a_1}^{a_2} \frac{dx'}{x'(x'-a_1)} = \pi i \quad \int_{a_1}^{a_2} \frac{dx'}{x'(x'-a_2)} = \pi i$$

so dass der zweite Ausdruck verschwindet, ferner

$$\int_{a_1}^{a_2} \frac{dx'}{x'(x'-a_2)} = 0$$

weil a_2 außerhalb R' liegt, folglich

$$\int_{a_1}^{a_2} \frac{dx}{y} = -\frac{a_1}{\pi i} \int_{a_1}^{a_2} \frac{dx'}{x'(x'-a_1)} + 2\pi\omega + 2\pi\omega'$$

Das erste Sub. ist aber der Rest πi , so dass wir noch $\pi a^2 \pi'$
 zu bestimmen haben. π' ist 0 da die Sub. über R , 0 ergibt,
 π dagegen = 1, weil R' in positivem Sinne um a_1 herumgeführt
 wird. so folgt daher

$$\int_{a_1}^{a_2} \frac{dx}{y} = -\omega + 2\omega = \omega.$$

ω ist also unter den Voraussetzungen dass die Abzählung a_1, a_2, a_3, a_4
 mal sein, ein reelles positivem reelle Größe.

Leitet man genau nach derselben Methode das a_2 nach
 a_3 gefügt Sub. ab so findet sich

$$\int_{a_1}^{a_2} \frac{dx}{y} = \omega'$$

ω' ist positiv u. rein imaginär; beides kann da q so findet
man q' real und q' imaginär.

Man kommen jetzt zu der Aufgabe, mit Hülfe der schon
entwickelten Functionen, $x = \phi(u)$ zu bestimmen, d. h. wenn x ge-
geben ist $\phi(u)$ zu lösen. Man x zu bestimmen. Man findet, so
wird auf folgt

$$\left(\frac{dx}{du}\right)^2 = R(x)$$

folgt, dass für $x=a$ wird $u=0$ u. $y = \sqrt{R(a)}$ ist.

Dann ist
$$du = \frac{dx}{\sqrt{R(x)}} \int_a^x \frac{dx'}{\sqrt{R(x')}} = \int_a^x \frac{dx'}{y'}$$

Demnach ist dieses Integral unbedingt richtig ist, können wir uns
a. u. d. so leicht eine Linie annehmen, dass wir uns a. längs
dieser Linie in x bewegen, u. wenn b. an demselben zu q gelangt.
Es genügt das. Untersuchung für $\phi(u) = 5$ durchzuführen.
Dies wissen wir $\phi(u)$ für $u=0$, u. nachher geht wird, u. dass

$$\frac{dx}{du} = \sqrt{45^2 - g^2 - g^2}$$

Demnach folgt

$$du = \frac{dx}{\sqrt{45^2 - g^2 - g^2}} = \frac{dx}{\sqrt{45^2 - g^2(1 + \frac{1}{5^2})}}$$

so dass

$$du = \left\{ \frac{1}{5} 5^{-3} + \frac{1}{5} 5^{-5} + \frac{1}{5} 5^{-7} + \dots \right\} dx$$

$$u = -5^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{2}{5} 5^{-2} + \frac{2}{5} 5^{-4} + \dots \right)$$

Nun ist

$$\phi'(u) = 2 \cdot 5^{\frac{1}{2}} \sqrt{5^{-1}}$$

$$u = -\frac{1}{2} \phi'(u) \left\{ \frac{1}{\phi(u)} + \frac{dx}{\phi(u)^3} + \dots \right\}$$

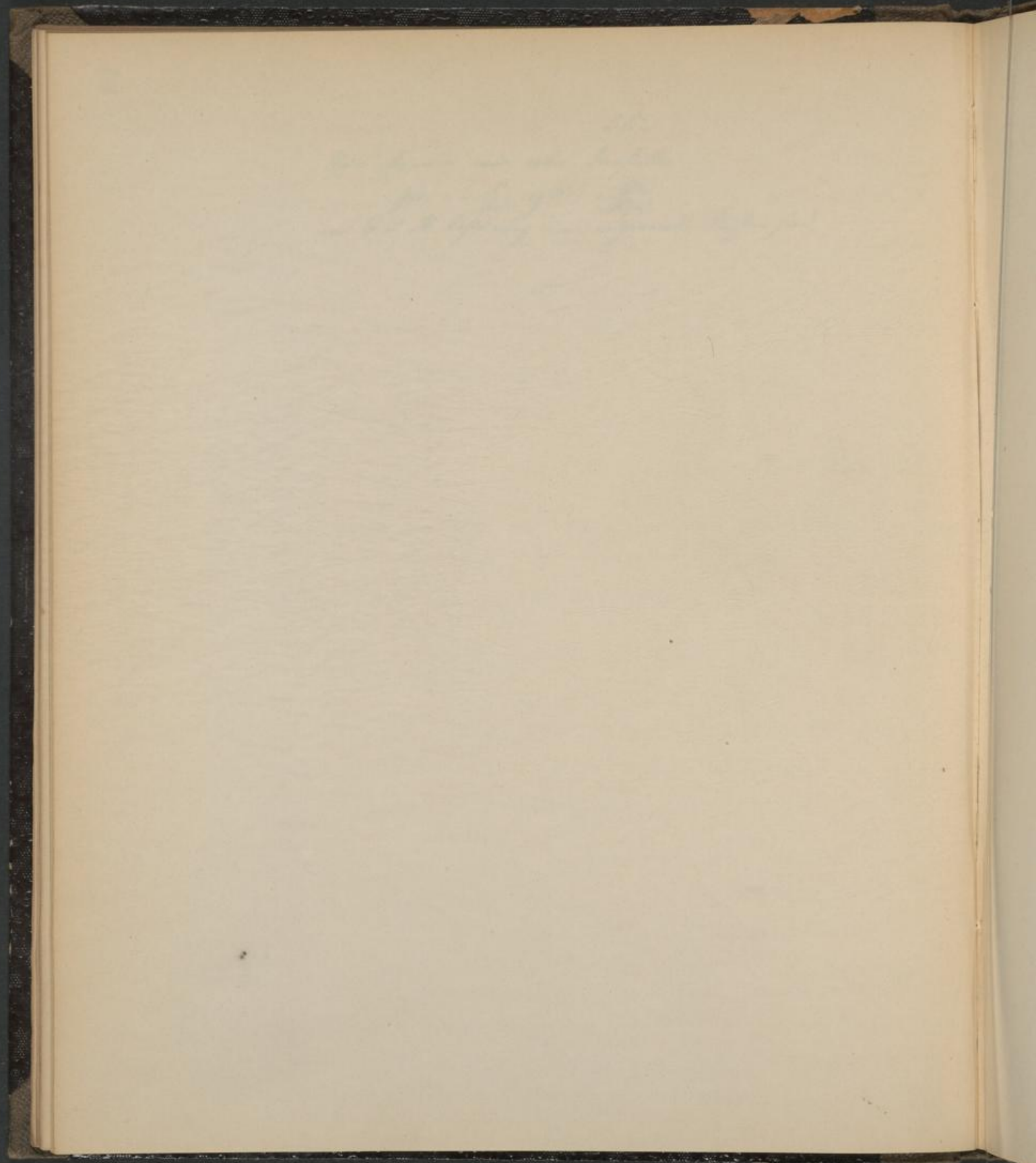
$$= -\frac{1}{2} \sqrt{45^2 - g^2 - g^2} \left\{ \frac{1}{5^2} + \frac{dx}{5^4} + \dots \right\}$$

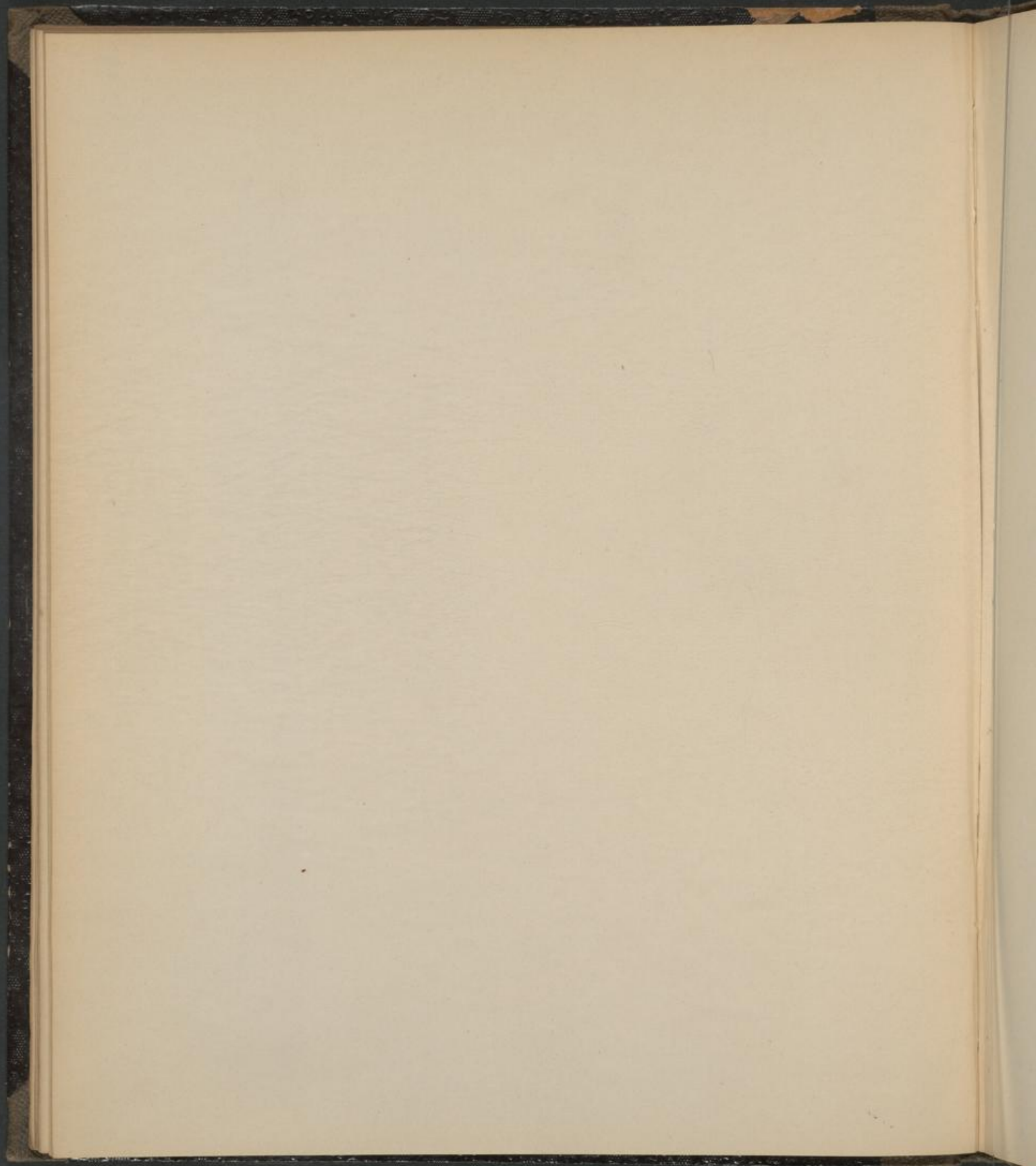
Sind also u kleiner angenommen als der kleinste Werth für
den 5 verschwindet, so wird die Reihe convergent sein u. u finden.

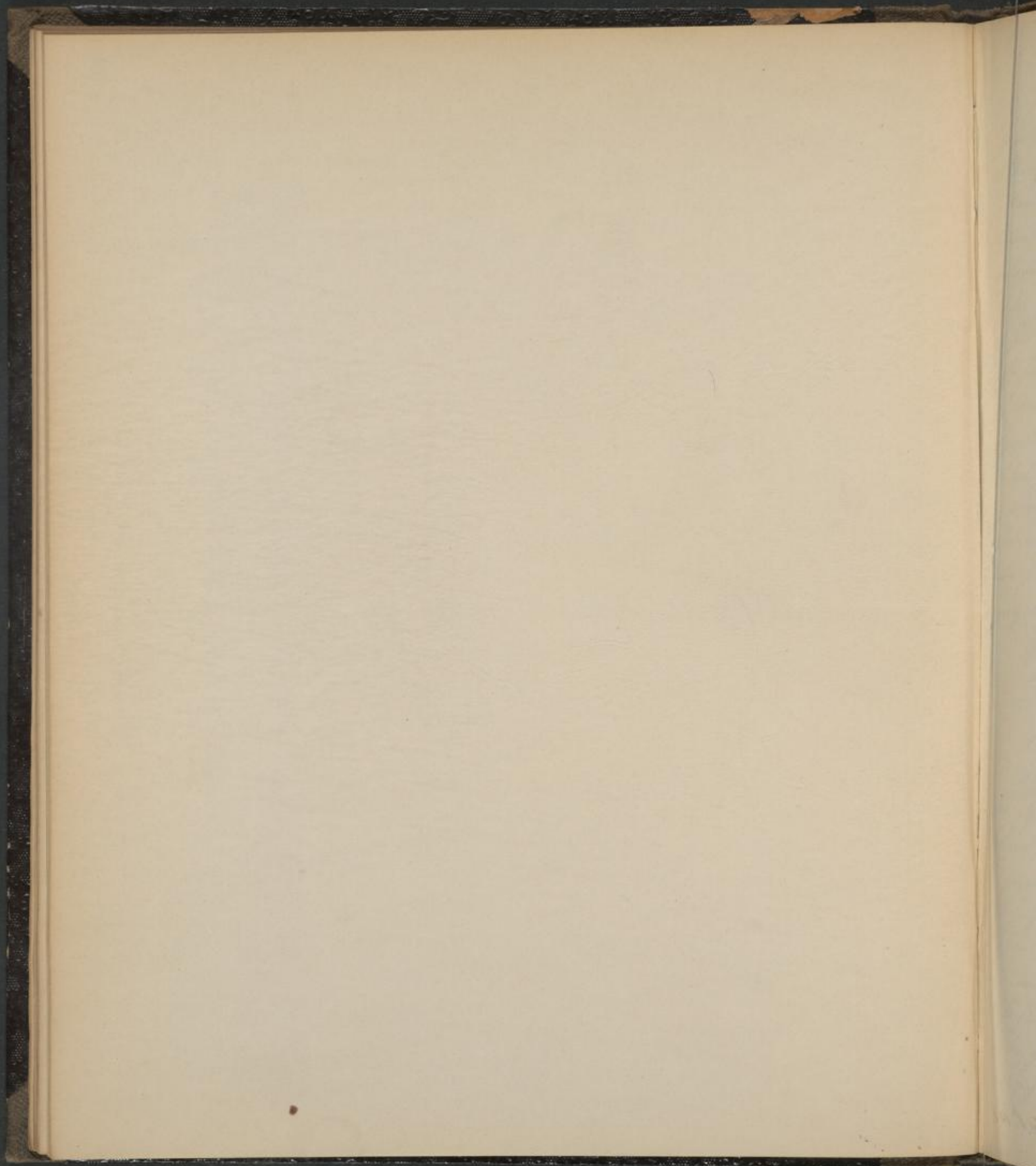
Nun können wir über $\log \eta(a)$ schreiben

$$p(u) = - \frac{L^2}{2u^2} \log \eta(a) = \frac{G(u)}{H(u)}$$

wo G u. H bestimmt konvergierende Reihen sind.







folgt D. 103.

so wir überprüfe die ganze Art, Sunctionen als einer
Differentialgleichungen definiert zu betrachten, ist es der
Sunctionenaffection mit einander gefügt und betrachtet
kann die Befolgung; wir begreifen uns auf die dort
gesagte.

Die y mit x so verbunden, daß $y = f(x-a)$ und $F(x,y)$ gegeben,
so soll eine z von x so bestimmt werden, daß $dz = F \cdot dx$
so soll dabei für $x=a$, $y=b$ ($z=0$) sein und z den Werth
 z_0 annehmen, so daß $z = z_0 + f_1(x-a) + f_2(x-a)^2 + \dots$ mit $x=a$ was.
spezifiziert. Gist man mit diesen Werthen von $x=a$ auf
beliebigen Punkt keine singulären Punkte gefunden. Da
ja nach x so werden y & z bestimmte Werthe annehmen,
die wir, simulieren "neue" werthen. Wenn der Weg
wir so beschränkt ist, so läßt sich zeigen, daß z einen
gering bestimmten Werth besitzt. Wir sehen

$$\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f_{11}y'' + f_{12}y' + \dots + f_{1n}y^{(n)}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = f_{111}y''' + f_{112}y'' + \dots + f_{1nn}y^{(n)}$$

$$\frac{dz}{dx} = g_1y' + g_2y'' + \dots + g_ny^{(n)}$$

Die $dx, y, y', \dots, y^{(n)}$, z sind also einer Differentialgl.
definiert; ferner sind für $x=a$, die Werthe $a, b, b', b'', \dots, b^{(n)}$,
 c gegeben, daher können wir die oben angegebenen
Werte zu x Ausgangspunkt bringen, & finden, daß die y
& z in allgemeinen und in a bestimmt sind. so gibt
uns eine richtige bestimmte Anzahl singulärer Punkte.
Diese sind die, für welche die y gleiche Werthe haben,
& die g inwendig werden. ferner wenn der von a
abgeleitete Weg in solchem Punkte, wie im Voraus

folgt 11. 11.

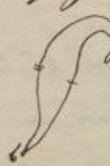
4

Es ist nun durch den Werth von z noch bestimmt. Da
 $(x, a) = x - a$, wenn a , im Endlichen, $= \frac{1}{x}$ wenn a , im Unendlichen.
 Dann liegt es nicht in der Reihe von a , z unendlich.
 Der für $(x, a) = \frac{1}{x} - t$. Wenn $z = + \sqrt{t}$ oder
 $z = - \sqrt{t}$ ist. Unter den verschiedenen Reihen sind
 die in der Reihe von a , z bestimmt ist, gilt es nicht
 für die $\log(x-a)$ für die Punkte der Linie einseitig
 bestimmt ist und in a mit $\log(x-a)$ übereinstimmt. Das
 weisen wir, und erhalten $F(x, y)/dx = P(t)dt$, wor
 aus P ergibt sich nach ungelösten Formeln in der
 Reihe zusammen kommen, aber nicht in endlicher An-
 zahl; falls man gt' favorisiert so wird
 $dz = F(x, y)/dx = gt' dt = P(t)dt$

$$z = C + g \log t + P(t)$$

was C einen festen Werth hat. Wenn sich nun x der
 Gränze a , nähert, so hat z einen festen Werth, da
 wenn $g=0$ sind die ungelösten Formeln in P verschwin-
 den, auch, sonst unendlich ist, da sich die ungelösten
 Formeln nicht auflösen können dann $(\log t) = 0$. Wenn
 mehrere singuläre Punkte nicht immer zu vermeiden,
 so kommt darauf an ob der betrachtete Werth von
 y mit einem anderen gleich wird, oder ob ganz andere
 derselben Reihe gleich werden. Diese Untersuchung
 ist mehr oder weniger, da sich zeigen lässt, dass
 das Verschwinden eines jeden Punktes eine
 singuläre Veränderung hervorbringt. Man kann
 den Übergangspunkt auf der Linie willkürlich
 wählen oder z. B. so dass x' der singuläre ist nicht
 anders gleich in dem die Linie durch $a, x,$

lassen und die Wege wegen von a aus zu a_1 werden.
 nig, dann in kleinen Kreisen von a_1 zurück geordnet
 von a fort. Betrachtet man nun ein Element
 $+k_1, u, -k_1$, so kann k_1 einer der Wege sein
 abwärts zu a und $-k_1$, indem ein jeder ja nach der Richtung
 der Zahl geordnet wird. Es sind also folgende 8 Fälle
 wegen möglich, nicht davon abgesehen, dass man die Anzahl
 der Wege betrachten kann.



Wegen nun von a aus nach x gehen.
 Wegen fortsetzen dann gehen für y so
 nach, dass man zu demselben
 Wege von y gelangt in Betrachtung
 sein für beide das z . Galt man nun a nach x sind
 selbst $f(x/a)$, $f(x/x)$ zurück nach a $f(x/a)$ auf dem
 zweiten Wege nach x , $f(x/x)$ so halt man das ist
 dem Wege x nach x ist y . nicht seinen Wert
 annimmt folglich muss $z = z + P$ sein. Dasselbe
 gilt auch nach wenn x ein singulärer Punkt ist, so kann
 es die beiden Entwicklungen von y auf den
 beiden Wegen in der Nähe von y demselben sein.
 zu der Darstellung beigefügt, d. h. zu demselben
 Gange, in welche für den singulären Punkt die Aus-
 stellung zeigen zu sollen. Dargestellt sei $V_a - a$,
 mit t so folgt nach der oben angegebenen Darstellung
 dass die Functionen $z' = P(t) + C \log t + C'$
 und $z'' = P(t) + C \log t + C''$ von $C' \neq C''$ von
 einander verschieden sein können da man sich
 leicht das $\frac{dz'}{dt} = Q(t)$, $\frac{dz''}{dt} = Q(t)$ kommt man



auf den Längen in der Kurve von
a, die P . x' und x'' sind diesen aufgetragen
 $y'a y''$ und geht zuerst von a
nach x' und von da nach x'' so erfüllt man
für diesen P einen Satz z'' so daß $z'' = P(t'') + C(t'') + C'$
wo die Längente mit der Länge der Bogen ax' aufgetragen
überwachsen müssen. Es ist also

$$z'' - z' = P(t'') + C \log(t'') - P(t') - C \log(t')$$

$$z'' - z'' = C' - C''$$

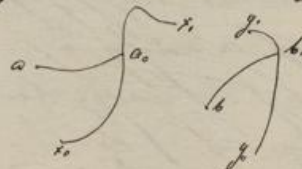
Die beiden Folgerungen für den P . x'' können also
mit ein and ande verbunden sein, in diesem
falle steht man x'' für die ganze a, nicht.

Geht man zu dem P . a die Punkte $y_0, y_1, \dots, y_n$ so
erfüllt man wenn man mit diesen
auf dem ersten Bogen nach x_0 geht die
Sätze $y_0, y_1, \dots, y_n$ sind diesen aufgetragen.
Satz $z_0, z_1, \dots, z_n$. Geht man von a mit
 b' und muß einen beliebigen zweiten Bogen nach
 x_0 so wird man Satz $z_1 = z_0^{(1)} + P$ aufstellen. Dann
geht man mit dem z_0 von x_0 auf dem ersten Bogen
nach a zurück so wird man dort mit einem $z_a^{(1)}$ an.
Kommen dann ein $b^{(1)}$ aufgestellt. Man stellt man
einen Bogen k_1 ein nach dem P . b_1 in k_1 an.
Daher und geht jetzt von a auf k_1 und x_1 nach dem
Bogen nach x_1 dann mit b_1 auf dem zweiten,
so durch die Punkte $z_0^{(1)}$ und $z_1^{(1)}$ mit ein
and verbunden. Man erfüllt
Umgekehrt läuft sich zu jedem der Punkte $z_1, z_2, \dots, z_n$

den Weg finden auf dem man von a mit b ausgeht
 nach x_0 mit z_0 , den vorgezeichneten Pfad, gelangt.
 Sind nun für x_0 n nicht äquivalente Pfade $x_1, x_2, \dots, x_n$
 gegeben, so lassen sich mit diesen alle übrigen verb.
 leiten. Dann für $z_1 = z_0 + P_1, z_2 = z_0 + P_2, \dots, z_n = z_0 + P_n$
 denn müssen auf den ersten Schritt sämtliche $z^{(1)}$
 verschwinden sein, weil sonst die z nicht mehr invar.
 gemacht sein würden. —

Integral erkläre daher zuerst, wie wir,
 als L deren Differenzial eine gegebene L für
 Kräfte von a als äquivalente Punkte aufgeführt,
 zu L haben sollte richtig gehen auf Lösung n .
 Hiermit zurück zu L eine für L bestimmter Kai.
 ten angeschlossen sein. Dann $L = \int \frac{dx}{x^2} =$
 $\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0}$ so erfüllt man für die Grenzen $x_0 = 1, x = 1$
 den Wert $\int \frac{dx}{x^2} = +2$ während der für $x = 0$ hat
 L unter dem Integral n annehmend wird. Dieser
 Wert ist nicht 0 , so hat man nicht zu wissen, ob.
 also Grenzen hat die durch umgekehrte Pfad
 gegebene Pfad gelöst. Dann sollen beide für
 alle n gelten. Um bei obigen L zu bleiben
 zu bleiben. Die einzige singuläre L ist $L = \ln x$.
 der Null. sein. Galt man also von a in gar.
 der Pfad L in die Pfad von a , unter dem
 L und L gleich groß wie a zu L L L .
 ist man die einzig mögliche Lösung. Ist
 man $x = re^{it}$ so wird $\int \frac{dx}{x^2} = \int \frac{dr}{r^2} + i \int \frac{dt}{r} = 0$. Man hat
 man dass auf dem Pfad von -1 bis $+1$ das L

Nütz. so kommt man stets auf den Satz 2.
 Wir wissen jetzt im Allgemeinen die Unver-
 änderlichkeit der beiden Funktionen voneinander, dass
 das $\int F(x, y) dx = z_1 - z_0$, wenn $\frac{dz}{dx} = F(x, y)$ und
 $dz = F(x, y) dx$, $dz_0 = F(x_0, y_0) dx_0$ ist. Die Linienstücke dx und
 dz sind verbunden durch beliebigen Weg x_0 mit x_1 .
 bestimmen für einen F denselben den zugehörigen
 Wert von z wenn F die Differenz der Punkte
 eines bestimmten F z , deren Ableitung $F(x, y)$ ist,
 für x_0 und x_1 , das gewünschte Integral.



Den Weg $x_0 x_1$ messen y. y. den Weg
 $a a_1$, $b b_1$ aufeinander, dann ist

$$F(x, y) = dz; \int F(x, y) dx = z_1 - z_0$$

$$\text{also auch} \int F(x, y) dx = z_0 - z_1$$

$$\text{also} \int_a^b F(x, y) dx - \int_b^a F(x, y) dx = (z_1 - z_0) - (z_0 - z_1) = z_1 - z_0$$

$$= \int_a^b F(x, y) dx + \int_b^a F(x, y) dx = \int_a^b F(x, y) dx - \int_a^b F(x, y) dx = 0$$

so lässt sich also zu jedem gegebenen Weg
 das zugehörige Integral finden; aber auch umge-
 kehrt, zu jedem gegebenen Weg das Integral
 das zugehörige Wert, d. h. jeden Wert $z_1 - z_0$, ge-
 gebenen Wert ist ein Wert, das Integral.

Es ist z. L. für x_0 der Wert $z_0^{(1)}$ und für
 x_1 der Wert $z_1^{(1)}$ gegeben so können
 zwei Weg $x_0 a$ und $x_1 a$ so gefunden werden,
 dass man in a denselben Wert z. L. z' erhält. Da
 ist der Weg $x_0 a x_1$ der Weg, welchen das un-
 veränd. $z_1^{(1)} - z_0^{(1)}$ ergibt. Der Wert ist konstant

in vollen ganzen Zahlen darstellbar.

In der Klasse der singulären Fg. giebt es eine
reine Reihe, deren fortgeschicklungen der Integral Fg.
versch. sind. von $(x-a)^{\frac{1}{2}} t$; man ansieht als Integral
 $P(t) + \log(t) + C' = z$
Nur da der Rest dieser fortgeschicklungen unter sich
nicht zwei Arten von Integralen.

1) Erste Gattung: Die fortgeschicklung besteht:
 $z = P(t) + C'$

d. h. in der Klasse der singulären Fg. besteht die
L. aus einem Rest

2) Zweite Gattung: Die fortgeschicklung ist:
 $z = P(t) + C'$

d. h. in der Klasse der singulären Fg. wird die
L. zwar unendlich, besteht aber aus einer
unendlichen Reihe

3) Dritte Gattung: Die fortgeschicklung ist:
 $z = P(t) + \log(t) + C'$

d. h. in der Klasse der singulären Fg. wird die L.
unendlich, aber die Entwicklung eines
offen L. zu beschreiben.

Gehen wir zu den Anwendungen auf die
allgemeinen Fg. über, bei denen alle hies. An-
schauungsmittel aus der Zeit, bestehen. Es ist
 $y^2 = P(x) = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + A$
und $\frac{dy}{dx} = F(x, y)$; suchen wir zunächst die L.
von, für die $P(x)$ ein Integral der
verschickten Gattungen sind.

1) der für diese zwei
Mengen von y gleich
wird

Die Partialgleichg. können nur da sein, in denen
 $P(x)=0$ wird) oder der Randgleichg. Ein gewiss
Wort von x ist aber die Partialgleichg. ansetzen
 $y = x^2 K(x) \{1 + \frac{1}{2} B x^{-1} + \dots\}$
wenn K vom 1ten, oder

$y = 2x^2 \sqrt{B} \{1 + \frac{6C}{2B} x^{-1} + \dots\}$
wenn K vom 3ten Grade ist. In solchen Fällen
sind beide Partialgleichg. von y gleich, in gewis-
sen nicht, also sind in solchen den von y a_1, a_2, a_3
 a_4 in gewissen a_1, a_2, a_3, a_4 Partialgleichg.

Wenn wir ferner setze die Partialgleichg.
 $y = \sqrt{K(x)} (x-a)^{\frac{1}{2}} \{1 + \frac{1}{2} B(x-a)^{-1} + \dots\}$
oder $y = \frac{1}{t} (1 + \frac{1}{2} B t^2)^{\frac{1}{2}} [x = a + \frac{t^2}{2B}]$
und wenn wir setzen dass in der Nähe der
singulären Gg. nicht genau, sondern nur 1. Partial-
gleichg. von y möglich ist. Ein der Unendlich-
keit geht deshalb Partialgleichg. wenn $K = \frac{1}{x^2}$
Wenn man nun die 1. P. G. setze so erhalten wir

$$F(x,y) = \frac{F_1 + H_1 y}{y}$$

der sich $f(x,y)$ als $q + xy$ darstellen lässt n. ist gleich
 $y \cdot f(x,y)$. Nun soll das Lsg. aus F stat. und
Lsg. bleiben. Beginnend mit $(x-x_0)^m$ muss
 $m+1 > 0$ sein, da $m+1=0$ nicht sein darf, um das Lsg.
zu vermeiden. In $x=x_0$ wird die Partialgleichg.
mit x^{-m} beginnen, was $m+1 > 0$ sein muss. Es wird
also bezüglich $F(x,y)/(x-x_0)$ oder $F(x,y)/x$ Null sein,
dann, wenn $x=x_0$ oder $x=\frac{1}{x_0}$ ist. Esst man nun
in $\frac{F_1 + H_1 y}{y}$ für y den zweiten Wert der Menge

so wird ab - $G + H y$. Diese Ausdrücke müssen
singulär und in $\mathcal{H}$ sein, also auf ihre Dimension $2H$
also muss $H(x-x_0)$ für $x=x_0$, 0 werden, d.h. H
muss eine ganze $\mathcal{H}$ sein, aber auf $H x$ für $x=0$,
muss 0 werden also muss $H=0$ sein und man
erhält: $F(x,y) = G y$. So muss man ebenfalls
 $G(x-x_0)=0$ werden; für x_0 kein singulärer Punkt
so darf G keinen gebrochenen Teil, ist x_0 ein
singulärer Punkt so muss $G(x-x_0) = (x-x_0)^i$
 $G \dots$ also darf G nicht unendlich werden,
muss das eine ganze $\mathcal{H}$ sein. In $x=0$ wird
 G zu $G_{x=0}$ also G zu $G_{x=0}$, so darf
das auf G nur eine Lineare sein.
Man erhält also den allgemeinen Fall.
Zurück zur allg. Lösung der Lagrange'schen Gleichung

$$F(x,y) = \frac{1}{y}$$

Lasst man sich zunächst Lösung der Lagrange'schen
Gleichung in der Form $y = V(x)$ suchen, wollen wir einige
allgemeine Fälle über die Entscheidung von
L. verwenden. Lagrange'sche die Punkte von
 $y = V(x)$ so ist ab klar, dass wenn P vom 1. bis G ist,
die V in unendlich zwei verschiedenen Gruppen in
 $\mathcal{H}$ zerfällt, nämlich für die ersten G sind
sie ganz vorhanden ist, (p. 56) und im ersten Fall
muss für ein unendlich großes Maß x_0, y_0 noch da
Wort der Menge feststellen werden. Lagrange'sche
mit (x, x_0) eine ganze, mal $= 0$ wird, wenn $x=x_0$, also
 $x-x_0$ oder $\frac{1}{x}$ um x_0 nach oder unendlich ist und

nennt $(x-x_0) = R(x_0) \cdot t^e = c \cdot t^e$ mit der Bedingung $\lim_{t \rightarrow 0} \varepsilon = 0$
 wenn x kein singulärer P. ist, und $= 0$ wenn es ein sol.
 der ist, so ist für alle dem P. x_0 benachbarten Punkte
 $y = R(t)$. Ist x_0 ein gewöhnlicher singulärer P.,
 so setzen wir zu setzen $x = x_0 + t$; $y = y_0 + R(t)$. Ist x_0
 ein singulärer Punkt so wird $x = c_1 + R_1(t)$ und
 $y = R_2(t)$. Ist dagegen P vom 4ten Grade d. x in einer
 Lsg so wird $x = \frac{t^4}{4!}$, $y = t^3 R(t)$. Möchten wir nun
 alle Punkte in der Umgebung von x, y betrachten
 so setzen wir t aus in n Potenzen die fortwährende
 Ein beginnen mit gt^m ; ist $m=0$ so erhalten wir
 einen gewöhnlichen, andernfalls einen singulären P.
 welcher von der Ordnung m sein kann mag. Das Grund
 dieser Annahme ist das, daß y in der Umgebung eines
 solchen P. m Malen bes. ist. Man set $\xi = gt^m + [t]$ wobei
 $[t]$ eine Größe bedeutet, die mit t zugleich unendlich klein
 wird; so folgt $(\frac{\xi}{g})^{\frac{1}{m}} = t + c \cdot t^2 \dots$ oder wenn $\xi = u$
 gesetzt wird $t = \frac{1}{g} u + \frac{1}{2g^2} u^2 + \dots$ so giebt also m Punkte
 von t ; denn da g nicht 0 ist, so kann sich die Anzahl
 nicht unendlich vergrößern und man mit weniger Punkten
 alle einem unendlich kleinen Punkte von ξ entspre.
 chen m unendlich kleinen Punkte von t ; folglich entspr.
 chen einer m Punkte von x u. y für die ξ einen Punkt
 repräsentiert. Wir stellen uns nun die Aufgabe, die
 Functionen von x u. y zu finden, welche für möglichst ver.
 nigen Punkte unendlich groß sind. Es mag sich hier
 dabei zeigen, daß der Grad der Punkte für welche
 eine L. unendlich wird mit der übereinstimmt, für

die $\pi = 0$ wird. Die diese L 's sind

$$S = \frac{L + My}{N}$$

wo L, M und N ganze L 's von x sind. Man erfüllt dann

$$(S N - L)^2 - M^2 = M^2 R$$

$$(M^2 R - L^2) \frac{1}{S^2} + 2 \frac{L M}{S} - N^2 = 0$$

Genau so kann man die zu einander Massen von x gehörigen Punkte von x beschreiben. Man nimmt L, M, N so bestimmbar, daß die Gleichung in Logarithmen auf x von gewissen Grade wird, so gibt es zu jedem einander klein Massen von S mit einem (einmalig klein) von x in y und beide Massen durch S rational ausdrücken. Ist die man nun $F(x, y)$ zu integrieren so könnte man S annehmen und $F(x, y) = F(S)$ so setzen; man erfüllt also eine durch rationale L 's in Logarithmen, von x und y aus S und ab davon ist möglich die allgütigen Integrale auf Logarithmen zurückzuführen. Eine Konstruktion wird also nicht möglich sein. Die man die Gleichung in Logarithmen auf x von zweitem Grade, dann werden immer ein, zweifach kleiner Massen von S sein von x und y abhängen und ab jetzt dann zwei Massen von S für welche S ein, zweifach groß wird, und in abhängt für jeden von x und y bestimmten Punkte von S , 2 Punkte von x und y welche die Gleichung befriedigen. Man ist F so zu bestimmen, daß sie wirklich für 2 gegebenen Punkte x_0 und y_0 einander wird, wenn diese Massen x_0 und y_0 zu gegeben sind. Da die Punkte

$$\frac{y + y_0}{x - x_0} = \frac{y + y_1}{x + x_1}$$

befriedigt oder die Bedingungen offenbar. Dann

ausgeht, wird es für die angegebenen Werte unendlich
 in gewissen Fällen für diese. Es könnte nämlich sein
 noch für $x = 0$ unendlich werden, allein die folgende
 Linie jedes Gliedes beginnt mit $\frac{x^k - x_0^k}{x - x_0} = x^{k-1} + C_1 + \dots$
 das einzige Glied welches unendlich werden könnte
 wird also ausgeschlossen. Den die Form symmetrisch
 zu machen, schreiben wir

$$S = \sum \left(\frac{y_1 + y_2}{x_1 - x_2} + \frac{y_2 + y_3}{x_2 - x_3} + \frac{y_3 + y_4}{x_3 - x_4} \right)$$

Nun könnte man aber auf dieselben Art eine S' be-
 zeichnen ansetzen, welche denselben Wert für ein
 jedes x_1, y_1 unendlich wird. Diese würde die Form sein

$$S' = C_0 \frac{y_1 + y_2}{x_1 - x_2} + S'$$

S' muß aber so beschaffen sein daß S für $x = 0$ nicht
 unendlich wird also $S' = -C_0 \frac{y_1 + y_2}{x_1 - x_2} + C_1 + \dots$ aber dann
 wären für andere Werte von x unendlich groß
 von 0 verschieden. Es ergibt, wie wir schon oben
 sahen, also keine S' von der verlangten Art.

Es kommt also leicht sich jede S' , welche für $x =$
 $a_1, a_2, \dots, a_r$ unendlich von der ersten Bedingung
 wird, schreiben

$$F(x) = \frac{C_1}{x - a_1} + \frac{C_2}{x - a_2} + \dots + \frac{C_r}{x - a_r} + F_1 x$$

$$\int F(x) dx = C_1 \log(x - a_1) + \dots + C_r \log(x - a_r) + F_2 x$$

bezeichnet man $C_0 = -(C_1 + C_2 + \dots + C_r)$ und entwickelt
 nach fallenden Pot. von x so erhält man

$$F(x) = -C_0 x^{-1} + \dots$$

$$\int F(x) dx = C_0 \log \frac{1}{x} + P\left(\frac{1}{x}\right) + \dots$$

entwickelt man eine S' also nimmt nach fol-
 genden, dann nach fallenden Pot. von x und

bedeutet die Coefficienten von x^{-1} bei der Entwicklung.
 gan, so ist die Summe derselben = 0. Oder: Sind in
 x in der Nähe des singulären p a. gilt die fol.
 Entwicklung $\int F(x) dx = C \log(x/a) + G(x-a)$ und die
 Summe der C ist dann 0. Dieser Satz wird dann
 die Zerlegung von F in Partialbrüche ermöglicht
 werden kann, kann auf St. $F(x, y)$ erweitert
 werden. Setzen wir wieder einen
 singulären p a. so ist in dessen Nähe

$$F(x, y) = A(x, a)^{-1} + D(x, a)^{\frac{1}{2}}$$

$$\int F(x, y) dx = A \log(x, a) + D(x, a)^{\frac{3}{2}}$$

Die Umkehr der Größten von a sind die so.
 zugehörigen Wurzeln von $x, x_1, \dots, x_p$ so kommt
 eine Entwicklung z. L. x_i mal vor, in dem
 so oft der A . Die Summe der A ist also zu
 setzen = $\sum_{i=1}^p x_i A_i$. Sind die Unendlichkeitsp.
 ist die Entwicklung

$$\int F(x, y) dx = \sum_{i=1}^p A_i' \log t_i + D(t)$$

wo $x_i^1, \dots$ die Entwicklungen der Größten, nach
 der z . nicht anzeigen.

Wenn man diesen Satz auf die Zerlegung der $\mathcal{L}$ in Partialbrüche anwendet. So läßt sich in einer Summe von solchen Gliedern zerlegen, die von 2 Werten unabhängig sind und sich der Form $\frac{1}{x-x_0}$ oder $\frac{1}{x-x_1}$ darstellen lassen. Man betrachte die oben aufgeführten $\mathcal{L}$

$$F(x, y) = \frac{1}{2} \left(\frac{y_1^2}{x-x_0} + \frac{y_1+y_2}{x-x_1} + \frac{y_2^2}{x_1-x_2} \right)$$

R sei eine rationale $\mathcal{L}$. Legen wir ferner diese Maske für die F unabhängig wird mit $a, b, a_1, b_1, \dots$ zu ersetzen wie alle Maske für die R unabhängig werden kann, wenn wir die oben abgeleitete Formel zur Anwendung bringen. So ist

$$F(x, y) \frac{dx}{dt} = Q t^{-1} + R(t)$$

$$\int R(x, y) dx = (\log t) Q + \dots$$

Wir bestimmen den Coefficienten von t^{-1}

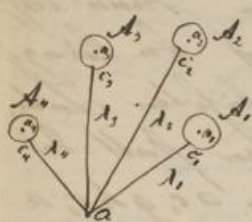
$$\left[F(x, y) \frac{dx}{dt} \right] t^{-1} \text{ nach der Jacobischen Dgl.}$$

$$\left[\sum R(x, y) F(x, y) \frac{dx}{dt} \right] = R(x, y) - R(x_0, y_0)$$

und diese Gleichung muß eine Identität sein, und muß für die aufgeführten Bedingungen genau so von Maske gelten. Wir wollen die obigen Coefficienten Identität wegen der F durch $F(x, y, x_0, y_0)$ ersetzen. Die oben erwähnte Zerlegung zeigt nun auf daß alle elliptischen Integrale auf die Form $\int F(x, y, x_0, y_0) dx$ zurückgeführt werden können. Wir

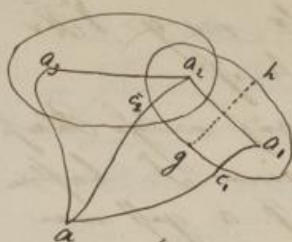
$$\int F(x, y, x_0, y_0) dx$$

beständigen und nun zu erst mit α nach $y = \sqrt{R}x$
und R vom dritten oder vierten Punkte ist.



Wir setzen voraus auf solche Weise
man die Perioden einer P . haben
man kann. Von dem p . a geht man
mit dem Punkte b aus; daselbst man nun
mit demselben Punkte b wieder nach

a zurück so ist das voraussetz von 2 eine Periode; solche
Periodenreihen werden als eine alle geben $(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10})$
in f. w. oder $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}$
 $A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}$; angeschlossen unter diesen
sind sich solche aber nicht $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}$
sine solche Perioden lässt sich aber in nachstehen
Stellen zerlegen. $a \alpha, (\alpha, \alpha), \alpha, \alpha$ u. f. w. In allen
 b in c , nach dem Umlaufe der aufeinanderfolgenden
Punkte ist als eine demselben, p ist $\alpha, \alpha = -\alpha, \alpha = \alpha$
ferner $(\alpha, \alpha) = 0$ also $A_1, A_2 = 2\alpha, 2\alpha = 2(\alpha, \alpha)$
sine mehrere Zusammenführung findet man wenn man
den Kreis durchläuft der alle α in sich schließt
so ist dann $P = A_1, A_2, A_3, A_4$ und dies ist
dann $= 0$ weil für jede Periode das Resultat da nach
folgenden p . von x gewordene Periode mit $\sqrt{R}x$ ist.
gibt, der Punkt alle keine Veränderung erleidet.
Lässt ist es die Zusammenführung in den Stellen
zu wissen, dass R vom dritten Punkte, d. f.
ein α v. a. u. f. w. ist. Nun lässt sich ferner
zeigen, dass die Perioden unabhängig von
 a gefunden werden können.



Man umschreibe a, a_1, a_2 ein a_1, a_2 , die mit
 den a_1, a_2 nach Willkür gewählt sind
 durch einseits Längen. Dann lasse
 sich die Periode durch die Länge
 dieser Längen mitgeschickten Läng.
 proportionen setzen. Dann weißt man statt der
 obigen Reihe $a, a_1, a_2, a_1, a_2, a_1, a_2$ die Reihe a, g, h, c, a
 g, h, c, a so wird die Periode gh zuerst genommen
 in der selben Richtung, was mit ungeschicktem
 Zeichen durchlaufen a liegt nun a auf der
 Läng so ergibt sich die Periode der Läng.
 fünfte unmittelbar. Man kann man beide
 Längen durch eine beliebige einseits Linie m.
 setzen die von a , durch a_1 nach a_2 geht, geht die
 a_2 zu gehen, sobald man die Periode a, a_1 einen
 a_1 bestimmt ist der zugehörige a_2 . Die Periode
 wird man dann die zu einem a_1 auf der
 Periode a_1, a_2 zugehörige a_2 so daß der zweite Teil
 dieser zweiten Periode gegeben wird.

Man $\left(\frac{dx}{dn}\right)^2 = R(x)$ ist und $\psi(x) = \int \frac{dx}{\sqrt{R(x)}}$
 so soll der Ausdruck gegeben werden, daß
 x und $\psi(x)$ vollkommen unabhängig sind. Sei
 $x = q_n = \frac{q_n}{q_0}$ oder $x \cdot q_0 = q_n$ so bezeichnen
 wir sofort daß jedes Subscript ψ eine
 neue Gleichung bezeichnen. So ist $\frac{dx}{dn} = \frac{1}{\sqrt{R}}$
 oder unter x steht q_n gesetzt sein soll.
 oder $\frac{dx}{dn} = \frac{1}{\sqrt{R}} = \frac{1}{\sqrt{R_0 + R_1(x - q_0) + \dots}}$
 $= d(q_n) / (R_0 + R_1(q_n - q_0) + \dots)$

Man lasse jetzt u nur so nahe zu u_0 herankommen, daß
 u_0 noch in Lösungsbereich der Reihe liegt, dann folgt
 durch Substitution $u - u_0 = \epsilon (q_1 - q_0)$, ... daß dies eine
 Identität sein muß, wenn die Reihe von u in der
 Reihe x $q(u) = q_0(u)$ ein, so muß wieder eine Identität
 hervorkommen. Insbesondere die Lösungsbereich der Reihe
 stimmen die beiden Reihengleichungen von u
 nach $q(u)$ und von $q(x)$ nach x vollkommen überein.
 Dies wissen wir, daß zwei St. identisch sind, wenn
 sie als eine nur in den kleinsten Gliedern - Linien-
 der Stützstellen sind. - Es wird also u und $q(x)$
 vollkommen äquivalent sein müssen. Es genügt
 es, daß jede Reihe von q durch u ausgedrückt
 ist und umgekehrt. Im übrigen ist diese Th.
 nicht nur ein lehrreiches St. der Th. 53 u. 54
 gegebenem allgemeinen in Bezug auf die Th.
 einführung der beiden nachstehenden St.
 ränge von der Lösung. Alles was diese
 von denselben oben besprochen ist, gilt jetzt auf
 für $q(x)$; so besonders die wichtige Eigenschaft.
 Lasse man nun für q die beiden St.
 mantelvariablen P_1 und P_2 und für q u die
 beiden $2u$ und $2u$, so lassen sich die beiden
 Reihe nach zu einem gegebenen Reihe
 von x geben, d. h. fallen als

$$u + u_1 P_1 + u_2 P_2$$

$$\text{und als } u - u_0 + u_1' P_1 + u_2' P_2$$

da diese Reihe aber zueinander äquivalent sind

Durch $u + 2M_1 W + 2M_2 W,$

$u - 0 + 2M_1' W + 2M_2' W,$

so sind u und u_1 durch P_1 und P_2 ausdrückbar sind
invers-kef. so ist also $(x' - y'u) = \pm 1$ und sind
 P_1 und P_2 sind Invarianten von u und u_1
oder invers-kef.

so werden sich jetzt nur die wirklich. Der
Funktion von $\int F(x, y, x_1, y_1, x_2, y_2) dx$ durch die oben
eingeführten eingeführten elliptischen F.
Lösungen sind

$$\frac{1}{2} \left(\frac{y + y_1}{x - x_1} + \frac{y_1 + y_2}{x - x_2} + \frac{y_2 + y}{x_2 - x_1} \right) = F$$

oder $x = x_1 + y_1(u - u_1) + \frac{R(x_1)(u - u_1)^2}{2}$

$y = y_1 + \frac{R(x_1)(u - u_1)}{2}$
so dass für $u = u_1$, $x = x_1$ und $y = y_1$ also F invariant von
so geschieht dasselbe eingeführte Koordinaten mit

so sind also $\frac{\partial F}{\partial (u - u_1)}$

$$F - \left(\frac{\partial F}{\partial (u - u_1)} - \frac{\partial F}{\partial (u - u_2)} \right) = \text{const}$$

sein müssen, dass dass man sich wirklich
Einführung der Lösung in der neuen Gleichung
in der für die Lösungen von F und ∂ falls
also $\frac{\partial F}{\partial (u - u_1)}$ findet. Durch Integration ergibt
sich also

$$\int F(x, y, x_1, y_1, x_2, y_2) dx = \log \frac{\partial F}{\partial (u - u_1)} + u \frac{\partial F}{\partial (u - u_1)}$$

$$= \log \left(\frac{\partial F}{\partial (u - u_1)} e^{u \frac{\partial F}{\partial (u - u_1)}} \right)$$

oder die Konstante durch die Integration ersetzt ist,
dass für $u = u_1$ der Logarithmus = 0 sein soll.

Dreieck A, B, C hat: ewigl. Größen, α, β, γ hat: ewigl. Größe
 wenn soll αA alle Fg: der die auf der Geraden OA lie-
 gen. $\alpha A, \beta B$ soll für $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$ alle Fg: immerfalls
 das Parallelogr: $0, A, B, A+B$ dar. If $\alpha + \beta = 1$ so liegen die
 Fg auf AB . If $\alpha + \beta < 1$ in dem ΔOAB ; if $\alpha + \beta > 1$ in ΔOAB
 die Ger: AB schneidet sich nämlich das fallen die $(1-\alpha)A + \beta B$
 oder $A + (\beta - \alpha)A$, so wie jede Fg: in AB dar. $A, B, (A+B)$
 die $A + (\beta - \alpha)A$ mit $1 < 1$ (falls $\beta > \alpha$)
 Sind A u B zwei Ger: so sind auch ger: If A u B sind
 so auf $A+B$ in A, B ; wie man sehen möchte. Sankt
 man sich alle Ger: durch Fg: durchschneidet, so können
 in einem andern. Gerade nur eine and. Gerade sein. $\frac{x-a}{b-a} = \xi, \eta$ in q u
 die die Gerade von u , nicht sich nämlich $F(u)$ auf Ger: $0, 1$ oder 1 .
 gehen soll: von u u. anderen Ger: Ger: u : man
 kann offenbar den Ger: der Gerade von u so kl. ma-
 nehmen, daß neben dem A u B Ger: $A+B$ Ger: $2A$ u
 folgenden Ger: sind. Dann aber $F(u)$ in keinem Fg: der Ger:
 der Ger: $A+B$, annehmen, außer in u , falls. Daraus folgt
 daß die Gerade der Ger: in anderen Ger: annehm-
 lichen alle Ger: in einer Ger: u ist A der Ger: 0 .
 nicht Fg: so ist A die Ger: Ger: Dann wäre dann
 Ger: u nicht = $m A$ sondern = μA wo μ ein Ger: ist,
 ist, wenn α der Ger: αA annehmen Ger:, diese liegt aber
 dem 0 Fg: nicht als A , was unmöglich. Ist $F(u)$ auf
 als eine Ger: so liegt man durch 0 u eine Ger: eine
 Ger: u bestimmen die auf dieser Ger: liegt. Ger:
 die Ger: dann würde man in 0 , eine Ger: so, daß
 in dem eine aufstehende OA keine weiteren Fg:

$\frac{x-a}{b-a} = \xi, \eta$ in q u
 $0, 1$ oder 1 .
 $\frac{x-a}{b-a} = \xi, \eta$ in q u
 $0, 1$ oder 1 .

von

(52) Allgemein: $\frac{\sigma(u+2w+2w')}{\sigma(u+2w+2w')} = \frac{\sigma(u)}{\sigma(u)} + 2\eta + 2\eta'$

Setzt: $\sigma(u+2w+2w') = C \sigma(u) e^{2\eta + 2\eta' u}$

Es ist eine L. von u & v. Um sie zu finden, setzen wir für u: $u - w - w'$ also

$$\sigma(u - w - w') = C e^{2\eta + 2\eta' (u - w - w')}$$

Es ist eine L. von u, folglich setzt man, wenn $u = 0$ und w, w' nicht zu gleiches Zeit werden, also $\sigma(-w - w')$

$$C = - e^{2\eta + 2\eta' (w + w')}$$

Es ist eine L. von u, also $\sigma(u + w + w') = 0$ wir ist ab $\sigma(u + w + w')$ nicht, da, wenn $\sigma(u) = 0$, $\sigma(u)$ auf Null. von $(u - w - w')$ mit $(u - w)$ beginnt. Folglich muss also

$$\sigma(u + w + w') = \sigma(w + w') u + \dots \text{ etc}$$

so nicht, wenn $u = 0$ gesetzt wird:

$$C = + e^{2\eta + 2\eta' (w + w')}$$

Die Herleitung des Satzes wird offenbar durch die Formel $(-1)^{(w+w')/w} = (-1)^{w+w'}$ bestätigt, so dass

(53) $\sigma(u+2w+2w') = (-1)^{(w+w')/w} \cdot \frac{2\eta + 2\eta' u}{\sigma(u)} \cdot e^{2\eta + 2\eta' (u + w + w')}$

(53') Speziell wird: $\sigma(u+2w) = -\sigma(u) e^{2\eta(w+w')}$
 $\sigma(u+2w') = -\sigma(u) e^{2\eta'(u+w')}$

Die L. σ ist also die signiff. dass wenn ihr Arg. um einen Per. hat, so ist σ negativ. Setzt man σ positiv, so wird es negativ, oder umgekehrt. mit einem signum. In dem folgenden eine lineare L. von u

*) Diese signiff. verbunden mit denjenigen der funktionen $\sigma(u-a)$ bestimmt σ vollständig, wenn σ in der Umgebung von a die funktionen gegeben ist.

Es lässt sich nun zeigen, dass jede GröÙe w , welche für $\sigma(u+w) = C e^{2\eta}$ erfüllt sein muss.

Wenn σ nicht negativ, wenn w nicht gleich $\sigma(u)$ ist.

$$\sigma(u+2w+w) = -C e^{2\eta} \sigma(u) e^{2\eta(u+w)}$$

$$\sigma(u+w+2w) = -C e^{2\eta} \sigma(u) e^{2\eta(u+w+w)}$$

von x, y, z, t abhängen. Summationen $\sum$ und $\int$ geben.
 Auf demselben werden wir später in gewissen speziellen Fällen so für $x_0 = 0$ setzen, wenn $y_0 = \sqrt{A}$ und

Unter dieser Voraussetzung

$$f\left(\frac{y_0 - y}{x_0 - x}\right) = \frac{y_0^2}{x_0^2} + 2x \frac{y_0}{x_0^2} + 5x^2 \frac{y_0^2}{x_0^4}$$

Setzen

$$S = \frac{Ax^2}{2} + 2Bx + C + \frac{VA}{2} y; \quad t = \frac{1}{4} VA Bx + (Ax + B)y$$

Wenn $A=0$, so nimmt wegen $S = A(x+C)$; $t = By$

Setz $x_0 = a$ = eine Wurzel von $Ax = 0$, dann ist:

$$S = \frac{1}{2} R'a + \frac{1}{24} R'a^3 \quad t = -\frac{1}{4} R'a$$

Da hier $\frac{y_0}{x_0}$ die letzte Gl. eines Systems all. d. m. g. ϕ ist, dann ist:

$$\phi(u) = a + \frac{1}{4} R'a$$

$$\phi'(u) = \frac{-\frac{1}{4} R'a}{(u - \frac{1}{4} R'a)^2} \cdot u'$$

so läßt sich nun zeigen, daß jede Wurzel all. d. x mit denselben Summationen, dargestellt wird. Für $\phi(u_0)$ von u_0 im L. d. ϕ . Sie folgt daraus, daß die einzige Bedingung zwischen u und a in denselben Diff. Gl. vorhanden all. d. ϕ . nur in dem Ausdrucks-
 werte besteht, den sie für $u=0$ annehmen sollen. Da also der Anfangswert x_0 eine, so ist auch $\phi(u_0) = x_0$ zu setzen, so wie $\phi'(u_0) = y_0$, was zur Bestimmung von u_0 vollkommen reicht für die Bestimmung von ϕ . Also

$$x = a + \frac{\frac{1}{4} R'a}{\phi(u-u_0) - \frac{R'a}{24}}, \quad x_0 = a + \frac{\frac{1}{4} R'a}{\phi(u_0) - \frac{R'a}{24}}; \quad y = \frac{-\frac{1}{4} R'a}{(\phi(u-u_0) - \frac{R'a}{24})^2} \phi'(u-u_0); \quad y_0 = \frac{-\frac{1}{4} R'a}{(\phi(u_0) - \frac{R'a}{24})^2} \phi'(u_0)$$

$$\phi(u_0) = \frac{\frac{1}{4} R'a}{(x_0 - a)}, \quad \phi'(u_0) = -\frac{\frac{1}{4} R'a}{(x_0 - a)^2}$$

Nun macht man: $\phi(u) = a + \frac{\frac{1}{4} R'a}{\phi(u-u_0) - \frac{R'a}{24}}$

Statt $\phi(u) = a + \frac{\frac{1}{4} R'a}{\phi(u-u_0) - \frac{R'a}{24}}$

ϕ wird für $u=\alpha$ in $\phi(u)$ ϕ muß unverändert verbleiben mit $(u-\alpha)^{-1}$, $\phi(u-\alpha)$ hängt also ab mit $\phi(\alpha(u-\alpha))$

ist $\frac{\phi'(\alpha)}{\phi(\alpha)} = \frac{1}{4} R'a$

Die Wurzeln von α in ϕ lassen sich also gegenseitig. Vertauscht man α , so ändert sich u_0 in eine fast unverändert verbleibende $R'a$ ist.

so man die zweite W. für $u=0$ erfüllt.

$$p u - p \alpha = - \frac{\sigma(u+\alpha)\sigma(u-\alpha)}{\sigma^2 \alpha}$$

$$p' \alpha (u-\alpha) + \dots = - \frac{(\sigma'(\alpha) + \sigma'(\alpha)(u-\alpha) + \dots)(u-\alpha) \dots}{\sigma^2 \alpha \cdot (\sigma \alpha + \sigma' \alpha (u-\alpha) + \dots)^2}$$

$$p' \alpha = - \frac{\sigma'(\alpha)}{\sigma^2 \alpha}$$

$$q(u) = a + \frac{\sigma'(\alpha)\sigma u}{\sigma \alpha \sigma(u+\alpha)\sigma(u-\alpha)}$$

Dann

$$q u - q u_1 = \frac{p' \alpha}{\sigma \alpha} (p u - p \alpha - \frac{1}{p' \alpha} p u - p \alpha) = \frac{p' \alpha}{\sigma \alpha} (p u - p \alpha) (p u_1 - p \alpha)$$

$$q u = q u_1 + \frac{1}{\sigma \alpha} \frac{\sigma'(\alpha)\sigma(u-u_1)\sigma(u+u_1)}{\sigma(u+\alpha)\sigma(u-\alpha)\sigma(u_1+\alpha)\sigma(u_1-\alpha)}$$

und wief:

$$\frac{q u - q u_1}{q u - q u_1} = \frac{\sigma(u-u_1)\sigma(u+u_1)}{\sigma(u-u_1)\sigma(u+u_1)} \cdot \frac{\sigma(u-u_1)\sigma(u+u_1)}{\sigma(u-u_1)\sigma(u+u_1)}$$

Allgemeinere Functionen dieser Art folgen leicht, für ist genügt so $q(u)$ zu wief x eine der Lsg. von $(\frac{dx}{du})^2 = R(x)$ auf $\sigma = 0$ zu rückgeführt zu sein. Diese Formeln mögen für $\alpha = 0$. In diesem Fall hängt die Function von u mit $(u-\alpha)^{-2}$ ab, wenn:

$$\frac{(u-\alpha)^{-2} + \dots}{\sigma} = a + \frac{p' \alpha}{\sigma \alpha (u-\alpha) + p \alpha (u-\alpha)^2 + \dots}$$

$$p'(\alpha) = 0 \text{ sein muß.}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{p' \alpha}{\sigma \alpha}$$

α ist dann eine feste Gr. oder kann die Form $m u + n$ annehmen.

was man nicht zugleich beide voraussetzt. Also

$$q(u) = a + \frac{p' \alpha}{2 \sigma \alpha (p u - p \alpha)}$$

folgt man oder $p u - p \alpha = - \frac{\sigma(u+\alpha)\sigma(u-\alpha)}{\sigma^2 \alpha \sigma^2 u}$ wenn $u-\alpha$ erfüllt man weil $p' \alpha = 0$, $\sigma'(\alpha) = 0$

$$\frac{p' \alpha}{\sigma} = - \frac{\sigma' \alpha}{\sigma^2 \alpha}$$

$$\text{also } q(u) = a + \frac{\sigma'(\alpha)\sigma u}{\sigma \alpha \sigma(u+\alpha)\sigma(u-\alpha)}$$

Leite Formeln für q auf ähnliche Weise ab, wenn u eine der Lsg. der Lsg. ist. Diese die Lsg. sind in der Form $q(u) - q(u_1)$ erfüllt man eine ganz einfache Form.

man weiß, weißt du für $q_u - q_v$ mit der vorigen
identisch wird.

Man setze jetzt q_u ausdrückt durch, q_v in
wollen so jetzt durch $\frac{1}{x}$ $\frac{1}{\alpha}$ oder $\frac{1}{\alpha}$ ausdrücken.
Man erfüllt man noch die Formel für $q_u - q_v$ durch
legen: Differentiation nach x laßt

$$\frac{p'v}{p'v - p'u} = \frac{\partial(p'uv)}{\partial(u+v)} - \frac{\partial(p'u-v)}{\partial(u-v)} - \frac{2\partial v}{\partial \alpha}$$

$$\text{oder } q_u = a - \frac{1}{VA} \left(\frac{\partial(p'u+\alpha)}{\partial(u+\alpha)} - \frac{\partial(p'u-\alpha)}{\partial(u-\alpha)} - \frac{2\partial \alpha}{\partial \alpha} \right)$$

darum ist, weil $\frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} = -p$

$$\frac{p''v}{p'v - p'u} = \frac{(p'v)^2}{(p'v - p'u)^2} = -p(u+v) - p(u-v) + 2pv$$

oder wenn $\alpha = 0$ und $p'\alpha = 0$ unendlich wird
 $p(u+\alpha) = p(u-\alpha)$,

$$\frac{p''\alpha}{p'u - p'\alpha} = 2p(u-\alpha) - 2p\alpha \text{ und}$$

$$q_u = a + \frac{p(u-\alpha) - p\alpha}{p'u - p'\alpha}$$

In diesem Falle ist also q_u die Abl. von $\frac{1}{\alpha}$ gegeben.
Alle diese Formeln enthalten außer dem Arg. α noch die
zu a und q : 4ten Grades. Um die Auflösung derselben
zu ermöglichen, wollen wir alle diese Löss. durch die
Löss. A B etc. setzen ausdrücken können. Man setze
 q_u für $u = \alpha$, d. h. man erfüllt für q_u

$$\frac{1}{q_u} = VA(u-\alpha) + B(u-\alpha)^2 + CVA(u-\alpha)^3 + \left(\frac{1}{2} AB + \frac{1}{2} B^2 \right) (u-\alpha)^4$$

und durch einfache Division:

$$q_u = \frac{1}{VA} (u-\alpha)^{-1} - \frac{B}{A} + \frac{B^2 A(u-\alpha) + 2ABC - 2B^2 A^2 B}{2A^2} (u-\alpha)^2$$

Andererseits ist

$$q_u = a + \frac{1}{VA} \left\{ \frac{\partial(p'u)}{\partial(u-\alpha)} - \frac{\partial(p'u+\alpha)}{\partial(p'u-\alpha)} + \frac{2\partial \alpha}{\partial \alpha} \right\}$$

$$p'u = \frac{1}{u} + C, u^2 \dots \text{ also } \frac{\partial p'u}{\partial u} = \frac{1}{u} - \frac{C}{u^2}$$

so wird also dann

$$q_u = a + \frac{1}{VA} \left(\frac{1}{u-\alpha} + \dots - \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} + p(2\alpha(u-\alpha) + \frac{p^2 \alpha}{2} (u-\alpha)^2 + \dots + \frac{2\partial \alpha}{\partial \alpha} \right)$$

Vorf. Herleitung: $p(\alpha) = \frac{B \cdot A}{A}$ $p'(\alpha) = \frac{3AB' - 2B^2 + A^2B}{A^2 A}$
 $\frac{1}{A} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} - 2 \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} \right) = a + \frac{B}{A}$

also:

$$\varphi u = - \frac{B}{A} + \frac{1}{A} \left\{ \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} - \frac{\partial(u+\alpha)}{\partial(u+\alpha)} - \frac{\partial(\alpha-u)}{\partial(\alpha-u)} \right\}$$
 Dann wird man in der folgenden Formel für $\varphi u - \varphi u$,
 $u = \beta$, einsetzen, man: $\varphi u = \varphi \beta + \frac{1}{A} \frac{\partial(u+\alpha) \partial(\alpha-u) \partial(\alpha-\beta)}{\partial(u+\alpha) \partial(\alpha-u) \partial(\alpha-\beta)}$
 und $\varphi \beta = - \frac{B}{A} + \frac{1}{A} \left\{ \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} - \frac{\partial(\alpha+\beta)}{\partial(\alpha+\beta)} - \frac{\partial(\alpha-\beta)}{\partial(\alpha-\beta)} \right\}$

Man erfüllt man leicht aus der Formel für $\varphi u - \varphi u$

$$\frac{\partial(u+v)}{\partial(u+v)} = \frac{\partial u}{\partial u} + \frac{\partial v}{\partial v} + \frac{1}{2} \frac{p u - p v}{p u - p v}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} = \frac{\partial(\alpha+u)}{\partial(\alpha+u)} + \frac{\partial(\alpha-u)}{\partial(\alpha-u)} + \frac{1}{2} \frac{p(\alpha+u) - p(\alpha-u)}{p(\alpha+u) - p(\alpha-u)}$$
 also für φu

$$\varphi u = - \frac{B}{A} + \frac{1}{2A} \frac{p(\alpha+u) - p(\alpha-u)}{p(\alpha+u) - p(\alpha-u)}$$

$$\varphi \beta = - \frac{B}{A} + \frac{1}{2A} \frac{p(\alpha+\beta) - p(\alpha-\beta)}{p(\alpha+\beta) - p(\alpha-\beta)}$$
 Da $u = 0$ wird $\varphi u = a$ also:

$$a = - \frac{B}{A} + \frac{1}{2A} \frac{p \alpha - p \alpha}{p \alpha - p \alpha} = - \frac{B}{A} + \frac{1}{2A} \frac{p' \alpha}{p' \alpha}$$
 der Vorf. differenzieren der neuen Kraft von α gegeben
 ist. Man muß man, weil a bel. ist, den 4. Schritt gemacht
 werden, alle α erfüllen, wenn man für α alle seine
 Werte setzt. Aus den Bestimmungsgleichungen für
 2α ist 2α bel. auf eine Form. berechnet. Ist also 2α ein
 beliebiger Wert von 2α , dann ist also: $\alpha = \alpha' + p u + v w$
 Dann man weiß der letzten Gl für a fassungs-
 daß es sich nicht ändert, wenn α um eine gewisse
 Summe vergrößert wird, so ist klar daß die übrigen Werte
 von a bestimmt werden, wenn man für α setzt
 $\alpha' + u + 2L$, $\alpha' + u + u' + 2L$, $\alpha' + u' + 2L$.

so wird sich in der Folge als bestimmter herausstellen
 muß φu unter $\varphi u - \varphi(u+\alpha)$ als bestimmungsgleichung aufzufassen,
 daß welche alle Vorf. Herleitung der Vorf. zu entwickeln.
 Deren ist nämlich: $\varphi u(0) = 0$ und.

Ist α eine feste Periode, so finden wir leicht:

$$Qu = a + \frac{1}{B} \frac{\sigma(\alpha) \sigma'u}{\sigma^2 \alpha \sigma(u-\alpha) \sigma(n\alpha)}$$

Wenn ferner β eine willkürliche Größe ist:

$$Qu = q\beta + \frac{1}{B} \frac{\sigma(\alpha)\sigma(u-\beta)\sigma(u\beta)}{\sigma(\alpha-\beta)\sigma(\alpha\beta)\sigma(n\alpha)\sigma(u\alpha)}$$

$$\text{findet } Qu = a + \frac{1}{B} \{p(u-\alpha) - p(\alpha)\}$$

Diese Formeln sind in den meisten Fällen von Nutzen für sich betrachtet, da man q, e, e_2 etc. gegeben haben muß, welche durch Lösung einer Gleich. dritten Grades gefunden werden, welche Lösung sich sehr leicht konstruieren läßt.

Man kann nun ganz analoge Umgekehrungen gemacht werden.

Wenden die zuletzt gegebenen Formeln auf sich an (u. geordnet, so set man auf den ersten gegebenen Formeln:

$$[Qu = \frac{1}{B}(u-\alpha)^2 - p\frac{C}{2B} + K(u-\alpha) \text{ wenn wir am Ende entwickeln}]$$

$$[a + \frac{1}{B}[(u-\alpha)^2 - p] \text{ so finden wir also}]$$

$$a = \frac{pa}{B} - \frac{C}{2B}$$

ganzen gefallen so die Summe so ein. Die letzte
Lokal dann

$$Q(u) = -\frac{C}{2B} + \frac{1}{B} p(u-a) = -\frac{C}{2B} - \frac{1}{B} \frac{d^2}{du^2} \log(u-a)$$

$$Q\beta = -\frac{C}{2B} + \frac{1}{B} p(\alpha-\beta)$$

Off: Setzt man für α eine feste Periode u und ka-
pitiert $Q\alpha$ unmittelbar der zweiten Sum: $Q\alpha - Q\beta$, indem
man für β den Wert einsetzt, so ist $Q\alpha$ eine L. nach
der Differenzialgl. genügt; die drei Werte er-
hält man wenn man für α den Rest setzt, wie
setzt u... Wir können aber auch in dem ersten
indem wir u um eine feste Periode verschieben.

Diese 3 L. sind gerade, sie ändern sich nicht, wenn
sich u in $-u$ verwandelt. Man gibt ab nach einer,
nämlich die, welche für $u=0$ wird. Bezeichnen wir
sie mit Q_0 so ist $Q_0 = -\frac{C}{2B} + \frac{1}{B} p u$

Die ist allg. dann für jede Periode wenn ist α in
 α verschieben. Diese können wir benutzen, um
jede andere Summe zu erhalten, und die drei
anderen erhalten wir, wenn wir setzen:

$$Q(u+R) = Q_0 \text{ mit } R \text{ jede feste Per. bezgl.}$$

Diese L. ist eine Gerade der:

$$Q_0(u+R) = Q_0(u-R) = Q_0(R-u)$$

Man gibt ab aber unsere Q_0 nur nach drei
gerade, daher müssen das Resultat sein.

So muß für $Q(u)$ nach nach die obige Formel

$$Q_0 = Q\beta + \frac{1}{B} \frac{Q(u-p)Q(u+p)Q(u-u)}{Q(u-p)Q(u+p)Q(u-u)}$$

galtan, wenn man für β jeden Wert einsetzt.

$$g_0(u) = C + \frac{1}{B} \frac{\delta'(u) \cdot \delta(u+\alpha-\beta) \delta(u+\alpha+\beta)}{\delta(u-\beta) \delta(u+\beta) \cdot \delta(u+\alpha) \delta(u)}$$

wo C gegeben ist durch

$$C = -\frac{1}{2B} + \frac{1}{B} \delta(\alpha-\beta)$$

und nun kann man für α irgend eine feste Zahl annehmen. Es soll nun sein, dass g_0 ganz in u durch bestimmt. α muss so gewählt werden, dass α nicht Null ist, wenn α für α eine andere Zahl nimmt, die Lücke.

Nun sei nun die Summe zusammen, so finden wir folgendes: Die allgemeine allg. x geht aus g_0 hervor wenn man statt u $u+\alpha$ setzt. Die Glieder die von u abhängen sind dieselben wie oben. Man set:

$$g_0 u = C + C_1 \frac{\delta(u+\alpha-\beta) \delta(u+\alpha+\beta)}{\delta(u) \delta(u+\alpha)}$$

und überträgt in allg. allg. x .

Setzt man statt u eine Lücke - v und

$$v_1 = \alpha - \beta - v; w_1 = \alpha + \beta - v \text{ dann } v_1 + w_1 = 2\alpha = v + w$$

$$x = C + C_1 \frac{\delta(u-v) \delta(u-w)}{\delta(u-v) \delta(u-w)}$$

(wo $w = 2\alpha - v$).

Alle diese allg. x die zu denselben Lücken gehören, gehen aus g_0 aus g_3 fest δ Lücke. Man set für die Gf. $v_1 + w_1 = v + w$ mit anderen Worten sind. Die Summe stellt sich nun allg. x dar, wie man mag die δ Lücke weisst, wenn man die Relationen befreit. Wenn man v und w zum Beispiel, für die δ v und w zum Beispiel für die δ wird, so kann man (wegen jener Gf.) eine Lücke wegstreichen. Dann ist man

irgend einen Wert für α geben, für den $\Delta = 0$ wird. Man können also für α einen solchen Wert gewählt werden, dass $\Delta = 0$ wird. Man können so, für jede allg. d. auf die Form bringen:

$$x = C \frac{\phi(u-v)\phi(u-w)}{\phi(u-v)\phi(u-w)}$$

zu bringen ist also, dass man eine allg. d. für beliebige Werte von Δ Löst. Ist die allg. d. von Weierstrass eine allg. d. d. müssen 6 Löst. man können. Diese sind hier angegeben. Für $g_2 = 0$, man kann 6 allg. d. allg. d.; dann C sind v, v', w, w' , unter denen aber eine Stelle sein darf. Dann setzen wir $v + w = 2\alpha$ und $v - w = 2\alpha'$; $v' - w' = 2\alpha''$ dann folgt $v = \alpha + \alpha'$; $w = \alpha - \alpha'$

$$\phi(u-v)\phi(u-w) = \phi(u-\alpha-\alpha')\phi(u-\alpha+\alpha') = (\phi(\alpha') - \phi(u-\alpha))\phi(u-\alpha)$$

Genau ebenso

$$\phi(u-v')\phi(u-w') = (\phi(\alpha'') - \phi(u-\alpha))\phi(u-\alpha)$$

$$\text{Dann } x = C \frac{\phi(\alpha'')}{\phi(\alpha')} \frac{\phi(u-\alpha) - \phi(\alpha')}{\phi(u-\alpha) - \phi(\alpha')}$$

also wird der Ausdruck für allg. d.

Ersetzen wir $\phi(u-\alpha) = 5$ dann ist der allg. d. Ausdruck:

$$x = \frac{g_2 + k}{h_2 + l}; \text{ dann ist } \Delta = \frac{(x-k)(x-h)}{(x-l)(x-g)}$$

Dann d. folgt:

$$\frac{\Delta}{\phi(u)} = \frac{g_2 - h_2}{h_2 + l} \cdot \frac{\Delta}{\phi(u)} \text{ eingesetzt in die Gf.}$$

für Δ erfüllt man

$$\frac{(g_2 - h_2)}{(h_2 + l)} \left(\frac{\Delta}{\phi(u)} \right)^2 = \Delta(x) = \text{eine d. 4ten Gr.}$$

Dann Löst. Es ist zu sehen, man setzen Löst. man d. den beiden Quadranten u. d. d. 4 Größen g, h, l, k . Diese sind zu bestimmen

mit C , α' und α'' , so daß nur die zugehörigen β zu bestimmen bleiben können. Somit ist also das Problem erledigt.

Als jetzt allg. L. der mit β entgegengesetzt ist

$$x = C \frac{\phi(u-v)/\phi(u-w)}{\phi(u-v)/\phi(u-w)}$$

mit ϕ drücken und angestrichelt.

Man setzen nun

$$\phi(u-v)/\phi(u-w) = (p\alpha'' - p(u-\alpha))/\phi(u-\alpha)/\phi(\alpha'') = \lambda\xi + \mu\eta$$

$$\phi(u-v)/\phi(u-w) = \lambda\xi + \mu\eta$$

$$\phi(u-v)/\phi(u-w) = \lambda\xi + \mu\eta$$

wo ξ und η die Variablen $\phi(\alpha'')$ und $p(u-\alpha)$

sind. Eliminirt man einfach, so erfüllt man eine Gld von der Gestalt:

$$\phi(u-v)/\phi(u-w) = C\phi(u-v)/\phi(u-w) + C'\phi(u-v)/\phi(u-w)$$

Die Constanten bestimmen sich findet stellt, in dem man für u , v und w setzt und bestimmt nach: C und C' erfüllt.

Es muß erfüllt sein:

$$\phi(u-v)/\phi(u-w) = F\phi(u-v)/\phi(u-w) + F'\phi(u-v)/\phi(u-w)$$

und man kann mit einer Leichtigkeit die anderen ableiten.

Man wolle nun 3 v. annehmen: v, v_1, v_2 setzen für w einen solchen Ausdruck einsetzen daß die Formel gegeben ist, z. B.: $w = -v_1 - v_2$ dann erfüllt man für die übrigen die drei Gleichungen 3:

$$\phi(u+v_0+v)\phi(u-v)$$

$$\phi(u+v_0+v_1)\phi(u-v_1)$$

$$\phi(u+v_0+v_2)\phi(u-v_2)$$

Sie mit gewissen Coefficienten multiplicirt sind
bilden die Summe 0 geben. Wenn jetzt setzen

$$\phi(u-v_1)\phi(u_0+v_1+v_2)\phi(u+v_0+v)\phi(u-v) \quad (1')$$

$$+ \phi(u_2-v)\phi(u_0+v_2+v)\phi(u+v_0+v_1)\phi(u-v_1) \quad (2')$$

$$+ \phi(u-v_2)\phi(u_0+v+v_1)\phi(u+v_0+v_2)\phi(u-v_2) \quad (3')$$

dass diese Ausdrücke richtig sind, sieht man, wenn
man $u=v$, oder v_1 setzt. Dann müssen alle zwölf
das mittlere Glied sein und (1') und (3') sind die
selben, nur dass sie verschiedene Zeichen haben.

Die Formel ist im Grunde genommen aus
dem Additionstheorem hergeleitet, und dieses
selbst folgt unmittelbar aus der Formel:
zweimal vollen sehen können.

Der man in den Differentialen die Größen
für die $\phi(x)$ substituirt, nach mehr fort, so sind
die allg. D. auf sich zurückgeführt, die nur
von den zwei Variablen g_1 und g_2 abhängen.

Leichter bemerklich ist man dasselbe nur
kurz überaus leicht zu beweisen. Wenn man
gleiches man sieht, dass man sich
dieser aller übersehen kann, wenn man
die Formeln benutzt.

Man geht jetzt zur Darstellung von ϕu
und der damit zusammenhängenden Größen
 ϕ, ϕ_2 u. s. w. über. Man sieht dass

Da sich nun gegen gewisse Lehren antreibende
 liegt. Da aber keine neue Erwerbsweise
 liegt, wollen wir solche Eigenschaften suchen, in
 denen sich die bestimmte Kennzeichen. Wir setzen
 uns eine Zeit aufstellen, welche zeigt, dass: wenn
 man die Aug. um eine gewisse Anzahl, man
 denselben Wert aufstellt, nämlich: mit einem
 von Aug. befüllenden Lücken. Hier kann
 man immer alle Werte der Aug. bestimmen, für
 welche die entsprechende. Alle sind nämlich in
 $2w + 2v$ aufstellen, wo w und v ganze Zahlen sind.
 Auch beiden Eigenschaften können wir annehmen.
 von für die Zahlen. Wir beginnen mit der
 letzten.

Jede rationale $\frac{a}{b}$ ist hier in der Weise bestimmt
 für die sie unauflöslich, und unendlich wird,
 wobei man voraussetzt, dass man die Zahl
 der $\frac{a}{b}$ für ein hal. Aug. in einem bestimmten
 so aufstellt man die Aug. wenn man einen
 constanten oder unendlichen $\frac{a}{b}$ gegeben ist, wobei
 für alle Werte von a und b ist: in der Art: man
 rationale $\frac{a}{b}$ ist. Kann diese auf gewisse Weise
 durch die Werte, für die sie ein $\frac{a}{b}$ wird, be-
 stimmt werden. Ein $\frac{a}{b}$ ist ein hal. Aug.,
 falls es unendlich fortsetzt bekommt. So
 kommt sich nun allgemein, in wie fern ein
 $\frac{a}{b}$ von dem angegebenen ist: durch die
 betrachtenden Werte bestimmt sei. Es ist
 schon eine solche Aufgabe zu lösen.

Es ist eine unendliche Reihe von Größen a gegeben,
 von denen man eine bestimmte Anzahl heraus
 heraus nehmen will. Man soll eine ϵ bestimmen, die für alle
 aus dieser Reihe von a den Abstand einer
 gegebenen ϵ hat, und verfahren, wenn das
 Geg. einen jenen Reihe a unimmt.

Gerade ist zu bemerken, dass, wenn für $n = a$
 eine ϵ von der unendlichen Folge heraus
 genommen, ihre Fortentwicklung mit $(n-a)$ oder $(n-a)$ n
 zusammen. Im letzteren Falle ist a in Folge der
 Zahl.

Wenn die obige Reihe a in der unendlichen
 Folge, eine ϵ zu bestimmen, die für die Reihe a :
 0 für die Reihe b : ϵ wird. Dann verfahren
 für die Reihe a , für die Reihe b , wie
 für die gegebene ϵ .

Die gegebene Menge von a kann die obige
 Reihe der unendlichen Folge heraus ϵ geben,
 welche dieselben Folgen hat.

Die die Größen a und b in eine bestimmte
 Folge geben. Jedemfalls können sie in unendlichen
 Reihen, nur in unendlichen Folgen zusammen
 sein; woraus geht hervor, dass nicht der ge-
 gebenen a für eine unendliche Folge
 kleiner ist als eine halbe Größe, oder, dass nicht
 nur eine unendliche Folge heraus, deren un-
 geordnete Reihe größer sind als eine unendliche
 Größe, oder mit unendlichen Reihen. Dass die
 Reihe a eine unendliche Reihe bildet.

Diese Betrachtung ist notwendig, ob sie schon
früher ist, ist schon nach sich selbst zu sehen, wenn man
es nur will zu sein pflegt.

Legen wir uns zu dem beliebigen Anfang
von a und nehmen wir die Glieder $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}$, $\frac{3}{n}$, $\frac{4}{n}$,
so kann die Reihe $\frac{1}{n}$... nicht konvergent sein,
weil das Summe $\frac{1}{n}$ abnimmt. Z. B. ist für $a = 1$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots$ nicht konvergent, weil das $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots$

Setzen wir nun voraus daß $\sum \frac{1}{n^p}$ für einen
gewissen Exponenten p konvergiert, so ist sehr zu
vermuten, daß es auch für einen p gilt, für
welchen die Reihe der Potenzen für die p Ex-
ponenten, die Reihe a ist. In diesem Falle
sind fast alle Erkenntnisse d. d. d. können
sich nur beweisen daß unter den Potenzen
 a , o nicht vorfinden ist. Denn wenn es
vorfinden wird, dann ist die Reihe a nicht $= 0$ ist
so kann man die d nur mit a
zu multiplizieren.

Wir haben nun eine Reihe d die für
 $a = 0$ konvergiert, nämlich $1 - \frac{a}{n}$. Dann
nimmt $\frac{1}{n} (1 - \frac{a}{n})$ konvergiert, so sehen wir
eine d von der wir verlangen Lasten aufzuheben.
und ob das der Fall ist, muß man, wenn
man die Logarithmen weiß.

Die Reihe $u \leq g$ kann nicht sein, wenn
nicht die Reihe von a selbst $< u$ ist. Die
Betrachtung, von diesen gebildeten Sachen
sind wir ab, sind darauf zu sehen

sein wenn der übrige der Logarithmen.

$\log(1 - \frac{u}{a})$ ist jetzt eine ganz bestimmte
 Entwicklung. Es ist nämlich das Product in die
 Reihe $-\frac{u}{a} - \frac{u^2}{2a^2} - \frac{u^3}{3a^3} - \dots$. Ist nun die Summe
 dieser Logarithmen wenn endlich, so ist auch
 jedes einzelne Product wenn endlich. Das
 ist aber nur fallen der Fall wenn $p=1$
 ist. Wenn man nun über die Logarithmen
 entwickelt in der Form

$$\log(1 - \frac{u}{a}) = -(\frac{u}{a} + \frac{u^2}{2a^2} + \frac{u^3}{3a^3} + \dots)$$

Ist nun die Summe der Logarithmen selbst
 nicht convergent, so wird sie es wenn man
 zum Logarithmen die Summe aller Glieder
 hinzufügt, in denen der Exponent von a kleiner
 ist als p also

$$\log(1 - \frac{u}{a}) + \frac{u}{a} + \frac{u^2}{2a^2} + \dots + \frac{1}{p-1} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}} = -(\frac{1}{p} \frac{u^p}{a^p} + \dots)$$

Nun ist offenbar die Summe, deren all-
 gemeines Glied die linke Seite ist convergent
 convergent. Logarithmen sei nun

$$\frac{u}{a} + \frac{u^2}{2a^2} + \dots + \frac{1}{p-1} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}} = g(\frac{u}{a})$$

so ist es zu bestimmen.

$$\sum_a \{ \log(1 - \frac{u}{a}) + g(\frac{u}{a}) \}$$

Diese Summe oder

$$\sum_a \{ \log(1 - \frac{u}{a}) e^{\frac{u}{a}} \}$$

muß
 convergent sein.

Man erkennt sehr leicht das Product:

$$\prod_a (1 - \frac{u}{a}) e^{\frac{u}{a}}$$

Nun soll dieses Produkt offenbar eine ein-
deutige d. d. d. und gewisse nachweisbare
für jeden der vorliegenden Punkte. Es wird sich
sogar herausfinden lassen, dass dieses Produkt
nicht nur festgelegt, sondern in einem willkürlichen
ausgewählten Punkt ausgedrückt werden kann,
und damit ist dann unsere Aufgabe gelöst.
Das wesentliche ist, das Produkt, wenn es nicht
convergiert, convergieren zu müssen. Der Fehler
ist so klein, dass er für alle Punkte von
u und v = 0 und v = 0 werden kann, wenn dies
nicht da ist, so werden die vorliegenden
Eigenschaften nicht mehr gelten.
Es haben diese Eigenschaften einer d. d. d.
unendlich kleinen und bestimmter Art.
man, weil aber diese Produkte nicht nur
bestimmt convergieren sind. Das Produkt d. d. d.
sind nicht, ein Produkt, welches nur fest
bestimmt werden. Die unsere d. d. d.
nicht sich herausfinden, dass sie sich darstellen
lassen wenn man in $2u+2v$ für u und
v alle ganzen positiven u. negativen Zahlen
einsetzt. Man werden finden lassen dass $g(u)$
dabei eine reelle Größe wird. Das Produkt
ist nicht nur mit u zu multiplizieren, weil
es für u=0:0 wird. Es erfüllt man eine
einfache Eigenschaft in der für charakteristi-
schen Eigenschaften. Man zu zeigen haben.

Wenn jetzt das Produkt der Funktionen zwei unär, die
sich vollständig widersprechende Größen eingestuft
sind.

Wir geben nun die Größen u , die Argumente,
alle Werte für die die Gleichung besteht $u < 9$
sind von den Größen a betrachten wir zu nächst
nur diejenigen, welche die Bedingung erfüllen
dass $u > 9$, so dass wir so weit $\frac{u}{a} < 1$. Wenn
betrachten wir $\log(1 - \frac{u}{a})$ und unter dieser Ann. gesetzt in der Eintr.
Man können wir einen substitutieren das durch die von Fourier.
Reihenentwicklung gegeben wird.

Wird aber die
Produkte, also fast
der Logarithmus der
gesetzt in der Eintr.
von Fourier.

$$\log(1 - \frac{u}{a}) = -(\frac{u}{a} + \frac{1}{2} \frac{u^2}{a^2} + \dots + \frac{1}{p-1} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}}) - \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \frac{u^{\lambda}}{a^{\lambda}}$$

$$\log(1 - \frac{u}{a}) + g(\frac{u}{a}) = - \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \frac{u^{\lambda}}{a^{\lambda}}$$

Jetzt denken wir uns die Funktion mit beiden
Teilen multipliziert, indem wir für a alle
Werte setzen, welche die obigen Bedingungen
gen erfüllen und man zeigen wird dass
der Ausdruck links einen nullen Wert
hat. Zu erst betrachten wir die Reihe der
allgemeinen Glied $\frac{1}{\lambda} \frac{u^{\lambda}}{a^{\lambda}}$ ist. In dieser
Formel soll nämlich für u irgend ein Wert
liegen das durch gegeben werden und abwärts
für 0 ; ferner für $\lambda: 0, 1, 2, 3, \dots$ so dass
wir eigentlich eine Folge abwärts gebildet
haben. Die so gebildete Reihe ist gleich dem
absoluten Wert der obigen und wird nämlich

$\sum_{\lambda} \frac{1}{\lambda^{\lambda p}} \cdot \frac{u^{\lambda p}}{u^{\lambda p}}$ wird convergent sein wenn $\sum_{\lambda} \frac{u^{\lambda p}}{\lambda^{\lambda p}}$ ab ist.

Wir wollen nun die Summation nachfolgend in zwei Theile zerlegen. Wir betrachten alle $\sum \frac{1}{\lambda^{\lambda p}}$ und dann summieren wir in der Folge auf λ . Dann kann man annehmen dass der kleinste positive Größter ist, dass dieselbe unbedingt convergent, so kann man dieselbe in beliebig kleinen Theilen, dann Summation nicht mehr die Summe der gesuchten Reihe geben. Sei also für

$$\sum \frac{1}{\lambda^{\lambda p}} = B_{\lambda p}$$

so findet man die Gleichung stellt:

$$B_{\lambda p} < \frac{1}{\lambda} B_{\lambda p}$$

Sie ist von selbst klar, denn wir erhalten $B_{\lambda p}$ aus $B_{\lambda p}$ indem wir $\frac{1}{\lambda}$ setzen und jedes einzelne Glied mit $\frac{1}{\lambda}$ multiplizieren. Man ist also $\frac{1}{\lambda} < \frac{1}{\lambda}$ und so erhalten wir die obige Gleichung. Anstatt zu setzen wir das jedes B eine endliche GröÙe ist, dann ist Summe B ist endlich und die folgenden Glieder werden immer kleiner.

Dann nur noch schreiben

$$\sum_{\lambda} \frac{1}{\lambda^{\lambda p}} \frac{u^{\lambda p}}{\lambda^{\lambda p}} = \sum_{\lambda} \frac{1}{\lambda^{\lambda p}} B_{\lambda p} u^{\lambda p}$$

Es ist nun leicht zu bemerken dass die Reihe convergent ist für diejenigen Werte welche wir betrachteten. Dann, wenn wir,

unveränderlich, so erhalten wir als Quotient
 $\frac{1}{a} \log \frac{1-u}{1+u} = \frac{1}{a} \log \frac{1-u}{1+u}$ also ist die betrachtete
 Reihe convergent, um so mehr wenn man
 noch den Logarithmus berücksichtigt. Diese Annahme
 ganz bestimmt offenbar, dass man sich irgend
 einen beliebigen Factor μ wählen kann
 dass die betrachtete Quotient < 1 wird.

Die Reihe ist also unbedingt convergent.
 Bei dem Aufsuchen der Summenformel
 greifen wir u und a . Daraus folgt man leicht
 dass die Reihe unbedingt convergiert.

Die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$

so ist e ein unendlicher Bruch. Man nennt
 diesen Bruch in Logarithmus die Eulersche Zahl.

Es ist
 $\log(1 - \frac{u}{a}) + \log(\frac{u}{a}) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{u}{a}\right)^n = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{a^n}{n!} u^n$
 Das ist eine unendliche Potenzreihe, n : der
 Index der Potenzen. Man nennt
 für die a alle Werte annehmen welche größer
 sind als 0 und für a alle Werte welche kleiner
 sind als 0 , so ist die Summe $\log(1 - \frac{u}{a}) + \log(\frac{u}{a})$
 ein unendlicher Bruch, und diese Reihe
 ist eine e . Die Summe der Potenzen von a in
 einer Reihe unendlich ist.

Es erhalten wir nun

$$\prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u}{a^n}) = e^{- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{a^n}{n!} u^n}$$

so ist die Reihe die nach der ersten Reihe der
geordneten Glieder convergiert wenn $u < g$ ist; in
wie entfernten dieser weites

$$= 1 + \sum c_n u^n$$

we freilich nicht alle Potenzen von u an werden
denken wir uns nun die Entwicklung in
Lagrange nach u nach u auf, auf welche nicht
jeder Lagrange'sche Entwicklung aufpassen so
wird man nach der ersten Reihe:

$$\prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u}{g^n}) e^{d_n \frac{u}{g^n}} = \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u}{g^n}) e^{d_n \frac{u}{g^n}} \sum c_n u^n$$

so ist also nur eine d. Entwicklung nach u
nach gewissen Potenzen von u entwickelten
Lagrange'schen Reihe nach der ersten Reihe
so werden wir:

$$= \sum c_n u^n$$

Diese Reihe convergiert für alle Werte $u < g$;
wenn aber $u = g$ ganz willkürlich, so kann es
nicht werden, indem dann jeder Glied g gleiches
verschwindet, und so ist dann bewiesen,
sinnvoll dass die Reihe nach u entwickelten
convergiert ist, vorausgesetzt dass die Entwicklung
von der ersten Reihe Lagrange'sche ist, und
man sie in eine willkürlich convergirende
Reihe nach Potenzen von u zerlegt und
entwickeln können.

Die ersten Glieder ist also die Reihe
gelöst; unter der gegebenen Bedingung

Wir setzen ein Leichtigkeits an einmahl. Sie ist
 die Reihe der $a: 1, 1, 1, \dots, 1$ die Lösungsgg. sind immer
 $= 1$ und $u = 10000$. Nun wird bei $\frac{u}{a} = \frac{u}{a} + \dots + \frac{1}{a^{n-1}} \frac{u^{n-1}}{a^{n-1}}$
 $n=2$ also $\frac{u}{a} = \frac{u}{a} = \frac{u}{a}$ mit $n=1$.

Wir annehmen also: $u = \frac{1}{n} (1 + u) e^{\frac{u}{n}}$; Rest nicht möglich.
 und $u=0$. Man setzt daher

$$\sin u = e^{\frac{u}{n}} \cdot \frac{1}{n} (1 + u) e^{\frac{u}{n}}$$

Das schwierigste besteht darin die Lösung der
 Gg., welcher es allgemein keine Regel giebt. Die
 von anderen Analytikern finden sich nirgends. ^{für die Lösung ist es}
 Lacroix. Cauchy giebt einen solchen in Bezug auf
 cours d'analyse (?), ein anderes Lacroix nicht, er
 der Theorie der bestimmten Int. fängt an, ist aber
 nicht genug für viele Fälle. Man braucht nicht einen
 in der Theorie der unendlichen Reihen: alle diese
 setzen aber viel voraus: sind nicht leicht.

Man set direkt Lacroix voraus, aber ist dabei
 in der Theorie gefordert, die schwierig. ^{ist es}
 nimmt man Grade oder Maßen auf d. h. von
 unendlich kleinen Gr. zu überlegen. Substantiell
 wenn auf diese Weise z. B. e^x - f. kommt man
 zu absolut falschen Resultaten, wegen der ungenü-
 genden Lösung.

Zu unserem Lacroix gebrauchten wir einige
 Größensätze: v. n. n. x die nach gegeben
 gegebenen Sätzen: von u ist in eine unendliche
 unendliche Reihe entwickelbar, ist, ist nicht
 allen Maßen Folge, welche größer werden

fordern eine endliche Anzahl von Kindern von π ab
 ab in jedem Sinne des Allgemes. Glied dieser Reihe
 zu betrachten in zu zeigen dass sie sich nach π verhalten
 u. annehmen lässt. Letzteres kann man mit $\pi(1 - \frac{1}{n})^2$
 zu leicht sich das auf die Form bringen $e^{\frac{1}{n}}$, was sich
 zu nach stellt: wenn u. annehm. lässt. Man sieht also dass
 indem man auf beiden Seiten der Log. rechnet. Diese
 mit der π ist π verhalten wie π selbst in der All.
 von $\pi(u)$ in der Reihe ist π selbst: $e^{\frac{1}{n}}$. Man wird
 die Formel: auf folgende Weise dargestellt. In der
 wird nach stellt: wenn u. π selbst in: ab π selbst π selbst.
 dass dass man die All. fest. Deren nach der man
 fassen soll. π selbst π selbst π selbst π selbst π selbst
 fassen der Formel. Das π selbst π selbst in der Reihe.
 fassen π selbst π selbst π selbst π selbst π selbst
 fassen π selbst π selbst π selbst π selbst π selbst
 fassen π selbst π selbst π selbst π selbst π selbst

Man fassen: ein $u\pi = e^{\frac{1}{n}} u \pi(1 - \frac{1}{n})^2 e^{\frac{1}{n}}$ (was das π selbst
 zeigt dass $\pi = 0$ selbst π selbst) π ist zu bestimmen.

Es lag ein $u\pi = \frac{1}{n} u \pi - \sum_v (\frac{1}{u-v})^2$ was die Reihe
 Lasse in π selbst π selbst π selbst π selbst π selbst

$$\frac{f'}{f} = \frac{\pi(1-\pi)}{\pi\pi} = -\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi}$$

$$\frac{\pi^2}{\pi\pi} = -\frac{1}{\pi} + \sum_v \left(\frac{1}{\pi-v}\right)^2$$

Es $\pi = \sum_v (\frac{1}{u-v})^2 - \frac{\pi^2}{\pi\pi}$
 der man ein $u\pi = \pi(u)\pi$; fassen $\sum_v (\frac{1}{u-v})^2 = \sum_v (\frac{1}{u-v})^2$

der v von $-\infty$ bis $+\infty$ geht: also $\sum_v (\frac{1}{u-v})^2 = \sum_v (\frac{1}{u-v})^2$
 so stellt man

$g''(u) = g''(u)$ und $g''(u+\pi) = g''(u)$
 Ist man $u = s+ti$ so können wir man $s = m+s'$
 wo m die größte ganze Zahl mit s' ist fassen

$g''(s+ti) = g''(s'+ti)$ wobei $s' < 1$



Wir suchen also gegeben $\text{sup } y_u$ nur Min
 minimum die gezeichnete $\text{sup } y_{0y}$ in der Lsg
 1 gefunden $\neq$ liegen. Wirman wie man
 in $f(s+ti)$ für t nur Min so $\text{sup } [t] > t_0$
 Die Lsg Grenze ist $[\sum \frac{1}{(u-v)^2}] \leq \sum \frac{1}{t^2 + (s-v)^2}$

Dann in $(u-v) = s-v+ti$ so ist $\frac{1}{(u-v)^2} \leq \frac{1}{(s-v)^2 + t^2}$
 also wenn man $v=0$ setzt

$$[\sum \frac{1}{(u-v)^2}] \leq \frac{1}{t^2} + \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{(s-v)^2 + t^2} + \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{(s+v)^2 + t^2}$$

und da $s < 1$; $t > t_0$

$$[\sum \frac{1}{(u-v)^2}] \leq \frac{1}{t_0^2} + \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{t_0^2 + (s-v)^2} + \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{t_0^2 + (s+v)^2}$$

Das absolute Lsg von $\frac{\pi^2}{\sin \pi u}$, was $u = s+ti$ ist,
 beträgt $\frac{\pi^2}{\sin \pi u}$ was s zwischen 0 und 1 fest zu
 gehen $(\frac{\pi}{e^{\pi u} - e^{-\pi u}})^2 \leq (\frac{\pi}{e^{\pi s} - e^{-\pi s}})^2$

Gerade heißt sich für u die Grenze das absolute
 Lsg heraus. Die Lsg von $t < t_0$ block
 u ist endlich oder unendlich für $t > t_0$ haben wir aber
 andere Grenzen gefunden, das kann man auf dem Lsg
 festsetzen u ist konstant sein, u groß, da bei
 wachsendem t beide Glieder der Lsg $\rightarrow 0$ werden,
 so muß auf $u' = 0$ das $y_u = K u + L$ werden
 Man ist also K und L zu bestimmen. In

Da $\pi u = e^{K u} \cdot u \cdot \frac{\pi}{1 - \frac{u}{v}} e^{\frac{u}{v}}$
 ist $\frac{\pi}{1 - \frac{u}{v}} e^{\frac{u}{v}} = \frac{\pi}{1 + \frac{u}{v}} e^{-\frac{u}{v}} \cdot \frac{\pi}{1 - (\frac{u}{v})^2} e^{-\frac{u}{v}}$ gerade
 das $u \pi$ ungerade und mal $\sin$ ungerade
 so muß $e^{K u}$ gerade sein d.h. $K=0$. Dann man
 in $\frac{\sin \pi u}{\pi} = e^L \pi$ $u=0$ so erfüllt man
 $\pi = e^L$ und das ist richtig

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 2K$$

$$2w \cdot \frac{u}{2w} \pi \left(1 - \frac{u}{2w}\right) e^{\frac{u}{2w}} = \frac{2w}{\pi} \sin \frac{\pi u}{2w}$$

$$\text{für } \pi e^{\frac{u}{2w}} \left(1 - \frac{u}{2w}\right) = e^{\frac{u}{2w}}$$

$$\text{oder } u \pi \left(1 - \frac{u}{2w}\right) e^{\frac{u}{2w}} = \frac{u}{2w} e^{\frac{u}{2w}}$$

$$\text{Zweimal logarithmisch differenzieren}$$

$$1) \frac{1}{u} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{u-2nw} + \frac{1}{2nw} \right) = \frac{\pi}{2w} \cot \frac{\pi u}{2w}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(u-2nw)^2} = \left(\frac{\pi}{2w} \cot \frac{\pi u}{2w} \right)^2$$

$$\text{In (2) setzt man } u \text{ substituierbar } 2 \cdot 2(n-1)w + 2nw$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2nw)^2} = K = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2nw+2nw')^2} = \left(\frac{\pi}{2w} \cot \frac{\pi(u+2nw')}{2w} \right)^2$$

Seite 134u. 135 fehlen

in d. Späteren Vorlesung.

$$\sigma(u) = u \pi \left(1 + \frac{u}{2w}\right) e^{-\frac{u}{2w}}$$

Da man für w auf $-w$ setzen kann

$$\sigma(-u) = -\sigma(u) \text{ folgt daraus die}$$

$$\text{Antisymmetrie 1349.}$$

$$\text{Man stellt } p_a = - \frac{d \log \sigma u}{d u}$$

$$\text{Dann ist } p'(u+2w) - p'u = 0$$

$$p(u+2w) - pu = 0 \quad (137)$$

-134-

$$\text{Also ist } p = 3 \text{ und } q \left(\frac{u}{w} \right) = \frac{u}{w} + \frac{1}{2} \frac{u^2}{w^2} \text{ f. d. h.}$$

$$q(u) = \frac{u}{w} \pi \left(1 - \frac{u}{2w}\right) e^{\frac{u}{2w}} = e^{\frac{u}{2w}} f(u)$$

$$\frac{d}{du} \log q u = f'u + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{u-n} + \frac{1}{n} + \frac{u}{n^2} \right) + \frac{1}{u}$$

$$\frac{d^2}{du^2} \log q u = f''u - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{(u-n)^2} - \frac{1}{n^2} \right) - \frac{1}{u^2}$$

$$\frac{d^3}{du^3} \log q u = f'''u + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(u-n)^3} + \frac{2}{u^3} = f'''u + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(u-n)^3}$$

$$\text{wo jetzt } e^{\frac{u}{2w}} \text{ angeschlossen ist.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(u-n)^3} \text{ in der Tat nicht genau mehr stark zu sein,}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(u+2w-n)^3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(u-n)^3} \text{ oder } q(u) = q(u+2w)$$

$$\text{Kann findet man } q'u = q'(u+2w) \text{ also ist } q \text{ doppelt}$$

$$\text{periodisch. Dann ist } q(u) = \frac{1}{2} \left(\frac{u}{w} + \frac{1}{2} \frac{u^2}{w^2} \right) \text{ f. d. h.}$$

$$\text{Es ergibt sich } q'u + q'u = f'(u-n) \text{ f. d. h.}$$

$$\text{Dann } q'u + q'u \text{ muss eine Funktion sein. Diese Funktion selbst}$$

$$\text{für } u=0 \text{ ist die doppelt periodisch ist dann } f'u.$$

$$\text{An setzen } q'u = \frac{1}{(u-n)^2} + c_1(u-n) + \dots \text{ wo } c_1 \text{ einen konstanten}$$

$$\text{Wert hat u. konstant.}$$

$$\text{folgt sich man muss } q'u \text{ für den festen Wert } u \text{ in}$$

$$\text{einer Reihe } u \text{ nach der Entwicklung beginnen}$$

$$q'u = \frac{1}{(u-n)^2} + f'(u-n)$$

$$\text{Also muss}$$

$$q'u + p'u = f'(u-n)$$

$$\text{d. h. diese Summe, welche doppelt periodisch muss sein}$$

$$\text{= 0. Also muss } f'u \text{ doppelt per. sein u. u. n. d. h. zu}$$

$$\text{machen } u \text{ ist ab = 0. Dann sei } u =$$

$$u_1 + u_2 \text{ wo } u_1 = 2pw, u_2 = 2qw \text{ so dass}$$

$$u_0 = 2pw + 2qw \text{ so entspricht dem Wert}$$

$$f'u_0 \text{ ein anderer gleiches muss sein das kleinste}$$

$$\square, f'u_0 \text{ da man kein Wert } f'u_0 = 0 \text{ wird, so}$$

$$\text{...}$$

$$\text{...}$$

$$\text{...}$$

müssen alle Klassen von F_u innerhalb n sein von oben
sehen wir mischbarkeit des Parallelismus: eine obere Grenze
sehen dass es nach dem ersten Satze.

$$F_u = p_0 + p'u = 0$$

$$\text{Nun ist } q_u = \sum_n \frac{2}{(u-n)^3} = \sum_n \frac{2}{(u-n)^3} = - \sum_n \frac{2}{(n-u)^3} = -q(-u)$$

ferner ist $p'u$ symmetrisch also nach $F_u = 0$ $c=0$

$$\text{also } q_u = -p'u$$

$$\text{da wieder } \frac{d^3}{du^3} \log \phi u = -p'u \text{ so ist } \frac{d^3 \log \phi u}{du^3} = \sum_n \frac{2}{(u-n)^3} \text{ und}$$

$$g''' = 0$$

$$\text{also } g'' = c \text{ und } p'u = -c + \frac{1}{u^2} + \sum_n \left(\frac{1}{(u-n)^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\text{In also } p'u = \frac{1}{u^2} + a'u + \dots$$

$$\text{w. } c=0$$

$$\text{und } p'u = \frac{1}{u^2} + \sum_n \left(\frac{1}{(u-n)^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\text{Lassen } \frac{d}{du} \log \phi u = \frac{\phi'u}{\phi u} = c' + \sum_n \left(\frac{1}{u-n} + \frac{1}{n} + \frac{u}{n^3} \right) + \frac{1}{u}$$

Nehmen wir an $\sum_n$ ist konvergent zu einem Grenzwert.

$$\left(\frac{1}{u-n} + \frac{1}{n} + \frac{u}{n^3} \right) + \left(\frac{1}{u+n} - \frac{1}{n} + \frac{u}{n^3} \right) = \frac{2u}{u^2-n^2} + \frac{2u}{n^3}$$

so ist also $\sum_n$ konvergent also $\frac{1}{u} \frac{\phi'u}{\phi u} = c' + \sum_n \frac{2u}{u^2-n^2} + \frac{2u}{n^3}$ also $c'=0$ und $q_u = c'$

$$\phi u = e^{c'u} \prod_n \left(1 - \frac{u}{n} \right) e^{\frac{u}{n} + \frac{u^2}{n^2}}$$

$$\frac{\phi u}{u} = e^{c'u} \prod_n \left(1 - \frac{u}{n} \right) e^{\frac{u}{n} + \frac{u^2}{n^2}} \text{ und für } u=0 \quad e^{c'u} = 1$$

$$\text{also } \phi u = u \prod_n \left(1 - \frac{u}{n} \right) e^{\frac{u}{n} + \frac{u^2}{n^2}}$$

Also formal ist dieser Ausdruck eine Lösung der
Gleichung in der Lösung nicht konstant.

Wir können sie nun, in dem wir alle Glieder mit
gleichem n zusammenfassen, das Produkt darstellen in:
denn nach dem 1. Satz konvergiert dies.

Für $v=0$ nur also nicht möglich $=0$ für $u=0$. Dann ist:

$$u \prod_n \left(1 - \frac{u}{n} \right) e^{\frac{u}{n} + \frac{u^2}{n^2}} = u \prod_n \left(1 - \frac{u}{n} \right) e^{\frac{u}{n} + \frac{u^2}{n^2}} \prod_n e^{\frac{u^2}{n^2}}$$

$$\text{da } \prod_n e^{\frac{u^2}{n^2}} \text{ konvergiert für } u \text{ für jedes } u \text{ konvergent ist}$$

$$= e^{\frac{u^2}{12} \sum_n \frac{1}{n^2}}$$

Es ist: $\sin u\pi = u\pi \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u^2}{n^2})$

Es ist dann noch $\sin \frac{u}{2}\pi$ falls:

$$u \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u^2}{n^2}) e^{\frac{u^2}{2n^2} + i(\frac{u}{2n})} = \frac{2u}{\pi} \sin \frac{u\pi}{2} \prod_{n=1}^{\infty} e^{\frac{u^2}{2n^2}}$$

Es folgt dann aus dem letz. Satz, so wird dann $2u\pi = a$

$$1 - \frac{u}{2n\pi + a} = \frac{2n\pi + a - u}{2n\pi + a} = \frac{1 - \frac{u-a}{2n\pi}}{1 + \frac{a}{2n\pi}} \text{ falls } e^{\frac{u}{2n\pi}} = \frac{e^{\frac{u-a}{2n\pi}}}{e^{\frac{a}{2n\pi}}}$$

also da es jetzt nicht sein kann:

$$\prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u}{2n\pi + a}) e^{\frac{u}{2n\pi}} = \frac{u-a}{-a} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u-a}{2n\pi}) e^{\frac{u-a}{2n\pi}} = \frac{\sin(u-a)\pi}{-\sin a\pi}$$

und

$$\prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u}{2n\pi + a}) e^{\frac{u}{2n\pi} + i(\frac{u}{2n\pi + a})} = \frac{\sin(u-a)\pi}{-\sin a\pi} \prod_{n=1}^{\infty} e^{\frac{u}{2n\pi + a} + i(\frac{u}{2n\pi + a})} = \frac{e^{\frac{u}{2n\pi}}}{e^{\frac{a}{2n\pi}}}$$

Es folgt

$$Ou = \frac{2u}{\pi} \sin \frac{u\pi}{2} \prod_{n=1}^{\infty} e^{\frac{u^2}{2n^2}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u^2}{n^2}) \prod_{n=1}^{\infty} e^{\frac{u^2}{2n^2}} e^{i(-1)^n \frac{u}{2n}} e^{-\frac{u}{2n}}$$

weil es gegeben & ungerade sein kann.

Nach 134. erfüllt man:

$$g = \frac{u^2}{(2u)^2} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \right\} + \frac{u^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n\pi + a)^2}$$

$$= \frac{u^2}{(2u)^2} \cdot \frac{\pi^2}{6} + \frac{u^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n\pi + a)^2}$$

$$g = \frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n\pi + a)^2} \cdot \frac{\pi^2}{4u^2} \text{ also } e^{g'(\frac{\pi u}{2u})^2}$$

Es folgt dann aus dem letz. Satz, so wird dann $2u\pi = a$

Es folgt dann aus dem letz. Satz, so wird dann $2u\pi = a$

Es folgt dann aus dem letz. Satz, so wird dann $2u\pi = a$

$$Ou = \frac{2u}{\pi} \sin \frac{u\pi}{2} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(u-2n\pi)/2}{-2n\pi} \frac{\sin(u+2n\pi)/2}{2n\pi} e^{\frac{u^2}{2n^2} + i(\frac{u}{2n\pi}) + i(\frac{u}{2n\pi})}$$

also gilt es

$$Ou = \frac{2u}{\pi} \sin \frac{u\pi}{2} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(u-2n\pi)/2}{-2n\pi} \frac{\sin(u+2n\pi)/2}{2n\pi} e^{\frac{u^2}{2n^2}}$$

und man kann das Prod. umformen:

$$Ou = \frac{2u}{\pi} \sin \frac{u\pi}{2} e^{g'(\frac{\pi u}{2u})^2} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u^2}{n^2})$$

Nun ist

$$g(u+2u) = -e^{2g(u+u)/u} Ou$$

$$= -\frac{2u}{\pi} \sin \frac{u\pi}{2} e^{g'(\frac{\pi u}{2u})^2} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u^2}{n^2}) = -e^{2g(u+u)/u} Ou$$

$$\text{also } g = \frac{1}{2} \frac{u}{u}, g' = \frac{4u}{\pi^2} g = \frac{2u}{\pi^2}$$

Es folgt dann aus dem letz. Satz, so wird dann $2u\pi = a$

Es folgt dann aus dem letz. Satz, so wird dann $2u\pi = a$

Es folgt dann aus dem letz. Satz, so wird dann $2u\pi = a$

$$Ou = u + au^2 + \dots; \frac{Ou}{u} = u^2 N; gOu = g(u+u)$$

$$\text{Also nach } gOu = g \frac{2u}{\pi} + \frac{1}{2} \frac{u^2}{u} + g \sin \frac{u\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} g(1 - \frac{u^2}{n^2})$$

$$\text{und weil } g \sin \frac{u\pi}{2} = g(\frac{u\pi}{2} - \frac{u^3 \pi^3}{3 \cdot 6 u^3} + \dots) = g \frac{u\pi}{2} + g(1 - \frac{u^2 \pi^2}{3 \cdot 6 u^2})$$

$$= g u + g \frac{\pi}{2} - \frac{1}{6} \frac{u^3 \pi^3}{2 u^3} + \dots \text{ bei } g = \frac{2u}{\pi^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} g(1 - \frac{u^2}{n^2}) = -\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{u^2}{n^2} + \dots) \text{ bei } g = \frac{2u}{\pi^2}$$

Es folgt
in der späteren Vervollst.

$$g(u) = g\frac{2u}{\pi} + \frac{1}{2} \frac{u^2}{w} + f(u) + f\frac{\pi}{2w} - \frac{1}{6} \frac{u^3}{2w^2} - \sum_n \frac{u^{2n}}{2n \sin^2 \frac{n\pi}{2w}}$$

$$= g(u + u')$$

$$\text{Daher } \frac{1}{2} \frac{u^2}{w} = \frac{1}{6} \frac{u^3}{2w^2} + \sum_n \frac{u^{2n}}{2n \sin^2 \frac{n\pi}{2w}} = \left(\frac{\pi}{2w}\right)^2 \left[\frac{1}{6} + \sum_n \frac{1}{n^2 \sin^2 \frac{n\pi}{2w}} \right]$$

Wissen wir jetzt g_1, g_2, g_3 versch. Dann ist u und u' gegeben u sein immer noch: also $u = A$; $u' = B$.

$$\text{Daher man } e^{\frac{u\pi i}{w}} = e^{-\frac{B\pi}{A}} = h \quad (\text{Jacobi'sche f. 2}) \text{ ist}$$

$$\sin \frac{u\pi}{w} = e^{\frac{u\pi i}{w}} - e^{-\frac{u\pi i}{w}} = \frac{h^n - h^{-n}}{2i}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \frac{u\pi}{w}} = -\frac{4}{(h^n - h^{-n})^2} = -\frac{4h^{2n}}{(1 - h^{2n})^2} \quad \text{und}$$

$$\frac{1}{2} \frac{u^2}{w} = \left(\frac{\pi}{2w}\right)^2 \left[\frac{1}{6} + \sum_n \frac{4h^{2n}}{(1 - h^{2n})^2} \right]$$

Es folgt sich nun ob diese Summe endlich ist. Da

$$\text{in } \log(1+x) = \frac{x}{1+x}, \quad a < 1 \text{ wird}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log(1+a_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{a_n} \frac{1}{1+x} dx$$

Leuchtet also die Summe der a_n zu sich die Summe $\frac{a_n}{1+a_n}$ die konvergiert wenn $a < 1$. Es müßte also auch $h < 1$ sein. Das ist immer möglich. Dann weiterentwickeln wir die Summe für u, u' und u, u' so daß $u' = \frac{\pi}{2}$. Dann wird $h' = e^{-\frac{\pi}{2w}}$. Es ist also h nicht mehr $h < 1$ sondern kann nun eine gewisse Grenze überschreiten.

$$\text{Daher wir setzen } h = e^{\frac{u\pi i}{w}} \text{ und } g = e^{\frac{u\pi i}{2w}}, \text{ so wird}$$

$$G(u) = \frac{2w}{\pi} e^{\frac{u\pi i}{2w}} \frac{g' - g^{-1}}{g - g^{-1}} \frac{\pi}{2} \left(\frac{1-h^{2n}}{1-h^{2n-1}} \right) \left(\frac{1-h^{2n-1}}{1-h^{2n}} \right)$$

$$\text{Dann: } \left(\frac{1-h^{2n}}{1-h^{2n-1}} \right) = \frac{1 - h^{2n} (g^{2n} + h^{2n})}{(1-h^{2n})^2} = \frac{1 - 2h^{2n} \cos \frac{u\pi}{w} + h^{4n}}{(1-h^{2n})^2}$$

$$= \frac{(1-h^{2n})^2 + 4h^{2n} \sin^2 \frac{u\pi}{2w}}{(1-h^{2n})^2} = 1 - \frac{4h^{2n} \sin^2 \frac{u\pi}{2w}}{(1-h^{2n})^2}$$

$$= 1 - \frac{(2i)^2 \sin^2 \frac{u\pi}{2w}}{(h^n - h^{-n})^2} = 1 - \frac{\sin^2 \frac{u\pi}{2w}}{\sin^2 \frac{n\pi}{2w}}$$

$$\text{Nun erfüllt } G(u+2w) = -\frac{2w}{\pi} \sin \frac{u\pi}{2w} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\sin^2 \frac{u\pi}{2w}}{\sin^2 \frac{n\pi}{2w}} \right) e^{\frac{(u+2w)\pi i}{2w}} e^{\frac{(u+2w)\pi i}{2w}} - e^{\frac{(u+2w)\pi i}{2w}} g'(u)$$

Daher wir setzen $u+u'=u''$; $g+g'=g''$, Dann wird nach früherem Formeln.

oder wenn man $u+u'$ setzt

nach der oben abgeleiteten Formel gerade ist; oder $2G(u) = g(u)$.
Nun sei $G(u) = \eta$; $G(u') = \eta'$. Dann setzen die obigen Formeln

$$G(u) = \frac{2w}{\pi} e^{\frac{u\pi i}{2w}} \frac{g' - g^{-1}}{g - g^{-1}} \frac{\pi}{2} \frac{\pi(K)}{2i}$$

$$g' = \frac{1}{6} + \sum_n \frac{4}{(h^{2n} - h^{-2n})^2}$$

Stieflegen, Differenzieren erfüllt

$$\text{man } \frac{G'(u+2w)}{G(u+2w)} = \frac{g''}{g} + \frac{G'(u)}{G(u)}$$

$$\frac{G'(u)}{G(u)} = \frac{g'}{g} - \frac{G(u)}{G(u)} \quad \text{weil } G(u) = \frac{2w}{\pi} \sin \frac{u\pi}{2w}$$

Man sei $G(u) = \eta$; $G(u') = \eta'$. Dann setzen die obigen Formeln

Im Falle von $\sigma(u+w) = e^{2\eta(u+w)} \sigma(u) \sigma(w) = e^{2\eta(u+w)} \sigma(u) \sigma(w)$. Setzt man nun in 134 gegebenen Integral
 $d\log \sigma u = \frac{1}{u} - \sum \left(\frac{u^2}{u^2 - \omega^2} + \frac{u^2}{u^2 - \omega'^2} \right) du$, so folgt $\sum \frac{1}{\omega^2 - \omega'^2} = 0$, so folgt man $\sum \frac{1}{\omega^2 - \omega'^2} = 0$ dann erfüllt man $\frac{\sigma u}{\sigma u} = \frac{1}{u} - \sum \frac{u^2}{u^2 - \omega^2} - \sum \frac{u^2}{u^2 - \omega'^2} \dots$
 $\log \sigma(u) = \log u - \sum \frac{u^2}{\omega^2} - \sum \frac{u^2}{\omega'^2} \dots = \log u - u e^{-(\frac{u^2}{\omega^2} + \frac{u^2}{\omega'^2} + \dots)} - 138 = u + \sum \frac{u^2}{\omega^2} + \sum \frac{u^2}{\omega'^2} \dots$ was jährl. C. und
 mit einer andern Ansicht durch
 Zusammenhang folgt ist.

$$\sigma u = e^{-\eta u} \frac{\sigma(u+w)}{\sigma w}; \sigma' u = e^{-\eta' u} \frac{\sigma(u+w')}{\sigma w'}; \sigma'' u = e^{-\eta'' u} \frac{\sigma(u+w'')}{\sigma w''}$$

Setzt man $u = \omega$ so wird aus η und η' $e^{\frac{\eta \omega^2}{\omega^2 - \omega'^2} + \eta u + \frac{\eta' \omega'^2}{\omega'^2 - \omega^2}}$
 $u + w \quad \eta$
 $u + w' \quad \eta'$
 $u + w'' \quad \eta''$

Dann: $e^{\frac{(u+w)/\eta}{\omega}} = e^{\frac{u\eta}{\omega}} e^{\frac{\eta}{\omega}} = \eta$; $e^{\frac{(u+w')/\eta'}{\omega'}} = e^{\frac{u\eta'}{\omega'}} e^{\frac{\eta'}{\omega'}} = \eta'$
 $e^{\frac{(u+w'')/\eta''}{\omega''}} = e^{\frac{u\eta''}{\omega''}} e^{\frac{\eta''}{\omega''}} = \eta''$

Dann $e^{\frac{(u+w)/\eta}{\omega}} = e^{\frac{\eta u}{\omega} + \frac{\eta}{\omega}} = e^{\frac{\eta u}{\omega} + \frac{\eta}{\omega}} = \eta$
 $e^{\frac{(u+w')/\eta'}{\omega'}} = e^{\frac{\eta' u}{\omega'} + \frac{\eta'}{\omega'}} = e^{\frac{\eta' u}{\omega'} + \frac{\eta'}{\omega'}} = \eta'$
 $e^{\frac{(u+w'')/\eta''}{\omega''}} = e^{\frac{\eta'' u}{\omega''} + \frac{\eta''}{\omega''}} = e^{\frac{\eta'' u}{\omega''} + \frac{\eta''}{\omega''}} = \eta''$

weil $\eta u - \eta' u = \eta(u+w) - \eta'(u+w') = \eta u - \eta' u = \frac{\eta}{\omega} - \frac{\eta'}{\omega'}$.

Setzt man die obigen Macfpa ein so erfüllt man:

$$e^{-\eta u} \sigma(u+w) = \frac{2w}{\pi} e^{\frac{\eta u}{\omega} + \frac{\eta}{\omega}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1+h^{2n})}{(1-h^{2n})} \frac{(1+h^{2n-1})}{(1-h^{2n-1})}$$

$$e^{-\eta' u} \sigma(u+w') = \frac{2w'}{\pi} e^{\frac{\eta' u}{\omega'} + \frac{\eta'}{\omega'}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1+h'^{2n})}{(1-h'^{2n})} \frac{(1+h'^{2n-1})}{(1-h'^{2n-1})}$$

$$= \frac{2w}{\pi} e^{\frac{\eta u}{\omega} + \frac{\eta}{\omega}} \frac{h^{2n}}{2i\eta h^{2n}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1+h^{2n})}{(1-h^{2n})} \frac{(1+h^{2n-1})}{(1-h^{2n-1})} \frac{1}{1+h\eta}$$

$$= \frac{2w}{\pi} e^{\frac{\eta u}{\omega} + \frac{\eta}{\omega}} \frac{h^{2n}}{2i\eta h^{2n}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1+h^{2n})}{(1-h^{2n})} \frac{(1+h^{2n-1})}{(1-h^{2n-1})}$$

$$= \frac{2w}{\pi} e^{\frac{\eta u}{\omega} + \frac{\eta}{\omega}} \frac{h^{2n}}{2i\eta h^{2n}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1+h^{2n})}{(1-h^{2n})} \frac{(1+h^{2n-1})}{(1-h^{2n-1})}$$

$$e^{-\eta'' u} \sigma(u+w'') = \frac{2w''}{\pi} e^{\frac{\eta'' u}{\omega''} + \frac{\eta''}{\omega''}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1+h''^{2n})}{(1-h''^{2n})} \frac{(1+h''^{2n-1})}{(1-h''^{2n-1})}$$

$$= \frac{2w''}{\pi} e^{\frac{\eta'' u}{\omega''} + \frac{\eta''}{\omega''}} \frac{h''^{2n}}{2i\eta'' h''^{2n}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1+h''^{2n})}{(1-h''^{2n})} \frac{(1+h''^{2n-1})}{(1-h''^{2n-1})}$$

Man set $u=0$ zu haben d. f. $\eta = 1$

Dann $H_0 = \prod_{n=1}^{\infty} (1-h^{2n})$; $H_1 = \prod_{n=1}^{\infty} (1+h^{2n})$; $H_2 = \prod_{n=1}^{\infty} (1+h^{2n-1})$; $H_3 = \prod_{n=1}^{\infty} (1-h^{2n-1})$
 und: $H_0 = \prod_{n=1}^{\infty} (1-h^{2n}) / \prod_{n=1}^{\infty} (1+h^{2n}) = \prod_{n=1}^{\infty} (1-h^{2n}) / \prod_{n=1}^{\infty} (1-h^{2n}) \prod_{n=1}^{\infty} (1+h^{2n}) / \prod_{n=1}^{\infty} (1+h^{2n})$
 $= H_0 H_1 H_2 H_3$

oder $H_0 H_1 H_2 H_3 = 1$.

so wird: $\sigma w = \frac{2w}{\pi} \frac{H_0}{H_1} e^{\frac{\eta}{\omega}}$
 $\sigma w'' = \frac{2w''}{\pi} \frac{H_0}{H_1} e^{\frac{\eta''}{\omega''}}$
 $\sigma w' = \frac{2w'}{\pi} \frac{H_0}{H_1} e^{\frac{\eta'}{\omega'}}$

Setzt man sich $\sigma u = e^{-\eta u} \dots$ so erhält

$$\sigma u = e^{\frac{\eta u}{2}} \frac{z+z^{-1}}{2} \prod_n \frac{(1+h^{2n}z)(1+h^{2n}z^{-1})}{(1+h^{2n})} = e^{\frac{\eta u}{2}} \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})}$$

$$\sigma u = e^{\frac{\eta u}{2}} \prod_n \frac{(1+h^{2n}z)(1+h^{2n}z^{-1})}{(1+h^{2n})} = e^{\frac{\eta u}{2}} \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})}$$

$$\sigma u = e^{\frac{\eta u}{2}} \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})} = e^{\frac{\eta u}{2}} \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})}$$

mit $\frac{u\pi}{2w} = v, \frac{w\pi}{2w} = v_0$.

Es ist $g = \frac{2w\eta}{\pi} = \frac{1}{6} + \sum_n \frac{1}{n^2} \eta v_0 = \frac{1}{6} - \sum_n \frac{q^{n^2}}{(1-q^{2n})^2}$

Man findet nun

$\mu - e_1 = \frac{\sigma u}{\sigma u} = e^{-\frac{\eta u}{2}} \frac{\sigma(u+w)}{\sigma(u-w)}; \mu - e_2 = e^{-\frac{\eta u}{2}} \frac{\sigma(u+w)}{\sigma(u-w)}$

Man erhält (1), wenn $u = w$; (2) wenn $u = -w$; (3) wenn $u = \tau w$

$e_1 - e_3 = e^{-\frac{\eta w}{2}} \frac{\sigma w}{\sigma w}, e_1 - e_2 = e^{-\frac{\eta w}{2}} \frac{\sigma w}{\sigma w}, e_2 - e_3 = e^{-\frac{\eta w}{2}} \frac{\sigma w}{\sigma w}$

Man erhält nun $-\eta w + \eta w' - \eta w - \eta w' = \frac{\pi}{2} i$

$+\eta w + \eta w' - \eta w - \eta w' = -\frac{\pi}{2} i$ Es erfüllt man:

$+\eta w + \eta w' - \eta w' - \eta w' = \frac{\pi}{2} i$

$e_1 - e_3 = \left(\frac{\pi}{2w}\right) \frac{H_0 H_2}{H_1 H_3}, e_1 - e_2 = \left(\frac{\pi}{2w}\right) \frac{H_0 H_2}{H_1 H_3}, e_2 - e_3 = \left(\frac{\pi}{2w}\right) \frac{H_0 H_2}{H_1 H_3}$

$V_1 - e_3 = \sqrt{\frac{\pi}{2w}} \frac{H_0 H_2}{H_1 H_3}, V_1 - e_2 = \sqrt{\frac{\pi}{2w}} \frac{H_0 H_2}{H_1 H_3}, V_2 - e_3 = \sqrt{\frac{\pi}{2w}} \frac{H_0 H_2}{H_1 H_3}$

Setzt man

$\sqrt{\frac{\pi}{2w}} e^{-\frac{\eta u}{2}} \sigma u = \frac{z+z^{-1}}{2} \prod_n \frac{(1+h^{2n}z)(1+h^{2n}z^{-1})}{(1+h^{2n})}$

$\sqrt{\frac{\pi}{2w}} e^{-\frac{\eta u}{2}} \sigma u = \frac{z+z^{-1}}{2} \prod_n \frac{(1+h^{2n}z)(1+h^{2n}z^{-1})}{(1+h^{2n})}$

$\sqrt{\frac{\pi}{2w}} e^{-\frac{\eta u}{2}} \sigma u = \frac{z+z^{-1}}{2} \prod_n \frac{(1+h^{2n}z)(1+h^{2n}z^{-1})}{(1+h^{2n})}$

$\sqrt{\frac{\pi}{2w}} e^{-\frac{\eta u}{2}} \sigma u = \frac{z+z^{-1}}{2} \prod_n \frac{(1+h^{2n}z)(1+h^{2n}z^{-1})}{(1+h^{2n})}$

Man ist

$\frac{2w}{\pi} \sqrt{\frac{\pi}{2w}} \frac{V_1 - e_3}{V_1 - e_2} \frac{V_2 - e_3}{V_1 - e_2} = \frac{2w}{\pi} \frac{1}{H_0} = \frac{2w}{\pi} \frac{1}{H_0}$

Es ist

$\sqrt{\frac{\pi}{2w}} e^{-\frac{\eta u}{2}} \sigma u = \frac{z+z^{-1}}{2} \prod_n \frac{(1+h^{2n}z)(1+h^{2n}z^{-1})}{(1+h^{2n})}$

Setzt man

$\prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})} = \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})}$

$\frac{z}{z+z^{-1}} \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})} = \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})}$

$\frac{z}{z+z^{-1}} \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})} = \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})}$

$\frac{z}{z+z^{-1}} \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})} = \prod_n \frac{(1-h^{2n}z)(1-h^{2n}z^{-1})}{(1-h^{2n})}$

$$\frac{\sqrt{w}}{\pi} e^{-\frac{w}{2}} \sigma_{1,u} = \frac{h^2 z}{\sqrt{1-e_1}} F(h^2 z)$$

$$\frac{\sqrt{w}}{\pi} e^{-\frac{w}{2}} \sigma_{2,u} = \frac{1}{\sqrt{1-e_1}} F(z)$$

$$\frac{\sqrt{w}}{\pi} e^{-\frac{w}{2}} \sigma_{3,u} = \frac{1}{\sqrt{1-e_1}} F(z)$$

$$\frac{\sqrt{w}}{\pi} e^{-\frac{w}{2}} \sigma_{4,u} = \frac{h^2 \cdot z^2}{\sqrt{1-e_1} \sqrt{1-e_2} \sqrt{1-e_3}} F(h^2 z)$$

Die Umformungen die wir jetzt geben wissen von Jacobi her.

$$\text{Sei } f(z) = \prod_n (1 + h^{2n} z) = (1 + h^2 z) (1 + h^4 z) (1 + h^6 z) \dots$$

was also $f(h^2 z) = f(h^4 z)$. Möge man

$$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots$$

$$f(h^2 z) \cdot (1 + h^2 z) = a_0 + (a_1 h^2 + a_0 h^2) z + \dots + (a_n h^{2n} + a_{n-1} h^{2n-1}) z^n + \dots$$

$$a_n = a_{n-1} \frac{h^{2n-1}}{1-h^{2n}} = \frac{a_0 h^{2n}}{1 \cdot (1-h^2) \cdot (1-h^4) \cdot \dots \cdot (1-h^{2n})} \quad \text{mit } a_0 = 1.$$

$$\text{also } f(z) = 1 + \frac{h^2}{1-h^2} z + \frac{h^4}{(1-h^2)(1-h^4)} z^2 + \frac{h^6}{(1-h^2)(1-h^4)(1-h^6)} z^3 + \dots$$

Das finden wir unter der Voraussetzung dass $f(z)$ entwickelbar sei. Um das zu beweisen geht man von $f(z)$ selbst aus

$$\text{geht, dass } f(z) = f(h^2 z) / (1 + h^2 z) = (1 + h^4 z) / (1 + h^2 z) \cdot f(h^2 z)$$

$$= (1 + h^4 z) / (1 + h^2 z) \cdot (1 + h^6 z) / (1 + h^4 z) \cdot f(h^2 z)$$

$$\text{mit } r=\infty \text{ so } f(h^{2r} z) = 1 \text{ also } f(z) = \prod_n (1 + h^{2n} z) / \text{g.c.d.}$$

$$\text{Sei } f(z) = \frac{1}{(1-h^2)(1-h^4)(1-h^6)\dots} = 1 + \frac{h^2}{1-h^2} z + \frac{h^4}{(1-h^2)(1-h^4)} z^2 + \dots$$

Die Functionaltgl. wird für:

$$f(z) = \frac{f(h^2 z)}{(1-h^2)} = \sum_n \frac{b_n h^{2n}}{(1-h^2) \dots (1-h^{2n})} = \sum_n \frac{b_n h^{2n}}{(1-h^2) \dots (1-h^{2n})} + \sum_n \frac{b_n h^{2n}}{(1-h^2) \dots (1-h^{2n})}$$

$$\text{wegen } \frac{1}{1-h^{2n}} = 1 + \frac{h^{2n}}{1-h^{2n}}. \text{ Also wird}$$

$$f(z) = \sum_n \frac{(b_n h^{2n} + b_{n-1} h^{2n-1})}{(1-h^2) \dots (1-h^{2n})} = \sum_n \frac{b_n h^{2n}}{(1-h^2) \dots (1-h^{2n})}$$

$$\text{also } b_n = b_{n-1} \frac{h^{2n-1}}{1-h^{2n}} = \frac{h^{2n}}{(1-h^2) \dots (1-h^{2n})} \quad \text{mit}$$

$$f(z) = 1 + \frac{h^2}{1-h^2} z + \frac{h^4}{(1-h^2)(1-h^4)} z^2 + \dots + \frac{h^{2n}}{(1-h^2) \dots (1-h^{2n})} z^n + \dots$$

Entwickeln wir nun:

$$f(z) = \prod_n (1 + h^{2n} z) / (1 + h^{2n-2} z) = H_0(z) / H(z)$$

$$= H_0 / (c_0 + c_1 z^2 + c_2 z^4 + \dots)$$

$$c_n = \frac{h^{2 \cdot n}}{(1-h^2) \dots (1-h^{2n})} + \frac{h^{2(n-1)}}{(1-h^2) \dots (1-h^{2(n-1)})} \frac{h^2}{(1-h^2)} + \frac{h^{2(n-2)}}{(1-h^2) \dots (1-h^{2(n-2)})} \frac{h^4}{(1-h^2)(1-h^4)} + \dots$$

$$C_n = \frac{h^{n^2}}{(1-h)(1-h^2)\dots(1-h^n)} \left\{ 1 + \frac{h^{2n}}{(1-h^{2n})} \cdot \frac{h^2}{1-h^2} + \frac{h^{4n}}{(1-h^{4n})(1-h^{2n})} \cdot \frac{h^4}{(1-h^2)(1-h^4)} + \dots \right\}$$

$$= \frac{h^{n^2}}{(1-h)\dots(1-h^n)} F(h-h^2, z=h^{2n}) = \frac{h^{n^2}}{(1-h)\dots(1-h^n)} \prod_{m=1}^n \left(1 - \frac{1}{1-h^{2m+n}} \right)$$

ausser dem $F(z) = 1 + h(z^2+z^{-2}) + h^2(z^4+z^{-4}) + h^3(z^6+z^{-6}) + \dots$

$$= \sum_v h^v z^{2v}$$

$$F\left(\frac{z}{h}\right) = \sum_v (-1)^v h^{vv} z^{2v}; \quad h^2 z F(h^2 z) = \sum_v h^{(v+1)^2} z^{2(v+1)}; \quad h^2 z F\left(\frac{z}{h}\right) = -\frac{1}{z} \sum_v (-1)^v h^{(v+1)^2} z^{2(v+1)}$$

Setzen wir nun $z = e^{\frac{2\pi i v}{n}} = e^{2\pi i v/n}$ so erhalten wir nach

Formel:

$$D_0(v) = \sum_v (-1)^v h^{vv} z^{2vv} = 1 - 2h \cos 2v + 2h^2 \cos 4v - 2h^3 \cos 6v + \dots$$

$$D_1(v) = \frac{1}{z} \sum_v (-1)^v h^{(v+1)^2} z^{2(v+1)} = 2h \sin v - 2h^2 \sin 3v + 2h^3 \sin 5v - \dots$$

$$D_2(v) = \sum_v (-1)^v h^{(v+1)^2} z^{2(v+1)} = 2h^2 \cos v + 2h^3 \cos 3v + 2h^4 \cos 5v + \dots$$

$$D_3(v) = \frac{1}{z} \sum_v (-1)^v h^{(v+1)^2} z^{2(v+1)} = 1 + 2h \cos v + 2h^2 \cos 3v + 2h^3 \cos 5v + \dots$$

$$G_u = \frac{e^{\frac{2\pi i u}{n}}}{\sqrt{\frac{n}{2\pi}} \sqrt{e_1 - e_2} \sqrt{e_2 - e_3} \sqrt{e_3 - e_4}} D_0 \frac{u\pi}{n}; \quad G_1 u = \frac{e^{\frac{2\pi i u}{n}}}{\sqrt{\frac{n}{2\pi}} \sqrt{e_1 - e_2} \sqrt{e_2 - e_3} \sqrt{e_3 - e_4}} D_1 \frac{u\pi}{n}$$

$$G_2 u = \frac{e^{\frac{2\pi i u}{n}}}{\sqrt{\frac{n}{2\pi}} \sqrt{e_1 - e_2} \sqrt{e_2 - e_3} \sqrt{e_3 - e_4}} D_2 \frac{u\pi}{n}; \quad G_3 u = \frac{e^{\frac{2\pi i u}{n}}}{\sqrt{\frac{n}{2\pi}} \sqrt{e_1 - e_2} \sqrt{e_2 - e_3} \sqrt{e_3 - e_4}} D_3 \frac{u\pi}{n}$$

Aus dem ersten Lemma §. 140 n. kann man die Formeln mehr schreiben:

$$\sqrt{\frac{n}{2\pi}} \sqrt{e_1 - e_2} = D_2(0) = 2h + 2h^3 + \dots; \quad \sqrt{\frac{n}{2\pi}} \sqrt{e_2 - e_3} = D_3(0) = 1 + 2h + h^3 + \dots$$

$$\sqrt{\frac{n}{2\pi}} \sqrt{e_3 - e_4} = D_0(0) = 1 - 2h + 2h^3 - \dots; \quad \sqrt{\frac{n}{2\pi}} \sqrt{e_1 - e_2} \sqrt{e_2 - e_3} \sqrt{e_3 - e_4} = \frac{\pi}{n} D_1' = \frac{\pi}{n} (2h^{\frac{1}{2}} - 6h^{\frac{3}{2}} + 10h^{\frac{5}{2}} - \dots)$$

Derwärts folgt: $D_0(0) D_1(0) D_2(0) = D_1'(0)$ und:

$$G_u = e^{\frac{2\pi i u}{n}} \frac{D_0(u\pi/n)}{D_1'(0)}; \quad G_1 u = e^{\frac{2\pi i u}{n}} \frac{D_1(u\pi/n)}{D_2'(0)}; \quad G_2 u = e^{\frac{2\pi i u}{n}} \frac{D_2(u\pi/n)}{D_3'(0)}; \quad G_3 u = e^{\frac{2\pi i u}{n}} \frac{D_3(u\pi/n)}{D_0'(0)}$$

Entwickelt man G_u nach n so erhält man: wenn u , p nicht Null ist dann: $G_u = 0$ nach: $= \frac{1}{6} \frac{D_1'(0)}{D_2'(0)} \frac{\pi^3}{(u)^3} + \frac{\pi^2}{2u}$ n. d. d. d.

$$\eta = -\frac{1}{5} \frac{\pi^2}{2u} \frac{D_1'(0)}{D_2'(0)}$$

In all diesen Entwicklungen muß $h < 1$ sein. Wir setzen jetzt das da Null ist für rationale Wurzeln von e_1, e_2, e_3 . Es ist aber auf ganz unabhängig von den e so.

Nehmen wir $du = e^{\frac{\eta u}{2\omega}} \psi(u)$ und $2\mu\omega + 2\nu\omega' = 2\tilde{\omega}$; $2\mu\eta' + 2\nu\eta = 2\tilde{\eta}$
 so wird $\psi(u + 2\tilde{\omega}) = (-1)^{\mu\nu + \mu\nu'} \psi(u) e^{\frac{\eta(u+\tilde{\omega})}{2\omega}} = (-1)^{\mu\nu + \mu\nu'} e^{\frac{\eta u}{2\omega}} \psi(u) e^{\frac{\eta \tilde{\omega}}{2\omega}}$

$$\psi(u + 2\tilde{\omega}) = (-1)^{\mu\nu + \mu\nu'} \psi(u) e^{\frac{\eta u}{2\omega} + \frac{\eta \tilde{\omega}}{2\omega}} = (-1)^{\mu\nu + \mu\nu'} \psi(u) e^{\frac{\eta u + \eta \tilde{\omega}}{2\omega}}$$

Nun ist $2(\eta\omega - \eta'\omega') = 2\pi i$ weil $\omega\eta' - \omega'\eta = -\frac{\pi}{2}i$

$$\psi(u + 2\tilde{\omega}) = (-1)^{\mu\nu + \mu\nu'} \psi(u) e^{-\frac{\nu\pi i}{\omega}(u + \tilde{\omega})}$$

$$\psi(u) = (-1)^{\mu\nu + \mu\nu'} \psi(u - 2\tilde{\omega}) e^{-\frac{\nu\pi i}{\omega}(u - \tilde{\omega})}$$

Setzt man nun $u = 2\alpha\omega + 2\beta\omega' = (2\mu\omega + 2\nu\omega') + (2\mu'\omega + 2\nu'\omega') = u + 2\tilde{\omega}$

so ist u ganz, so ist $2\tilde{\omega} = 2\mu\omega + 2\nu\omega'$ so wird:

$$\psi(u) = (-1)^{\mu\nu + \mu\nu'} \psi(2\mu'\omega + 2\nu'\omega') e^{-\frac{\nu\pi i}{\omega}\{(2\mu' + \nu')\omega + (2\nu' + \nu')\omega'\}}$$

Nun muß ψu damit ab kein Locus: ist jede Grange überflüssig.

weil daher $\psi(2\mu'\omega + 2\nu'\omega')$ null ist, der $2\mu'\omega + 2\nu'\omega'$ im Periodengitter.

Es muß $e^{-\frac{\nu\pi i}{\omega}\{(2\mu' + \nu')\omega + (2\nu' + \nu')\omega'\}} > 1$ also wegen $e^{-\frac{\nu\pi i}{\omega}(2\mu' + \nu')\omega}$ muß

$e^{-(2\nu' + \nu')\nu\pi i \frac{\omega'}{\omega}}$ positiv sein, da $e^{-\frac{\nu\pi i}{\omega}(2\mu' + \nu')\omega}$ ein imaginäres.

Nun ist $e^{-(2\nu' + \nu')\nu\pi i \frac{\omega'}{\omega}} = e^{-(2\nu' + \nu')\nu\pi i}$ also $2\nu' + \nu'$ positiv. Da

muß $2\nu' + \nu' > 0$ negativ also $h = e^{\frac{\nu\pi i}{\omega}} < 1$ g. e. d.

Dieses läßt sich für zwei beliebige Fundamentale Perioden annehmen. Sei

$$u_1 = \alpha\omega + \beta\omega'; \eta_1 = \alpha\eta + \beta\eta' \quad \alpha\beta' - \alpha'\beta = +1$$

$$u_2 = \alpha'\omega + \beta'\omega'; \eta_2 = \alpha'\eta + \beta'\eta'$$

$$\eta_1 u_2 - \eta_2 u_1 = (\alpha\beta' - \alpha'\beta)(\eta\omega' - \eta'\omega) = +\frac{\pi}{2}i$$

Es soll also für $h_1 = e^{\frac{\eta_1 u_2}{\omega}}$ in seinem ersten Heile negativ sein. Nun ist

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\alpha' + \beta'\frac{\omega'}{\omega}}{\alpha + \beta\frac{\omega'}{\omega}} = \frac{\alpha' + \beta'\eta + \beta'\eta'}{\alpha + \beta\eta + \beta\eta'} = \frac{(\alpha' + \beta'\eta) + \beta'\eta'}{(\alpha + \beta\eta) + \beta\eta'}$$

Der Nenner $(\alpha + \beta\eta) + \beta\eta'$ ist nicht Null, so ist der Zähler nicht Null.

Es ist also in seinem imaginären Heile

$$(\alpha + \beta\eta)\beta'\eta' - (\alpha' + \beta'\eta)\beta\eta' = (\alpha\beta' - \alpha'\beta)\eta' = \eta'$$

$$\text{Doll nun } e^{-\frac{\nu\pi i}{\omega}(2\mu' + \nu')\omega} = e^{-\frac{\nu\pi i}{\omega}(2\mu' + \nu')\omega} = e^{-(2\nu' + \nu')\nu\pi i} = e^{-\frac{\nu\pi i}{\omega}(2\mu' + \nu')\omega}$$

in seinem ersten Heile pos. sein so muß η' positiv sein

$$h = e^{\frac{u}{\pi} \pi i} = e^{(g+g') \pi i} = e^{-g'' + g' \pi i} \quad \text{L 1. par. } g, g', g'' \text{ e. d.}$$

Die resulten jetzt die Gültigkeit einfacher funktionen
 Längen für beliebige Dimensionen fest

$$2\tilde{w} = 2\alpha w + 2\beta w'; \quad 2\tilde{w}' = 2\alpha' w + 2\beta' w'$$

$$2\tilde{\eta} = 2\alpha \eta + 2\beta \eta'; \quad 2\tilde{\eta}' = 2\alpha' \eta + 2\beta' \eta'$$

prüfen wir nun vorausgesetzt wird $\alpha\beta' - \alpha'\beta = 1$
 bei $\alpha\beta' - \alpha'\beta = -1$ würde offenbar nichts merkwürdiges
 hervorkommen, da α & β pos. & negat. sein können.

Daß aber w nicht vorausgesetzt ist, läßt sich
 also folgende Formeln zeigen.

$$ou = u \frac{\pi}{n} \left(1 - \frac{u}{n}\right) e^{\frac{u}{n} + \frac{u'}{n}}$$

$$\text{für } \frac{u\pi}{2\tilde{w}} = v; \quad \frac{\tilde{w}'\pi}{\tilde{w}} = v_0; \quad g = \frac{2\tilde{w}'\pi}{n}$$

$$ou = \frac{2\tilde{w}}{\pi} \sin v e^{g u} \frac{\pi}{n} \left(1 - \frac{\sin^2 v}{\sin^2(v_0)}\right)$$

$$\text{Für } h = e^{\frac{u}{n} \pi i}; \quad g = e^{\frac{u\pi i}{n}} \text{ wird abgekürzt:}$$

$$ou = \frac{2\tilde{w}}{\pi} e^{\frac{g u}{n}} \frac{g' - g''}{g} \frac{\pi}{n} \left(1 - h^{n_1}\right) \left(1 - h^{n_2}\right)$$

$$\text{Nicht mehr muß } u, u + u' \text{ & } u'' \text{ mit } g, g', g''$$

$$\text{aus } g' - g''; \quad - \frac{h g''}{g'} (1 - g h') \text{ aus } \frac{\pi}{n} (1 - h^{n_1}) \cdot (1 - g') \frac{\pi}{n} (1 - h^{n_2})$$

$$\text{aus } \frac{\pi}{n} (1 - h^{n_1}); \quad (1 - h g') \frac{\pi}{n} (1 - h^{n_2}) \text{ also}$$

$$o(u + 2\tilde{w}') = - \frac{2\tilde{w}}{\pi} e^{\frac{g u}{n} + \frac{2\tilde{w}'(u + \tilde{w}')}{n}} \frac{h g''}{g'} (1 - g') \frac{\pi}{n}$$

$$= - \frac{2\tilde{w}}{\pi} e^{\frac{g u}{n} + \frac{2\tilde{w}'(u + \tilde{w}')}{n}} \frac{h g''}{g'} (1 - g') \frac{\pi}{n}$$

$$= - e^{\frac{2\tilde{w}'(u + \tilde{w}')}{n}} ou$$

Andererseits aber ist $o(u + \tilde{w}) = - e^{\frac{2\tilde{w}'(u + \tilde{w})}{n}} ou$ daher
 $\tilde{w}'\tilde{\eta} - \tilde{\eta}'\tilde{w} = \frac{\pi}{n}$ was durch nicht vorausgesetzt
 zu werden braucht.

Nicht auf gleiche Weise gelten die Formeln für
 $\phi_1 u, \phi_2 u, \phi_3 u$, weil diese nicht mehr $= e^{\frac{u}{n} \pi i}$ & f. w.
 noch aber ist: $e^{\frac{u}{n} \pi i} = e^{\frac{2\tilde{w}'}{n} \pi i} \frac{\pi}{n} \cdot e^{\frac{2\tilde{w}}{n} \pi i} \frac{\pi}{n}$ (L 1. 19)

$$e^{\frac{u}{n} \pi i} = e^{\frac{2\tilde{w}'}{n} \pi i} \frac{\pi}{n} = e^{\frac{2\tilde{w}}{n} \pi i} \frac{\pi}{n}$$

$$e^{\frac{u}{n} \pi i} = e^{\frac{2\tilde{w}'}{n} \pi i} \frac{\pi}{n} = e^{\frac{2\tilde{w}}{n} \pi i} \frac{\pi}{n}$$

Definieren wir nun

$$p\tilde{w} = e' ; p\tilde{w}'' = e'' ; p\tilde{w}' = e'''$$

so erfüllt man nun oben

$$V_{\frac{2}{n}} \tilde{V} e' e''' = H_0 H_2' ; V_{\frac{2}{n}} \tilde{V} e' e'' = H_0 H_2 ; V_{\frac{2}{n}} \tilde{V} e' e' = H_0 H_2'$$

$$\frac{2\tilde{w}}{n} \frac{1}{H_0} = \frac{h^2 H_0}{V_{\frac{2}{n}} \tilde{V} e' e' e''} \cdot \frac{1}{V_{\frac{2}{n}}}$$

Möge auch sein

$$F_j = \frac{1}{n} (1 - h^{2n}) / (1 + h^{2n-1} j) / (1 + h^{2n-1} j) = O_3(v)$$

so wird:

$$\frac{\partial u}{\partial (u + \tilde{w})} = \frac{e^{\frac{2\tilde{w}}{n}}}{V_{\frac{2}{n}} \tilde{V} e' e' e''} \frac{\partial u}{\partial \tilde{w}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tilde{w}'} = \frac{e^{\frac{2\tilde{w}'}{n}}}{V_{\frac{2}{n}} \tilde{V} e' e'' e'''} \frac{\partial u}{\partial \tilde{w}'}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tilde{w}''} = \frac{e^{\frac{2\tilde{w}''}{n}}}{V_{\frac{2}{n}} \tilde{V} e' e'' e'''} \frac{\partial u}{\partial \tilde{w}''}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tilde{w}'''} = \frac{e^{\frac{2\tilde{w}'''}{n}}}{V_{\frac{2}{n}} \tilde{V} e' e'' e'''} \frac{\partial u}{\partial \tilde{w}'''}$$

Längenausfallpaar & Größenraum ^{u, u'} ihrer Differenz = einem
Punkte von Raum $p u' = p u''$. Der nun

$\alpha \beta' - \alpha' \beta = 1$ so folgt: $\alpha u \alpha' u'$ oder $\beta u \beta'$ können nicht zugleich
sein, wenn α äquivalent, β äquivalent β' äquivalent. ^{u, u'} ^{u, u'} $u \equiv u'$

" α äquivalent " β äquivalent " $u \equiv u'$

" α äquivalent " β äquivalent " $u \equiv u'$

Dieselbe gilt für $\alpha' u' \beta'$ da oder $\alpha (\beta' - \beta) - (\beta' - \beta) = 1$

so können $\beta - \beta'$ u $\alpha' - \alpha$ nicht zugleich verschieden sein, d. h. $u \equiv u'$
 u' können nicht zugleich u oder u' äquivalent oder nicht
äquivalent sein. Wenn erfüllt ist, wie folgt, so ist

das Fülle, welches sich mit G zusammen
 $\tilde{w}''$ so gestalten:

$$\tilde{w} \equiv u ; \tilde{w}' \equiv u' ; \tilde{w}'' \equiv u'' ; \tilde{w} \equiv u' ; \tilde{w}' \equiv u'' ; \tilde{w}'' \equiv u$$

$$\tilde{w} \equiv u ; \tilde{w}' \equiv u'' ; \tilde{w}'' \equiv u' ; \tilde{w} \equiv u'' ; \tilde{w}' \equiv u ; \tilde{w}'' \equiv u'$$

$$\tilde{w} \equiv u' ; \tilde{w}' \equiv u ; \tilde{w}'' \equiv u'' ; \tilde{w} \equiv u'' ; \tilde{w}' \equiv u' ; \tilde{w}'' \equiv u$$

Wenn erfüllt diese folgenden Aussagen

Die drei Ableitungen $\frac{\partial \eta^u}{\partial u}$, $\frac{\partial \eta^u}{\partial w}$, $\frac{\partial \eta^u}{\partial w'}$ sind mit l_1, l_2, l_3

1) $\tilde{u} = u; \tilde{w} = w; \tilde{w}' = w'$	l_1	l_2	l_3	l_1, l_2, l_3
2) $\tilde{u} = u; \tilde{w} = w'; \tilde{w}' = w$	l_1	l_3	l_2	l_1, l_3, l_2
3) $\tilde{u} = u'; \tilde{w} = w; \tilde{w}' = w'$	l_3	l_2	l_1	l_3, l_2, l_1
4) $\tilde{u} = u'; \tilde{w} = w'; \tilde{w}' = w$	l_3	l_1	l_2	l_3, l_1, l_2
5) $\tilde{u} = w; \tilde{w} = u; \tilde{w}' = w'$	l_2	l_3	l_1	l_2, l_3, l_1
6) $\tilde{u} = w; \tilde{w} = u'; \tilde{w}' = w$	l_2	l_1	l_3	l_2, l_1, l_3

Da man in den jetzt abgeleiteten Ausdrücken nicht nur l_1, l_2 sondern auch l_3 vorkommt, so findet sich, dass sich die Ableitungen der η^u nach u, w, w' durch die Ableitungen der η^u nach u, w ausdrücken lassen.

Man die Gültigkeit der obigen Tabelle nachzuweisen muss man zeigen, dass:

$$\frac{\partial \eta^u}{\partial (u+w)} = e^{-\eta^u} \frac{\partial \eta^u}{\partial u} = e^{-\eta^u} \frac{\partial \eta^u}{\partial w}$$

Das ist in der That der Fall, denn:

$$\frac{\partial \eta^u}{\partial (u+w)} = e^{2\eta^u(u+w)} \frac{\partial \eta^u}{\partial u} (-1)^{uv+uv}$$

$$\frac{\partial \eta^u}{\partial (u+w)} = e^{2\eta^u(u+w)} \frac{\partial \eta^u}{\partial w} (-1)^{uv+uv}$$

man sieht, dass diese beiden Ausdrücke übereinstimmen.

Es fragt sich nun, ob die Formeln für η^u als allgemeine Formeln gelten können. Man würde sich sehr leicht zu demselben kommen, indem man sich die Dgl. ansieht. Man sieht, dass die Dgl. für η^u die Form:

$$\eta^u = -2 \sum \left(\frac{1}{u-w} \right)^3 = -2 \sum \left(\frac{1}{u-w'} \right)^3 = \eta^u(u, w) \quad \text{u. s. w.}$$

Die obige Formel für η^u lässt sich leicht nachweisen. Man erhält:

$$\frac{\partial \eta^u}{\partial u} = \frac{1}{u} + \sum \left(\frac{1}{u-w} + \frac{1}{u-w'} \right)$$

Man sieht, dass $u = u$ so gilt, dass $\frac{\partial \eta^u}{\partial u}$ immer dasselbe ist.

Dass man $\epsilon^y = \frac{1}{A_1 + B_1}$ so wird

$$\epsilon^y(1 + \epsilon^y) = \epsilon^y(1 + \epsilon^y + [G_{y+1} H_{y+1} \epsilon^{y+1}])$$

ist das vollständige Lehrsatz der ersten Reihe

$$R(1 + \epsilon^y + G_{y+1} \epsilon^{y+1} + \dots)^2 + [H_{y+1} \epsilon^{y+1} + \dots]^2 = R(1 + 2\epsilon^y + K_{y+1} \epsilon^{y+1} + \dots) \\ = R(1 + \epsilon^y [2 + K_{y+1} \epsilon^{y+1} + \dots])$$

Nimmt man nun ϵ so dass $2 > K_{y+1} \epsilon^{y+1} + \dots$ so wird richtig

$$R < R(1 + \epsilon^y [2 + K_{y+1} \epsilon^{y+1} + \dots])$$

Dass man $\epsilon^y = \frac{1}{A_1 + B_1}$ so erfüllt man auch

$$R > R(1 - \epsilon^y [2 + K_{y+1} \epsilon^{y+1} + \dots])$$

Nimmt man nun in einem gewissen Grenzfalle:

den ϵ für den die ϵ den kleinsten Wert hat

so wird das richtig übersteigt den kleinsten Wert der

ϵ in jedem Falle sein. Man aber richtig muss in

größten ϵ , oder richtig $\epsilon = 0$ sein.

Lehrsatz sei $\frac{\sigma(v-u)\sigma(v+u)}{\sigma'u\sigma'v}$ so setzen wir dass

für diesen Wert von u ϵ richtig sei $\phi(u)$ dann

dass es doppelt gerader ist dann:

$$\sigma(v+u+2u) = -e^{\frac{1}{2}\pi(v+u+u)} \sigma(v+u); \sigma(v-u-2u) = -e^{\frac{1}{2}\pi(v-u-u)} \sigma(v-u); \frac{\sigma(v+u)}{\sigma'u} = e^{\frac{1}{2}\pi(v+u)} \sigma'u$$

$$\text{also } \frac{\sigma(v-u)\sigma(v+u)}{\sigma'u\sigma'v} = \frac{\sigma(v+u+2u)\sigma(v-u-2u)}{\sigma'(u+2u)\sigma'v}$$

Es ist also $\frac{\sigma(v-u)\sigma(v+u)}{\sigma'u\sigma'v}$ doppelt gerader.

Dann ist in der Reihe von ϵ :

$$\phi u = \frac{1}{u^2} + \dots \quad (\text{Glieder die mit } u \text{ verschwinden})$$

$$\sigma(v-u) = \sigma(v) - u\sigma'(v) + \frac{u^2}{2!}\sigma''(v) - \dots$$

$$\sigma(v+u) = \sigma(v) + u\sigma'(v) + \frac{u^2}{2!}\sigma''(v) + \dots$$

$$\frac{\sigma(v-u)\sigma(v+u)}{\sigma'u\sigma'v} = \frac{\sigma(v)}{\sigma'v} + \frac{u^2\sigma''v}{\sigma'v(1+u^2)} = \frac{1}{u^2} + \dots$$

Es verschwindet daher $\phi(u)$

Es bleibt daher die Differenz $\frac{\sigma(v-u)\sigma(v+u)}{\sigma'u\sigma'v} - \phi(u)$

für unendlich kleine u endlich

Dass man $u = v$ so findet man $C = -pv$ in Dufur :

$$\frac{\sigma(v-u)\sigma(v+u)}{\sigma^2 v \sigma^2 u} = p(u) - p(v)$$

Dass man setzt $v = u + \varepsilon$ so wird links

$$\frac{\sigma(\varepsilon)\sigma(2u+\varepsilon)}{\sigma^2 u \sigma^2(u+\varepsilon)} = \varepsilon \frac{\sigma'(2u)}{\sigma(2u)} + \dots$$

$$\text{rechts } p(u) - p(u+\varepsilon) = -\varepsilon p'(u) + \dots$$

$$\text{also } p'(u) = -\frac{\sigma'(2u)}{\sigma(2u)}$$

Das Zeichen wird für $u = \frac{1}{2} \text{ Per.} = \omega; \omega'; \omega + \omega' = 0$

$$\text{links auch } \frac{\sigma(u)\sigma(u-\omega)\sigma(u-\omega')\sigma(u+\omega+\omega')}{\sigma^4(u)}$$

Dieses man leicht so erfüllt man

$$\frac{\sigma(u)\sigma(u-\omega)\sigma(u-\omega')\sigma(u+\omega+\omega')}{\sigma^4(u)}$$

hier ist, wie leicht zu sehen, symmetrisch: bleibt ohne Platz
andere Dufur ist für $C = 0$. So ist Dufur

$$p(u) = \frac{2\sigma(u)\sigma(u-\omega)\sigma(u-\omega')\sigma(u+\omega+\omega')}{\sigma^4(u)}$$

$$\text{also auch } p'(u) = \frac{2\sigma(u)\sigma(u-\omega)\sigma(u-\omega')\sigma(u+\omega+\omega')}{\sigma^4(u)}$$

$$\text{Dass } \left(\frac{p'}{p}\right)^2 = \frac{4\sigma(u)\sigma(u-\omega)\sigma(u-\omega')\sigma(u+\omega+\omega')}{\sigma^4(u)} \cdot \frac{\sigma'(u-\omega)\sigma'(u-\omega')\sigma'(u+\omega+\omega')}{\sigma^3(u)}$$

Dass man

$$p(u) = e_1; p(\omega) = e_2; p(\omega') = e_3 \text{ so erfüllt man}$$

$$\left(\frac{p'}{p}\right)^2 = \frac{4(p(u)-e_1)(p(u)-e_2)(p(u)-e_3)}{p^3(u)} = 4p^3 + g_1 p^2 - g_2 p - g_3 = 0$$

so, wie leicht zu zeigen $g_1 = e_1 + e_2 + e_3 = 0$

$$\text{So ist } p(u) = \frac{1}{u^2} + cu^2 + \dots$$

$$\text{Dass } 4p^3 = \frac{4}{u^6} + \frac{12c}{u^2} + 12c^2 u^2 + \dots$$

$$-g_1 p^2 = -\frac{g_1}{u^4} + 2g_1 c + g_1 c^2 u^2 + \dots$$

$$\left(\frac{p'}{p}\right)^2 = \frac{4}{u^6} - \frac{8c}{u^2} + 4c^2 u^2$$

Dass $g_1 = e_1 + e_2 + e_3 = 0$. So wird also in

der That die Differentialgleichg. bestimmt, in wie
zwei Invarianten ausgedrückt u. dass $\frac{u'}{u^2}$ auch ist, dass
sich g_2 u. g_3 bestimmen.

Wollen wir nun die Duffin-Periodicität beweisen
so können wir folgenden ansatz machen:

Weglaufen wir p_u und p_v so haben wir dass ihre Differenz

unverändert ist: ist u endlich klein, dann dass oft
 $p_u - 6p_v = \alpha$ und $2p_u p_v = 12p_u p_v + 2\alpha p_v$ durch Teilung

$$\left(\frac{p}{u}\right)^2 = 4p_u^2 + 2\alpha p_u + \beta \text{ also haben wir}$$

$$p_u = \frac{1}{u^2} + \frac{g_2}{20} u^2 + \frac{g_4}{28} u^4 + \dots$$

$$= \frac{1}{u^2} + \sum_n \left(\frac{1}{u^{2n}} - \frac{1}{u^2} \right)$$

$$\text{Also } \left(\frac{1}{u-x}\right)^2 = \frac{1}{u^2} + \frac{2}{u^3} u + \frac{3}{u^4} u^2 + \frac{4}{u^5} u^3 + \dots$$

$$\text{in diesem } p_u = \frac{1}{u^2} + 3u \sum_n \frac{1}{u^{2n}} + 5u^3 \sum_n \frac{1}{u^{2n}} + \dots$$

$$\text{also } g_2 = 60 \sum_n \frac{1}{u^{2n}} \quad ; \quad g_4 = 140 \sum_n \frac{1}{u^{2n}}$$

Das nun e_1, e_2, e_3 sind alle ungerade, und $e_1 + e_2 + e_3 = 0$

$$\text{so } u = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t)(1-t^2)(1-t^3)}} \quad ; \quad v = \int_0^1 \frac{-s ds}{\sqrt{(1-s)(1-s^2)(1-s^3)}}$$

$$u' = i \int_0^1 \frac{3 dt}{\sqrt{(1-t)(1-t^2)(1-t^3)}} \quad ; \quad v' = i \int_0^1 \frac{-s ds}{\sqrt{(1-s)(1-s^2)(1-s^3)}}$$

$$\text{Daher sind } s = e_3 + \frac{t}{3}(e_1 - e_3) \quad ; \quad s = e_3 + \frac{t}{3}(e_1 - e_3) \quad \text{ mit } t^3 = 1$$

$$s - e_3 = \frac{t}{3}(e_1 - e_3) \quad ; \quad s - e_1 = (e_1 - e_3) \frac{(1-t)}{3}$$

$$s - e_2 = -(1-t)(e_1 - e_3) \quad ; \quad s - e_2 = -t(e_1 - e_3)$$

$$s - e_1 = -(e_1 - e_3)/(1-t^2) \quad ; \quad s - e_3 = (e_1 - e_3)/(1-(1-t)^2)$$

$$\text{mit } k = \frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3} \quad ; \quad k = \frac{e_1 - e_3}{e_2 - e_3}$$

$$dt = \frac{1}{3}(e_1 - e_3) ds \quad ; \quad dt = -\frac{1}{3}(e_1 - e_3) ds$$

$$\sim^9 \sqrt{ds} = 2 \frac{(e_1 - e_3) \sqrt{e_1 - e_3}}{\sqrt{e_1 - e_3}} \sqrt{\frac{1-t}{1-t^2}} \sqrt{\frac{1-t^2}{1-t^3}}$$

$$\sqrt{(1-t)(1-t^2)(1-t^3)} = 2(e_1 - e_3) \sqrt{e_1 - e_3} \quad ; \quad \sqrt{(1-s)(1-s^2)(1-s^3)} = 2(e_1 - e_3) \sqrt{e_1 - e_3} \quad ds = -\frac{2(e_1 - e_3)}{3} d\xi$$

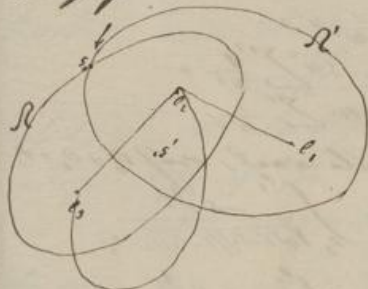
$$\sqrt{e_1 - e_3} u = i \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t)(1-t^2)(1-t^3)}} \quad ; \quad L = \Psi u = \frac{1}{\sqrt{e_1 - e_3}} \int_0^1 \frac{d\xi}{\sqrt{(1-\xi^2)(1-k\xi^2)}}$$

$$\sqrt{e_1 - e_3} v = i \int_0^1 \frac{-s ds}{\sqrt{(1-s)(1-s^2)(1-s^3)}} \quad ; \quad u' = \frac{i}{\sqrt{e_1 - e_3}} \int_0^1 \frac{d\xi}{\sqrt{(1-\xi^2)(1-k\xi^2)}}$$

$$i \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t)(1-t^2)(1-t^3)}} = K \quad ; \quad i \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t)(1-t^2)(1-t^3)}} = L$$

$$i \int_0^1 \frac{K+dt}{\sqrt{(1-t)(1-t^2)(1-t^3)}} = S \quad ; \quad i \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t)(1-t^2)(1-t^3)}} = L$$

In I und e müssen so angenommen werden dass e, e_1
und e, e_2 nur den f, e , zusammen fassen, was immer
möglich. Man würde q, u u. folgendemerkbar an.



Kleid: Müssen R in $f, e_2 = e$, nicht
einfluss haben dass R' in f, e_1
 e, e_2 , u. R u. R' nur ganz f, e zusammen
fassen. Wenn man eine
den Durchschnitt: von R u. R' auf
in R ausschüttet, u. u. zusammen in R auf

R u. R' einen hal. f, s' an. Legen wir man
 $\sqrt{s} = g, g, = t$ so lässt sich für jedes s' ein t' so bestimmen
dass t' sich stetig ändert wenn s' abfällt. Dann, wenn
 $2w = \int \frac{ds'}{t'}$, $2\eta = \int \frac{-s' ds'}{t'}$; $2w' = \int \frac{ds'}{t'}$, $2\eta' = \int \frac{-s' ds'}{t'}$
von $pw = e$, $pw' = e$, $pw'' = e$; $q\omega' - \omega\eta' = \frac{\pi}{2} i$
sind die e real, so erfüllt man die I u. II u. III
sondern von IV u. V . Einfachere Angaben für
aber nicht allgemein.

Dagegen brauchen wir folgenden Satz: Nimmt
man $\int \frac{ds'}{t'}$ so erfüllt man stets den II u. III = 0
Man kann zeigen:

$$\frac{ds'}{t'} = \frac{a_i}{x_i} d \log E'(s') - \frac{u_i'}{x_i} d \log E(s')$$

$$\frac{-s' ds'}{t'} = \frac{q_i}{x_i} d \log E'(s') - \frac{\eta_i'}{x_i} d \log E(s')$$

erhöht. Man kann jetzt denselben Ausdruck
 wenn man $s = c_1 + t(c_2 - c_1)$ so wird für t von 0
 bis 1, die Strecke c_1, c_2 durchlaufen. Man könnte
 auch den Integrationsweg längs dieser Strecke
 definieren. Man erhält dann also

$$V(s) = V(c_1 - c_2) (c_2 - c_1) V(t) \quad \text{mit } t = \frac{c_2 - c_1}{c_2 - c_1}$$

Die Wurzel kann man sich beliebig fixieren
 man so daß für $t=0$ positiv mit t überein. Wenn
 $V(t)$ bekannt so kann $1 - Kt$ ermittelt = 0 werden
 da $K = \frac{1}{t}$; dann liegen die Pz. c_1, c_2, c_3 in

einer Linie und $\frac{c_2 - c_1}{c_3 - c_1} > 1$ oder $\frac{c_2 - c_1}{c_3 - c_1} - 1 = \frac{c_2 - c_3}{c_3 - c_1} > 0$
 d. h. c_1 zwischen c_2 und c_3 was unmöglich ist.

Daher ist die Wurzel wohlkürzer bestimmt,
 wenn man festsetzt, daß für $t=0$; $+1$ ist.

Es soll also das Wurzelwert genau sein
 wenn man denselben vollen Teil positiv genau
 dieses kann man ermitteln. Wenn $V(t) = \alpha$
 oder $1 - Kt = -\alpha^2$, $K = \frac{1 + \alpha^2}{t} > 1$ so erhält man die
 vollen abgemessenen Längen sind.

$$\text{Es ist man } \int_{c_1}^{c_2} \frac{ds}{V(s)} = \tilde{\omega}' \quad \text{und} \quad \int_{c_1}^{c_2} \frac{c_2 ds}{V(s)} = \tilde{\eta}' \quad V(1 - Kt)$$

$$s = c_1 + t(c_2 - c_1) \text{ so wird } V(s) = -iV(-i) = 2it(c_2 - c_1)(c_2 - c_1)/V(t)$$

aus dem denselben Gründen wie oben in der
 letzten Wurzel der volle Teil positiv genau
 wird. Man erhält dann

$$\tilde{\omega}' = \frac{i K'}{c_2 - c_1} \quad K' = \int_0^1 \frac{dt}{2V(t-i)V(-i-Kt)}$$

$$\tilde{\eta}' = -\frac{ic_2 K'}{c_2 - c_1} - i(c_2 - c_1) I' \quad I' = \int_0^1 \frac{(1 - (1-Kt))dt}{2V(t-i)V(-i-Kt)}$$

Die Ausdrücke für K' in T' haben in der Tat die
 selben Koeffizienten sind positiv $n > 1$. Das zweite Termal
 wenn $1-K > 1$ also sind die negativen Wurzeln von 0 bis 0
 in der Funktion von $1-K > 0$ mit Geffloffen: Diese sind mehr.
 Wenn bei den angegebenen Bedingungen die 4 Größen
 K, T, K', T' in einem, so haben diese Termale für
 w und w' ein paar in demselben Intervall für w und w' .
 ein paar für w und w' in einem Intervall für w und w' .
 Letzteres von $1-K, -0$, wobei $w = w, w' = w$.
 ist zu zeigen dass $w - w' = \frac{2}{2}$. Die letzteren
 K, T, K', T' als T von K für den letzten Wurzeln
 von K den Charakter geringer T für w und w' von 0 bis 1 .
 Wenn sind alle Wurzeln einander gleich, mit. Deren
 folgt aber noch nicht dass für den Charakter geringer
 T für w und w' . Nun ist $(1-KT)^{-1} = (1-K_0T + (K-K_0)T)^{-1}$
 $= (1-K_0T)^{-1} \left(1 - \frac{(K-K_0)T}{1-K_0T} \right)^{-1}$

Um K_0 festlegen wir einen Wert so klein dass für alle
 Wurzeln K die Größe $\frac{(K-K_0)}{1-K_0T} < 1$; das ist möglich. Der Nenner
 wird niemals $= 0$; Wenn Nenner wir entwickeln
 $= (1-K_0T)^{-1} + \frac{1}{T} (K-K_0)$

Der zweite Teil, der positiv ist $= \frac{1}{T}$ Wenn K ist K_0 so
 voraussetzen dass der zweite Teil der Beträge $< \frac{1}{T}$ ist.
 Ist der zweite Teil der Beträge nicht positiv ist. Die
 einzelnen Löss sind T von 0 bis 1 . Multipl. wir mit
 $\frac{1}{T}$ so kann die Entwicklung willigen werden
 $\frac{1}{T}$ die T antwortet auf T von $K-K_0$ also in
 der Umgebung jeder einzelnen bestimmten Wurzeln
 so ist es der T immer bestimmt geringer.

Wir setzen $1 - \frac{(1-k)t}{k} = \tau$ also $t = \frac{1-k\tau}{1-k}$, $1-t = \frac{k(1-\tau)}{1-k}$

$\mathcal{H} = -\frac{k\delta\tau}{1-k}$ so wird $\frac{\delta\mathcal{H}}{1-(1-k)} = -\frac{\delta\tau}{1-k}$ in parva

$\mathcal{H}' = \int_0^k \frac{\delta\tau}{2V-(1-k)}$; $\mathcal{J}' = \int_0^k \frac{k t \delta\tau}{2V-(1-k)}$

wo aber die Längs- der oberen Grenze wegen nicht durch
ausgeführt werden kann, weil die Kurve nicht konvergent bleibt.

Man setzt nun wenn $1 < t_0 < \frac{1}{k}$; $\int_0^k = \int_0^{t_0} + \int_{t_0}^k$
 also $\mathcal{H}' = \int_0^k \frac{\delta\tau}{2V-(1-k)} = \int_0^{t_0} \frac{\delta\tau}{2V-(1-k)} + \int_{t_0}^k \frac{\delta\tau}{2V-(1-k)}$
 $\mathcal{J}' = \int_0^k \frac{k t \delta\tau}{2V-(1-k)} = \int_0^{t_0} \frac{k t \delta\tau}{2V-(1-k)} + \int_{t_0}^k \frac{k t \delta\tau}{2V-(1-k)}$
 Bei jetzt $t = \frac{1-k\tau}{1-k}$; $t-1 = \frac{1-k\tau}{1-k} - 1 = \frac{1-k\tau-1+k}{1-k} = \frac{-k\tau}{1-k}$; $1-k\tau = \frac{1-k}{1-k}$; $V-(1-k) = \frac{V(1-k)}{1-k}$
 $\mathcal{H} = -\frac{\delta\tau}{k\tau}$; $\frac{\delta\mathcal{H}}{1-(1-k)} = -\frac{\delta\tau}{V-(1-k)}$

so nun integrieren wir von $\frac{1}{k\tau_0}$ bis 1 also

$\mathcal{H}' = \int_{\frac{1}{k\tau_0}}^1 \frac{\delta\tau}{2V-(1-k)} + \int_1^k \frac{\delta\tau}{2V-(1-k)}$
 $\mathcal{J}' = \int_{\frac{1}{k\tau_0}}^1 \frac{k t \delta\tau}{2V-(1-k)} + \int_1^k \frac{k t \delta\tau}{2V-(1-k)}$

Es können wir, wie oben, einen Index wählen der eine
kurve konvergenter Kurve anzeigt. Da

$\frac{\delta\mathcal{H}}{2V-(1-k)} = \frac{\delta\mathcal{H}}{2V-(1-k)} \sum c_n k^n = \frac{\delta\mathcal{H}}{2V-(1-k)} \sum c_n k^n + 2 \sum c_n k^n g_n(t) V(t-1)$

so werden die Integralwerte summierbar:

$\int_{\frac{1}{k\tau_0}}^1 \frac{\delta\mathcal{H}}{2V-(1-k)} = \mathcal{H} \log(2t_0-1+2V(t_0-1)) + \sum c_n k^n g_n(t_0) V(t_0-1)$

wo $\mathcal{H} = 1 + (\frac{1}{2})^k k + (\frac{1.3}{2.4}) k^2 + \dots + (\frac{1.3 \dots (k-1)}{2.4 \dots (k-2)}) k^{k-1}$

$V(t_0-1) = t_0 V - t_0 = t_0 - \frac{1}{2} - (\frac{1}{2}) \frac{t_0^2}{2} - (\frac{1.3}{2.4}) \frac{t_0^3}{3} - \dots$

$\log(2t_0-1+2V(t_0-1)) = \log(2t_0-1+2t_0V-t_0) = \log 4t_0(1+2t_0-1+2t_0-1) = \log 4t_0(1+2t_0-1+2t_0-1) = \log 4t_0(1+2t_0-1+2t_0-1)$

$g_n(t_0) = 1 + \frac{1}{2} t_0 + \frac{1.3}{2.4} t_0^2 + \dots$

Es nun beliebig ist, das Resultat aber immer unabhängig sein
muss, so können wir die Gleichung, welche t_0 annehmen nicht zu lassen.

Wenn also $g_n(t_0) V(t_0-1) = (\frac{1}{12} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.6} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(n)})$

Summieren $\mathcal{H}' = 2 \left[(\frac{1}{12}) k + (\frac{1}{12} + \frac{1}{2.4}) (\frac{1}{2})^2 k^2 + (\frac{1}{12} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.6}) (\frac{1}{3})^3 k^3 + \dots \right]$

so wird man bei Aufspaltung der Integralwerte

$$\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \log t_0 + c_0 + I(t_0) \quad \text{wo } 2c_0 = R'$$

$$= \log \frac{1}{k} + c_0 + I\left(\frac{1}{k}\right)$$

$$\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = R' \log\left(\frac{1}{k}\right) - R'$$

$$\text{oder } R' = R' \log\left(\frac{1}{k}\right) - R' \text{ und also wenn } R = R' \frac{1}{2}$$

$$\text{Nehmen wir } R_1 = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k, R_2 = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k + \left(\frac{1}{2}\right)^4 k^2 \text{ u. s. w.}$$

so erfüllt man, für die Entwicklung beginnend:

$$R = 2(R_1 - 1) + \frac{2}{3 \cdot 4}(R_1 - R_2) + \frac{2}{5 \cdot 6}(R_2 - R_3) + \dots + \frac{2}{(2n-1)2n}(R_n - R_{n+1})$$

Die I erfüllt man ganz ähnlich wie oben

$$I' = \frac{1}{2} \int \log \frac{1}{k} = I' \left[1 + \frac{1}{2} k + \frac{1}{2 \cdot 3} k^2 + \dots \right] = I' [2.4154]$$

$$\text{oder } I' = \frac{1}{2} k + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right)^2 k^3 + \dots$$

$$\text{oder } I' = I' + \frac{2}{3 \cdot 4}(I' - I_1) + \frac{2}{5 \cdot 6}(I' - I_2) + \dots$$

Diese Formeln gelten auch für komplexe Werte von

k wenn $|k| < 1$ sind, oder für $k = re^{i\psi}$ mit $0 < r < 1$ und

$-\pi < \psi < +\pi$ mit Ausschluß dieser Grenzen.

$$\text{Nun ist } k^{\frac{1}{2}} = e^{\frac{1}{2} \log k} = e^{\frac{1}{2} \log r + \frac{i}{2} \psi} = e^{\frac{1}{2} \log r} e^{\frac{i}{2} \psi}$$

Es ist nun ersichtlich, ungeschwer zu sehen, daß die Reihe R' für alle Werte von $k < 1$ convergent ist, daß sie also R' nicht unendlich wird, oder R' nicht aus dem Gr. R' der Reihe möglich ist, nicht herausfallen kann.

$$\text{Nun setzen wir } R = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-kt}}$$

Wenn zweiten Theile ist bekannt, daß die rechte Seite deshalb innerhalb der Integrationsgrenze stets positiv ist. Man $\frac{1}{\sqrt{1-kt}} = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$ sein so erfüllt man

$$R = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} (q + \psi i) = \frac{\pi}{2} M(\psi) \text{ wo } M \text{ einen Mittel.}$$

nach bekannt, nach dem alle erfüllt ist. und

R ist deshalb in seinem vollen Theile stets

positiv, mit Ausschluß von 0. also kann auf

$$R = R \frac{\pi}{2} \text{ wenn } 0 \text{ in } R' \text{ nicht anwesend ist}$$

Es folgt ferner

$$h^i = \frac{1}{2} \sqrt{K} \{1 + \alpha, k + \alpha, k' + \dots\}$$

we weil auch die α , sehr geringe u. kleinere als α sind.
Löst man die quadratische Gleichung in der ersten
Reihe durch, so findet man

$$h^i = \frac{1}{2} \sqrt{K} \{1 + 2 \frac{k}{2} + 15 \frac{k^2}{2^2} + 150 \frac{k^3}{2^3} + \dots\}$$

Legt man an die Stelle der k die folgenden ein.

$$\frac{\sqrt{w}}{\pi} \sqrt{c_1 - c_2} = 1 + 2h + 2h^2 + 2h^3 + \dots$$

$$\frac{\sqrt{w}}{\pi} \sqrt{c_2 - c_3} = 1 - 2h + 2h^2 - 2h^3 + 2h^4 - \dots$$

$$\frac{\sqrt{w}}{\pi} \sqrt{c_3 - c_4} = 2h^2 + 2h^3 + 2h^4 + 2h^5 + \dots$$

$$\frac{\sqrt{K}}{2} = \frac{h^2 + h^3 + h^4 + \dots}{1 + 2h + 2h^2 + \dots}$$

$$\frac{\sqrt{c_1 - c_2}}{\sqrt{c_2 - c_3}} = \frac{1 - 2h + 2h^2 - \dots}{1 + 2h + 2h^2 + \dots}$$

$$\left(\frac{2w}{\pi}\right)^2 (p(w) - p(w')) = (1 - 2h + 2h^2 - \dots)^2 = \left(\frac{2w}{\pi}\right)^2 (c_1 - c_2)$$

$$\left(\frac{2w}{\pi}\right)^2 (p(w) - p(w')) = (1 + 2h + 2h^2 + \dots)^2 = \left(\frac{2w}{\pi}\right)^2 (c_2 - c_3)$$

$$\left(\frac{2w}{\pi}\right)^2 (p(w') - p(w)) = 2^2 h^2 (1 + h^2 + h^4 + \dots)^2 = \left(\frac{2w}{\pi}\right)^2 (c_3 - c_4)$$

Der nun $c_2 - c_3 = K(c_1 - c_2)$; $c_3 - c_4 = (1 - K)(c_1 - c_2)$

$$\frac{1}{2} (1 + \sqrt{1-K}) \sqrt{\frac{K}{1-K}} = 1 + 2h^2 + 2h^4 + \dots$$

$$\frac{1}{2} (1 - \sqrt{1-K}) \sqrt{\frac{K}{1-K}} = 2h + 2h^3 + 2h^5 + \dots$$

$$\frac{1 - \sqrt{1-K}}{1 + \sqrt{1-K}} = \frac{2h + 2h^3 + 2h^5 + \dots}{1 + 2h^2 + 2h^4 + \dots} = \frac{2h}{1} = l^2 \text{ wo } l = \left(\frac{1 - \sqrt{1-K}}{1 + \sqrt{1-K}}\right)^2$$

und ferner $h^i = \frac{1}{2} \sqrt{K} \{1 + 2 \frac{l}{2} + 15 \frac{l^2}{2^2} + 150 \frac{l^3}{2^3} + \dots\}$

Die Reihe ist gültig, wenn $K < 1$ dann kann man
setzen $1 - K = re$ in $\frac{\pi}{4}$ in den Grenzen $\pm \pi$ in $\frac{\pi}{4}$ oder

oder $\frac{\pi}{4} + i\pi$ in den Grenzen 0 in $\frac{\pi}{4}$ oder $\pi > 0$ in $\frac{\pi}{4}$

$$\frac{1 - \sqrt{1-K}}{1 + \sqrt{1-K}} = \frac{1 - \alpha - \beta i}{1 + \alpha + \beta i} \text{ in dem Quadrat des absoluten}$$

$$\text{Betrages} = \frac{(1 - \alpha)^2 + \beta^2}{(1 + \alpha)^2 + \beta^2} < 1 \text{ da } \alpha > 0.$$

Nunmehr sei nun α, β, γ die Zahlen 1, 2, 3 in belie-
biger Reihenfolge genommen, so ist, wie wir oben sahen

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{2a}{\pi}} \sqrt{e_1 - e_2} &= 1 + 2k + 2k^3 + \dots \\ \sqrt{\frac{2a}{\pi}} \sqrt{e_2 - e_3} &= 1 - 2k + 2k^3 - k^5 + \dots \\ \sqrt{\frac{2a}{\pi}} \sqrt{e_3 - e_4} &= 2k^2 \{ 1 + k^4 + k^8 + k^{12} + \dots \}\end{aligned}$$

$k = \frac{e_2 - e_4}{e_1 - e_4}$, $\sqrt{1-k} = \frac{\sqrt{e_2 - e_3}}{\sqrt{e_1 - e_4}}$, in die Wurzelw. sind ganz bestimmt positiv, u. gewisse sind immer die selben Wurzeln genommen, d. h. die davon an allen Stellen gesetzte ist in dem absoluten Betrag der an allen Stellen > als der absolute der imaginären.

Sei einer beliebigen Gf. man setze man die Wurzel

$$(e_1 - e_2)^2 (e_1 - e_3)^2 (e_2 - e_3)^2 = g_2^2 - \frac{27}{16} g_3^2$$

die Discriminante. Es ist

$\sigma(u) = \frac{e^{\frac{2\pi i u}{\omega_1}}}{\sqrt{g_2(g_2^2 - 27g_3^2)}} \cdot \frac{D(u)}{\sqrt{g_2}}$ sind gilt, welche Function man setzen mag, so die Discriminante positiv ist. Da man g_2 u. g_3 anal. bestimmen aus der Formeln in der Vorst. steht, so ist berechnet. Man nennt $\lambda = \frac{\sqrt{e_2 - e_3} - \sqrt{e_1 - e_4}}{\sqrt{e_2 - e_3} + \sqrt{e_1 - e_4}}$ u. dann

$$\begin{aligned}k &= \frac{\lambda}{2} + 2\left(\frac{\lambda}{2}\right)^5 + 15\left(\frac{\lambda}{2}\right)^9 + \dots \\ \frac{\sqrt{e_2 - e_3} + \sqrt{e_1 - e_4}}{2\sqrt{\frac{2a}{\pi}}} &= 1 + 2k^2 + 2k^6 + \dots \quad \log k = \frac{\omega_2 x i}{\omega_1} \\ \frac{\sqrt{e_2 - e_3} - \sqrt{e_1 - e_4}}{2\sqrt{\frac{2a}{\pi}}} &= 2k + 2k^3 + 2k^5 + \dots\end{aligned}$$

Die zweite Formel scheint noch leichter zu verwerthen, als die erste, doch ist der Fehler leicht zu sehen. Dass

$$\omega_2 = -\frac{\omega_1 i}{\pi} \log k \quad \text{man log k bestimmt ist, doch } \sqrt{\frac{2a}{\pi}} \sqrt{e_2 - e_3} = 2k^2 \sqrt{a}$$

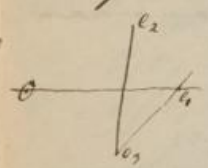
Die zweite G. lässt sich aus k, λ bestimmen; sind aber von den 3. e. ganz imaginär, so wird k rein imaginär. Der Fall auf die Resultat von Kienan schließt, u. man kann so leicht so einrichten dass die Ausdrücke der 6. Gf. in einer Form auftreten, so dass sie für alle Werte von u richtig sind. Man kann auch die 3. e. ganz, sondern wie diese Formeln so an.

Die e_1, e_2, e_3 sind α, β, γ eine ^{keine} cyclische Folge von 1, 2, 3
 so erhalten wir nach Lemma mit der Bestimmung dass
 in allen vorkommenden Wörtern die Potenzen positiver Grö-
 ßen fallen und die negativen ganzzahlig sein sollen. Sind
 also die e gegeben, so kann man man zuvörderst λ , dann k
 durch w_2 u. w'_2 für w_3 muss vorher notwendig $w_3 = w'$ und
 $w'_3 = -w$, so dass sich also die Funktionen voneinander ableiten. Es
 folgt dies folgendermaßen: $2w_3 = 2\mu w + 2\nu w'$ u. für w_3 eine
 imaginäre ist, dann $\sqrt{\frac{w_3}{\pi}} \cdot \sqrt{e_1 - e_2} + \sqrt{e_2 - e_3} = e^{\frac{\pi}{2}i} (1 + 2k + \dots)$

also $w_3 = \pm \pi w'$ u. $\mu = 0$ u. da $\mu\nu - \nu\mu' = 1$ also $\mu' = -1, \nu' = 0; \mu = 0, \nu = 1$.
 Umkehrung können wir die Reihe sehr auswendig merken:
 $\sqrt{e_1 - e_2} \cdot w = \frac{\pi}{2} (1 + (\frac{1}{2})^2 k + \dots)$

Dann k von 0 bis $+1$ reicht, reicht auf K u. zwar bis
 ins Unendliche. Dieser K von 0 bis $\frac{\pi}{2}$. Durch's geht hervor
 dass in dem Ausdruck für $k = e^{-\frac{K}{\pi}}$, k bestimmt reicht wenn
 K von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ zunimmt. Wir können ab hier so einwirken,
 dass $K' > K$ und $k < e^{-\frac{\pi}{2}} < \frac{1}{2}$ der ungünstigste Fall ist der
 wenn $K = 1 - K = \frac{1}{2}$ oder e , gleichzeitig von e_1 u. e_3 entfernt
 ist. Dann wird $\lambda = \frac{1}{2} \frac{e_1 - e_3}{e_2 - e_1}$

Wir gehen nun zu dem Fall über vor zwei e imaginäre
 sind. Gewisslich hat man sich bis hierher für sich selbst
 die Transformationen gegeben. Die vorgegeben folgen
 demnach. Die e die vorgegeben. Dann liegen e_1 u. e_3



in derselben Verticale Die $e_1 - e_3 = \pi e^{\frac{\pi}{2}i}$ von
 α gegeben u. α , so ist $e_1 - e_3 = \pi e^{-\frac{\pi}{2}i}$
 u. nach den allgemeinen Lemma
 $\lambda = \frac{e^{\frac{\pi}{2}i} - e^{-\frac{\pi}{2}i}}{e^{\frac{\pi}{2}i} + e^{-\frac{\pi}{2}i}} = i \tanh \frac{\pi}{4}$ und $|\lambda| < 1$
 $k = \{ \frac{1}{2} i \tanh \frac{\pi}{4} + 2 (\frac{1}{2} i \tanh \frac{\pi}{4})^3 + 15 (\frac{1}{2} i \tanh \frac{\pi}{4})^5 + \dots \}$ also λ u. k rein imaginär.

bedeutung convergieren, so ist notwendig zu
 voraussetzen dass der reelle Teil von a neg. sei.
 Dann nur in diesem Falle nähern sich die V_n der
 Grange 1. Nun sei $\Theta(u) = \sum e^{a\pi^2 u^2 + 2\pi i u + c u}$
 so sind in dieser Form die Jacobischen Θ aufzufassen.

Nun schreiben:

$$\Theta(u; \mu, \nu) = \sum_m e^{\frac{i}{2\omega} u^2 + (\mu + \frac{\nu}{2\omega}) u + (\frac{\mu^2}{2\omega} + \frac{\nu^2}{2})} \\ = e^{\frac{i\pi}{2\omega} u^2} D(\frac{u}{2\omega}, \mu, \nu)$$

$$\text{wobei } D(v; \mu, \nu) = \sum_n e^{(\mu + \frac{\nu}{2})/2\omega + \mu(\frac{\nu + \nu'}{2})\pi i} \quad (\tau = \frac{\omega'}{\omega})$$

$$\Theta(u; \mu + \pi, \nu + \pi) = e^{+\pi i} \Theta(u; \mu, \nu)$$

$$\text{Setzt man nun } \tilde{u} = \mu\omega + \nu\omega'; \quad \tilde{v} = \mu\varepsilon + \nu\varepsilon'$$

$$\text{und } \mu'' = \mu + \mu', \quad \nu'' = \nu + \nu' \quad \text{so wird}$$

$$\Theta(u + \tilde{u}; \mu, \nu) = i^{-\mu\nu' + (\mu + \mu' - \mu'')\nu''} \Theta(u; \mu'', \nu'') e^{\tilde{v}(\frac{\mu''}{2}) - \frac{\mu'\nu'}{2}\pi i}$$

Da Θ erfüllt man hat das Θ wenn

$$\varepsilon = 0, \quad \omega = \frac{1}{2}, \quad \omega' = \frac{\tau}{2}, \quad \varepsilon' = +\pi i$$

Dann der $\varepsilon\omega' - \omega\varepsilon' = -\frac{1}{2}\varepsilon' = +\frac{\pi i}{2}$ so kann $\varepsilon' = +\pi i$ sein.

so wird $\tilde{u} = \frac{\mu' + \nu'\varepsilon'}{2}; \quad \tilde{v} = -\nu'\pi i$, so hat man:

$$D(v + \frac{\mu'\varepsilon'}{2}; \mu, \nu) = i^{-\mu\nu' + (\mu + \mu' - \mu'')\nu''} D(v; \mu'', \nu'') e^{-\frac{\nu'}{2}(2v + \frac{\mu'\varepsilon'}{2}) - \frac{\mu'\nu'}{2}\pi i}$$

für die speziellen Werte da Θ erfüllt man

$$\Theta_0 = \Theta(u; -1, 1) = \Theta(u; -1, -1); \quad \Theta_1 = \Theta(u; 0, 1) = \Theta(u; 0, -1)$$

$$\Theta_2 = \Theta(u; 0, 0); \quad \Theta_3 = \Theta(u; -1, 0) = \Theta(u; 1, 0)$$

voraussetzt man in jedem Θ , u um einen festen
 Perioden, so geht jedes in ein anderes über,

so das allgemein $O_2(u, \alpha) = O_2(u) i^n e^{\tilde{z}(u, \alpha)} - \frac{n' u}{n}$
 Die folgende Tabelle zeigt die Art der An-
 wendbarkeit an.

Es liegt jetzt auf folgende Aufgabe an,
 die Rechenentwicklung, welche nach Fort-
 von $h = e^{\frac{u}{w}}$ fortgesetzt möglichst compen-
 gant zu machen. Wenn w rein imaginär,
 u positiv $u < w$ so wird $h < e^{-x} < \frac{1}{20}$; Wenn
 aber $w' < w$ so kann h sich in fünfzig weichen
 u die Entwicklung sich gering sein.
 Man kann aber in der Stelle von w in w' ge-
 setzt werden $\tilde{w} = \alpha w + \beta w'$; $\tilde{w}' = \alpha' w + \beta' w'$, wo
 $\alpha\beta' - \alpha'\beta = +1$ sein muß. Dann sei

$$\frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}} = \frac{\alpha' + \beta' i}{\alpha + \beta i} \text{ wo } \tau = \rho + \delta i$$

$$= \frac{\alpha' + \beta' \rho + \beta' \delta i}{\alpha + \rho + \beta \delta i} = \frac{(\alpha' + \beta' \rho + \beta' \delta i)(\alpha + \rho - \beta \delta i)}{(\alpha + \rho)^2 + \beta \delta^2}$$

$$= \frac{\rho + (\alpha' - \beta \delta') i}{(\alpha + \rho)^2 + \beta \delta^2}$$

Setzt man $\tilde{w} = m\tilde{w} + n\tilde{w}'$; $\tilde{w}' = m'\tilde{w} + n'\tilde{w}'$ so $m\tilde{w}' - n\tilde{w}' = 1$
 so fallen $2\tilde{w}$ & $2\tilde{w}'$ in ferne Lindman'sche Folgen.

man σ mit den Invarianten g_2 & g_3 vers. Sei

$$\tilde{w}'' = \tilde{w} + \tilde{w}'$$

Wir stellen folgendes System von Formeln:

$$\sigma(u) = 2\tilde{w} e^{\frac{\eta u}{2\tilde{w}}} \frac{D_0(\frac{u}{2\tilde{w}} | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}})}{D_0'(\sigma | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}})}$$

$$e^{-\frac{\eta u}{2\tilde{w}}} \frac{\sigma(u+\tilde{w})}{\sigma(\tilde{w})} = e^{\frac{\eta u}{2\tilde{w}}} \frac{D_1(\frac{u}{2\tilde{w}} | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}})}{D_1'(\sigma | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}})}$$

$$e^{-\frac{\eta u}{2\tilde{w}}} \frac{\sigma(u+\tilde{w}'')}{\sigma(\tilde{w}'')} = e^{\frac{\eta u}{2\tilde{w}}} \frac{D_2(\frac{u}{2\tilde{w}} | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}})}{D_2'(\sigma | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}})}$$

$$e^{-\frac{\eta u}{2\tilde{w}}} \frac{\sigma(u+\tilde{w}')}{\sigma(\tilde{w}')} = e^{\frac{\eta u}{2\tilde{w}}} \frac{D_3(\frac{u}{2\tilde{w}} | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}})}{D_3'(\sigma | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}})}$$

Sei $\sigma(\tilde{w}) = \varepsilon$; $\sigma(\tilde{w}') = \varepsilon'$ $\sigma(\tilde{w}'') = \varepsilon''$

Es finden folgende Gleichungen statt:

$$\left(\frac{2\tilde{w}}{\pi}\right)^2 (\varepsilon' - \varepsilon'') = D_1'(\sigma | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}});$$

$$\left(\frac{2\tilde{w}}{\pi}\right)^2 (\varepsilon' - \varepsilon'') = D_2'(\sigma | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}})$$

$$\left(\frac{2\tilde{w}}{\pi}\right)^2 (\varepsilon' - \varepsilon') = D_3'(\sigma | \frac{\tilde{w}'}{\tilde{w}})$$

$$D_0'(\sigma) = \pi D_1'(\sigma) D_2'(\sigma) D_3'(\sigma)$$

Mögllicherweise, substituirt & aufstellt man zu
 diesem System so aufstellt man:

$$\left(\frac{D(\sqrt{\frac{a}{a'}})}{2\tilde{a}}\right)^2 = \left(\frac{2\tilde{a}}{n}\right)^4 G$$

Dann für die symmetrische Punkte:

$$(\varepsilon' - \varepsilon'') / (\varepsilon'' - \varepsilon''') / (\varepsilon''' - \varepsilon') = \frac{g_2^2 - 27g_3^2}{16} = G$$

ist $G > 0$, so sind alle Wurzeln real

" $G < 0$ " " 2 " " conjug. imag.

" $G = 0$ " " 2 Wurzeln gleich

Es handelt sich nun darum, unmittelbar zu bestimmen, welche Punkte in wie, von welcher Wurzels. fallen mög.

1) für $G > 0$ sei $\varepsilon' > \varepsilon'' > \varepsilon'''$. Dann gibt es nur eine Periode von $\tilde{a} \sim \tilde{a}' \sim \tilde{a}''$ & das $\tilde{a} \sim \tilde{a}'$ beide pos. sind. Nimmt man diese für $\tilde{a} \sim \tilde{a}'$ so kann man setzen:

$$\tilde{a} = a, \tilde{a}' = a', \tilde{q} = q, \text{ da } \mu = \nu = 1; \mu' = \nu' = 0$$

Dann ist $h = e^{\frac{a\pi i}{a}}$ real positiv ≈ 1

Es fällt also kein merkw. heraus, wenn man setzt: $\tilde{a} = a'; \tilde{a}' = -a$; wenn wir h mit h_1 bezeichnen so ist:

$$h_1 = e^{\frac{a\pi i}{a'}} \text{ real positiv } \approx 1$$

Im ersten Falle ist: $D(\sqrt{\frac{a}{a'}}) = h^{\frac{1}{4}}$

aber im $\varepsilon'' = \varepsilon'''$ positiv

Die δ_2^4 und δ_3^4 sind positiv; also

$$I (a) \quad \begin{aligned} \varepsilon' &= \varepsilon_1; & \varepsilon'' &= \varepsilon_2; & \varepsilon''' &= \varepsilon_3 \\ \varepsilon' &= \varepsilon_3; & \varepsilon'' &= \varepsilon_1; & \varepsilon''' &= \varepsilon_2 \end{aligned}$$

1841 1842 1843 1844 1845 1846 1847 1848 1849 1850

1851 1852 1853 1854 1855 1856 1857 1858 1859 1860

1861 1862 1863 1864 1865 1866 1867 1868 1869 1870
1871 1872 1873 1874 1875 1876 1877 1878 1879 1880
1881 1882 1883 1884 1885 1886 1887 1888 1889 1890
1891 1892 1893 1894 1895 1896 1897 1898 1899 1900
1901 1902 1903 1904 1905 1906 1907 1908 1909 1910
1911 1912 1913 1914 1915 1916 1917 1918 1919 1920
1921 1922 1923 1924 1925 1926 1927 1928 1929 1930
1931 1932 1933 1934 1935 1936 1937 1938 1939 1940
1941 1942 1943 1944 1945 1946 1947 1948 1949 1950
1951 1952 1953 1954 1955 1956 1957 1958 1959 1960
1961 1962 1963 1964 1965 1966 1967 1968 1969 1970
1971 1972 1973 1974 1975 1976 1977 1978 1979 1980
1981 1982 1983 1984 1985 1986 1987 1988 1989 1990
1991 1992 1993 1994 1995 1996 1997 1998 1999 2000

W. L.
615
620
625
630

635
640
645

650
655
660
665

670
675
680
685
690
695
700
705
710
715
720
725
730
735
740
745
750
755
760
765
770
775
780
785
790
795
800
805
810
815
820
825
830
835
840
845
850
855
860
865
870
875
880
885
890
895
900
905
910
915
920
925
930
935
940
945
950
955
960
965
970
975
980
985
990
995
1000

Lo. at w.

I

When... of... - w... (f(u), f(u), f(u))...
... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...

$$\frac{\sigma(u+a_1)\sigma(u+a_2)\dots\sigma(u+a_n)}{\sigma(u+b_1)\sigma(u+b_2)\dots\sigma(u+b_n)}$$

... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...

... the... the... the... the... the...

... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...

II

... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...

... the... the... the... the... the...

... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...
... the... the... the... the... the...

... the... the... the... the... the...

$$\pi\left(\frac{1}{1-\frac{x}{n}}\right)$$

B

660, 7th 4th 10th, 11th Can we have 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1100, 1200, 1300, 1400, 1500, 1600, 1700, 1800, 1900, 2000, 2100, 2200, 2300, 2400, 2500, 2600, 2700, 2800, 2900, 3000, 3100, 3200, 3300, 3400, 3500, 3600, 3700, 3800, 3900, 4000, 4100, 4200, 4300, 4400, 4500, 4600, 4700, 4800, 4900, 5000, 5100, 5200, 5300, 5400, 5500, 5600, 5700, 5800, 5900, 6000, 6100, 6200, 6300, 6400, 6500, 6600, 6700, 6800, 6900, 7000, 7100, 7200, 7300, 7400, 7500, 7600, 7700, 7800, 7900, 8000, 8100, 8200, 8300, 8400, 8500, 8600, 8700, 8800, 8900, 9000, 9100, 9200, 9300, 9400, 9500, 9600, 9700, 9800, 9900, 10000, 10100, 10200, 10300, 10400, 10500, 10600, 10700, 10800, 10900, 11000, 11100, 11200, 11300, 11400, 11500, 11600, 11700, 11800, 11900, 12000, 12100, 12200, 12300, 12400, 12500, 12600, 12700, 12800, 12900, 13000, 13100, 13200, 13300, 13400, 13500, 13600, 13700, 13800, 13900, 14000, 14100, 14200, 14300, 14400, 14500, 14600, 14700, 14800, 14900, 15000, 15100, 15200, 15300, 15400, 15500, 15600, 15700, 15800, 15900, 16000, 16100, 16200, 16300, 16400, 16500, 16600, 16700, 16800, 16900, 17000, 17100, 17200, 17300, 17400, 17500, 17600, 17700, 17800, 17900, 18000, 18100, 18200, 18300, 18400, 18500, 18600, 18700, 18800, 18900, 19000, 19100, 19200, 19300, 19400, 19500, 19600, 19700, 19800, 19900, 20000, 20100, 20200, 20300, 20400, 20500, 20600, 20700, 20800, 20900, 21000, 21100, 21200, 21300, 21400, 21500, 21600, 21700, 21800, 21900, 22000, 22100, 22200, 22300, 22400, 22500, 22600, 22700, 22800, 22900, 23000, 23100, 23200, 23300, 23400, 23500, 23600, 23700, 23800, 23900, 24000, 24100, 24200, 24300, 24400, 24500, 24600, 24700, 24800, 24900, 25000, 25100, 25200, 25300, 25400, 25500, 25600, 25700, 25800, 25900, 26000, 26100, 26200, 26300, 26400, 26500, 26600, 26700, 26800, 26900, 27000, 27100, 27200, 27300, 27400, 27500, 27600, 27700, 27800, 27900, 28000, 28100, 28200, 28300, 28400, 28500, 28600, 28700, 28800, 28900, 29000, 29100, 29200, 29300, 29400, 29500, 29600, 29700, 29800, 29900, 30000, 30100, 30200, 30300, 30400, 30500, 30600, 30700, 30800, 30900, 31000, 31100, 31200, 31300, 31400, 31500, 31600, 31700, 31800, 31900, 32000, 32100, 32200, 32300, 32400, 32500, 32600, 32700, 32800, 32900, 33000, 33100, 33200, 33300, 33400, 33500, 33600, 33700, 33800, 33900, 34000, 34100, 34200, 34300, 34400, 34500, 34600, 34700, 34800, 34900, 35000, 35100, 35200, 35300, 35400, 35500, 35600, 35700, 35800, 35900, 36000, 36100, 36200, 36300, 36400, 36500, 36600, 36700, 36800, 36900, 37000, 37100, 37200, 37300, 37400, 37500, 37600, 37700, 37800, 37900, 38000, 38100, 38200, 38300, 38400, 38500, 38600, 38700, 38800, 38900, 39000, 39100, 39200, 39300, 39400, 39500, 39600, 39700, 39800, 39900, 40000, 40100, 40200, 40300, 40400, 40500, 40600, 40700, 40800, 40900, 41000, 41100, 41200, 41300, 41400, 41500, 41600, 41700, 41800, 41900, 42000, 42100, 42200, 42300, 42400, 42500, 42600, 42700, 42800, 42900, 43000, 43100, 43200, 43300, 43400, 43500, 43600, 43700, 43800, 43900, 44000, 44100, 44200, 44300, 44400, 44500, 44600, 44700, 44800, 44900, 45000, 45100, 45200, 45300, 45400, 45500, 45600, 45700, 45800, 45900, 46000, 46100, 46200, 46300, 46400, 46500, 46600, 46700, 46800, 46900, 47000, 47100, 47200, 47300, 47400, 47500, 47600, 47700, 47800, 47900, 48000, 48100, 48200, 48300, 48400, 48500, 48600, 48700, 48800, 48900, 49000, 49100, 49200, 49300, 49400, 49500, 49600, 49700, 49800, 49900, 50000, 50100, 50200, 50300, 50400, 50500, 50600, 50700, 50800, 50900, 51000, 51100, 51200, 51300, 51400, 51500, 51600, 51700, 51800, 51900, 52000, 52100, 52200, 52300, 52400, 52500, 52600, 52700, 52800, 52900, 53000, 53100, 53200, 53300, 53400, 53500, 53600, 53700, 53800, 53900, 54000, 54100, 54200, 54300, 54400, 54500, 54600, 54700, 54800, 54900, 55000, 55100, 55200, 55300, 55400, 55500, 55600, 55700, 55800, 55900, 56000, 56100, 56200, 56300, 56400, 56500, 56600, 56700, 56800, 56900, 57000, 57100, 57200, 57300, 57400, 57500, 57600, 57700, 57800, 57900, 58000, 58100, 58200, 58300, 58400, 58500, 58600, 58700, 58800, 58900, 59000, 59100, 59200, 59300,

[illegible]

2nd or 3rd of c.

[illegible]

(1) $v_1 + 2\pi\omega, v_2 + 2\pi\omega, \dots$ 当 $\omega \neq 0$; $v_1 + 2\pi\omega, v_2 + 2\pi\omega, \dots$ 当 $\omega = 0$
 $\sim \frac{1}{2} \log \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \sim \frac{1}{2} \log \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \sim \frac{1}{2} \log \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \dots$

[illegible]

$\rho = \rho_0 e^{Wax - \frac{1}{2}bx^2}$
 $\mu = \mu_0 e^{Wax - \frac{1}{2}bx^2}$
 $\phi = \phi_0 e^{Wax - \frac{1}{2}bx^2}$

[illegible]

$\frac{1}{2}$ wt of H₂O. C₂, C₃

$$f^{(k)}(u) = \frac{\sigma(u-a_1) \dots \sigma(u-a_{k-1})}{\sigma(u-b_1) \dots \sigma(u-b_{k-1})} e^{2\eta(u)} \quad \sigma \frac{d^2 \eta}{du^2} = -f(u-a_1) \dots - f(u-a_{k-1}) + f(u-b_1) \dots + f(u-b_{k-1})$$

$$g''(u+2a) = g''u; g''(u+2a) = g''u. \text{ ga } 16. n' - g'' \text{ to } n. 126$$

$\eta\omega' - \eta'\omega = \frac{r\pi i}{2}$ in which
a $\frac{r\pi i}{2}$ is added:

$$\begin{aligned} & \eta(u_0 - b_0) + \dots + u_0 - (u_0 - b_0) - \dots - (u_0 - b_0) + 4cu + 4c\omega + 2c\omega' = 1 \\ & \eta(u_0 - b_0) + 2c\omega + 2\eta(n_5)u + 4cu + 4c\omega' \quad 5^{\circ} \quad \eta(n_5) + 2c\omega = 0 \quad 2^{\circ} \quad \eta(n_5) + 2c\omega' \end{aligned}$$

$\alpha \approx 0, \mu \approx 0, \sigma \approx 0, \text{ and } \tau \approx 0$

$$\eta'(a_0 - b_0) + \eta'c' = 0 \quad \text{or} \quad a_0 - b_0 \cdot \eta' - c' = 0 \quad \Rightarrow \eta' = \mu\eta / 126$$

[illegible]

Dr W. L. Dr W.

$$f = \frac{\sigma(u-a_1) \dots \sigma(u-a_r)}{\sigma(u-b_1) \dots \sigma(u-b_r)} \quad \text{wobei } \sum_{i=1}^r a_i = \sum_{i=1}^r b_i \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^r a_i' = \sum_{i=1}^r b_i' \quad \text{für } a_i' = \sigma(u-a_i) \text{ und } b_i' = \sigma(u-b_i)$$

6. $2a = 2b$, (20) $\therefore y = 20$ and $x = 20$.

4. Mythos.

642 1 1/4 ha. en p. y 222 p. (a p. p. 2/3. 1900 a 1900-00)

$$a=0, v=0 \text{ к } p_u - p_v = C \cdot \frac{\sigma(u-v)\sigma(u+v)}{2\pi \sqrt{1-u^2} \sqrt{1-v^2}} \text{ где } u \in \mathbb{R}, v \in \mathbb{R} \text{ и } |u| < 1, |v| < 1$$

$$\frac{r}{u^2} + f(u) = -C \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f(u) \quad 0 \leq t \leq \infty, \quad u \in \mathbb{R}$$

$$f_u - f_v = - \frac{\sigma(u-v)/\sigma(u+v)}{\sigma(u)\sigma(v)} = \frac{\sigma(v-u)/\sigma(v+u)}{\sigma(u)\sigma(v)}$$

1, f' rhus at p. 200 - 201 40 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000 1001 1002 1003 1004 1005 1006 1007 1008 1009 1010 1011 1012 1013 1014 1015 1016 1017 1018 1019 1020 1021 1022 1023 1024 1025 1026 1027 1028 1029 1030 1031 1032 1033 1034 1035 1036 1037 1038 1039 1040 1041 1042 1043 1044 1045 1046 1047 1048 1049 1050 1051 1052 1053 1054 1055 1056 1057 1058 1059 1060 1061 1062 1063 1064 1065 1066 1067 1068 1069 1070 1071 1072 1073 1074 1075 1076 1077 1078 1079 1080 1081 1082 1083 1084 1085 1086 1087 1088 1089 1090 1091 1092 1093 1094 1095 1096 1097 1098 1099 1100 1101 1102 1103 1104 1105 1106 1107 1108 1109 1110 1111 1112 1113 1114 1115 1116 1117 1118 1119 1120 1121 1122 1123 1124 1125 1126 1127 1128 1129 1130 1131 1132 1133 1134 1135 1136 1137 1138 1139 1140 1141 1142 1143 1144 1145 1146 1147 1148 1149 1150 1151 1152 1153 1154 1155 1156 1157 1158 1159 1160 1161 1162 1163 1164 1165 1166 1167 1168 1169 1170 1171 1172 1173 11

$\rho(u, \frac{u}{2}) = \rho(u, \frac{u}{2}) = \rho(\frac{u}{2}, \frac{u}{2})$

$\frac{d}{dt} f(u, \frac{u}{2}) = -f(\frac{u}{2}, a) \quad \text{or} \quad f(\frac{u}{2}, -) = f(\frac{u}{2}) \quad \text{or} \quad f(\frac{u}{2}) = 0$
 $\text{or } u = 0 \quad \text{or } f(\frac{u}{2}, -) = f(\frac{u}{2}) \quad \text{or } f(\frac{u}{2}) = 0 \quad \text{or } f(\frac{u}{2}) = 0 \quad \text{or } f(\frac{u}{2}) = 0$

$$u_1 \otimes \omega, \quad p'(\omega) = 0, \quad p'(\omega + \omega') = 0, \quad p'(\omega') = 0. \quad \text{f. 96}$$

$$p'_u = C \frac{\sigma(u-w)\sigma(u-w')\sigma(u+w+w')}{\sigma(u-w)\sigma(u-w')\sigma(u+w+w')}$$

$$p'u = \frac{2\sigma(u+w)\sigma(u+w')\sigma(u-w-w')}{\sigma w \sigma w' \sigma(w+w') \sigma^3 u} = - \frac{2\sigma(u-w)\sigma(u-w')\sigma(u+w+w')}{\sigma w \sigma w' \sigma(w+w') \sigma^3 u} \quad 2b$$

$$20 \text{ km } 26 \text{ Co } 66 \text{ } (p^{\text{th}} a)^2 = -4 \frac{\sigma(u+w)/\sigma(u-w)}{\sigma u^2 \sigma u} \frac{\sigma(u+w)/\sigma(u-w)}{\sigma u^2 \sigma u} \frac{\sigma(u+w)/\sigma(u-w)}{\sigma u^2 \sigma u} \frac{\sigma(u+w)/\sigma(u-w)}{\sigma u^2 \sigma u} \sigma$$

$$= +4(pu-pv)(pu-pw')(pu-pw'-w') = +4(pu-q)(pu-c)(pu-c)$$

$$1. \quad p u - c = \frac{1}{u^2} - c + c_1 u^2 = k \quad (p'(u)) = 7u \quad (1 - 4c_1 u^2 + c_2 u^4) = 0$$

$$p_a = -\frac{2}{a^2} + 2\epsilon_1 a \quad (p_a) = \frac{2}{a^2} - 4\epsilon_1 a^2 \dots \quad \partial_1 = \frac{2}{a^2} - 4\epsilon_1 a^2 \dots$$

$$g_2 = -\frac{1}{2}(\xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 + \xi_5^2) - \frac{1}{2}(\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2)$$

6.

[illegible]

$$x) \mathcal{W} \quad \sigma_1(u), \sigma_2(u), \sigma_3(u).$$

$$e^{\frac{1}{2}(\sigma(a+b))} \sigma(a+b) = -\sigma^2 a \sigma^{\frac{1}{2}}(p_a - p_b) \sim \sigma^2 L$$

$$(1) \sigma(a+b)\sigma(a-b)\sigma(c+d)\sigma(c-d) + \sigma(a+c)\sigma(a-c)\sigma(b+d)\sigma(b-d) + \sigma(a+d)\sigma(a-d)\sigma(b+c)\sigma(b-c) = 0.$$

22, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 84

$$\sigma(u+v)\sigma(u-v)\sigma(u_1^2+u_2^2)\sigma(u_1^2-u_2^2) = e^{-2\eta_1 u}\sigma^2(u_1+u_2)e^{-2\eta_2 u}\sigma^2(u_1+u_2) = e^{-2\eta_1 u}\sigma^2(u_1+u_2)\sigma^2(u_1-u_2)e^{-2\eta_2 u}\sigma^2(u_1+u_2)\sigma^2(u_1-u_2)$$

$$(2) \quad \frac{\partial^2 \psi(\alpha, \omega_2)}{\partial \omega_2^2} = -\frac{\partial^2 \psi(\alpha, \omega_2)}{\partial \omega_2^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \omega_2^2}$$

$$\sigma_{\text{max}} = 61.6 \text{ kN/m}^2, \text{ say } 62 \text{ kN/m}^2. \quad C \cdot p_u - C_u = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{cu}}} \cdot 100 \cdot (p - p_y) \quad 16 \cdot \frac{62}{240} \cdot \sigma_p^2 + 62 \cdot \sigma_p^2 = 0$$

$$g_{\mu\nu} \sigma_{\alpha}^{\mu} + g_{\mu\nu} \sigma_{\beta}^{\mu} + g_{\mu\nu} \sigma_{\gamma}^{\mu} = 0. \quad \text{Let } \sigma_{\alpha}^{\mu} = \sigma_{\beta}^{\mu} = \sigma_{\gamma}^{\mu} = 0. \quad \text{Let } \sigma_{\alpha}^{\mu} = \sigma_{\beta}^{\mu} = \sigma_{\gamma}^{\mu} = 0.$$

$$\frac{d \sigma}{d u \frac{\sigma}{\sigma_0}} = \frac{\sigma_a \sigma_f}{\sigma_0^2}, \quad \frac{d \sigma_a}{d u \frac{\sigma}{\sigma_0}} = -\epsilon_f \frac{\sigma_a^2}{\sigma_0^2}, \quad \frac{d \sigma_f}{d u \frac{\sigma}{\sigma_0}} = -\frac{\sigma_a \sigma_f}{\sigma_0^2}. \quad (2^{nd} \text{ order in } \frac{\sigma}{\sigma_0})$$

$$2 \left\{ \begin{aligned} \frac{dx}{dy} &= x^2 & \frac{dy}{dx} &= y^2 & \frac{dz}{dy} &= z \\ \frac{dz}{dx} &= yz & \frac{dy}{dz} &= -\frac{1}{y} & \frac{dz}{dx} &= -\frac{1}{x} \end{aligned} \right. \quad (2) \quad \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 = \left(-\frac{1}{y} \right)^2 \left(-\frac{1}{x} \right)^2 = \frac{1}{x^2 y^2} \quad \frac{dz}{dx} = \frac{1}{x^2 y^2} \quad \left. \vphantom{\frac{dz}{dx}} \right\} u = \frac{1}{x^2 y^2}$$

$$x^2 = \frac{1-y^2}{c_y^2}, z^2 = \frac{c_p^2 p^2 + c_y^2 y^2}{c_y^2} \quad (4) \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = (1-y^2)(c_p^2 + c_y^2 y^2) \frac{dy}{dt} = 0 \quad u=0$$

$n^{\circ} 42220 - 1, 2, \frac{\sigma_1}{\sigma_2}, \frac{\sigma_2}{\sigma_1}, \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \%$ etc.

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1, \quad \frac{dy_1}{dt} = y_1, \quad \frac{dz_1}{dt} = z_1, \quad \frac{dx_2}{dt} = -y_2, \quad \frac{dy_2}{dt} = x_2, \quad \frac{dz_2}{dt} = -x_2 y_2.$$

$$y_i^1 - x_i^1 = c_p \quad \text{and} \quad x_i^1 - y_i^1 = c_x$$

$$\left(\frac{dx_i}{dt}\right) = (c_{ip} + x_i^2/c_{ip} + x_i^2) \frac{dx_i}{dt} = \infty \} u=0; \left(\frac{dx_i}{dt}\right) = (c_{ip} + x_i^2/c_{ip} + x_i^2) \frac{dx_i}{dt} = \infty \} u=0; \left(\frac{dx_i}{dt}\right) = (c_{ip} + x_i^2/c_{ip} + x_i^2) \frac{dx_i}{dt} = \infty \}$$

$$2) x = \frac{\sigma}{\sigma_y}, \quad \frac{\sigma_x}{\sigma} \frac{1}{v_{x,y}}, \quad \frac{\sigma_a}{\sigma} \frac{1}{v_{a,y}}, \quad \frac{\sigma_p}{\sigma} \frac{1}{v_{p,y}}$$

$$2) y = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}, \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \frac{K_{ab}}{K_{cb}}, \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \frac{K_{ab}}{K_{cb}}, \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \frac{K_{ab}}{K_{cb}}. \quad \text{26. 12. 1964}$$

$$L_1/2 = \frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial \rho} \sqrt{\frac{r}{\rho}}, \frac{\partial}{\partial \alpha} \sqrt{\frac{r}{\rho}}, \frac{\partial}{\partial \sigma} \sqrt{\frac{r}{\rho}}$$

$$1, \text{ let } \left(\frac{dx}{du}\right)^2 = P(x) = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E \text{ and } 4A \neq 0$$

$$dy = \frac{\alpha x + \beta}{x^2 + \alpha} dx \quad \text{or } y = \frac{\alpha}{2} \ln(x^2 + \alpha) + \frac{\beta}{x} + C$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = A(\delta y - \beta)^2 + B(\delta y - \beta)(\delta y - \alpha) + \dots$$

$$e \cdot R(x) = 0 \quad \sim 4000 \quad \sim a_1, a_2, a_3, a_4 \sim a_5 \sim -\frac{1}{2} = a_0 \quad \sim 1/2 \quad \sim y \cdot \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$S = \frac{14}{8 - a_0} + \pi \quad \text{as } m \rightarrow \pi, \quad \text{then } \left(\frac{dS}{da} \right) = 45 - 9.5 - 9.5 \quad \text{Cor}$$

$$\left(\frac{2\omega}{\pi}\right)^2 (c_1 - c_2) = \left(e^{\frac{\pi i}{2} k - \frac{i}{2} \sqrt{c_1} h_1^2 h_2^2 h_3^2}\right)^2 = \frac{h_1^4 h_2^4}{h_1^4 h_2^4} 1 q^0 = (q + q') / (\omega + \omega') \quad c_1$$

$$\left(\frac{2\omega}{\pi}\right)^2 (c_1 - c_2) = \frac{h_1^4 h_2^4}{h_1^4 h_2^4} \quad \left(\frac{2\omega}{\pi}\right)^2 (c_1 - c_2) = \frac{h_1^4 h_2^4}{h_1^4 h_2^4} 16k.$$

$$i \quad h_0 = (1-h)/(1+h)/(1-h)/(1+h) \dots = h_0 h_1 h_2 h_3 \dots \quad h_1 h_2 h_3 = 1. \quad \sigma$$

$$\left(\frac{2\omega}{\pi}\right)^2 (c_1 - c_2) = h_0^4 h_2^4. \quad \left(\frac{2\omega}{\pi}\right)^2 (c_1 - c_2) = h_0^4 h_2^4. \quad \left(\frac{2\omega}{\pi}\right)^2 (c_1 - c_2) = 16 h_0^4 h_2^4.$$

$$2\omega = k, \quad \omega = \frac{1}{2} k. \quad \dots \quad 2\omega = k, \quad \omega = \frac{1}{2} k. \quad \dots \quad 2\omega = k, \quad \omega = \frac{1}{2} k.$$

$$\sigma\omega = \frac{2\omega}{\pi} e^{\frac{\pi i}{2} \frac{h_1^2}{h_0^2}} = \frac{e^{\frac{\pi i}{2}}}{\sqrt{c_1 - c_2} \sqrt{c_2 - c_1}}; \quad \sigma\omega' = \frac{\sqrt{c_1} e^{\frac{\pi i}{2}}}{\sqrt{c_1 - c_2} \sqrt{c_2 - c_1}}; \quad \sigma\omega'' = \frac{e^{\frac{\pi i}{2}}}{\sqrt{c_1 - c_2} \sqrt{c_2 - c_1}}$$

$$\left(\frac{2\omega}{\pi}\right)^2 \sqrt{c_1 - c_2} \sqrt{c_2 - c_1} = 2 h^{\frac{1}{2}} h_0^3 \sigma$$

$$\sqrt{\frac{2\omega}{\pi}} e^{-\frac{\pi i}{2} \frac{h_1^2}{h_0^2}} \sigma u = \left(\frac{2\omega}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2} \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$(1) \quad = \frac{h^{\frac{1}{2}} (1-h^{2v-2})}{i \sqrt{c_1 - c_2} \sqrt{c_2 - c_1}} \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$(2) \quad e^{-\frac{\pi i}{2} \sigma(a+\omega)} = \frac{2\omega}{\pi} e^{\frac{\pi i}{2} \frac{h_1^2}{h_0^2}} \frac{1}{2} \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$(3) \quad e^{-\frac{\pi i}{2} \sigma(a+\omega')} = \frac{2\omega}{\pi} e^{\frac{\pi i}{2} \frac{h_1^2}{h_0^2}} \frac{1}{2} \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$(4) \quad \sqrt{\frac{2\omega}{\pi}} e^{-\frac{\pi i}{2} \sigma_2 u} = \frac{1}{\sqrt{c_1 - c_2}} \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$e^{-\frac{\pi i}{2} \sigma(a+\omega)} = \frac{2\omega}{\pi} e^{\frac{\pi i}{2} \frac{h_1^2}{h_0^2}} \frac{1}{2} \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$e^{-\frac{\pi i}{2} \sigma_3 u} = \frac{2\omega}{\pi} \frac{\sqrt{c_1 - c_2} \sqrt{c_2 - c_1}}{2 h^{\frac{1}{2}} h_0^3} \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$(4) \quad \sqrt{\frac{2\omega}{\pi}} e^{-\frac{\pi i}{2} \sigma_3 u} = \frac{1}{\sqrt{c_1 - c_2}} \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right). \quad \text{and}$$

$$f(z) = \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right) \sim f\left(\frac{z}{2}\right) = \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$h^{\frac{1}{2}} f(h^{\frac{1}{2}} z) = h^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1-h^{2v}}{1-h^{2v}}\right) \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$h^{\frac{1}{2}} f(h^{\frac{1}{2}} z) = h^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right). \quad \text{and}$$

$$(1) \quad \sqrt{\frac{2\omega}{\pi}} e^{-\frac{\pi i}{2} \sigma_2 u} = \frac{h^{\frac{1}{2}} f(h^{\frac{1}{2}} z)}{\sqrt{c_1 - c_2} \sqrt{c_2 - c_1}} \quad (2) \quad \sqrt{\frac{2\omega}{\pi}} e^{-\frac{\pi i}{2} \sigma_3 u} = \frac{h^{\frac{1}{2}} f(h^{\frac{1}{2}} z)}{\sqrt{c_1 - c_2}}$$

$$(3) \quad \sqrt{\frac{2\omega}{\pi}} e^{-\frac{\pi i}{2} \sigma_2 u} = \frac{f(z)}{\sqrt{c_1 - c_2}} \quad (4) \quad \sqrt{\frac{2\omega}{\pi}} e^{-\frac{\pi i}{2} \sigma_3 u} = \frac{f(z)}{\sqrt{c_1 - c_2}}$$

$$f(z) = \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right) \sim f\left(\frac{z}{2}\right) = \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$f(z) = \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right) \sim f\left(\frac{z}{2}\right) = \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$(1+h^2) f(h^2 z) = f(z) = (1+h^2) \frac{\pi(1-h^{2v})}{1-h^{2v}} \left(\frac{1-h^{2v-2}}{1-h^{2v}}\right)$$

$$\sum_1 a_n h^{2n} z + \sum_1 a_n h^{2n} z = \sum_1 a_n z + \sum_1 a_n h^{2n} z = \sum_1 a_n z + \sum_1 a_n h^{2n} z = \sum_1 a_n z$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a_n k^{2n} + a_{n-1} k^{2n-1} \Rightarrow a_n = \frac{k^{2n-1}}{1-k^2} a_{n-1} \quad \text{or } a_0 = 1, a_1 = \frac{k}{1-k^2} \Rightarrow \dots$

$a_n = \frac{k^{2n}}{(1-k^2)(1-k^4)\dots(1-k^{2n})} \cdot f(z) = 1 + \frac{k}{1-k^2} z + \frac{k^3}{(1-k^2)(1-k^4)} z^2 + \dots$

cc. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{k^{2n-1}}{1-k^2} \Rightarrow \dots$

$f(z)/f(z^2) = \sum a_n z^{2n} \sum a_n z^{-2n} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n a_n z^{2n-2n} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^2 z^0 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$

cc. $\sum a_n z^{2n} \sum a_n z^{-2n} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^2 z^0 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$

$(c_n = \sum_{p=0}^n a_p a_{n-p} = a_0 a_n + a_1 a_{n-1} + \dots)$

then $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{z^n}{(1-k^2)(1-k^4)\dots(1-k^{2n})} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{k^{2n}}{(1-k^2)(1-k^4)\dots(1-k^{2n})}$

cc. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c_n}{c_{n-1}} = 1 + \frac{k}{1-k^2} \Rightarrow f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{k^{2n}}{(1-k^2)(1-k^4)\dots(1-k^{2n})}$

$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (b_n k^{2n} + b_{n-1} k^{2n-1}) \frac{z^n}{(1-k^2)(1-k^4)\dots(1-k^{2n})} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{z^n}{(1-k^2)(1-k^4)\dots(1-k^{2n})}$

$b_n = b_n k^{2n} + b_{n-1} k^{2n-1} \Rightarrow b_n = \frac{k^{2n-1} b_{n-1}}{1-k^2} = \frac{k^{2n-1}}{(1-k^2)\dots(1-k^2)} b_0 = 1$

$f(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n, \quad b_n = 1$

$f(z) = \frac{f(z^2)}{1-k^2} = \dots = \frac{f(z^{2^n})}{(1-k^2)\dots(1-k^{2^n})} \quad ? \quad n \rightarrow \infty \quad 1 \text{ for } |k| < 1$

cc. $\lim_{n \rightarrow \infty} 1/|k| < 1 \Rightarrow f(z) = 1 \quad \text{or } 2n \rightarrow \infty \text{ of } ?$

$f(z) = \frac{1}{(1-k^2)(1-k^4)\dots(1-k^{2n})} \Rightarrow \dots$

$a_n = \frac{k^{2n}}{(1-k^2)(1-k^4)\dots(1-k^{2(n+1)})} = \frac{k^{2n}}{(1-k^2)\dots(1-k^{2n})} \frac{k^{2n}}{(1-k^{2(n+1)})}$

cc. $c_n = \sum_{p=0}^n a_p a_{n-p} = \frac{k^{2n}}{(1-k^2)\dots(1-k^{2n})} \sum_{p=0}^n \frac{k^{2p}}{(1-k^2)\dots(1-k^{2p})} \frac{k^{2(n-p)}}{(1-k^{2(n-p)})\dots(1-k^{2n})}$

cc. $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k^{2n}}{(1-k^2)(1-k^4)\dots(1-k^{2n})} z^n$

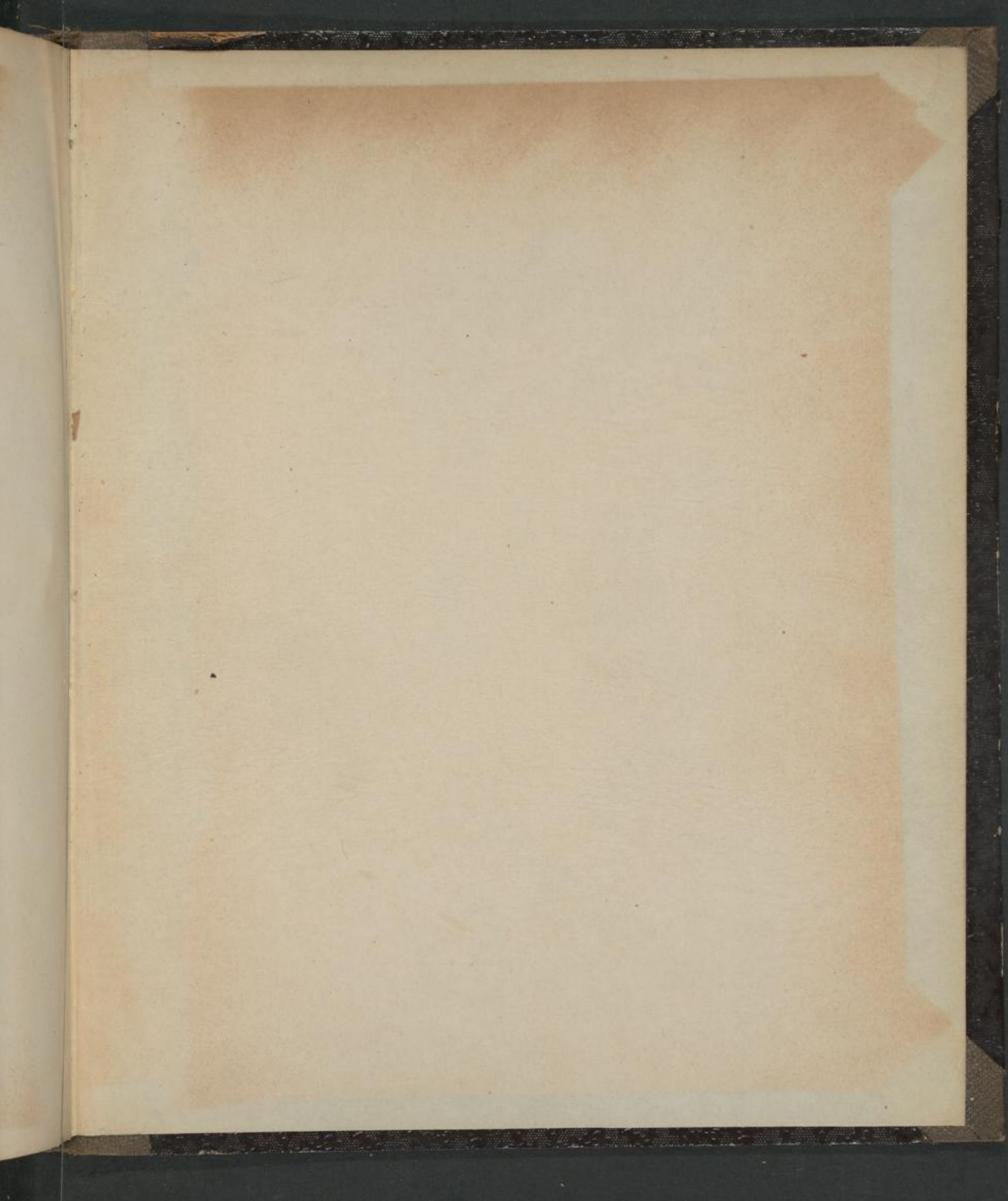
$c_n = \frac{k^{2n}}{\pi(1-k^{2n})} \Rightarrow f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} k^{2n} (z^{2n} z^{-2n}) = \sum_{n=0}^{\infty} k^{2n} z^0$

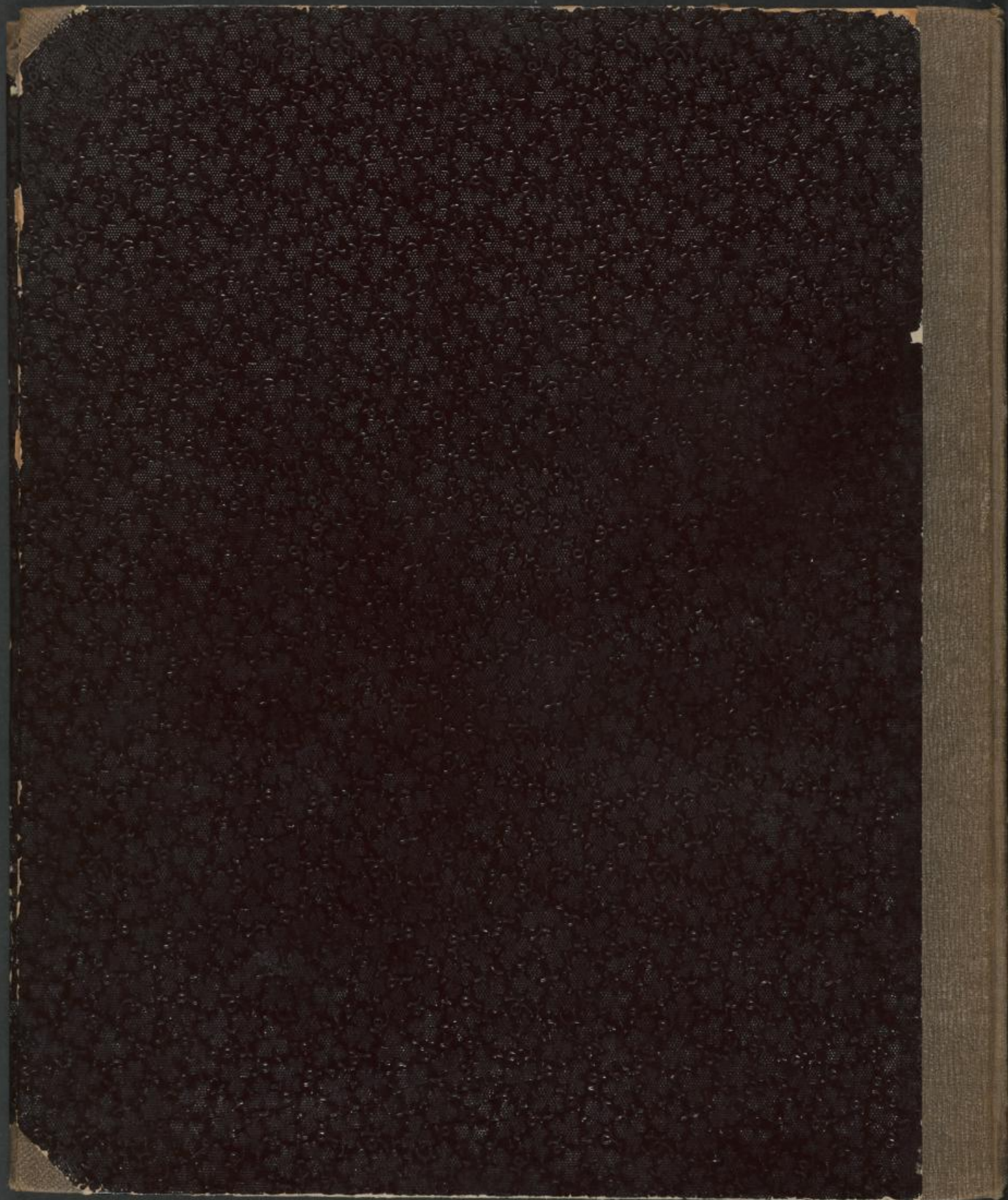
cc. $f(z) = 1 + 2k \cos \frac{2\pi z}{2\omega} + 2k^2 \cos \frac{4\pi z}{2\omega} + 2k^3 \cos \frac{6\pi z}{2\omega} + \dots$

$1 \text{ for } |k| < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 1 \Rightarrow f(z) = 1$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{k^n} e^{-\frac{2\pi i}{2\omega} n} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{2\pi i}{2\omega}}} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\pi i}{\omega}}} = \frac{1}{i \sqrt{1 - e^{-\frac{2\pi i}{\omega}}}}$

2











Handschr.
N.F.
708

